

교수 중재 방법에 따른 수학 문장제 수행 비교¹⁾

김 억 곤*

본 연구는 서울시에 위치한 초등학교 3학년 아동 53명을 대상으로 도식기반 전략 프로그램으로 수학 문장제를 교수함에 있어 중재재료 투입방법(병렬, 순차)에 따른 수행결과를 처치집단, 문제유형(결합, 변화, 비교), 회기별(사전검사, 사후검사 3회)로 알아보려고 하였다. 사전, 사후검사 문항은 곱하기와 나누기 연산을 필요로 하는 결합, 변화, 비교 문제로 각 3문제씩 9문제로 구성되었으며 각 회기가 끝난 다음날 바로 사후검사로 수행 정도를 측정하였다. 본 연구결과에 따르면 문장제 유형별 수행이 교수재료 투입시기에 큰 영향을 받지 않았으나 문제구조가 유사한 결합형 문제와 변화형 문제인 경우 나중에 교수한 변화문제의 도식이 결합문제의 도식 생성에 혼란을 주어 결합문제의 수행이 떨어지는 결과가 나타났다.

1. 서 론

많은 학자들(Parmer & Cawley, 1991; Juddy & Bilsky, 1989; Hutchinson, 1993)에 의해 수학 문장제를 해결하기 위한 연구가 이루어져 왔는데, 이는 문장제가 수학 계산 능력과 함께 문제 표상, 관련정보 획득의 어려움으로 인하여 다른 연산 영역에 비해 수행이 현저히 떨어지기 때문이다.

문장제는 요구되는 연산이나 의미론적 구조의 조작 그리고 미지수의 위치에 따라 난이도가 다르고 의미론적 구조에서 부각되는 연산과 실제 풀기 위해 필요한 연산이 서로 달라 혼돈을 유발하며 학습자가 각 상황에 맞는 관련지식이나 문제형태를 잘 분류해내지 못하여 문제 해결에 어려움을 겪는다(Fuson & Willis, 1989; Mercer & Mill, 1992; Parmer & Cawley, 1991;

Zawaiza & Gerber, 1993). 따라서 문장제를 잘 해결하기 위해서는 문제유형에 기초가 되는 핵심적 개념에 대한 이해가 선행되어야 하며 문제를 접하게 되었을 때 그 문제에 대한 정보가 제대로 받아들여지고 인식되어야 한다(Torgesen, 1982; Baroody & Hume, 1991; Parmer & Cawley, 1991, Woodward & Montague, 2000).

문제의 정보가 제대로 인식되어 분명한 개념적 정의가 이루어진다면 학습자들은 문제는 다르지만 구조적으로 독특한 형태의 유사 문제를 잘 해결할 수 있다(Schwartz, 1988). 기존학습을 통하여 알고 있는 근거영역(source domain)의 문제해결 지식은 새로이 제시되는 문제(target problem)에 적용 가능한 새로운 규칙을 생성하는데 사용할 수 있기 때문이다. 따라서 문장제를 성공적으로 해결하기 위해서는 표면적 특성을 제거하고, 관계적 특성들을 중심으로 문제의 핵심개념을 이끌어내는 것이 중요하다

* 서울인수초등학교(nandadevi@empal.com)

1) 본 논문은 2009학년도 김억곤 박사학위 논문의 일부임

(Riley, Greeno, & Heller., 1983). 도식이론을 바탕으로 하는 교수이론에 따르면 문장제 해결을 위한 교수요소의 핵심은 특징적 부분들의 효율적 결집을 통하여 문제의 유사성을 도식을 통해 인식시켜 주는 것이다.

수학적 어려움을 가진 학생들에게 문제구조나 도식의 개념적 이해를 통하여 문제 수행을 높이고자 하는 도식기반 전략 교수(Schema Based Strategy Instruction)가 10여 년 전부터 학교 현장에 적용되기 시작하였다. 도식교수의 목표는 문제도식에 대한 완벽한 정신적 표상을 만들어 내고 그 문제해결을 위해 필요한 정보의 부호화 및 인출을 촉진시키는 것에 있다 (Fuson & Willis, 1989; Marshall, 1995).

도식기반 전략 교수란 문제 표상(representation)을 통하여 문제에서 제시되는 관련지식이나 의미론적 관계를 나타내는 특징적 구성요소를 찾아내어 문제 유형을 분류해 내게 하고, 수적 정보 과정, 문제 정보의 이해와 통합, 풀이 절차 등과 같은 절차적 지식(procedural knowledge)을 습득하게 하여 문장식 문제가 효율적으로 해결될 수 있도록 고안된 교수법이다.

학습이 새로운 것과 기존의 지식 사이의 유사성을 인식하는 능동적인 구성과정으로 볼 때 새로운 지식을 기존의 지식과 적절히 연결하여야 한다. 이러한 지식 간 연결은 인간의 인지활동에서 특히 중요한 역할을 하며 문장제 해결에 매우 중요하다(English & Holford, 1995).

기존의 연구들(Fuson & Willis, 1989; Marshall, 1995; Maccini & Hughes, 2000)이 지적하듯이 문장제에서 패턴의 인지와 패턴간의 관계 인지는 수학적 계산 작용의 선택에 있어서 결정적 역할을 한다.

문장제의 해결에서 중요한 가정은 문제상황의 정확한 이해나 인지가 선행되어야 한다는 것이다. 문제표상은 단어로 나타난 문제를 의

미 있는 표상으로 전환하는 것과 관련되고, 문제해결은 표상에 근거한 적당한 수학적 계산 작용의 선택 및 적용과 관련된다. 수학적 문제 해결 교수는 계산 작용의 개념적 지식을 강조함과 동시에 계산 작용에서 고도로 통합된 이해를 촉진시켜야 하며 많은 부분에서 다르지만 의미적으로 관련된 이러한 관계요소가 실제 맥락에서 받아들여져야 한다(Van de Walle, 1998). 패턴 인식이나 적절한 계산 작용의 선택이 수학 문장제 해결에 필요한 두 구성요건으로 볼 수 있으나 문제해결에 필요한 우선적 조건은 패턴의 인지일 것이다.

문장제의 패턴을 인식함에 있어 의미적 특성에 초점을 맞추어져야 새로운 문제를 쉽게 이해하고 문제해결을 위한 정보를 쉽게 얻을 수 있다. 또한 문제의 표면적 특성이나 의미적 특성을 포함한 보편적이고 합리적인 특성들에 기초해서 패턴을 인식하는 것이 학습자로 하여금 일반적 상황에서 문제의 유사성을 인식하게 하여 주어 문제를 쉽게 해결할 수 있게 해준다 (Carpenter & Moser, 1984).

Marshall(1995)은 보편적인 합리적 특성들에 기초해서 수학 문장제를 변화형, 그룹형, 비교형, 재진술형, 다양화형으로 구분하였는데 각각의 구성요소들 사이의 관계의 독특성이 패턴을 쉽게 인지할 수 있게 한다고 주장하였다. 변화형 문제인 경우 학습자는 문제가 3개의 필수요소(시작하는 양, 변화하는 양, 끝나는 양)와 중심적 대상이 이동하여 나타내는 변화량을 인지함으로써 패턴을 확인하게 된다.

패턴인지가 끝나면 어떤 부분이 시작량이고 어느 부분이 끝나는 양인지 또한 변화량은 시간의 변화에 따라 어떻게 변화하는지를 알 수 있으며 이러한 요소들이 어떻게 통합되는지를 알 수 있다. 거의 모든 학습자들은 유추의 기본 바탕이 되는 예시자료가 필요한데 제시된

문제의 구성요소들을 자신의 기존지식으로 결정된 가설화된 상황에 맞추게 된다.

지금까지의 연구들(Jitendra & Hoff, 1996; Jitendra, Hoff, & Beck, 1999; Jitendra, Dipipi, & Peron, 2002; Xin & Jitendra, 2004)은 효율적 문제표상을 위한 훈련단계에서 둘 또는 세 개의 문제유형을 동시에 교수하였다. 이는 문장제 교수에 필요한 교수 요소를 동시에 여러 유형의 문제를 제공할 때 더 성공적이라는 선행연구(Marshall, 1995; Jitendra et al., 1999)에 따른 것이나 교수 대상이 초등학생일 경우 교수효과를 극대화하는데 제한이 따른다. 특정 문제유형에 대한 개념획득이 충분히 이루어지지 않은 상태에서 다른 개념을 받아들이기가 쉽지 않고 문장제가 수 연산, 도형, 측도, 관계 영역에 각각 포함되어 있기 때문에 여러 형태의 문장제를 동시에 교수한다는 것 자체가 교육적 실효성이 떨어진다고 볼 수 있다.

따라서 본 연구에서는 여러 가지 문제유형을 한 시간에 하나씩(결합, 변화, 비교형 문제) 순차적으로 한 주에 3차시씩 3주간 교수한 집단과 한 수업장면에서 3유형의 문제를 동시에 투입하고 한 주에 3차시를 반복적으로 3주간 중재한 집단과의 교수 효과를 비교하였다. 본 연구의 목적은 문제 유형의 개념 형성에 미치는 적절한 교수 재료 투입 방법을 교수집단 간 효과검증을 통하여 알아보는데 있었다. 이에 다음과 같은 가설을 추출하였다.

1. 병렬 교수 집단과 순차 교수 집단 간에 수학 문장제 수행에 차이가 날 것이다.
2. 수학 문장제 수행이 문제유형에 따라 차이가 날 것이다.
3. 수학 문장제 수행이 회기의 증가에 따라 높아질 것이다.
4. 병렬 교수 집단과 순차 교수 집단에 따라

문제유형 간 수행에 차이가 있을 것이다.

5. 문제유형에 따라 회기 간 수행에 차이가 있을 것이다.

II. 연구 방법

1. 연구설계

본 연구의 실험 설계는 처치집단(2)*문제유형(3)*회기(3)의 요인설계로 처치 집단은 피험자 간 변인이었으며 문제유형, 회기는 피험자 내 변인으로 조건별 동일 피험자를 대상으로 반복 측정하였다. 사전검사를 covariate(공변인)으로 하는 반복측정 MANCOVA 분석을 실시하였다. 모든 통계분석에서 유의확률을 계산하기 위해 Mauchly의 구형성 검증을 실시하였으며 구형성 가정(sphericity assumption)이 기각되어 수정된 자유도가 사용되어진 경우는 없었다.

처치 집단은 ①순차 교수 ②병렬 교수 집단이었다.

2. 연구대상

본 연구의 연구 대상은 서울 소재 I 초등학교 3학년 아동으로 처음에 실험에 참여한 아동은 53명이었으나 본 연구에서는 최종적으로 48명의 자료가 분석되었다. 순차 교수 집단에서는 전학, 결석으로 인해 3명이 탈락하였으며 분수능력을 검증받지 못한 아동 한명이 중복 배제되었다. 병렬 교수 집단에서는 불참석 사유로 1명, 독해력 미비와 분수 검사 능력 미비로 1명이 탈락하였다. 피험자들의 연령은 만 8세 2개월에서 9세 2개월 사이로 평균 연령 8세 6개월이었다.

3. 연구도구

가. 진단검사

진단검사는 교육과학기술부의 주관 하에 전국 단위로 3월 초에 실시되었던 진단평가로 사전에 두 처치집단의 표집자료로 활용하였다. 진단검사는 최소 0점에서 최고 34점의 점수가 부여되었다.

순차집단의 평균과 표준편차는 각각 26.75와 3.99이었으며 병렬집단은 25.88과 3.11이었다. 두 집단 간 차이는 통계적으로 유의미하지 않았으며 최종 분석에서 제외된 아동의 진단검사 결과는 활용하지 않았다.

나. 검사도구

본 연구에서 사용된 도구는 결합형 문제, 변화형 문제, 비교형 문제가 각각 3문항씩 포함되어 있는 문장제 검사지로 9문항을 1set으로 구성하였으며 사전검사 1set, 사후검사 3set으로 구성되었다.

본 연구에 사용되었던 평가문항은 다양화 문제로 결합형 문제, 변화형 문제, 비교형 문제를 해결함에 있어 두 단계 이상의 계산과정을 거쳐서 답을 구하는 주관식 문제로 구성하였다. 또한, 문제해결과정과 구체적인 문제해결 전략을 알아볼 수 있도록 식과 함께 답을 함께 기술하도록 하여 해결과정과 결과를 검토할 수 있도록 설계하였다.

평가문항은 초등학교 3학년 아동들의 교과 수준에 맞추어 문제 유형을 분류해 내고 문제 유형에 맞는 계산이 적용되었을 때 해결 가능한 문항으로 구성하였다. 난이도와 변별도를 고려하여 평가문항을 제작하였으며, 평가시간은 평가문항을 고려하여 20분으로 배당 하였다.

초등학교 3학년 학생에게 적용할 수 있는

문제해결력 측정 평가도구에 필요한 요소를 선정하고, 교수 기간 동안 사용되어졌던 것과 유사한 문제의 다양한 변형을 통해서 만들어 졌다. 결합형 문제와 변화형 문제의 미지수는 시작량, 변화량, 결과량과 관련하여 제작하였으며 비교형 문제는 기준 값이 알려지지 않은 것에서부터 비교대상, 차이량의 값이 알려지지 않은 것으로 다양화 되었다. 4가지의 검사 도구는 문제에서의 이야기 맥락과 수적 가치의 관점에서만 다양화 되었다. 모든 검사는 구조적으로는 유사하나 더 복잡한 문제에 대하여 학습된 학생들의 문제해결 전이 능력을 측정 하였다.

사전, 사후, 검사 도구는 정일호(2002)가 사용하였던 평가문항을 참고하여 제작하였다.

사전검사 도구, 사후검사 도구를 제작하기 위하여 결합형 문제유형 3문항, 변화형 문제유형 3문항, 비교형 문제유형 3문항이 유형별로 포함되어 있는 9문항 1set의 문제지를 제작하였다. 이렇게 제작된 문제지로 4학년 한개 반을 대상으로 문항난이도와 변별도를 측정하였다. 이후 문항난이도와 변별도를 고려하여 결합형 문제, 변화형 문제, 비교형 문제를 포함하는 9문항 4set의 동형 문제지를 제작하여 4학년 4개 반을 대상으로 사전검사를 실시하였다. 검사도구 간 상관계수는 $PA=.96$ 이었다. 각 검사 도구는 결합형 문제 3문제, 변화형 문제 3문제, 비교형 문제 3문제로 각각 구성되었으며 유목내 상관계수(Intraclass Correlation coefficient)는 결합문제 $PA=.80$, 변화문제 $PA=.82$, 비교문제는 $PA=.91$ 이었다.

다. 독해력 검사

수 연산에 필요한 계산지식은 있으나 문장 이해력이 떨어져 문장식 문제해결에 어려움을 겪는다면 각 집단의 교수 효과를 추정하는데

어려움이 따른다(Baroody & Hume, 1991). 이것을 방지하기 위하여 독해력 검사를 실시하였으며 전체문항의 40%에 도달하지 못하는 피험자를 분석에서 제외하였다. 독해력 검사지는 “고래에 관한 이야기”를 읽고 글의 내용이나 문장의 의미를 파악하는 10개 문항으로 이경화(1991)의 연구에서 인용하였다.

라. 분수검사

본 연구에서 목표문제로 제시되거나 사전, 사후, 지연검사에 포함된 문제를 해결하기 위해서는 곱하기와 나누기 연산 능력이 전제되어야 한다. 각 처치 집단에서 곱하기, 나누기 계산능력이 없는 피험자를 찾아내기 위하여 본 연구자가 제작한 10개 문항의 검사지를 사용하였다. 성취도가 40%에 도달하지 못하는 피험자들은 분석에서 배제시켰다.

4. 연구절차 및 분석

가. 사전검사

사전검사는 각 처치 집단의 교실에서 실시하였다. 사전 검사 시간은 20분이었으며 본 연구자가 문제지를 각 반으로 돌린 후 정해진 시간 내에 해결하도록 하였으며 각 반 교실에서 담임선생님의 감독 하에 이루어졌다.

아동들의 수험 결과는 식과 답까지 완벽하게 답한 경우에 정반응으로 처리하여 9점(결합형 3점, 변화형 3점, 비교형 3점) 만점으로 부여하였다.

나. 교수자 훈련

교수자는 수업의 형식(두 개의 교수 접근에 필요한 발문, 수업자료, 중요한 교수 요소, 교수시간)을 익히기 위하여 두 번에 걸쳐 1시간 씩 훈련을 받았다. 교수 과정안을 중심으로 핵

심 교수 요소와 각 교수 단계에 배당된 교수시간을 점검받았으며 한 회기의 교수가 끝나면 연구자에 의해 피이드백 되었다.

다. 본 실험

1) 순차집단

아동심리를 전공하고 도식관련 연구를 진행하는 대학원생이 도식기반 교수 프로그램을 적용한 교수학습 지도안을 바탕으로 25분간 순차 교수 집단 아동들이 속한 반에서 교수를 제공하였다. 한 주에 3회기의 교수가 이루어졌으며 1회기에 결합형 문제, 2회기에 변화형 문제, 3회기에 비교형 문제를 순차적으로 3주간 반복하였다. 사후검사는 금요일 2교시에 담임교사의 감독 하에 20분간 실시되었다.

순차집단의 아동들은 첫 회기에 결합형(결과미지수), 2회기에 변화형(결과미지수), 3회기에 비교형(차이량 미지수) 문제를 순차적으로 교수받았으며 3주 동안 세부적인 문제유형(결합형1, 결합형 2, 결합형 3)을 달리하여 반복적 교수가 이루어졌다<표II-1>. 순차집단의 교수는 다양한 목표문제로 진행되었다. 병렬집단에서 3가지 문제유형으로 교수가 진행되는 동안 순차집단의 교수는 한 가지 문제유형이 집중적으로 교수되었다.

순차집단의 장점은 하나의 문제유형에 대하여 완벽한 도식을 생성한 후 다른 문제 유형을 접하게 되어 혼란을 최소화할 수 있다는 것이며 단점은 문제 유형별로 나타나는 구성요소를 비교하면서 교육할 수 없다는 것이다.

교사 주도의 모델링 수업이 끝나면 시범문제와 같은 유형의 보기문제를 제시하여 문제표상 단계에서의 교수방법과 같이 문제의 구성요소를 파악한 후 문제해결 절차를 학습장에 자세하게 기록하도록 하였다<표II-2>.

<표Ⅱ-1> 각 집단의 교수자료 투입 과정

주 회	순차교수	병렬교수
1주	<p>결합형1(결과미지수)</p> <p>* 영재 어머니께서는 꺾을 어제는 365개, 오늘은 239개를 뺐습니다. 영재 어머니는 모두 몇 개의 꺾을 뺐습니까?</p>	<p><결합형 문제1></p> <p><변화형 문제1></p> <p><비교형 문제1></p>
	<p>변화형1(결과미지수)</p> <p>* 현주는 색 테이프를 125cm가지고 있습니다. 그 중에서 78cm를 잘라 썼습니다. 남은 색 테이프는 몇 cm입니까?</p>	<p><결합형 문제1></p> <p><변화형 문제1></p> <p><비교형 문제1></p>
	<p>비교형1(차이량 미지수)</p> <p>* 숙희네 3학년 학생은 165명이고, 영호네 학교 3학년 학생은 159명입니다. 숙희네 학교 3학년 학생은 영호네 학교 학생보다 몇 명 더 많습니까?</p>	<p><결합형 문제1></p> <p><변화형 문제1></p> <p><비교형 문제1></p>
2주	<p>변화형2(변화미지수)</p> <p>* 민재 어머니께서는 어제 367개의 사과를 따고 오늘 사과 몇 개를 더 따더니 모두 565개가 되었습니다. 오늘 딴 사과는 몇 개입니까?</p>	<p><비교형 문제2></p>
	<p>변화형2(변화 미지수)</p> <p>* 주현이는 색 테이프를 132cm가지고 있습니다. 얼마를 잘라 썼더니, 85cm 남았습니다. 주현이는 색 테이프를 얼마나 잘라 썼습니까?</p>	<p><결합형 문제2></p> <p><변화형 문제2></p> <p><비교형 문제2></p>
	<p>비교형2(비교대상미지수)</p> <p>* 영희의 키는 128cm입니다. 영수의 키는 영희보다 5cm 더 크다고 합니다. 영수의 키는 몇 cm입니까?</p>	<p><결합형 문제2></p> <p><변화형 문제2></p> <p><비교형 문제2></p>
3주	<p>결합형3(시작미지수)</p> <p>* 경재 어머니께서는 어제와 오늘 모두 수박 54개를 뺐습니다. 오늘 딴 수박이 33개라면, 어제 딴 수박은 몇 개입니까?</p>	<p><결합형 문제3></p> <p><변화형 문제3></p> <p><비교형 문제3></p>
	<p>변화형3(시작 미지수)</p> <p>* 현서는 색 테이프 얼마를 가지고 있습니다. 그 중에서 87cm를 잘라 썼더니, 127cm가 남았습니다. 처음에 현서는 몇 cm의 색 테이프를 가지고 있었습니까?</p>	<p><결합형 문제3></p> <p><변화형 문제3></p> <p><비교형 문제3></p>
	<p>비교형3(비교대상 미지수)</p> <p>* 영순이는 중간고사에서 80점의 수학 점수를 받았다. 순애는 영순이 점수보다 13점을 더 받았다고 한다. 순애의 중간고사 수학 성적은 몇 점인가?</p>	<p><결합형 문제3></p> <p><변화형 문제3></p> <p><비교형 문제3></p>

2) 병렬집단

교육심리를 전공하고 도식관련 연구를 진행하는 대학원생이 도식기반 교수 프로그램을 적용한 교수학습 지도안을 바탕으로 25분간 병렬 교수 집단 아동들이 속한 반에서 교수를 제공하였다. 한 주에 3회기의 교수가 이루어졌으며 매 회기마다 결합형, 변화형, 비교형 문제를 동시에 교수하였다. 사후검사는 금요일 2교시에 담임교사의 감독 하에 20분간 실시되었다.

병렬집단의 아동들은 첫 회기에 결합형(결과미지수), 변화형(결과미지수), 비교형(차이량미지수) 문제를 동시에 차례대로 교수 받았다. 순차집단의 아동들이 1회기에 결합형(결과미지

수) 문제만으로 교수를 받는 동안 병렬집단의 아동들은 각 문제유형을 동시에 차례대로 교수 받았다<표II-1>.

문제의 이야기 상황에 나타나는 각 구성요소를 도식에 맞추어 문제유형을 파악하게 한 후 문제에 나타나는 숫자를 도식의 구성요소에 배당하였다. 이때 병렬 교수 집단의 아동들은 문제 유형별로 나타나는 구성요소를 서로 비교할 수 있으나 하나의 문제 유형에 대하여 완벽한 도식을 생성하기 전에 또 다른 도식을 접하게 되어 혼란을 가져올 수 있다.

문제표상 단계의 교수가 끝나면 문제형태별로 각각의 이야기 상황에 포함된 미지수를 찾

<표II-2> 순차교수 적용 과정 예시

교수 과정안	
문제 표상	<p>*문제제시: 영재 어머니께서는 꿀을 어제는 5개씩 7줄, 오늘은 7개씩 4줄과 3개를 땀습니다. 영재 어머니께서는 모두 66개를 땀습니다.</p> <div style="text-align: center;"> <pre> graph TD Start((시작)) --> Change[변화량] Change --> Result((결과)) </pre> </div> <p><관계구조 파악하기>-도식에 맞추어 숫자를 대입하면서 지도 *시작량- 35개, 변화량- 31개, 결과량- 66개</p>
문제 해결	<p>*문제제시: 영재 어머니께서는 꿀을 어제는5개씩 7줄, 오늘은 7개씩 4줄과 3개를 땀습니다. 영재 어머니께서는 모두 몇 개의 꿀을 땀습니까?</p> <div style="text-align: center;"> <pre> graph TD Start((시작)) --> Change[변화량] Change --> Q((?)) </pre> </div> <p>*시작량과 변화량을 알고 결과량이 미지수일 때 시작량과 변화량을 합산하여 결과량을 구하는 과정을 도식에 맞추어 설명한다</p>
보조 연습	<p>*목표문제와 유사 문제를 표상단계와 문제해결 단계까지 교사의 도움을 받아 해결한다.</p>
독자 연습	<p>*학습장에 제시된 목표문제와 유사한 문제 2문제를 해결한다.</p>

아내기 위한 해결 과정을 차례대로 교수하였다. 결합, 변화형 문제는 시작, 변화, 결과량 중에서 하나의 미지수가 제시되며 비교형 문제는 기준, 비교대상, 차이량 중에서 미지수가 제시되었다.

3) 반응 측정

문장제에 있는 항목들은 맞은 것이 점수화되었고 만약에 정확한 답이 주어졌다면 1점을 주었다. 부분점수가 주어졌는데 만약 수학적 문장에 따라 방정식이 맞게 기술되어있었다면 0.5 점을 주었다.

교수 중재가 이루어지기 전에 실시하는 사전 검사 결과, 중재가 끝난 직후에 실시되는 사후 검사 결과를 피험자 내 변인으로 하고 두 개의 교수 집단을 피험자 간 변인으로 하여 변량분석을 실시하였다.

4) 채점자간 신뢰도

사전, 사후검사, 지연검사 중 사후검사 3에 대하여 각 종속치 별로 2명의 채점자간 일치도(성태제, 1995)를 산출한 결과 $PA=.99$ 의 신뢰도를 얻었다. 채점자간 정답처리 불일치의 원인은 정답에 적힌 숫자를 오인하여 오답으로 처리한 경우와 식에는 정답을 기록하였으나 답란에 틀린 답을 기록한 경우였다. 불일치한 문제는 식과 답이 맞는 경우 정답으로 처리하였으며 식에 정확하게 답이 기재된 경우 정답으로 처리하여 최종점수를 산출하였다.

5) 교수 신뢰도

각 교수조건에서, 교수자가 얼마나 배당된 교수전략에 충실하게 교수하는지를 측정하기 위해 음성녹음기로 녹취하여 중요한 교수 단계와 시간을 점검하였다. 배당된 교수전략에서 교수자의 교수 충실도는 각 교수 조건에 맞는 결정적 교수 요소와 배당 시간을 확보하는지를

알아보고자 하였다. 이행의 충실도는 교수 내용이 녹음된 것을 근거로 피드백 하였으며 문제표상 단계의 교수와 문제해결 단계의 교수가 적절하게 진행되는지와 각 단계의 교수가 주어진 시간 내에 이루어지는지를 점검하였다.

교수충실도는 각 교수 조건의 33%(1회기 결합, 변화, 비율 교수 각 1차시)에서 측정되었으며 순차집단 100%, 병렬집단은 95%였다. 1회기의 결합문제 교수에서 병렬집단의 교수자는 보조연습 단계의 교수시간을 확보하지 못하였다.

III. 연구 결과

본 연구에서는 각 처치집단의 수행, 문제유형에 따른 수행, 회기 증가에 따른 교수 증진 효과, 처치집단과 문제유형 간 상호작용, 문제유형과 회기 간 상호작용을 알아보려고 하였다.

순차집단, 병렬집단의 문제 유형, 회기별 수행평균과 표준편차는 <표 III-1>과 같다.

처치집단을 독립변인으로 하고 문제 유형별로 결합, 변화, 비교 문제를 각각 3회기 간 반복측정 한 후 <표 III-1>에 제시된 사전검사를 공변인으로 하여 반복측정 MANCOVA를 실시한 결과는 <표 III-2>와 같다.

1. 처치집단에 따른 수행결과

<표 III-1>에 의하면 순차, 병렬집단의 3회기 수행 평균치는 각각 6.39, 5.06으로서 순차집단이 병렬집단보다 높게 나타났다. 그러나 <표 III-2>의 분석 결과에 의하면, 이러한 차이는 문장제의 결합, 변화, 비교 문제 수행에서 유의미한 집단 차이로 나타나지 않았다($F(1, 45)=3.84, P>.05$). 따라서 “수학 문장제 수행에 있어서 교수 집단 간 차이가 있을 것”이라는 가설 1은

받아들여지지 않았다. 그러나 <표 III-2>의 변량분석 결과에 의하면 처치집단과 문제유형 간에 유의한 상호작용 효과가 있는 것으로 나타나 문제유형별 교수 증재 효과에 관한 심층적 분석이 요구된다.

2. 문제유형에 따른 수행 차이

<표 III-2>의 결과에 따르면 문장제의 결합, 변화, 비교 문제의 수행차이가 통계적으로 유의미한 것으로 나타났다($F(2, 90)=5.34, P<.01$). 따라서 “수학 문장제 수행이 문제유형에 따라 차이가 날 것”이라는 가설 2는 받아들여졌으며 이것은 교수 효과가 결합, 변화, 비교 문제에

서 다르게 나타난 것으로 문제유형에 따라 수행차이가 다르게 나타났음을 의미한다.

3. 회기 증가에 따른 교수 증진 효과

<표 III-1>에는 1회기, 2회기, 3회기 평균치가 회기의 증가에 따라 수행 결과가 높아지는 것으로 나타나고 있다. 그리고 <표 III-2>의 결과에 따르면 회기에 따라 문장제의 결합, 변화, 비교 문제 수행이 유의미하게 증가하였다($F(2, 90)=34.84, P<.01$).

따라서, “수학 문장제 수행이 회기의 증가에 따라 높아질 것”이라는 가설 3은 받아들여졌다. 즉, 교수가 반복됨에 따라 문장제의 수행이 높

<표 III-1> 집단(A), 문제유형(B), 회기(C)의 수행평균과 표준편차

		사전검사		1회기		2회기		3회기		전체(회기)	
		M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
순차	결합	1.08	.93	1.25	.74	2.42	.93	2.58	.72	2.08	.80
	변화	1.21	1.18	1.88	.99	2.17	1.13	2.46	.66	2.17	.93
	비교	1.29	1.33	2.00	1.02	2.00	.93	2.42	.83	2.14	.93
	전체	3.58	1.15	5.13	.92	6.59	1.00	7.46	.74	6.39	.87
병렬	결합	.75	.94	.65	.85	1.50	1.14	2.23	.95	1.46	.98
	변화	.96	1.04	1.46	.99	1.96	1.08	2.50	.76	1.97	.94
	비교	1.08	1.21	1.27	1.04	1.69	1.05	1.92	1.13	1.63	1.07
	전체	2.79	1.06	3.38	.96	5.15	1.09	6.65	.95	5.06	.99

순차(a1), 병렬(a2), 결합(b1), 변화(b2), 비교(b3), 1회기(c1), 2회기(c2), 3회기(c3)

<표 III-2> 처치집단, 문제유형, 회기의 변량분석

변량원	SS	df	MS	F	P	h2
사전검사	11.22	1	11.22	56.38**	.000	.56
처치집단(A)	.764	1	.764	3.84	.056	.08
오차	8.95	45	.20			
문제유형(B)	5.99	2	2.99	5.34**	.006	.10
A*B	3.80	2	1.90	3.39*	.038	.07
오차	50.48	90	.56			
회기(C)	33.44	2	16.72	34.84**	.000	.44
A*C	1.71	2	.86	1.78	.174	.12
오차	43.19	90	.48			
B*C	8.48	4	2.12	4.37**	.002	.09
A*B*C	2.10	4	.53	1.08	.366	.02
오차	87.34	180	.48			

** P<.01, * P<.05

아저 교수 증체가 의미 있게 반영된 것으로 해석할 수 있다.

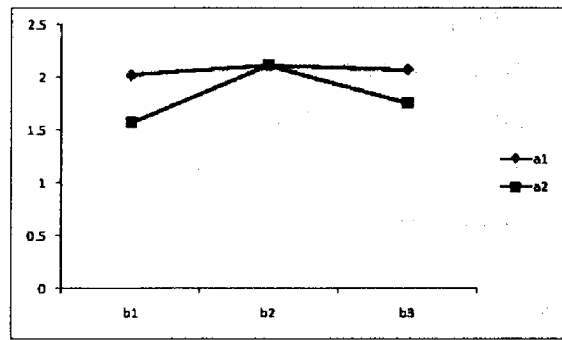
4. 처치집단과 문제유형 간 상호작용

가. 각 처치집단에서의 문제유형 간 수행차이

<표 III-2>의 결과에 따르면 처치집단과 회기 간에 유의미한 상호작용이 나타났다($F(2, 90)=3.39, P<.01$). 따라서 “처치집단에 따라 문제유형 간 수행에 차이가 있을 것”이라는 가설 4는 받아들여졌다.

<표 III-3>의 결과에 따르면 병렬집단에서 문제유형 간 유의미한 수행차이가 나타났다 ($F(2, 44)=11.65, P<.01$).

[그림 III-1]은 <표 III-4>의 수행평가를 바탕으로 처치집단과 문제유형 간 상호작용을 나타내었으며 병렬집단에서 문제유형 간 수행차이가 나타나고 있음을 보여준다.



[그림 III-1] A와 B의 상호작용

나. 각 문제유형에서의 처치집단 간 수행 차이

<표 III-5>의 결과에 따르면 결합, 변화, 비교형 문제에서 각 집단 간 문장제 수행 간에 유의미한 차이가 나타났다. 이와 같이 문장제 유형별로 유의미한 수행차이가 나타난 것은 문제 유형에 따라 교수효과가 다르게 나타나고 있다는 것을 의미한다. 결합형인 경우 2회기에서 집단차이가 유의미하였다($F(1,45)=8.06, P<.01$).

<표 III-4> A와 B의 수행평균과 표준편차

		b1	b2	b3
a1	N	24	24	24
	M	2.08	2.17	2.14
	SD	.80	.93	.93
	조정평균	2.02	2.11	2.07
	표준오차	.09	.12	.12
a2	N	24	24	24
	M	1.46	1.97	1.63
	SD	.98	.94	1.07
	조정평균	1.57	2.11	1.75
	표준오차	.09	.12	.12

5. 문제유형과 회기 간 상호작용

<표 III-2>의 결과에 따르면 문제유형과 회기 간에 유의미한 상호작용이 나타났다($F(4, 180) = 4.37, P<.01$). 따라서 “문제유형에 따라 회기 간 수행에 차이가 있을 것”이라는 가설 5는 받아들여졌다. 문제유형과 회기 간의 상호작용에 관한 단순 주효과 분석을 실시하였다 <표 III-7>.

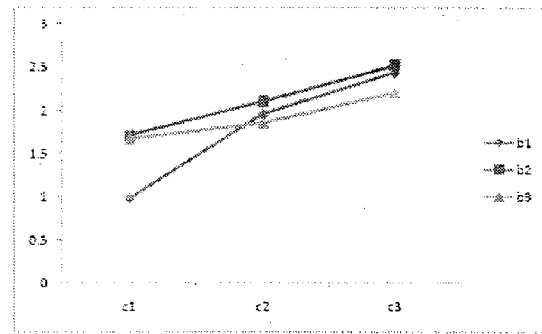
<표 III-3> 각 처치집단(A)에서 문제유형의(B)의 단순 주효과 분석

변량원	SS	df	MS	F	P	h2
B at a1	.09	2	.04	.09	.91	.00
오차	20.77	44	.47			
B at a2	13.84	2	6.92	11.65**	.000	.35
오차	26.14	44	.59			

** $P<.01$, * $P<.05$

<표 III-6> B와 C의 수행평균과 표준편차

		c1	c2	c3
	N	24	24	24
b1	조정평균	.98	1.96	2.44
	표준오차	.08	.11	.11
	N	24	24	24
b2	조정평균	1.71	2.10	2.52
	표준오차	.13	.13	.07
	N	24	24	24
b3	조정평균	1.67	1.85	2.21
	표준오차	.13	.12	.11



<표 III-2> B와 C의 상호작용

<그림 III-2>은 <표 III-6>의 수행평균을 바탕으로 문제유형과 회기 간 상호작용을 나타내었

<표 III-5> 각 문제유형(B)에서 처치집단(A)의 단순 주효과 분석

변량원		SS	df	MS	F	P	h2
A	at c1	1.59	1	1.59	3.81	.057	.08
	오차	18.78	45	.42			
	at b1	5.97	1	5.97	8.06**	.007	.15
	오차	33.45	45	.74			
	at c3	.37	1	.37	.59	.444	.01
	오차	33.35	45	.74			
A	at c1	.74	1	.74	.87	.357	.02
	오차	38.13	45	.85			
	at b2	.02	1	.02	.02	.882	.00
	오차	48.67	45	1.08			
	at c3	.50	1	.50	1.88	.176	.04
	오차	11.91	45	.26			
A	at c1	4.16	1	4.16	4.75*	.035	.09
	오차	39.34	45	.87			
	at b3	.49	1	.49	.66	.420	.01
	오차	33.62	45	.75			
	at c3	1.30	1	1.30	1.89	.176	.04
	오차	30.92	45	.69			

**P<.01, *P<.05

<표 III-7> 각 문제유형에서(B)에서 회기(C)의 단순 주효과 분석

변량원	SS	df	MS	F	P	η^2
C at b1	32.76	2	16.38	35.72**	.000	.44
오차	42.19	92	.46			
C at b2	8.87	2	4.44	8.98**	.000	.16
오차	45.44	92	.49			
C at b3	3.27	2	1.64	3.09*	.050	.06
오차	48.64	92	.53			

**P<.01, *P<.05

다. 결합형인 경우 1회기와 2회기, 2회기와 3회기 간에 유의미한 수행차이가 나타나고 있음을 알 수 있다.

<표 III-7>에 의하면 결합문제에서 회기 간 차이가 유의미하게 나타났으며($F(2, 92)=35.72, P<.01$). 변화문제에서도 유의미한 차이가 회기 간 수행비교에서 나타났다($F(2, 92)=8.98, P<.01$). 각 문제 유형에서 회기 간 짝 비교 결과 1회기와 2회기(결합, 변화), 2회기와 3회기(결합, 비교), 1회기와 3회기(비교) 간의 수행차이가 유의미하였다.

VI. 결 론

본 연구는 도식교수를 기반으로 하되 문제 유형을 동시에 제공하는 병렬적 교수 집단과 문제 유형을 차례대로 교수하는 순차적 교수 집단 간의 교수 효과를 문제유형(결합, 변화, 비교), 회기별로 검증해 보고 개념 중심의 교수에서 교수 재료의 적절한 투입 방법과 시기를 알아보는데 그 목적이 있었다.

본 연구의 결과에 따르면 문장제의 결합, 변화, 비교 문제의 전반적인 수행에서 순차집단이 병렬집단보다 수행이 다소 높았으나 통계적으로 유의미한 집단 차이가 나타나지는 않았다. 그러나 처치집단 간 효과크기를 고려할 때 집단 간 수행차이에 대한 해석을 달리할 수 있다. 따라서 문제유형별 교수 중재 효과에 관한 심층적 분석을 실시하였다. 분석 결과 병렬집단에서 결합문제와 변화문제 간에 유의미한 수행차이가 드러났다. 이것은 문제구조가 유사한 문제유형을 동시에 교수하였을 때 나중에 교수한 변화문제의 도식이 결합문제의 도식생성에 혼란을 주어 결합문제의 수행이 떨어졌을 가능성이 크다.

또한 문제유형 간 수행차이를 비교해 본 결

과 결합, 변화, 비교 문제의 수행차이가 통계적으로 유의미하여 문제유형에 따라 두 집단의 교수 효과가 다르게 나타났음을 알 수 있었다. 그러나 순차집단에서의 문제유형별 수행차이가 유의미하지 않았던 것을 고려하여 볼 때 문제유형별 수행차이에 병렬집단의 결합문제 수행이 영향을 미쳤을 것으로 보인다. 교수 재료 투입순서에 따라 효과 크기가 달라지는 것으로 보아 문제유형이 유사할 경우 학습자들은 먼저 교수한 문제유형의 도식과 나중에 교수한 문제유형의 도식이 섞여 개념형성에 혼란을 겪었던 것으로 보인다.

각 문제유형에서 각 처치집단 간 수행을 비교한 결과 결합형, 비교형 문제에서 집단 차이가 유의미하게 나타났다. 병렬집단의 결합형 문제 수행이 변화형 문제수행보다 낮았던 점으로 미루어 보아 결합형 문제에서 두 집단 간 차이가 유의미하게 나타난 것은 당연한 귀결이라고 할 수 있다. 그러나 비교형 문제에서 나타난 두 집단 간 유의미한 차이는 문제구조가 유사하지 않더라도 문장으로 제시되는 유사한 문제 상황이 문제 구조를 이해하고 도식을 생성함에 있어 병렬 교수 집단의 학습자들에게 혼란을 주었음을 알 수 있었다. 구조적 특성이 다르다고 하더라도 순차적으로 교수하는 것이 교수 효과를 극대화할 수 있다.

회기의 증가에 따른 문장제의 결합, 변화, 비교 문제의 수행결과를 알아본 결과 수행 증진 효과가 유의미하게 나타났다. 1회기와 2회기, 2회기와 3회기 간에서 유의미한 수행차이가 나타났다. 이것은 두 집단의 교수 효과가 3회기까지 꾸준히 증가하였음을 보여준다. 결합문제, 변화문제인 경우 1회기와 2회기, 2회기와 3회기 간에 수행차이가 유의미하게 나타났으며 비교문제는 1회기와 3회기에서 유의미한 수행 차이가 나타났다. 이것은 비교문제의 교수가

두 번 정도 반복되더라도 처치 효과가 크게 증진되지 않은 반면 결합, 변화문제인 경우에는 교수 효과가 비교적 빠르게 나타난 것으로 해석할 수 있다. 따라서 결합형, 변화형 문제는 두 번 정도의 반복교수로 교수 효과를 극대화할 수 있으나 비교문제인 경우 적어도 3번 정도의 반복 교수가 필요함을 알 수 있었다.

본 연구의 결과는 두 집단 간 차이가 전반적인 문장제 수행에서 다르게 나타나지 않았으나 문제유형, 회기에 따라 두 교수집단에서 다르게 나타났다. 순차집단의 수행 정도는 모든 문제유형에서 고르게 나타났으나 병렬집단에서는 문제유형에 따라 다르게 나타났다. 이것은 문제 구조가 유사할 때 교수재료를 동시에 투입하기 보다는 단위 시간별로 문제유형을 달리하여 순차적으로 교수하여야 교수 효과를 극대화할 수 있음을 보여준다. 본 논문의 결과는 또한 문장제를 교수함에 있어 문장제의 구성요소의 특성을 잘 고려하여 교수재료 투입방법을 조정하여야 할 필요성을 제기한다.

본 연구는 초등학교 수학과 교육과정에서 문장제 문제들이 순차적 또는 병렬적으로 이루어지는 4학년 이상을 연구대상으로 하였을 때, 문제유형별 검사문항의 난이도를 달리 하였을 때 집단 간 수행 차이가 달라질 수 있다.

참고문헌

- 신철현(1998). 수학과 문제해결력 측정을 위한 평가 도구의 개발, 군산대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 이경화(1991). 독해점검전략의 상보적 수업을 통한 아동들의 독해력향상에 관한 연구. 숙명여자대학교 대학원 박사논문.
- 정일호(2002). 문제풀이 과정 학습 전략이 학 습장애아의 수학과 문장제해결능력 신장에 미치는 효과, 특수교육총연합회.
- Baroody, A. J., & Hume, J. (1991). Meaningful mathematics instruction: The case of fractions. *Remedial and Special Education, 12* (3), 54-68.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*, 179-202.
- English, L. D. & Halford, G. S. (1995). *Mathematics education: Models and processes*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Feiman-Nemser, S. (1990). *Teacher preparation: Structural and conceptual alternatives*. In W.R. Houston, M. Haberman & J. Sikula (Eds.), *Handbook of Research on Teacher Education* (pp. 212-233). New York: Macmillan.
- Fuson, K. C., & Willis, G. B. (1989). Second graders use of schematic drawing in solving addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology, 81*, 514-520.
- Hutchinson, N. L. (1993). Effects of cognitive strategy instruction on algebra problem solving of adolescents with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly, 16*, 34-63.
- Jitendra, A. K., DiPipi, C. M., & Perron-Jones, N.(2002). An exploratory study of schema based word problem solving instruction for middle school students with learning disabilities: An

- emphasis on conceptual and procedural understanding. *Journal of Special Education*, 36, 23-38.
- Jitendra, A. K., Hoff, K. (1996). The effects of schema based instruction on mathematical word problem solving performance of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 29, 422-431.
- Jitendra, A. K., Hoff, K., & Beck, M. M. (1999). Teaching middle school students with learning disabilities to solve word problems using a schema based approach. *Remedial and Special Education*, 20, 50-64.
- Judd, T. P., & Bilsky, I. H. (1989). Comprehension and memory in the solution of verbal arithmetic problems by mentally retarded and nonretarded individuals *Journal of Educational Psychology*, 81, 541-546.
- Maccini, P., & Hughes, C. A. (2000). Effects of a problem solving strategy on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 15(1), 10-21.
- Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving*. New York: Cambridge University Press.
- Mercer, C. D., & Miller, S. P. (1992). Teaching students with learning problems in math to acquire, understand, and apply basic math facts. *Remedial and Special Education*, 13(3), 19-61.
- Parmar, R. S., & Cawley, J. F. (1991). Challenging the routines and passivity that characterize arithmetic instruction for children with mild handicaps. *Remedial and Special Education*, 12, 23-32.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.
- Schwartz, J. (1988). *Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations*. In J. Hiebert and M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp.41-52). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Torgesen, J. K. (1982). The learning disabled child as an inactive learner. *Topics in Learning and Language Disabilities*, 2, 45-52.
- Van de Walle, J. A. (1998). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (3rd ed.). New York: Longman.
- Woodward, J., & Montague, M. (2000, April). *Meeting the challenge of mathematics reform for students with learning disabilities*. Paper presented at the annual meeting of the Council for Exceptional Children, Vancouver, Canada.
- Xin, Y. P., & Jitendra, A. K. (2004). Effects of mathematical word problem solving instruction on middle school students with learning problems. *The Journal of Special Education*, 42, 200-218.
- Zawaiza, T. B. W., & Gerber, M. M. (1993). Effects of explicit instruction on community college students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 16, 64-79.

A Comparison of Two Methods of Instruction on Mathematical Word Problem

Kim, Euk Gon (Seoul Insu Elementary School)

This study compared two problem solving instructional approaches, schema based sequence instruction and schema based parallel instruction on word problem solving performance of elementary school students who were in general students group. The subjects totaled 48 third grade students who were exposed to a test that consisted of 9 word problem items of three types for 4 sessions. First of all, the baseline of word problem performance level was measured without any training. During session 1, 2 and 3 participants were put into strategic training

groups. The experiment was designed by two between factor(two intervention group and two within factors(two problem types, three sessions). The results of experiment were as follows. Schema based sequence instruction group performed significantly better than students in another group on word problem solving performance. The effect of strategic schema based instruction revealed that solving word problems relied upon problem types, sessions and input orders which were of great value.

* key words : schemas(도식), problem solving(문제해결), representation(표상), word problem (문장제)

논문접수 : 2009. 7. 16

논문수정 : 2009. 8. 27

심사완료 : 2009. 9. 11