

오드 연결망 O_d 에서 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리를 구성하는 알고리즘

(Constructing Algorithm for Optimal Edge-Disjoint Spanning Trees in Odd Interconnection Network O_d)

김 종 석 [†] 이 형 옥 ^{**} 김 성 원 ^{***}
 (Jongseok Kim) (Hyeongok Lee) (Sung Won Kim)

요 약 오드 연결망은 그래피론 모델의 하나로 발표되었는데, [1]에서 고장허용 다중컴퓨터에 대한 하나의 모형으로 소개되었고, 여러 가지 유용한 성질들 - 간단한 라우팅 알고리즘, 최대고장허용도, 노드 중복 없는 경로 등 - 이 분석되었다. 본 논문에서는 오드 연결망 O_d 에서 에지 중복 없는 스패닝 트리를 구성하는 알고리즘을 제안한다. 그리고 제안한 알고리즘에 의해 구성된 에지 중복 없는 스패닝 트리가 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리임을 증명한다.

키워드 : 상호연결망, 오드연결망, 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리

Abstract Odd network was introduced as one model of graph theory. In [1], it was introduced as a class of fault-tolerant multiprocessor networks and analyzed so many useful properties such as simple routing algorithms, maximal fault tolerance, node axsjoint path, etc. In this paper, we saw a construction algorithm of edge-axsjoint spanning trees in Odd network O_d . Also, we prove that edge-disjoint spanning tree generated by our algorithm is optimal edge-disjoint spanning tree.

Key words : Interconnection Network, Odd Network, Optimal Edge-Disjoint Spanning Tree

1. 서 론

현대의 공학과 과학 기술의 발달, 특히 VLSI 기술과 광섬유(optic fiber) 기술의 발달로 인해 고성능 컴퓨터에 대한 요구 증가로 병렬 처리 컴퓨터에 대한 관심이 증가하고 있다. 병렬 처리 컴퓨터는 크게 다중 프로세서(multi-processor) 시스템과 다중 컴퓨터(multi-computer) 시스템으로 나눌 수 있다. 다중 컴퓨터 시스템은

자신의 메모리를 갖는 프로세서들을 상호 연결망으로 연결하고 프로세서들 사이에 통신은 상호 연결망을 통해 메시지를 교환하는 방식으로 이루어진다. 이러한 다중 컴퓨터에서 각 프로세서를 연결하는 상호 연결망 구조는 전체 시스템의 성능 및 확장성에 큰 영향을 미치는 것으로 병렬 처리 컴퓨터 개발의 기반 기술 제공을 위해 그 필요성이 증가되고 있다.

상호연결망은 각 프로세서들을 노드로, 프로세서들 사이에 통신 채널을 에지로 표현한다. 상호연결망을 구성하는 요소 즉, 프로세서(processor)와 통신 링크(link)들이 증가하면서 구성 요소들의 고장 가능성은 더욱더 높아지고 있으므로 대규모 연결망일수록 높은 고장 허용도를 필요로 하며, 연결망의 일부분에서 고장이 발생해도 전체 성능을 유지할 수 있는 방안들이 요구된다. 특히 상호연결망에서는 프로세서와 프로세서 간에 메시지 전송을 위한 라우팅 알고리즘과 최단 경로 길이에 의해 성능이 결정된다[2].

본 논문에서는 오드연결망 O_d 에서 에지 중복 없는 스패닝 트리를 구성하는 방법을 제안한다. 오드 연결망은 그래피론 모델의 하나로 발표되었는데, [1]에서 Ghafoor가 상호연결망으로 소개하였고, 지금까지 노드 및

[†] 정 회 원 : 영남대학교 정보통신공학과 교수
rockhee7@gmail.com

^{**} 정 회 원 : 순천대학교 컴퓨터교육과 교수
oklee@sunchon.ac.kr
(Corresponding author)

^{***} 정 회 원 : 영남대학교 정보통신공학과 교수
swon@ynu.ac.kr

논문접수 : 2008년 9월 19일

심사완료 : 2009년 6월 5일

Copyright©2009 한국정보과학회 : 개인 목적이나 교육 목적인 경우, 이 저작물의 전체 또는 일부에 대한 복사본 혹은 디지털 사본의 제작을 허가합니다. 이 때, 사본은 상업적 수단으로 사용할 수 없으며 첫 페이지에 본 문구와 출처를 반드시 명시해야 합니다. 이 외의 목적으로 복제, 배포, 출판, 전송 등 모든 유형의 사용행위를 하는 경우에 대하여는 사전에 허가를 얻고 비용을 지불해야 합니다.

정보과학회논문지 : 시스템 및 이론 제36권 제5호(2009.10)

에지 대칭성, 노드 중복 없는 경로, 고장 지름, 고장 허용 라우팅 알고리즘과 고장 노드가 없는 라우팅 알고리즘, 하다마드 매트릭스(hadamard matrix)를 이용한 고장허용도, 해밀토니안 사이클, 임베딩, 일대다 방송 등이 발표되었다[1,3-7].

상호연결망에서 둘 이상의 스패닝 트리 내부에서 동일한 방향성 에지가 중복하여 사용되지 않을 때, 그 스패닝 트리를 에지 중복 없는 스패닝 트리(edge-disjoint spanning trees)라 한다. 상호연결망에서 에지 중복 없는 스패닝 트리에 관한 연구들이 [8-12]에서 발표되었다. 상호연결망에서 에지 중복 없는 스패닝 트리는 연결망의 두 가지 성능 분석을 위해 주로 사용된다. 첫째, 상호연결망의 고장허용도의 성능 향상을 위해서이고 둘째, 상호연결망의 효율적인 방송 기법을 분석하기 위해서 사용된다. 상호연결망에서 만들어진 에지 중복 없는 스패닝 트리를 구성하는 에지들은 모두 방향성 에지들이다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 오드 연결망 O_d 의 성질에 대해 알아보고, 3장에서는 O_d 에서 에지 중복 없는 스패닝 트리를 구성하는 방법을 보이며, 마지막으로 결론을 맺도록 하겠다.

2. 관련 연구

오드 연결망 O_d 의 노드수는 $\binom{2d-1}{d}$ 이고, 분지수는 d 이며, 지름 $D(O_d)$ 은 $d-1$ 이다. 각 노드는 $2d-1$ 개의 이진비트스트링으로 구성되어 있고, $x_1x_2...x_i...x_{2d-1}$ 으로 나타내며, 각 노드를 구성하는 이진비트스트링을 보면 이진수 1의 개수가 0의 개수보다 한 개 많다. 두 노드를 연결하는 에지가 존재하는 경우는 오직 한 개의 비트스트링만 같은 두 노드 $U=x_1x_2...x_i...x_{2d-1}$ 와 $V=x_1x_2...x_i...x_{2d-1}$ 사이에 i -에지가 존재한다($1 \leq i \leq 2d-1$). 다시 표현하면, 각 노드를 구성하는 이진비트스트링 중에서 하나의 비트스트링 x_i 를 제외한 나머지 비트스트링들을 모두 보수로 변환하는 치환을 σ_i 라 하면, $U=\sigma_i(V)$ 인 두 노드 U 와 V 사이에 i -에지가 존재한다. 본 논문에서는 오드 연결망 O_d 의 노드 주소를 나타낼 때 $d-1$ 개의 0과 d 개의 1로 구성된 노드 $U=0...01...1$ 을 $U=0^{d-1}1^d$ 로 표현하겠다.

오드 연결망 O_d 의 임의의 두 노드를 $U=u_1u_2...u_i...u_{2d-1}$ 와 $V=v_1v_2...v_i...v_{2d-1}$ 이라 할 때, 두 노드 U 와 V 사이에 Exclusive-OR 함수(\oplus)를 적용시킨 결과를 $R=r_1r_2...r_i...r_{2d-1}$, ($r_i=u_i \oplus v_i$)라고 표시하겠다($1 \leq i \leq 2d-1$). 두 노드 U 와 V 사이의 해밍거리 H_{UV} 는 $r_i=1$ 인 r_i 의 개수이다. 두 노드 U 와 V 사이의 거리(distance)를 $dist(U,V)$ 라고 표시하면, 두 노드 사이의 거리 $dist(U,V)$ 는

다음과 같다.

$$dist(U,V) = \min(H_{UV}, H_{U\bar{V}}) \quad (1)$$

임의의 노드 U 에서 치환 $\sigma_{k_1}, \sigma_{k_2}, \dots, \sigma_{k_t}$ 을 순차적으로 적용하여 정해지는 경로를 $[k_1, k_2, \dots, k_t]$ 로 표시하겠다. 두 노드 U 와 V 를 연결하는 최단경로를 P 라고 하면, P 에 포함되는 원소들의 집합은 $S=\{i | r_i=1, 1 \leq i \leq 2d-1\}$ 이거나 $S'=\{i | r_i=0, 1 \leq i \leq 2d-1\}$ 이다. 왜냐하면 임의의 두 노드 U 와 V 사이의 거리는 $dist(U,V) = \min(H_{UV}, H_{U\bar{V}})$ 임을 [1]에서 증명했기 때문에 U 와 V 사이의 거리가 H_{UV} 인 경우에는 P 에 포함되는 원소들의 집합은 S 이고, U 와 V 사이의 거리가 $H_{U\bar{V}}$ 인 경우에는 P 에 포함되는 원소들의 집합은 S' 이다. 최단경로 P 는 경로 P 를 구성하는 i 들 중에 홀수 위치에 있는 i 들의 순서 또는 짝수 위치에 있는 i 들의 순서에 상관없이 구성될 수 있다. 예를 들면 노드 $U=000011111$, 노드 $V=110011001$ 이라고 하면, $R=110000110$ 이므로 $H_{UV}=4$, $S=\{1,2,7,8\}$ 이고, $H_{U\bar{V}}=5$ 이고 $S'=\{3,4,5,6,9\}$ 이므로 $dist(U,V)=H_{UV}=4$ 임을 알 수 있고, 최단경로 P 는 $[7,1,8,2]$, $[8,1,7,2]$, $[7,2,8,1]$, $[8,2,7,1]$ 이다. 이러한 성질을 다음과 같이 정리할 수 있다.

성질 1. 오드 연결망 O_d 의 노드 U 를 0^i1^n 이라고 하고, U 를 출발 노드로 하는 두 개의 경로 $P=[k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_t]$ 와 $Q=[h_1, h_2, \dots, h_i, \dots, h_t]$ 가 있다고 하자($1 \leq i \leq t$). 만약 k_i 와 h_i 가 순서에 상관없이 서로 같으면 노드 U 로부터 경로 P 와 경로 Q 에 의해 도착하는 노드는 동일하다.

보조정리 1. 오드 연결망 O_d 에 존재하는 t 개의 치환들로 구성되는 경로 P 와 경로 P 를 구성하는 t 개의 치환들이 순환적(cyclic)으로 이동(rotate)하여 구성된 경로 Q 를 합치면 길이 $2t$ 인 짝수 사이클이 구성된다[1].

보조정리 2. 오드 연결망 O_d 에 존재하는 홀수 길이를 갖는 사이클의 최소 길이는 $2d-1$ 이다[3].

계층(level) L_0 부터 계층 L_n 까지의 $n+1$ 개의 계층으로 구성되어 있으며, 각 계층에 포함되어 있는 모든 노드는 상위 또는 하위 계층에 포함되어 있는 노드들과 연결되어 있는 연결망을 계층 연결망이라고 한다. 오드 연결망

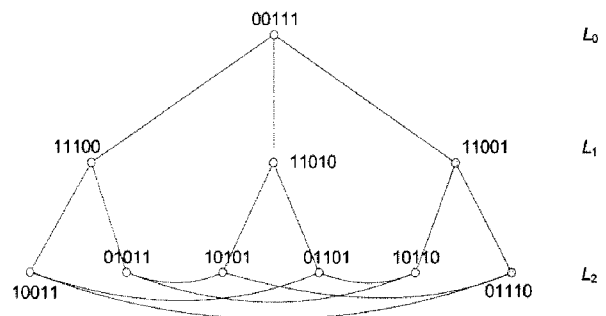


그림 1 유사 계층 연결망으로 나타낸 O_3

은 계층 연결망은 아니지만 계층 연결망과 비슷한 형태로 나타낼 수 있다. 본 논문에서는 계층 연결망과 비슷한 형태로 나타낸 오드 연결망을 유사 계층 연결망이라고 나타내겠다. 오드 연결망 O_d 를 유사 계층 연결망으로 나타내면 계층 L_0 부터 L_{d-1} 까지의 계층을 갖는다. 계층 L_0 부터 L_{d-1} 까지의 계층에 포함되어 있는 O_d 의 노드들은 상위 또는 하위 계층에 포함되어 있는 노드들과 연결되어 있지만, 계층 L_{d-1} 에 포함되어 있는 노드들은 상위 계층에 포함되어 있는 노드들뿐만이 아니라 같은 계층에 포함되어 있는 노드들과도 연결되어 있다. 오드 연결망 O_d 의 임의의 두 노드를 $U=0^{d-1}1^d$ 와 W 라고 하자. 만약 두 노드의 거리 $dist(U,W)$ 가 m 이면, 임의의 노드 W 는 계층 L_m 에 위치한다. 그림 1은 유사 계층 연결망으로 나타낸 O_3 이다.

3. 에지 중복 없는 스패닝 트리

오드 연결망 O_d 내부의 임의의 두 노드를 $U=0^{d-1}1^d$ 와 $V=b_1b_2\dots b_i\dots b_{2d-1}$ 라고 하고, 두 노드 사이에 XOR 함수를 적용한 결과를 $R=r_1r_2\dots r_i\dots r_{2d-1}$ 이라고 하며, $dist(U,V)=t$ 라고 하자. $r_i=1$ 인 i 들의 집합 R^1 을 다음과 같은 두 시퀀스로 구성하겠다. $1 \leq i \leq d-1$ 이면 $H_1=\langle i_1, i_2, \dots, i_g \rangle$ 이고, $d \leq i \leq 2d-1$ 이면 $H_2=\langle i_{g+1}, i_{g+2}, \dots, i_t \rangle$ 라고 하고, $i_1 < i_2 < \dots < i_g < \dots < i_t$ 이다. t 가 홀수이면 $g = \frac{t-1}{2}$ 이고, t 가 짝수이면 $g = \frac{t}{2}$ 이다. 또한, $r_i=0$ 인 i 들의 집합을 시퀀스 R^0 을 다음과 같은 두 시퀀스로 구성하겠다. $1 \leq i \leq d-1$ 이면 $H_3=\langle i_1, i_2, \dots, i_y \rangle$ 이고, $d \leq i \leq 2d-1$ 이면 $H_4=\langle i_{y+1}, i_{y+2}, \dots, i_t \rangle$ 이라고 하고, $i_1 < i_2 < \dots < i_y < \dots < i_t$ 이다. t 가 홀수이면 $y = \frac{t-1}{2}$ 이고, t 가 짝수이면 $y = \frac{t}{2}$ 이다.

$CR_x(S)$ 는 시퀀스 S 의 구성 요소를 왼쪽으로 로테이트(rotate)한 시퀀스이고, x 는 S 의 구성 요소를 로테이트한 횟수를 나타낸다. 예를 들어, $S=\langle 1,2,\dots,n \rangle$ 이면, $CR_0(S)=\langle 1,2,\dots,n \rangle$ 이고, $CR_3(S)=\langle 4,5,\dots,n,1,2,3 \rangle$ 이다. 본 논문에서는 홀수를 od , 짝수를 ev 로 표현하겠다.

오드 연결망 O_d 내부의 임의의 두 노드 U 와 V 를 연결하는 경로를 P 라고 하자. 경로 P 를 구성하는 원소들 중에 홀수 위치에 있는 원소들을 $S_1=(a_1, a_2, \dots, a_p)$ 이라고 나타내고, 짝수 위치에 있는 원소들을 $S_2=(b_1, b_2, \dots, b_q)$ 라고 나타내겠다($p=q$). 교환 순서(\otimes)는 S_1 과 S_2 의 원소들을 순서대로 하나씩 번갈아 나타내는 집합을 구성한다. 예를 들면, $S_1=\{5,6,7\}$, $S_2=\{2,3,4\}$ 라고 하면 $S_1 \otimes S_2 = \{5,2,6,3,7,4\}$ 이다.

오드 연결망 O_d 의 에지 중복 없는 스패닝 트리들을 다음과 같이 구성하겠다. 오드 연결망 O_d 는 노드 대칭

[3]이므로, 에지 중복 없는 스패닝 트리들의 정점을 $U=0^{d-1}1^d(\subset L_0)$ 라고 하겠다. 그러면 노드 U 의 자식 노드 $ch(U)(\subset L_1)$ 는 α -에지에 의해 노드 U 와 연결된다. 에지 중복 없는 스패닝 트리를 T_α 라고 표현 하겠다($d \leq \alpha \leq 2d-1$). T_α 의 정점 노드 U 는 오직 하나의 자식 노드 $ch(U)$ 만을 갖는다. 노드 U 와 V 사이에 XOR 함수를 적용한 결과에 따라 여섯 가지 경우로 나누어 에지 중복 없는 스패닝 트리를 구성하겠다. 노드 V 의 부모 노드 $pa(V)$ 를 구하는 알고리즘은 다음과 같다.

경우 1) $\alpha \subset H_2$ 이고 $V \subset L_{ev}$ 인 경우: $H_2=\langle i_{g+1}, i_{g+2}, \dots, i_{g+c}(\alpha), \dots, i_t \rangle$ 라 하고 $CR_x(H_2)=\langle s_{g+1}, s_{g+2}, \dots, s_t \rangle$ 라고 할 때, x 는 $i_{g+c}(\alpha)$ 이 $CR_x(H_2)$ 의 첫 번째 원소가 되도록 H_2 의 원소들을 왼쪽으로 로테이트 한 회수 즉, $i_{g+c}=s_{g+1}$ 이 되게 하는 로테이트 회수를 나타낸다. $CR_x(H_1)=\langle s_1, s_2, \dots, s_g \rangle$ 라고 하면, $CR_x(H_2) \otimes CR_x(H_1)=\langle s_{g+1}, s_1, s_{g+2}, s_2, \dots, s_{t-1}, s_g \rangle$ 이므로 노드 V 의 부모 노드 $pa(V)$ 는 $\sigma_{s_g}(V)$ 이다.

예를 들면, O_4 의 두 노드를 $U=0001111$, $V=1000111$ 라고 하고, $\alpha=4$ 라고 하자. 그러면, $t=2$, $R^1=\{1,4\}$, $H_1=\langle 1 \rangle$, $H_2=\langle 4 \rangle$ 이고, $x=0$ 이다. 그러므로 $CR_0(H_2)=\langle 4 \rangle$ 이고, $CR_0(H_1)=\langle 1 \rangle$ 임을 알 수 있고, $CR_0(H_2) \otimes CR_0(H_1)=\langle 4,1 \rangle$ 임을 알 수 있으므로, $pa(1000111)=\sigma_1(1000111)=1111000$ 이다.

경우 2) $\alpha \subset H_4$ 이고 $V \subset L_{od}$ 인 경우: $H_4=\langle i_{y+1}, i_{y+2}, \dots, i_{y+c}(\alpha), \dots, i_t \rangle$ 라 하고 $CR_x(H_4)=\langle s_{y+1}, s_{y+2}, \dots, s_t \rangle$ 라고 할 때, x 는 $i_{y+c}(\alpha)$ 이 $CR_x(H_4)$ 의 첫 번째 원소가 되도록 H_4 의 원소들을 왼쪽으로 로테이트한 회수 즉, $i_{y+c}=s_{y+1}$ 이 되게 하는 로테이트 회수를 나타낸다. $CR_x(H_3)=\langle s_1, s_2, \dots, s_y \rangle$ 라고 하면, $CR_x(H_4) \otimes CR_x(H_3)=\langle s_{y+1}, s_1, s_{y+2}, s_2, \dots, s_y, s_t \rangle$ 이므로 노드 V 의 부모 노드 $pa(V)$ 는 $\sigma_{s_t}(V)$ 이다.

예를 들면, O_4 의 두 노드를 $U=0001111$, $V=0111100$ 라고 하고, $\alpha=4$ 라고 하자. 그러면, $t=3$, $R^0=\{1,4,5\}$, $H_3=\langle 1 \rangle$, $H_4=\langle 4,5 \rangle$ 이고, $x=\alpha-d=4-4=0$ 이다. 그러므로 $CR_x(H_4)=\langle 4,5 \rangle$ 이고, $CR_x(H_3)=\langle 1 \rangle$ 임을 알 수 있고, $CR_x(H_4) \otimes CR_x(H_3)=\langle 4,1,5 \rangle$ 임을 알 수 있으므로, $pa(0111100)=\sigma_5(0111100)=1000111$ 이다.

경우 3) $\alpha \subset H_4$ 이고 $V \subset L_{ev}$ 이고 t -지름인 경우: $H_4=\langle i_{y+1}, i_{y+2}, \dots, i_{y+c}(\alpha), \dots, i_t \rangle$ 라 하고 $CR_x(H_4)=\langle s_{y+1}, s_{y+2}, \dots, s_t \rangle$ 라고 할 때, x 는 $i_{y+c}(\alpha)$ 이 $CR_x(H_4)$ 의 첫 번째 원소가 되도록 H_4 의 원소들을 왼쪽으로 로테이트 한 회수 즉, $i_{y+c}=s_{y+1}$ 이 되게 하는 로테이트 회수를 나타낸다. $CR_x(H_3)=\langle s_1, s_2, \dots, s_y \rangle$ 라고 하면, $CR_x(H_4) \otimes CR_x(H_3)=\langle s_{y+1}, s_1, s_{y+2}, s_2, \dots, s_y, s_t \rangle$ 이므로 노드 V 의 부모 노드 $pa(V)$ 는 $\sigma_{s_t}(V)$ 이다.

예를 들면, O_3 의 두 노드를 $U=00111$, $V=01101$ 라고 하고, $\alpha=3$ 라고 하자. 그러면, $t=2$, $R^0=\{1,3,5\}$, $H_3=\langle 1 \rangle$, $H_4=\langle 3,5 \rangle$, $\alpha(=3) \subset H_4$ 이며, $01101 \subset L_{ev}(od=2)$ 이다. 그러므로 $pa(01101)=\sigma_5(01101)=10011$ 이다.

경우 4) $\alpha \subset H_2$ 이고 $V \subset L_{od}$ 이고 t -지름, 지름-1인 경우: $H_2=\langle i_{g+1}, i_{g+2}, \dots, i_{g+c}(=\alpha), \dots, i_t \rangle$ 라 하고 $CR_x(H_2)=\langle s_{g+1}, s_{g+2}, \dots, s_t \rangle$ 라고 할 때, x 는 $i_{g+c}(=\alpha)$ 이 $CR_x(H_2)$ 의 첫 번째 원소가 되도록 H_2 의 원소들을 왼쪽으로 로테이트한 회수 즉, $i_{g+c}=s_{g+1}$ 이 되게 하는 로테이트 회수를 나타낸다. $CR_x(H_1)=\langle s_1, s_2, \dots, s_g \rangle$ 라고 하면, $CR_x(H_2) \oplus CR_x(H_1)=\langle s_{g+1}, s_1, s_{g+2}, s_2, \dots, s_{t-1}, s_g \rangle$ 이므로 노드 V 의 부모 노드 $pa(V)$ 는 $\sigma_{s_1}(V)$ 이다.

t -지름인 경우의 예를 들면, O_4 의 두 노드를 $U=0001111$, $V=0110110$ 라고 하고, $\alpha=4$ 라고 하자. 그러면, $t=3$, $R^1=\{2,3,4,7\}$, $H_1=\langle 2,3 \rangle$, $H_2=\langle 4,7 \rangle$, $\alpha(=4) \subset H_2$ 이며, $0110110 \subset L_{od}(od=3)$ 이다. 그러므로 $pa(0110110)=\sigma_3(0110110)=1011001$ 이다.

t -지름-1인 경우의 예를 들면, O_4 의 두 노드를 $U=001111$, $V=11001$ 라고 하고, $\alpha=4$ 라고 하자. 그러면, t -지름-1=1, $R^1=\{1,2,3,4\}$, $H_1=\langle 1,2 \rangle$, $H_2=\langle 3,4 \rangle$, $i_{g+c}(=\alpha=4) \subset H_2$ 이며, $11001 \subset L_{od}(od=1)$ 이다. 그러므로 $i_{g+c}=s_{g+1}$ 이 되게 하는 로테이트 회수는 1이므로 x 는 1임을 알 수 있고, $CR_x(H_2)=\langle 4,3 \rangle$ 이고, $CR_x(H_1)=\langle 2,1 \rangle$ 이므로, $pa(11001)=\sigma_1(11001)=10110$ 이다.

경우 5) $\alpha \not\subset H_2$ 이고 $V \subset L_{ev}$ 이고 $t \neq$ 지름인 경우: 노드 V 의 부모 노드 $pa(V)$ 는 $\sigma_\alpha(V)$ 이다.

예를 들면, O_4 의 두 노드를 $U=0001111$, $V=1001011$ 라고 하고, $\alpha=4$ 라고 하자. 그러면, $t=2$, $R^1=\{1,5\}$, $H_1=\langle 1 \rangle$, $H_2=\langle 5 \rangle$ 이고, $\alpha(=4) \not\subset H_2$ 이며, $1001011 \subset L_{ev}(ev=2)$ 이다. 그러므로 $pa(1001011)=\sigma_4(1001011)=0111100$ 이다.

경우 6) $\alpha \not\subset H_4$ 이고 $V \subset L_{od}$ 이고 $t \neq$ 지름, 지름-1인

경우: $H_2=\langle i_{g+1}, i_{g+2}, \dots, i_{g+c}(=\alpha), \dots, i_t \rangle$ 라 하고 $CR_x(H_2)=\langle s_{g+1}, s_{g+2}, \dots, s_t \rangle$ 라고 할 때, x 는 $i_{g+c}(=\alpha)$ 이 $CR_x(H_2)$ 의 첫 번째 원소가 되도록 H_2 의 원소들을 왼쪽으로 로테이트한 회수 즉, $i_{g+c}=s_{g+1}$ 이 되게 하는 로테이트 회수를 나타낸다. $CR_x(H_1)=\langle s_1, s_2, \dots, s_g \rangle$ 라고 하면, 노드 V 의 부모 노드 $pa(V)$ 는 $\sigma_{s_1}(V)$ 이다.

예를 들면, O_4 의 두 노드를 $U=00011111$, $V=1110100$ 라고 하고, $\alpha=4$ 라고 하자. 그러면, $t=1$, $R^1=\{1,2,3,4,6,7\}$, $H_1=\langle 1,2,3 \rangle$, $H_2=\langle 4,6,7 \rangle$, $\alpha(=4) \not\subset H_4$ 이며, $1110100 \subset L_{od}(od=1)$ 이다. 그러므로 $pa(1110100)=\sigma_1(1110100)=1001011$ 이다.

알고리즘에 의해 구성되는 에지 중복 없는 스패닝 트리의 높이(height)는 $d+1$ 이다.

정리 1. 노드 $U=0^{d-1}1^d$ 를 정점으로 하는 트리 T_α 는 O_d 의 스패닝 트리이다($d \leq \alpha \leq 2d-1$).

증명. 트리 T_α 를 구성하는 알고리즘에 사용된 노드들은 O_d 의 노드 U 와 임의의 노드 V 라고 했기 때문에 O_d 의 모든 노드는 트리 T_α 를 구성하는 모든 노드임을 명확하게 알 수 있다. 알고리즘에 의해 구성된 노드 U 와 노드 V 사이의 경로 P 가 고유한 경로(unique path)임을 보임으로써 트리 T_α 는 O_d 의 스패닝 트리라는 것을 보이겠다.

1) 알고리즘 경우 1,2,3,4를 보면 경로 P 는 $CR_x(H_2) \oplus CR_x(H_1)$ 또는 $CR_x(H_4) \oplus CR_x(H_3)$ 에 의해 구성되고 했으므로 T_α 내부의 고유한 노드 U 와 V 를 연결하는 경로 P 는 고유한 경로임을 명백하게 알 수 있다.

2) 알고리즘 경우 5를 보면 노드 V 의 부모 노드 $pa(V)$ 와 노드 U 를 연결하는 경로를 P' 라고 하면, 경로 P' 는 알고리즘 경우 1 또는 2에 의해 구해진 고유한 경로이다. 그러므로 노드 U 와 V 를 연결하는 경로 P 는 $[P', \alpha]$ 이므로 경로 P 는 고유한 경로임을 알 수 있다.

3) 알고리즘 경우 6을 보면 노드 V 의 부모 노드

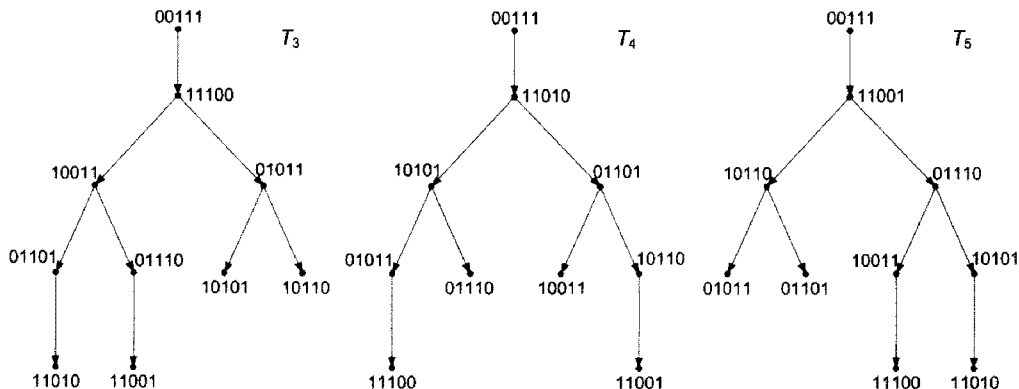


그림 2 O_3 의 에지 중복 없는 스패닝 트리들

$pa(V)$ 와 노드 U 를 연결하는 경로를 P' 라고 하면, 경로 P' 는 알고리즘 경우 5에 의해 구해진 고유한 경로이다. 그러므로 노드 U 와 V 를 연결하는 경로 P 는 $[P',s_1]$ 이므로 경로 P 는 고유한 경로임을 알 수 있다. □

정리 2. 노드 $U=0^{d-1}1^d$ 를 정점으로 하는 스패닝 트리 T_β 와 T_γ 는 에지 중복 없는 스패닝 트리이다($d \leq \beta \neq \gamma \leq 2d-1$).

증명. T_β 와 T_γ 는 O_d 의 스패닝 트리임을 정리 1에서 증명하였다. O_d 의 임의의 노드를 V 라고 하자. 스패닝 트리 T_β 내부의 노드 U 로부터 노드 V 에 이르는 경로를 P 라고 하고, 스패닝 트리 T_γ 내부의 노드 U 로부터 노드 V 에 이르는 경로를 Q 라고 하자. 경로 P 와 경로 Q 사이에 에지 중복이 없다는 것을 보임으로써 T_β 와 T_γ 는 에지 중복 없는 스패닝 트리임을 보이겠다. 다음의 다섯 가지 경우로 나누어 증명하겠다.

경우 1) 경로 P 와 경로 Q 의 경로 길이가 같은 경우 (알고리즘 경우 1, 2): 경로 P 를 구성하는 에지들과 경로 Q 를 구성하는 에지들은 성질 1에 의해 순서만 다르게 나열된 동일한 에지들임을 알 수 있다. 주어진 알고리즘에 의하면 경로 P 는 $CR_x(H_2) \oplus CR_x(H_1)$ 또는 $CR_x(H_4) \oplus CR_x(H_3)$ 에 의해 구성됨을 알 수 있고, 경로 Q 는 $CR_a(H_2) \oplus CR_a(H_1)$ 또는 $CR_a(H_4) \oplus CR_a(H_3)$ 에 의해 구성됨을 알 수 있다. $\beta \neq \gamma$ 이므로 $a \neq x$ 이다. 이것은 경로 Q 가 경로 P 를 왼쪽으로 $|a-x|$ 만큼 로테이트한 경로임을 나타낸다. 보조정리 1에 의해 경로 P 와 경로 Q 를 연결하면 에지 중복 없는 사이클을 구성하므로, 두 경로 상에는 에지 중복이 없다는 것을 알 수 있다.

경우 2) 경로 Q 의 길이=경로 P 의 길이+1인 경우 ($dist(U,V)=지름인$ 경우): 경로 P 는 $CR_x(H_2) \oplus CR_x(H_1)$ 에 의해 구성되고 경로 Q 는 $CR_a(H_4) \oplus CR_a(H_3)$ 에 의해 구성된다. 경로 P 와 경로 Q 를 구성하는 에지들은 서로 다른 에지임을 쉽게 알 수 있으므로, 두 경로 상에는 에지 중복이 없다는 것을 알 수 있다.

경우 3) 경로 Q 의 길이=경로 P 의 길이+2인 경우 (알고리즘 경우 5): 경로 Q 를 구성하는 첫 번째 에지와 마지막 에지는 γ 임을 주어진 알고리즘에 의해 알 수 있다. 그러므로 경로 Q 를 $[\gamma, Q', \gamma]$ 라고 하자. 그러면 경로 P 와 경로 Q' 의 경로 길이는 동일함을 알 수 있다. 스패닝 트리 T_γ 내부의 노드 $pa(V)$ 는 주어진 알고리즘에 의해 노드 V 와 γ -에지에 의해 연결되어 있다. 연결망 O_d 내부의 노드 V 와 γ -에지에 의해 연결된 노드는 $\sigma_\gamma(V)$ 이다. 그러면 노드 $pa(V)$ 와 노드 $\sigma_\gamma(V)$ 는 동일한 노드임을 알 수 있다. 즉, 노드 U 에 경로 $[P, \gamma]$ 를 적용하여 도착하는 노드와 경로 $[\gamma, Q']$ 를 적용하여 도착하는 노드는 $pa(V)(=\sigma_\gamma(V))$ 로 동일한 노드이다. 그러므로 성

질 1에 의해 노드 $pa(V)$ 에 이르는 경로 $[\gamma, Q']$ 를 구성하는 에지들과 노드 U 로부터 노드 $\sigma_\gamma(V)$ 에 이르는 경로 $[P, \gamma]$ 를 구성하는 에지들은 순서만 다르게 나열된 동일한 에지들임을 알 수 있다. 즉, 경로 P 와 경로 Q' 를 구성하는 에지들은 나열된 순서만 다른 동일 에지들로 구성된 경로들임을 알 수 있다. 주어진 알고리즘에 의해 노드 U 로부터 노드 $pa(V)(=\sigma_\gamma(V))$ 에 이르는 경로 $[\gamma, Q]$ 는 $CR_x(H_4) \oplus CR_x(H_3)$ 에 의해 구성됨을 알 수 있고, 경로 $[P, \gamma]$ 는 $CR_a(H_4) \oplus CR_a(H_3)$ 에 의해 구성됨을 알 수 있다. $\beta \neq \gamma$ 이므로 $a \neq x$ 이다. 이것은 경로 $[\gamma, Q]$ 가 경로 $[P, \gamma]$ 를 왼쪽으로 $|a-x|$ 만큼 로테이트한 경로임을 나타낸다. 보조정리 1에 의해 경로 $[\gamma, Q]$ 와 경로 $[P, \gamma]$ 를 연결하면 에지 중복 없는 사이클을 구성하므로, 두 경로 상에는 에지 중복이 없다는 것을 알 수 있다. 그러므로 경로 P 와 경로 Q 사이에는 에지 중복이 존재하지 않는다.

경우 4) 경로 Q 의 길이=경로 P 의 길이+3인 경우 ($V \subset L_{O_d}$ 이고 $dist(U,V)=지름-1$ 인 경우): 경로 P 는 $CR_x(H_2) \oplus CR_x(H_1)$ 에 의해 구성되고 경로 Q 는 $CR_a(H_4) \oplus CR_a(H_3)$ 에 의해 구성된다. 경로 P 와 경로 Q 를 구성하는 에지들은 서로 다른 에지임을 쉽게 알 수 있으므로, 두 경로 상에는 에지 중복이 없다는 것을 알 수 있다.

경우 5) 경로 Q 의 길이=경로 P 의 길이+4인 경우 (알고리즘 경우 6): 알고리즘에 의해 경로 Q 를 구성하는 첫 번째 에지와 두 번째 에지가 γ -에지와 s_1 -에지임을 알 수 있고, 노드 V 와 노드 $pa(V)$ 를 연결하는 에지는 s_1 -에지이며, 노드 $pa(V)$ 와 노드 $pa(pa(V))$ 를 연결하는 에지는 γ -에지임을 알 수 있다. 그러므로 경로 Q 를 $[\gamma, s_1, Q', \gamma, s_1]$ 라고 하자. 연결망 O_d 내부의 노드 V 와 s_1 -에지에 의해 연결된 노드를 $\sigma_{s_1}(V)$ 라고 하고, $\sigma_{s_1}(V)$ 와 γ -에지에 의해 연결된 노드를 $\sigma_\gamma(\sigma_{s_1}(V))$ 라고 하자. 그러면 노드 $pa(pa(V))$ 와 노드 $\sigma_\gamma(\sigma_{s_1}(V))$ 는 동일한 노드임을 알 수 있다.

즉, 노드 U 에 경로 $[P, s_1, \gamma]$ 를 적용하여 도착하는 노드와 경로 $[\gamma, s_1, Q']$ 를 적용하여 도착하는 노드는 $pa(pa(V))(\sigma_\gamma(\sigma_{s_1}(V)))$ 로 동일한 노드이다. 그러므로 성질 1에 의해 노드 $pa(pa(V))$ 에 이르는 경로 $[\gamma, s_1, Q']$ 를 구성하는 에지들과 노드 U 로부터 노드 $\sigma_\gamma(\sigma_{s_1}(V))$ 에 이르는 경로 $[P, s_1, \gamma]$ 를 구성하는 에지들은 순서만 다르게 나열된 동일한 에지들임을 알 수 있다. 즉, 경로 P 와 경로 Q' 를 구성하는 에지들은 나열된 순서만 다른 동일 에지들로 구성된 경로들임을 알 수 있다. 주어진 알고리즘에 의해 노드 U 로부터 노드 $pa(pa(V))(\sigma_\gamma(\sigma_{s_1}(V)))$ 에 이르는 경로 $[\gamma, s_1, Q]$ 는 $CR_x(H_4) \oplus CR_x(H_3)$ 에 의해

구성됨을 알 수 있고, 경로 $[P, s_1, \gamma]$ 는 $CR_d(H_4) \oplus CR_d(H_3)$ 에 의해 구성됨을 알 수 있다. $\beta \neq \gamma$ 이므로 $\alpha \neq x$ 이다. 이것은 경로 $[\gamma, s_1, Q]$ 가 경로 $[P, s_1, \gamma]$ 를 왼쪽으로 $|a-x|$ 만큼 로테이트한 경로임을 나타낸다. 보조정리 1에 의해 경로 $[\gamma, s_1, Q]$ 와 경로 $[P, s_1, \gamma]$ 를 연결하면 에지 중복 없는 사이클을 구성하므로, 두 경로 상에는 에지 중복이 없다는 것을 알 수 있다. 그러므로 경로 P 와 경로 Q 사이에는 에지 중복이 존재하지 않는다.

이상의 증명에 의하여, T_β 와 T_γ 는 에지 중복 없는 스패닝 트리임을 알 수 있다. \square

정리 3. 노드 $U=0^{d-1}1^d$ 를 정점으로 하는 스패닝 트리 T_α 는 O_d 의 에지 중복 없는 최적(optimal) 스패닝 트리이다($d \leq \alpha \leq 2d-1$).

증명. O_d 의 임의의 노드를 V 라고 하고, 노드 U 로부터 노드 V 에 이르는 최단 경로를 Q 라 하며, 스패닝 트리 T_α 내부의 노드 U 로부터 노드 V 에 이르는 경로를 P 라고 하자. T_α 를 구성하는 경로 P 가 에지 중복 없는 스패닝 트리를 구성하기 위한 최적 거리를 갖는다는 것을 보임으로 T_α 가 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리임을 보이겠다. 다섯 가지 경우로 나누어 증명하겠다.

경우 1) $\alpha < H_2$ 이고 $V \subset L_{ev}$ 이거나 $\alpha < H_4$ 이고 $V \subset L_{od}$ 인 경우: 알고리즘에 의해 노드 U 로부터 노드 V 에 이르는 경로 P 의 거리= Q 의 거리이므로 경로 P 가 최적 거리를 갖는다는 것을 쉽게 알 수 있다.

경우 2) $\alpha < H_4$ 이고 $V \subset L_{ev}$ 이고 $dist(U, V) = \text{지름}$ 이거나 $\alpha < H_2$ 이고 $V \subset L_{od}$ 이고 $dist(U, V) = \text{지름}$ 인 경우: 경로 Q 상에는 α -에지가 존재하지 않기 때문에 경로 P 의 거리 $\neq Q$ 의 거리이다. 알고리즘에 의해 노드 U 로부터 노드 V 에 이르는 경로 P 의 거리= $dist(U, V)+1$ 이므로 경로 P 가 최적 거리를 갖는다는 것을 알 수 있다.

경우 3) $\alpha \not< H_2$ 이고 $V \subset L_{ev}$ 이고 $dist(U, V) \neq \text{지름}$ 인 경우: 경로 Q 상에는 α -에지가 존재하지 않기 때문에 경로 P 의 거리 $\neq dist(U, V)$ 이다. 그리고 P 의 거리 $\neq dist(U, V)+1$ 이다. 왜냐하면 P 의 거리= $dist(U, V)+1$ 이면, 노드 V 와 부모 노드 $pa(V)$ 가 동일 계층에 위치해야만 하는데 O_d 가 유사 계층 연결망이므로 주어진 조건에서는 동일 계층에 위치한 노드 사이에는 에지가 존재할 수 없기 때문이다. 주어진 알고리즘에 의해 노드 $V(\subset L_{ev})$ 는 부모노드 $pa(V)(\subset L_{od})$ 와 α -에지에 의해 연결된다. $od=ev+1$ 이다. 왜냐하면, O_d 가 유사 계층 연결망이므로 노드 V 와 노드 $pa(V)$ 는 동일 계층에 존재할 수 없고, 만약 $od=ev-1$ 이면, 노드 $pa(V)$ 는 경로 Q 상에 존재하는 노드가 되기 때문이다. 노드 U 로부터 노드 $pa(V)$ 까지의 경로를 P' 라고 하면, 경로 P' 는 경우 1에 의해 최적 거리를 갖는 경로임을 알 수 있으므로, 거리

$od+1(=dist(U, V)+2)$ 를 갖는 경로 P 는 최적임을 알 수 있다.

경우 4) $\alpha < H_2$ 이고 $V \subset L_{od}$ 이고 $dist(U, V) = \text{지름}-1$ 인 경우: 경로 Q 상에는 α -에지가 존재하지 않기 때문에 경로 P 의 거리 $\neq dist(U, V)$ 이다. 그리고 P 의 거리 $\neq dist(U, V)+1$ 이다. 왜냐하면 P 의 거리= $dist(U, V)+1$ 이면, 노드 V 와 부모 노드 $pa(V)$ 가 동일 계층에 위치해야만 하는데 O_d 가 유사 계층 연결망이므로 주어진 조건에서는 동일 계층에 위치한 노드 사이에는 에지가 존재할 수 없기 때문이다. 또한 P 의 거리 $\neq dist(U, V)+2$ 이다. 증명을 위해 P 의 거리= $dist(U, V)+2$ 라고 하자. $V \subset L_{od}$ 라고 했으므로 $pa(V) \subset L_{ev}$ 이고, $od=ev-1$ 이다. 그러므로 노드 V 와 노드 $pa(V)$ 를 연결하는 i -에지는 $1 \leq i \leq d-1$ 이다. 그리고 O_d 에서 경로 Q 와 경로 P 를 연결하면 하나의 사이클을 구성함을 알 수 있다. 경로 Q 상에는 α 가 존재하지 않지만 경로 P 상에는 α 가 존재한다. 이것은 보조정리 1에 의해 사이클을 구성할 수 없음을 나타낸다. 그러므로 P 의 거리 $\neq dist(U, V)+2$ 이다. 경로 Q 와 경로 P 를 연결하여 사이클을 구성하는 경우는 보조정리 2에 의해 사이클이 구성됨을 나타낸다. 사이클의 길이는 $2d-1$ 이므로, P 의 거리= $2d-1-(\text{지름}-1)=2d-1-(d-2)=d+1=dist(U, V)+3$ 이다.

경우 5) $\alpha \not< H_4$ 이고 $V \subset L_{od}$ 이고 $dist(U, V) \neq \text{지름}$, 지름-1인 경우: 경로 Q 상에는 α -에지가 존재하지 않기 때문에 경로 P 의 거리 $\neq dist(U, V)$ 이다.

그리고 P 의 거리 $\neq dist(U, V)+1$ 이다. 왜냐하면 P 의 거리= $dist(U, V)+1$ 이면, 노드 V 와 부모 노드 $pa(V)$ 가 동일 계층에 위치해야만 하는데 O_d 가 유사 계층 연결망이므로 주어진 조건에서는 동일 계층에 위치한 노드 사이에는 에지가 존재할 수 없기 때문이다.

또한 P 의 거리 $\neq dist(U, V)+2$ 이다. 증명을 위해 P 의 거리= $dist(U, V)+2$ 라고 하자. $V \subset L_{od}$ 라고 했으므로 $pa(V) \subset L_{ev}$ 이고, $od=ev-1$ 이다. 그러므로 노드 V 와 노드 $pa(V)$ 를 연결하는 i -에지는 $1 \leq i \leq d-1$ 이다. 그리고 O_d 에서 경로 Q 와 경로 P 를 연결하면 하나의 사이클을 구성함을 알 수 있다. 경로 Q 상에는 α 가 존재하지 않지만 경로 P 상에는 α 가 존재한다. 이것은 보조정리 1에 의해 사이클을 구성할 수 없음을 나타낸다. 그러므로 P 의 거리 $\neq dist(U, V)+2$ 이다.

그리고 P 의 거리 $\neq dist(U, V)+3$ 이다. 왜냐하면 P 의 거리= $dist(U, V)+3$ 이면, 경로 P 를 구성하는 임의의 노드 W 와 부모 노드 $pa(W)$ 가 동일 계층에 위치해야만 하는데 O_d 가 유사 계층 연결망이므로 주어진 조건에서는 동일 계층에 위치한 노드 사이에는 에지가 존재할 수 없기 때문이다.

주어진 알고리즘에 의해 노드 $V(\subset L_{od})$ 는 부모노드

$pa(V)(\subset L_{ev})$ 와 s_1 -에지에 의해 연결된다. $ev=od+1$ 이다. 왜냐하면, T_α 는 트리이기 때문에 노드 V 와 노드 $pa(V)$ 는 동일 계층에 존재할 수 없고, 만약 $ev=od-1$ 이면, 노드 $pa(V)$ 는 경로 Q 상에 존재하는 노드가 되기 때문이다. 주어진 알고리즘에 의해 노드 $pa(V)(\subset L_{ev})$ 는 부모 노드 $pa(pa(V))(\subset L_{od'})$ 와 α -에지에 의해 연결된다. $od'=ev+1$ 임을 경우 3에 의해 알 수 있다. 노드 U 로부터 노드 $pa(pa(V))$ 까지의 경로를 P' 라고 하면, 경로 P' 는 경우 1에 의해 최적 거리를 갖는 경로임을 알 수 있으므로, 두 노드 U 와 V 사이에 최단 거리 $dist(U,V)$ 가 존재하지 않는 스패닝 트리 T_α 상에서 거리 $od'+2 (=dist(U,V)+4)$ 를 갖는 경로 P 는 최적임을 알 수 있다.

정리 1에 의해 T_α 는 O_d 의 스패닝 트리임을 보였고, 다섯 가지 경우로 나누어 T_α 에 존재하는 모든 경로 P 가 최적 거리를 갖는다는 것을 보였으므로, T_α 는 O_d 의 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리이다. □

$N=\binom{2d-1}{d}$ 라 하자. 정리 1에 의해 T_α 는 O_d 의 스패닝 트리임을 보였으므로 T_α 를 구성하는 시간 복잡도는 $O(N)$ 이다. 주어진 알고리즘에 의해 구성할 수 있는 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리의 개수는 d 개임을 정리 2에 의해 알 수 있다. 그러므로 다음과 같은 정리를 구할 수 있다.

정리 4. 오드 연결망 O_d 에서 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리를 구성하는 시간 복잡도는 $O(dN)$ 이다.

4. 결론

본 논문에서는 상호연결망 O_d 에서 에지 중복 없는 스패닝 트리를 구성하는 알고리즘을 제시하였고, 알고리즘에 의해 구성된 에지 중복 없는 스패닝 트리가 최적 스패닝 트리임을 보였다. 제시한 알고리즘에 의해 상호연결망 O_d 의 하나의 노드가 분지수-1개의 에지가 고장이 발생해도 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리를 구성할 수 있다는 것을 알 수 있고, 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리에 의해 고장 에지를 갖는 하나의 노드로부터 상호연결망 O_d 의 다른 모든 노드로 에지 중복 없이 메시지를 전달할 수 있음을 알 수 있다. 상호연결망 O_d 이 에지 중복 없는 최적 스패닝 트리를 갖는다는 것은 고장허용도가 우수한 연결망임을 의미하고, 효율적인 방송 및 메시지 전송이 가능함을 의미한다. 본 논문의 연구결과는 향후 오드 연결망의 다대다 방송, 일대다 노드 중복 없는 경로 등을 연구하는데 유용한 자료가 될 것이다.

참고 문헌

[1] A. Ghafoor and T. R. Bashkow, "A Study of Odd

Graphs as Fault-Tolerant Interconnection Networks," *IEEE Trans. Computers*, vol.40, no.2 pp.225-232, 1991.

[2] S. B. Akers, D. Harel, and B. Krishnamurthy, "The Star Graph: An Attractive Alternative to the n-Cube," *Proc. Int'l. Conf. on Parallel Processing*, pp.393-400, 1987.

[3] N. Biggs, "Some Odd Graph Theory," *Annals of New York Academy of Sciences*, vol.319, pp.71-81, 1979.

[4] J.-S. Kim, E. Cheng, L. Liptak and H.-O. Lee, "Embedding hypercubes, rings and odd graphs into Hyper-stars," *International Journal of Computer Mathematics*, vol.86, no.5, pp.771-778, 2009.

[5] J.-S. Kim, H.-O. Lee, "Comments on "A Study of Odd Graphs as Fault-Tolerant Interconnection Networks," *IEEE Transaction on Computers*, vol.57, no.6, p.864, 2008.

[6] J.-S. Kim, H.-O. Lee, "One-to-All Broadcasting of Odd Networks for One-port and All-port Models," *ETRI Journal*, vol.30, no.6, pp.856-858, 2008.

[7] G.H.J. Meredith, E.K. Llyod, "The Hamiltonian Graphs O_4 to O_7 ," in *Combinatorics, D.J.A. Welsh and D.R. Woodal (Eds.)*, Institute of Mathematics and Applications, Southend-On-Sea pp.229-236, 1972.

[8] P. Fragopoulou and S.G. Akl, "Edge-disjoint spanning trees on the star network with applications to fault tolerance," *IEEE Trans. Computers*, vol.45, no.2, pp.174-185, 1996.

[9] P. Fraigniaud and C.T. Ho, "Arc-disjoint spanning trees on the cube connected cycles network," *Proc. International Conference on Parallel Processing*, vol.1, pp.225-229, 1991.

[10] S.L. Johnson and C.T. Ho, "Optimal broadcasting and personalized communication in hypercubes," *IEEE Trans. Computers*, vol.38, no.9, pp.1249-1268, 1989.

[11] C.-T. Lin, "Embedding $k(n-k)$ edge-disjoint spanning trees in arrangement graphs," *J. Parallel and Distributed Computing*, vol.63, pp.1277-1287, 2003.

[12] W. Shi and P.K. Srimani, "One to all broadcast in hyper butterfly networks," *International Conference on High Performance Computing*, pp.155-162, 1998.



김 종 석

1995년 순천대학교 전산학과(학사). 2001년 순천대학교 컴퓨터학과(이학석사) 2004년 순천대학교 컴퓨터학과(이학박사). 2005년~2008년 오클라호마 주립대학교 컴퓨터학과 박사후과정. 2008년~현재 영남대학교 전자정보공학부 연구교수. 관심분야는 병렬 및 분산처리, 계산이론, 네트워크 설계 및 분석

이 형 옥

정보과학회논문지 : 시스템 및 이론
제 36 권 제 3 호 참조



김 성 원

1990년 서울대학교 제어계측공학과(학사)
1992년 서울대학교 제어계측공학과(공학
석사). 2002년 서울대학교 전기컴퓨터공
학부(공학박사). 2005년~현재 영남대학
교 전자정보공학부 부교수. 관심분야는
무선 네트워크, 모바일 네트워크, 임베디

드시스템