論文 DOI:10.5139/JKSAS.2010.38.12.1184

Sub-Phase를 고려한 달착륙선의 Descent/Ascent phase 최적 궤적 생성

조성진*, 민찬오*, 이대우**, 조겸래***

Optimal Trajectory Design of Descent/Ascent phase for a Lunar Lander With Considerable Sub-Phases

Sung-Jin Jo*, Chan-Oh Min*, Dae-Woo Lee** and Kyeum-Rae Cho***

ABSTRACT

The descent and ascent phases for a lunar lander are composed of several phases. Accordingly, the constraints and control values adequate for each phase are required in order to generate optimal lander's trajectory. The optimal trajectories for descent and ascent phases are generated by the cost function to minimize fuel consumption & attitude variation rates. In this paper, the optimal control problem to make trajectory uses Gauss pseudo-spectral method which is one of the direct approach method. This problem generates lander's reference trajectory, states and controls.

초 록

달 착륙과 이륙은 착륙선의 자세 및 고도에 따라서 몇 가지 단계로 나누어져 있다. 따라서 최적의 착륙선 궤적을 생성하기 위해서는 각 단계에 맞는 구속 조건과 제어 값이 필요하다. 착륙과 이륙의 최적궤적생성은 연료소모 및 자세변화율을 최소화 하는 가격함수를 이용하여 최적화를 수행하였다. 본 논문에서는 궤적을 생성하는 최적제어 문제의 풀이 방법을 직접적인 접근방식중의 하나인 Gauss pseudo-spectral을 사용하였고, 이 문제로 착륙선의 기준 궤적과 상태 및 제어 값을 생성하였다.

Key Words : Lunar lander(달착륙선), Descent and ascent phase(착륙 및 이륙 단계), Optimal trajectory design(최적경로생성), Gauss pseudo-spectral(가우스 의추론)

Ⅰ. 서 론

최근 국외에서는 2009년 미국의 LCROSS(The Lunar Crater Observation and Sensing Satellite) 위성이 달의 남극에 충돌하는 실험을 성공적으로 수행함으로써 달에 물이 존재하는 것을 발견해 냈다. 또한 중국도 2012년 무인 우주선 창어 3호를 달에 착륙시키고, 2017년 이전에 우주인을 달에 보낼 계획이며, 일본, 인도 등의 아시아 우주선진국들이 무인 달 탐사 경쟁을 하고 있다.

국외의 우주개발 사업에 비교해 볼 때, 국내의 우주개발 사업은 인공위성에 큰 비중을 차지하고 있으며 달착륙선에 대한 연구는 선진국에 비해 미비한 실정이다. 2025년 계획하고 있는 달 탐사에 사용되는 300톤급 발사체 KSLV-2의 상단 페이로드는 약 1.5톤 정도로 예상되고 있다. 이에 따라 달 정지 궤도까지 이동하기 위한 여러 가지 궤도가 연구되고 있다. 특히 본 연구는 달착륙선

† 2010년 7월 13일 접수 ~ 2010년 11월 8일 심사완료
* 정회원, 부산대학교 항공우주공학과 대학원
** 정회원, 부산대학교 항공우주공학과
교신저자, E-mail : baenggi@pusan.ac.kr
부산광역시 금정구 장전동 산 30번지
*** 정회원, 부산대학교 항공우주공학과

이 착륙 과정과 귀환을 위한 이륙 과정을 진행함에 있어서 연료소모를 최소화 하는 것을 최우선으로 고려하였다. 이에 따라 한국형 달 착륙 모델을 제시하여 강인성 있는 달 착륙 유도제어 시스템을 개발하고자 한다.

달에 착륙하는 과정은 크게 직접착륙 방식과 간접 착륙 방식으로 나눌 수 있다. 직접 착륙 방식은 지구에서 발사되어 달의 대기궤도(parking orbit) 없이 바로 접근하여 착륙하는 방식이고 간접 착륙방식은 달의 대기궤도에 진입 후 궤도이탈 천이과정을 거쳐 동력하강 단계(powered descent phase)로 진입하는 방법이다. 직접 착륙 방식은 소요 시간이 적게 걸리는 반면 실패 시 우주 미아가 될 수 있으며 연료소모율 측면에서 비경제적이다. 미국의 아폴로 착륙선의 경우에는 간접착륙 방식을 택하였고 본 연구도 달착륙선이 대기 궤도에 진입하였다고 가정하였다.

달에 착륙하는 과정은 그림 1과 같이 크게 de-orbit descent phase, powered descent phase의 두 가지로 나누고, powered descent는 다시 breaking, approach, final landing의 3가지 sub-phase로 나눈다. 달에서 이륙하는 과정도 크게 vertical rise phase, orbit insertion phase 두 가지의 sub-phase로 나누어진다[1]. De-orbit descent phase는 parking orbit에서 hohmann transfer를 이용하여 powered descent phase를 수행하기 직전까지 달 근지점에 도달하게 되는 과정이고, breaking phase는 de-orbit descent phase에서 벗어나 속도와 고도를 줄이는 과정이다. approach phase는 달착륙선의 자세를 지면과 수직으로 맞추어 사람이나 영상센서가 착륙할 지면을 볼 수 있도록 하는 단계이며, final landing phase는 soft landing을 할 수 있도록 낮고 일정한 속도로 수직방향의 착륙을 하는 단계이다. Ascent phase는 수직으로 상승하여 고도를 올리는 단계인 vertical ascent phase, 타원 궤도로의 진입을 위한 orbit insertion phase로 나누어진다.

기존 달착륙 궤적을 생성하는 논문으로는 최종 속도의 오차를 가격함수로 놓고, CRS(Controlled Random Search) 알고리즘을 사용하여 2차원 궤적을 계산하는 방법[2], 고전적인 비선형 최적제어방법인 Yula equation을 바탕으로 하는, 시스템 모델링 오차를 폐루프 제어기로 보상하는 유도법칙으로 궤적을 생성하는 방법[3]. 그리고 Legendre pseudo-spectral 방법을 이용하여 연료소모를 최소화하는 달착륙선의 궤도를 구하는 방법[4] 등 여러 가지 논문들이 있다.

그러나 위의 논문들에서는 착륙 시, 단일 단계로만 궤적을 생성하고 제어를 수행하였다. 정밀하고 최적화된 경로생성을 하기 위해서는 세부적인 단계를 나누고 이에 맞는 조건들을 적용하는 것이 필요하다고 생각하여 본 논문에서는 powered descent phase와 ascent phase를 gauss pseudo-spectra 방법을 이용하여 각각의 단계에 대한 최적화 궤적을 도출하였고, 계산된 결과를 바탕으로 de-orbit descent phase의 시작 지점과 궤도를 Hohmann transfer 방법을 이용하여 계산해냈다.

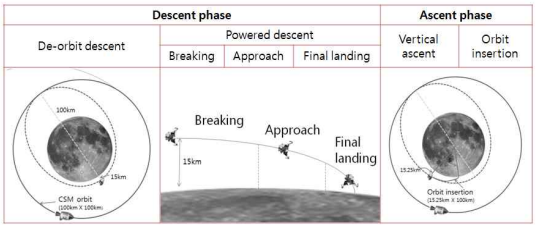

그림 1. 달착륙선의 착륙과 이륙의 세부 단계

II. 달 환경가정 및 착륙선의 모델링

2.1 달 환경 및 착륙선의 가정

달에는 대기가 없고 완전한 구로 가정하였다. 달의 파라미터 값은 아래 표 1과 같다. 달의 경도는 달을 바라보았을 때 정중앙을 0°로 하여 동경 0~180°, 서경 0~180°, 위도는 달의 적도면을 기준으로 북위0~90°, 남위0~90°로 각각 나누어진다.

그림 2와 같이 달 중심 관성좌표계(MCI)는 달의 중심에 고정되어 있으며 X, Y 평면은 달의 적도면에 위치하고 있다. Z축은 달의 자전축 방향으로 정해진다. 달 중심 고정좌표계(MCMF)는 달의 중심에 원점이 위치하며 달에 고정되어 있어서 달과 함께 자전하는 좌표계이다. 달과 함께 자전한다는 점에서 MCI 좌표계와 다르며 달의 자전 각속도를 통하여 상대적인 달착륙선의 속도를 구할 수 있다.

표 1. 달 환경의 파라미터 값

달의 자전속도 ω	$2.6632\times10^{-6} rad/s$
달의 반지름 r_m	$1737.4\,km$
표준중력파라미터 μ	$4902.78\,km^3/s^2$

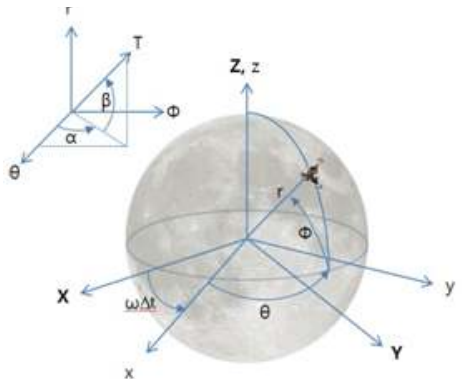

그림 2. MCI, MCMF, Local 좌표계

2.2 Translational dynamics

달착륙선의 위치(l)와 속도(v)는 Cartesian coordinates에 의해서 벡터로 표시된다.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{l^T} &= [x\ y\ z]\\ \overrightarrow{v^T} &= [v_x\ v_y\ v_z]\\ \overrightarrow{u_E} &= [u_{Ex}\ u_{Ey}\ u_{Ez}]\\ \overrightarrow{T} &= T u_E\end{aligned} \tag{1}$$

그리고 추력벡터 T는 추력 값 T와, 단위추력벡터 u_E로 이루어진다.

$$\begin{aligned}\dot{r} &= v\\ \dot{v} &= \left[-\frac{\mu}{r^3}r+\frac{T}{m}u_E\right]\end{aligned} \tag{2}$$

2.3 Mass flow equation

달착륙선은 엔진이 연소함에 따라 지속적으로 질량이 줄어든다. 따라서 사용하는 엔진과 RCS(Reaction control system)를 고려하여 다음과 같은 식을 이용한다.

$$\dot{m}=-\frac{T_{ENG}}{I_{sp,ENG}g_0}-\sum_{i=1}^{N_{RCS}}\frac{T_{i,RCS}}{I_{sp,ENG}g_0} \tag{3}$$

위 식의 첫 번째 부분은 메인엔진의 mass flow 식이고 두 번째 부분은 RCS의 Mass flow 식이다. RCS는 달 착륙석의 자세를 컨트롤 할 수 있는 작은 추력기이다. 주 엔진에 대한 추력보다 RCS에 대한 추력이 상당히 작으므로, 이 연구에서는 RCS에 대한 추력을 무시하고 Isp는 312초로 가정하였다.

$$\dot{m}=-\frac{T_{ENG}}{I_{sp,ENG}g_0}=-\frac{T}{I_{sp}g_0} \tag{4}$$

2.4 달착륙선의 3차원 운동방정식

최적 경로생성에서는 평면상의 운동을 나타내기 때문에 자세 동역학을 고려하지 않고 point mass로 가정하였다. 위의 식들을 종합하여 translational motion을 3차원으로 나타내면 달 궤도면의 달착륙선의 움직임은 다음과 같은 식으로 나타난다.

상태변수는 고도 r, 경도 θ, 위도 ϕ, 수직방향의 속도 v_r, 경도평면 방향의 속도 v_θ, 위도평면 방향의 속도 v_ϕ, 그리고 착륙선의 질량 m이다. 또한 제어변수는 추력 값 T, 로컬평면에 대해 정의된 자세각속도 ω_α(요), ω_β(피치)로 정의하였다.

$$\dot{r}=v_r \tag{5}$$

$$\dot{\theta}=\frac{v_\theta}{r\cos\phi} \tag{6}$$

$$\dot{\phi}=\frac{v_\phi}{r} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\dot{v_r}=&-\frac{T}{m}\sin\beta-\frac{\mu_m}{r^2}+\frac{v_\phi^2}{r}+\frac{v_\theta^2}{r}\\ &+r\omega^2\cos^2\phi+2\omega v_\theta\cos\phi\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\dot{v_\theta}=&\frac{T}{m}\cos\beta\cos\alpha-\frac{v_r v_\theta}{r}+\frac{v_\theta v_\phi\sin\phi}{r\cos\phi}\\ &+2\omega v_\phi\sin\phi-2\omega v_r\cos\phi\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\dot{v_\phi}=&\frac{T}{m}\cos\beta\sin\alpha-\frac{v_r v_\phi}{r}-\frac{v_\theta^2\sin\phi}{r\cos\phi}\\ &-r\omega^2\sin\phi\cos\phi-2\omega v_\theta\sin\phi\end{aligned} \tag{10}$$

$$\dot{m}=-\frac{T}{I_{sp}g_0} \tag{11}$$

$$\dot{\alpha}=\omega_\alpha \tag{12}$$

$$\dot{\beta}=\omega_\beta \tag{13}$$

III. 경계조건 설정 및 최적화

3.1 최적화 방법

궤적 최적화 문제를 다루기 위한 방법은 간접적인 방법과 직접적인 방법이 있다. 간접적인 방법은 costate의 미분 방정식과 Pontryagin의 최소원리, 그리고 경계조건을 이용하여 최적 해를 구하는 방법으로 초기의 costate 예측이 필요하고,

직접적인 방법은 초기의 상태변수와 입력 값을 예측하여 목적함수를 바로 최소화 하는 방법이다. 본 논문에서는 달착륙선이 착륙을 하기 위한 궤적 및 여러 가지 상태변수들을 제어변수와 같이 운동방정식을 통하여 근사화하기 위해서 직접적인 접근방법인 Gauss pseudo-spectral method을 이용하였다. Gauss pseudo-spectral 방법은 각각의 마지막 점을 시간 간격 순으로 배열하지 않는다는 점에 있어서 다른 pseudo -spectral 방법들과 차이가 있는데, 이 배열들은 costate의 적절한 근사치에 의해서 결합된다. 본 논문은 Matlab tool인 GPOCS(Gauss Pseudo spectral Optimal Control Software)를 이용하여 최적 경로 생성문제를 해결하였다.

가격함수의 최소가 되는 상태 $x(\tau)\in R^n$, 제어값, $u(\tau)\in R^n$, 초기시간 t_0, 최종시간 t_f인 문제의 해를 구하는 것으로 가격함수는 다음과 같다.

$$J=\Phi(x(-1),t_0,x(1),t_f) + \frac{t_f-t_0}{2}\int_{-1}^{1} g(x(\tau),u(\tau),\tau;t_0,t_f)d\tau \quad (14)$$

$$\frac{dx}{d\tau}=\frac{t_f-t_0}{2}f(x(\tau),u(\tau),\tau;t_0,t_{f)} \quad (15)$$

$$\phi(x(-1),t_{0,}x(1),t_f)=0 \quad (16)$$

$$C(x(\tau),u(\tau),\tau;t_{0,}t_f)\leqq 0 \quad (17)$$

위의 식 (14)~(17)을 최적제어 문제의 Continuous Bolza problem 이라고 한다.

Gauss pseudo-spectral 방법은 interpolating polynomials를 이용하여 대략적인 상태와 제어값을 알아내는 것이다. 상태값은 Lagrange interpolating polynomials에 의해 아래의 식과 같고 $L_i(\tau)(i=0,...,N)$은 다음과 같이 정의한다.

$$x(\tau)\approx X(\tau)=\sum_{i=0}^{N}X(\tau_i)L_i(\tau) \quad (18)$$

$$L_i(\tau)=\prod_{j=0,j\neq i}^{N}\frac{\tau-\tau_j}{\tau_i-\tau_j} \quad (19)$$

그리고 제어값 또한 Lagrange interpolating polynomials에 의해 아래식과 같다.

$$u(\tau)\approx U(\tau)=\sum_{i=1}^{N}U(\tau_i)L_i^*(\tau) \quad (20)$$

$$L_i^*(\tau)=\prod_{j=1,j\neq i}^{N}\frac{\tau-\tau_j}{\tau_i-\tau_j} \quad (21)$$

식 (19)와 식 (21)에 의해서 다음의 특성을 만족하는 것을 알 수 있다.

$$L_i(\tau_j)=\begin{cases}1, & i=j\\ 0, & i\neq j\end{cases} \quad (22)$$

$$L_i^*(\tau_j)=\begin{cases}1, & i=j\\ 0, & i\neq j\end{cases} \quad (23)$$

식 (18)을 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{x}(\tau)\approx\dot{X}(\tau)=\sum_{i=0}^{N}x(\tau_i)\dot{L}_i(\tau) \quad (24)$$

위의 식들을 이용하여 다음 미분 행렬을 구할 수 있다.

$$D_{k_i}=\dot{L}_i(\tau_k)=\sum_{l=0}^{N}\frac{\prod_{j=0,j\neq l,l}^{N}(\tau_k-\tau_j)}{\prod_{j=0,j\neq l}^{N}(\tau_i-\tau_j)} \quad (25)$$

$k=1,...,N$이고 $i=0,...,N$ 이다. Dynamic constraint는 아래와 같이 표현된다.

$$\sum_{i=0}^{N}D_{K_i}X_i-\frac{t_f-t_0}{2}f(X_k,U_{k,}\tau_k;t_0,t_f)=0 \quad (k=1,...,N) \quad (26)$$

이때 상태값은 $X_k\equiv X(\tau_k)\in R^n$, 제어값은 $U_k\equiv U(\tau_k)\in R^m(k=1,...,N)$으로 정의한다.
식 (26)을 Gauss quadrature으로 나타내면 다음과 같다.

$$X_f\equiv X_0+\frac{t_f-t_o}{2}\sum_{k=1}^{N}w_kf(X_k,U_k,\tau_k;t_{0,}t_f) \quad (27)$$

이때 cost function, boundary constraint, path constraint는 아래와 같다.

$$\begin{aligned}&J=\Phi(X_0,t_0,X_f,t_f)+\\ &\quad\frac{t_f-t_0}{2}\sum_{k=1}^{N}w_kg(X_k,U_k,\tau_k;t_0,t_f)\\ &\phi(X_0,t_0,X_f,t_f)=0\\ &C(X_k,U_{k,}\tau_k;t_0,t_f)\leqq 0(k=1,...,N)\end{aligned} \quad (28)$$

3.2 구속조건 및 가격함수 설정

Powered descent phase의 시작단계에서 질량을 알아내기 위해서 de-orbit burn phase에서 소모되는 질량을 알아야한다. 달착륙선이 고도 100km의 정지궤도에서 100x15.24km의 타원 궤도로 천이하는 de-orbit burn phase에서는 Hohmann transfer를 이용한다. 타원 궤도를 가지기 위한 Δv와, 이때 초기 질량은 550kg 이고 사용하는 연료량은 다음과 같다.

$$\Delta v = \sqrt{\frac{2\mu r_p}{r_a(r_a+r_p)}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_p}} = -58.602\,m/s \quad (29)$$

$$\Delta m = m_0\left[1-e^{-\left(\frac{\Delta v}{gI_{sp}}\right)}\right] = -3.45\,kg \quad (30)$$

또한 달착륙선이 착륙을 진행하는 동안에도 달은 자전을 한다. 따라서 달착륙선의 속도는 MCMF 좌표계에 대한 값이기 때문에 자전속도를 고려해야 한다.

$$\vec{v} = \overrightarrow{v_{re}} + \vec{\omega}\times\vec{r} \quad (31)$$

$$\vec{\omega}\times\vec{r} = wrcos\phi\overrightarrow{e_\theta} \quad (32)$$

달의 자전 각속도는 2.6632x10^{-6}rad/s이므로 달 착륙선의 고도에 따라서 상대적인 속도는 달라진다.

$$\vec{r} = re_r \quad (33)$$

$$\vec{\omega} = \omega\sin\phi\overrightarrow{e_r} + \omega\cos\phi\overrightarrow{e_\phi} \quad (34)$$

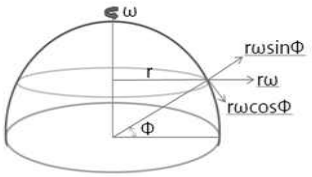

그림 3. 달의 자전 속도

Hohmann transfer에 의한 근월점에서의 속도는 다음과 같고 이에 따라서 상대 속도를 구할 수 있다.

$$\vec{v} = \sqrt{\frac{2\mu r_p}{r_a(r_a+r_p)}} = 1692.3\,m/s = \overrightarrow{v_{re}} + \vec{\omega}\times\overrightarrow{r(t)} \quad (35)$$

달의 경도 방향 속도성분은 착륙 시간에 따라 변화하는 자전의 영향을 고려하여 구속조건을 만족시켜야한다.

$$v_\theta = \sqrt{|v_p|^2 - v_\phi^2} - \omega r(t) - \cos\phi(t) \quad (36)$$

3.2.1 가격함수 설정

달착륙선의 최적 궤적은 경제적 문제가 중요하게 작용하므로 최종 착륙시의 연료사용량이 최소가 되도록 하는 것을 기본으로 하여 각 단계별로 각각 다른 가격함수를 지정하였다.

$$J = \min\left[m(t_0) - m(t_f) + t_f\right] \quad (37)$$

$$J = \min\left[\begin{array}{c} m(t_0) - m(t_f) + \\ \int_{t_0}^{t_f} W_1(\omega_\alpha)^2 + W_2(\omega_\beta)^2 dt \end{array}\right] \quad (38)$$

$$J = \min\left[m(t_0) - m(t_f)\right] \quad (39)$$

$$J = \min\left[\begin{array}{c} m(t_0) - m(t_f) + t_f + \\ \int_{t_0}^{t_f} W_3(\omega_\alpha)^2 + W_4(\omega_\beta)^2 dt \end{array}\right] \quad (40)$$

단일 phase와 Powered descent phase의 breaking phase에서는 단시간에 속도를 줄이는 것이 연료 소모율에 있어서 유리하기 때문에 식 (37)과 같이 시간을 최소로 하는 조건을 설정하였다. Approach와 landing phase에서는 식 (38)과 같이 착륙선의 불필요한 자세변화를 최소화하기 위해서 각속도의 변화를 최소로 하는 함수를 추가하였다. Ascent phase의 vertical rise 단계에서는 수직으로 상승하는 구간이므로 질량 소모 부분만을 포함하는 식 (39) 와 같이 설정하였고, orbit insertion 단계에서는 시간과 자세변화를 최소화하는 함수를 추가하였다. 식 (38)과 식 (40)에서는 각 항들의 비중을 비슷한 수준으로 맞추기 위하여 각각의 weight를 설정하였다.

3.2.2 착륙단계의 제한 조건

달 착륙의 3단계(breaking phase, approach phase, landing phase)에 대한 각각의 구속조건을 표 2와 같이 설정하였다. 단일 단계일 경우 제한조건은 3 단계로 나눈 조건에서 중간 단계를 제외한 시작과 끝 조건이 동일하도록 적용하였다. 본 논문에서는 아폴로 15호의 착륙선의 착륙장소인 Hadley - Apennine (26.132E, 3.634N)에 착륙한다고 가정하고 궤적을 생성하였다.

표 2. 착륙 단계별 상태 범위 값

Powered descent phase						
State	Breaking		Approach		Landing	
	t_0	t_f	t_0	t_f	t_0	t_f
r(km)	15.24	1~2	1~2	0.03	0.03	0
θ(deg)	free	θ_{BP}	θ_{BP}	θ_{AP}	θ_{AP}	26.132E
ϕ(deg)	free	ϕ_{BP}	ϕ_{BP}	ϕ_{AP}	ϕ_{AP}	3.634N
v_r(m/s)	free	v_{rBP}	v_{rBP}	v_{rAP}	v_{rAP}	-1
v_θ(m/s)	free	$v_{\theta BP}$	$v_{\theta BP}$	$v_{\theta AP}$	$v_{\theta AP}$	0
v_ϕ(m/s)	free	$v_{\phi BP}$	$v_{\phi BP}$	$v_{\phi AP}$	$v_{\phi AP}$	0
m(kg)	546.55	m_{BP}	m_{BP}	m_{AP}	m_{AP}	free
α(deg)	free	α_{BP}	α_{BP}	α_{AP}	α_{AP}	free
β(deg)	-180	β_{BP}	β_{BP}	β_{AP}	β_{AP}	-90

표 3. 착륙 단계별 제어 범위 값

Powered descent phase						
Control value	Breaking		Approach		Landing	
	t_0	t_f	t_0	t_f	t_0	t_f
T (%)	100 ~ 80		100 ~ 30		100 ~ 0	
$\dot{\alpha}$ (deg/s)	-0.05 ~ 0.05		-0.1 ~ 0.1		-0.1 ~ 0.1	
$\dot{\beta}$ (deg/s)	-0.5 ~ 0.5		-1 ~ 1		-2 ~ 2	

각 단계의 마지막 값은 다음 단계의 시작 값과 같다. 고도의 경우, power descent가 시작되는 최적의 고도는 15.24km이고, approach는 1~2km 사이에서 시작되며 final landing은 30m에서 결정된다[11][12]. 위도와 경도의 경우 최종 착륙 지점만 지정하고 나머지 상태는 free로 두고 계산하도록 하였다. 수직 방향 속도의 경우, 마지막에 연착륙을 위해서 최종 속도를 -1m/s로 두었다. 경도, 위도 방향의 속도는 최종 도착 시의 속도이므로 0m/s를 주었고, 착륙선의 자세가 처음에는 지면과 평행하다가 마지막에는 수직으로 착륙할 수 있도록 각도를 설정하였다. 나머지 속도는 free로 두어 최적 값을 찾도록 하였다.

표 3에서 볼 수 있듯이 추력 제어 값의 경우 아폴로 착륙선 및 타 착륙선의 값과 비교하여 breaking phase에서는 전체추력의 100%~80%, approach phase에서는 최소 30%까지, 마지막 착륙에서는 100%~0%의 추력을 내도록 범위를 지정하였다. 그리고 추력 각속도의 경우에는 급격한 자세변화를 하지 않도록 각 단계별, 변수별로 최대 2deg/s에서 최소 -2deg/s 사이의 범위를 주었다.

3.2.3 이륙단계의 제한 조건

Ascent phase에서도 descent phase와 마찬가지로 대한 각각의 구속조건이 필요하다. 1959년 아폴로 15호의 달착륙선의 착륙지점인 Hadley-Apennine(26.132E, 3.634N)에서 이륙한다고 가정하고 궤적을 생성하였다.

Vertical rise phase에서는 최대 추력으로 달 표면에서 수직으로 올라가는 단계로 약 100m 상공까지 올라가게 된다. 두 번째 단계는 orbit insertion Phase로 수직 상승한 착륙선을 타원궤도(100x15.24km)에 진입시키기 위하여 추력방향을 조절하여 약 15.24km까지 궤도운동을 할 수 있는 속도로 진입하는 것이다.

Ascent phase도 마찬가지로 2단계로 구분되어 있지만 연속되는 값이므로, vertical rise phase의 마지막 상태 값들은 orbit insertion phase의 초기 상태 값들과 같다. 표 4는 이를 보여준다.

표 4. 이륙 단계별 상태 범위 값

Ascent phase				
State	Vertical rise		Orbit insertion	
	t_0	t_f	t_0	t_f
r(km)	0	0.15	0.15	15.24
θ(deg)	26.132E	θ_{VP}	θ_{VP}	free
ϕ(deg)	3.634N	ϕ_{VP}	ϕ_{VP}	free
v_r(m/s)	0	v_{rVP}	v_{rVP}	0
v_θ(m/s)	0	$v_{\theta VP}$	$v_{\theta VP}$	free
v_ϕ(m/s)	0	$v_{\phi VP}$	$v_{\phi VP}$	free
m(kg)	300	m_{VP}	m_{VP}	free
α(deg)	free	α_{VP}	α_{VP}	free
β(deg)	-90	β_{VP}	β_{VP}	0

표 5. 이륙단계별 제어 범위 값

Ascent phase				
Control value	Vertical rise		Orbit insertion	
	t_0	t_f	t_0	t_f
T (%)	100 ~ 80		100 ~ 0	
$\dot{\alpha}$ (deg/s)	-0.05 ~ 0.05		-0.1 ~ 0.1	
$\dot{\beta}$ (deg/s)	-0.5 ~ 0.5		-2 ~ 2	

Vertical rise phase는 최대 추력으로 수직으로 상승하기 때문에 추력은 최대추력으로, 추력 방향은 지표면에서 수직으로 분사하도록 설정하였다. Orbit insertion phase에서는 착륙선의 자세를 100x15.24km 타원궤도에 진입시키기 위하여 -90~0도까지 변화 시킬 수 있도록 하였다.

이륙단계의 추력 제어 값의 경우 표 5와 같이 vertical rise phase에서는 전체추력의 100%~80%, orbit insertion phase에서는 100%~0%의 추력을 내도록 범위를 지정하였다. 그리고 추력 각속도의 경우에는 descent phase와 마찬가지로 급격한 자세변화를 하지 않도록 각 제어변수와 단계별로 최대 2deg/s에서 최소 -2deg/s 사이의 범위를 주었다.

Ⅳ. 시뮬레이션 결과

4.1 착륙 단계의 시뮬레이션 결과

각 단계별 노드의 개수는 breaking 90개, approach 20개, final landing 15개로 지정하였고, 연료를 최소화 하는 달착륙선의 궤적은 그림 4와 같다. Powered descent phase가 시작되고 약 455초 지난 지점에서 약 379km의 달 표면을

이동하여 달 표면에 착륙하였다. 고도 1.95km에서 approach phase가 시작되었고, finial landing은 고도 30m에서 시작되었다. 위도와 경도의 경우 마지막 착륙지점을 고정시키고 최적화 연산을 수행한 결과, powered descent phase는 경도 11.500W, 위도 25.805N에서 시작하는 것을 알 수 있다.

그림 5에서 착륙선의 달 중심방향으로의 속도는 최고 -68m/s의 속도에 도달하였고 마지막 단계에서는 soft landing을 위해서 -1m/s의 낮은 속도로 진입하였다.

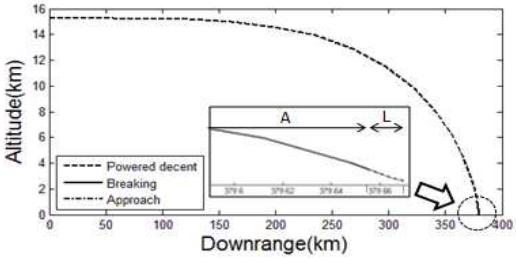

그림 4. 착륙거리에 따른 고도 변화

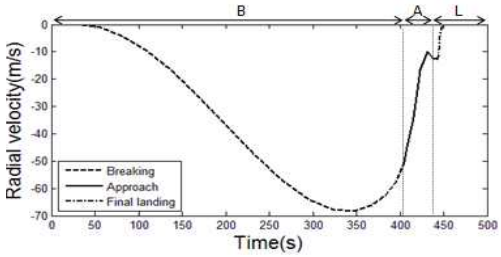

그림 5. 시간에 따른 달 중심 방향의 속도

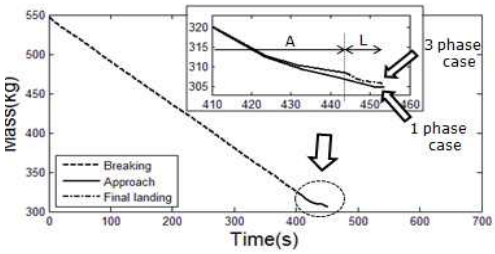

그림 6. 시간에 따른 질량 변화

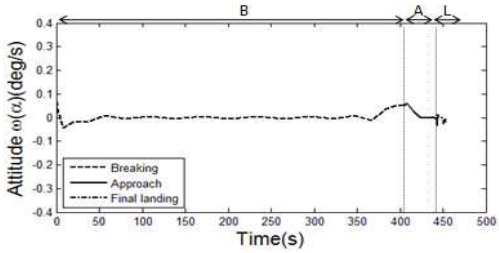

그림 7. 지면에 대한 자세각속도(ω_α)의 변화

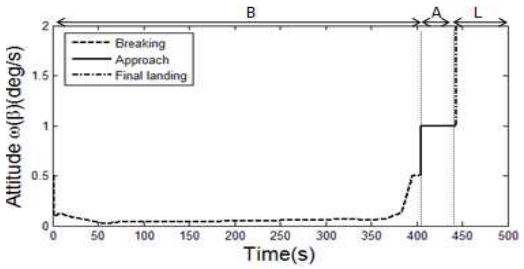

그림 8. 지면에 대한 자세각속도(ω_β)의 변화

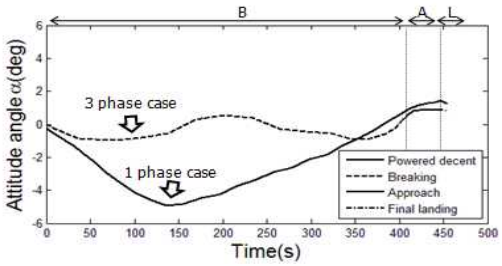

그림 9. 지면에 대한 착륙선의 자세(α) 변화

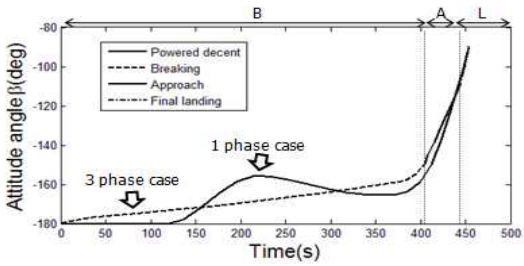

그림 10. 지면에 대한 착륙선의 자세(β) 변화

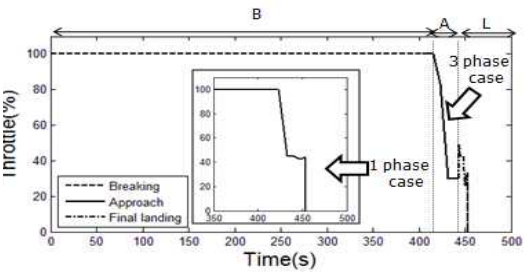

그림 11. 시간에 따른 추력(%) 변화

그림 6은 착륙하는 동안 질량의 변화량을 나타낸 그래프로, 단계를 나누어 시뮬레이션 한 결과, 착륙 후 최종 질량은 306.5kg이고, 단일 단계의 결과는 304.2kg으로, 세부 단계를 나누어 시뮬레이션 한 결과가 약 2.3kg의 연료를 덜 사용하였다는 것을 알 수 있다.

착륙선의 자세 각속도 ω_α와 ω_β의 경우에는 착륙선의 제어 변수이고 각각의 그래프는 그림 7, 그림 8과 같다. 그림 7의 ω_α는 진행방향에 대한

각속도로 큰 변화 없이 제어 값이 지면에 대한 각속도인 ω_β에 많이 의존하는 것을 볼 수 있다. 착륙선의 자세 각속도 ω_β의 변화는 그림 8과 같이 breaking phase에서는 적은 변화율을 보이다가 마지막 단계에 들어서 한계 값 2deg/s에 도달한 것을 볼 수 있었다.

그림 9와 10에서는 단일 phase 일 때와 phase를 나누어 시뮬레이션 한 자세변화 결과를 나타내고 있다. 단일 단계일 경우 모든 구간에서 동일한 구속조건을 적용하고 있기 때문에 3개로 나눈 phase의 결과보다 착륙선의 자세가 많은 변화를 보인다. 그림 9에서는 그림 7에서의 자세 각속도의 변화가 크지 않은 것에 따라서 착륙하는 동안에 큰 각도 변화가 나타나지 않았다. 그림 10에서는 착륙선이 자세 각 β가 완만하게 기울어지면서 지면에 수직으로 착륙한 결과를 볼 수 있다. 그림 11에서는 자세의 각도 변화가 커짐에 따라 approach phase에서 추력 입력값이 30~100%의 변화를 보였고 마지막 phase에서 0%로 추력을 줄이면서 착륙했다.

4.2 De-orbit, parking orbit 궤적 결정

Powered descent phase가 결정되면 이를 통해서 parking orbit을 결정할 수 있다. 그림 12에서는 세 점(breaking phase의 시작점, 끝점, 달 중심)을 지나는 평면의 법선벡터를 나타내었다.

법선벡터의 평면과 적도상의 평면 사이 각을 이용하여 식 (41)의 오일러 변환(ZXZ'의 변환)을 통해 적도 평면상의 정지 궤도좌표(x, y, z)를 breaking phase와 같은 평면 궤도에 오도록 (X,Y,Z)로 변환시킨다.

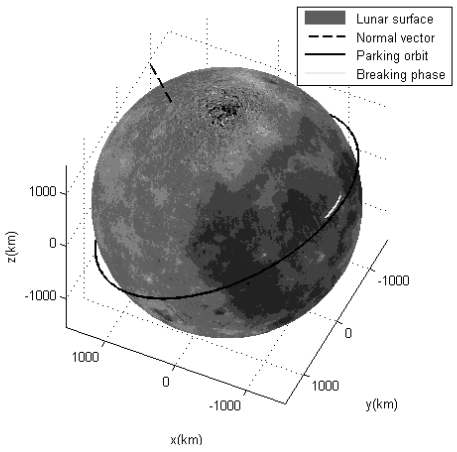

그림 12. powered descent phase를 지나는 평면의 법선벡터

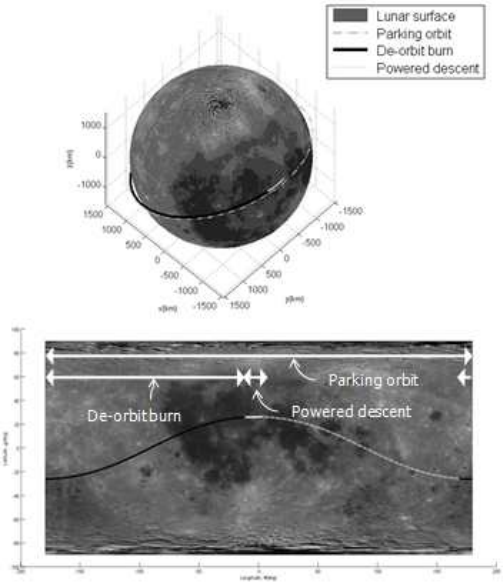

그림 13. 2차원, 3차원 공간상의 착륙 궤적

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi' & \sin\psi' & 0 \\ -\sin\psi' & \cos\psi' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (41)$$

결정된 parking orbit의 평면상에서 100x15km의 타원 궤도로 천이하는 de-orbit burn phase에서는 hohmann transfer를 이용한다. 타원 궤도를 가지기 위해서 천이하는데 걸리는 시간은 식 (42)와 같다. r_a는 고도 100km의 원월점, r_p는 고도 15.24km의 근월점, a는 타원궤도의 장반경, e는 이심률, ν는 달중심과 달착륙선의 각도이다.

$$p = \pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 3411\,\mathrm{sec} \quad (42)$$

$$r(t) = \frac{a(1-e^2)}{1+\cos\nu(t)} \quad (43)$$

최적화된 breaking phase를 통해 de-orbit phase의 시작 지점을 계산한 결과, 그림 13의 3차원 그래프에서 고도 100km의 parking orbit에서 de-orbit phase가 시작되는 것을 알 수 있고, 그림 13의 2차원 그래프와 같이 경도 168.499E 위도 25.805S의 지점에서 descent phase가 시작되는 것을 알 수 있다.

4.3 이륙 단계의 시뮬레이션 결과

각 단계별 노드의 개수는 vertical ascent phase 10개, orbit insertion phase 80개로 지정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

달착륙선의 ascent phase의 궤적결과는 그림 14에서와 같이 수직으로 150m를 상승한 후, orbit insertion 단계에서 지표면의 약 162km정도를 이동하고 고도는 15.24km에 도달하였다.

그림 15와 같이 이륙단계에서 소모한 연료량은 133.47kg으로 단일 단계로 시뮬레이션 했을 때보다 약 1kg 정도 적은 소모량을 보였다, 그리고 착륙 단계와 이륙 단계에서 소모한 연료량이 착륙선의 전체 질량의 약 69% 임을 알 수 있다.

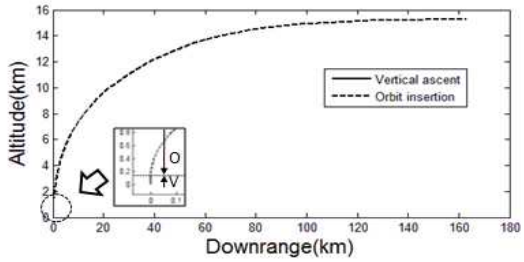

그림 14. 이륙거리에 따른 고도변화

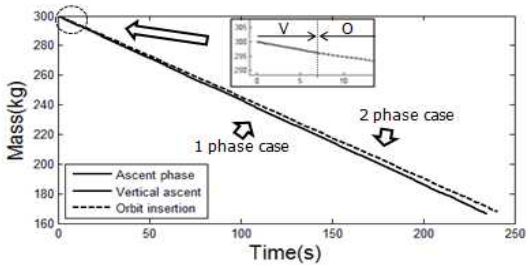

그림 15. 시간에 따른 질량변화

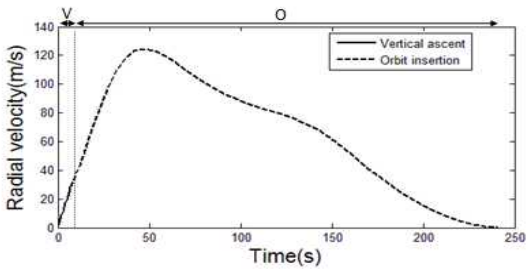

그림 16. 시간에 따른 달 중심 방향의 속도

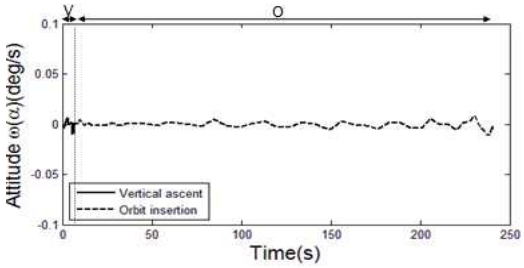

그림 17. 지면에 대한 자세각속도(ω_α)의 변화

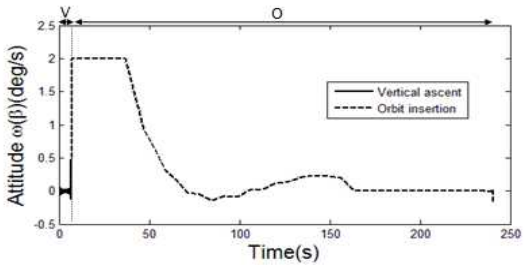

그림 18. 지면에 대한 자세각속도(ω_β)의 변화

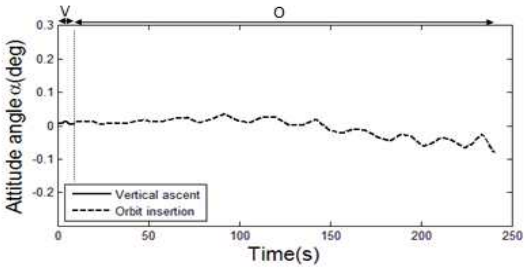

그림 19. 지면에 대한 착륙선의 자세(α) 변화

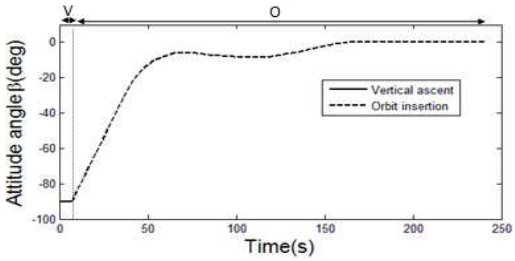

그림 20. 지면에 대한 착륙선의 자세(β) 변화

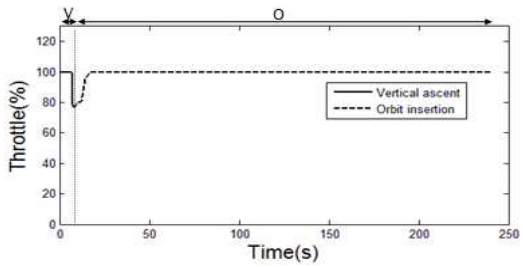

그림 21. 시간에 따른 추력(%) 변화

그림 16은 지면에 대한 수직방향의 속도 그래프로 약 50초에 수직방향의 최고 속도인 127m/s에 도달하고 자세가 기울어지면서 마지막 궤도에 진입 할 때 수직방향속도가 0m/s에 도달하는 것을 알 수 있다.

그림 17과 그림 18은 진행방향에 대한 각속도 ω_α, ω_β로 descent phase와 마찬가지로 진행방향에 대한 각속도 ω_α는 큰 변화율 없이 지면에 대한 각속도인 ω_β에 의존하여 제어되는 것을 볼

수 있다. 그림 18은 orbit insertion phase가 시작되면서 추력분사 각도가 변하기 시작하여 수직속도와 궤도속도에 영향을 미친다.

그림 19에서는 착륙선의 진행방향에 대한 각도 α의 결과로 각속도 ω_α가 변화가 거의 없었던 것과 같이 각도가 -0.1도 상태에서 지면에 착륙하였다. 이륙단계는 지면에 수직인 -90도에서 이륙 239초 후에 목표고도에 도달하면서 달 궤도 진행방향인 0도에 도달하는 것을 그림 20에서 확인할 수 있다. Ascent phase는 크게 두 가지 단계로 나누어지지만 vertical ascent phase가 고도 150m까지 약 7초 동안만 수직으로 추력을 분사하므로 95%이상의 궤적이 orbit insertion phase로 이루어져 있다.

그림 21에서 보듯이 vertical ascent에서 orbit insertion phase로 전환될 때 자세가 기울어지면서 첫 단계의 constraint 80%에 도달하였고 두 번째 단계로 진입하면서 궤도속도에 도달하기 위하여 다시 최대 추력을 내고 있다.

Ⅴ. 결 론

본 논문은 Gauss pseudo-spectral method를 사용하여 3차원 공간상에서 달착륙선의 powered descent phase와 ascent phase의 최적 궤적을 생성하였다. 단일 궤적이 아닌 세부 단계로 나누어 경계 조건과 구속조건을 각각 적용하였고, 이에 따라 연료를 소모를 최소화하도록 가격함수를 적용하였고, 운동방정식에 자세 각속도 ω를 추가함으로서 불필요한 자세변화를 최소화하는 궤적을 생성하였다. 단일 궤적의 결과 보다는 세부 단계로 나눈 결과가 더 연료를 적게 소모한다는 결과를 얻었지만, 각 단계의 경계 조건과 구속조건을 변화시킴에 따라 결과 값이 많은 차이를 보였고, 최적화 수행에 실패하는 연산 결과도 나타났다. 여러 가지 결과를 바탕으로 달착륙선의 궤도의 결정에 있어서 얼마나 신뢰할 만한 파라미터들을 적용하였는지, 그리고 그에 따른 descent phase와 ascent phase의 궤적이 물리적으로 적절한 궤적이 생성 되었는지의 판단이 필요하였다. 또한 생성된 powered descent phase의 결과를 바탕으로 parking orbit과 de-orbit descent phase의 궤적 평면을 계산하였고 어느 시점에서 parking orbit을 이탈할 것인지를 Hohmann transfer를 이용하여 계산해냈다.

향후 이러한 descent & ascent phases의 생성된 궤적을 통해 단계마다 다른 특성을 고려하는 유도제어 알고리즘 및 제어를 수행 할 수 있도록 연구가 진행되어야할 필요가 있을 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2010-0015885).

참고문헌

1) David A. Benson, "Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation via an Orthogonal Collocation Method", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 29, No. 6, July-August 1995, pp. 830-837.

2) R. V. Ramanan, M. Lal, "Analysis of optimal strategies for soft landing on the Moon from lunar parking orbits", Journal of Earth System Science, Vol. 114, No. 6, 2005, pp. 807-813.

3) X. Liu, G. Duan, "Nonlinear optimal control for the soft landing of lunar lander", Systems and Control in Aerospace and Astronautics, pp. 1381-1387, 2006.

4) Bong-gyun Park, Dae-kyu Sang, Min-Jea Tahk, "Direct Trajectory Optimization of a soft lunar Landing Considering a Landing site", 2009, IAC09.C1.1.10.

5) C. A. Kluever, B. L. Peirson, "OPtimal Low-Thrust Three-Dimensional Earth-Moon Trajectories", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19, No. 4, July-August 1995, pp. 830-837.

6) A. E. Bryson, Yu-Chi. Ho, "Applied Optimal Control", Harvard University, 1975.

7) Rao, A. V., "User's Manual for GPOCS Version 1.0", Gainesville, FL32607, 2007, pp. 1-60.

8) D. E. Kirk, "Optimal Control Theory", Dover Publications, 1970.

9) F. V. Bennett, T. G. Price, "Study of Powered-Descent Trajectories for Manned Lunar Landings", NASA Technical Note D-2426, Johnson Spacecraft Center Huston, Tex. August 1964.

10) R. R. Sostaric, "Lunar Ascent and Rendezvous Trajectory Design", 31th Annual

AAS Guidance and Control Conference, February, 2008.

11) J. D. Alexander, R. W. Becker, "Apollo Experience Report - Evolution of the Rendezvous-Maneuver Plan for Lunar Landing Mission", NASA Technical Note D-7388, Johnson Spacecraft Center Huston, Tex. August 1973.

12) F. V. Bennett, "Apollo Experience Report-Mission Planning for Lunar Module Descent and Ascent", NASA Technical Note D-6846, Johnson Spacecraft Center Huston, Tex. June 1972.

13) R. R. Sostaric, "Powered Descent Trajectory Guidance and Some Considerations for Human Lunar Landing", 30th Annual AAS Guidance and Control Conference, February, 2007.

14) 주광혁, 노웅래, 이상률, “ 한국형발사체를 발사능력을 고려한 달착륙선 설계기술 분석”, 한국항공우주학회 추계학술 발표회, 2008, KSAS08-2.

15) 조성진, 민찬오, 이대우, " 한국형 달착륙선의 착륙과 이륙의 최적경로 생성", 한국항공우주학회 춘계학술 발표회, 2010, KSAS10-1.

16) Boyoung Jeong, Donghun Lee, Hyochoong Bang, "Optimal Perilune Altitude of Lunar Landing Trajectory", Int'l J. of Aeronautical & Space science, Vol. 10, No. 1, May 2009, pp. 67-74.