

## LOGO를 이용한 프로젝트 학습에서 나타난 초등 수학영재 학생들의 전략적 사고

류 희 찬\* · 장 인 옥\*\*

본 연구의 목적은 LOGO를 이용한 프로젝트 학습에서 나타난 초등 수학영재 학생들의 전략적 사고 유형을 분석하여 LOGO 학습과 고등 사고 활동과의 연관성을 구체적으로 밝힘으로써 영재교육 프로그램으로서 LOGO 활용에 대한 새로운 방향을 제시하고 LOGO 교수-학습의 효과적인 접근 방안을 모색하는데 있다. LOGO 프로그래밍을 계획하는 과정에서는 기존의 지식과 절차를 활용하는 유추적 사고, 변수를 이용한 일반화, 여러 가지 명령어의 기능을 통합하여 활용하는 통합적 사고, 문제 해결을 위해 기존 명령어를 평가하는 비판적 사고, 현재의 상황을 새로운 관점에서 이해하고 응용하는 발전적 사고, 여러 가지 해결 방법을 구상하는 유연한 사고 등의 전략적 사고가 관찰되었다. 오류 수정 과정에서 나타난 전략은 명령어의 문법적인 지식, 그림과 절차를 대조하는 방법, 절차를 분해하는 분석적 사고, 도형-분석적 추론, 시각적 추론, 경험적 추론 등이 나타났다.

### 1. 서론

수학 영재 학생들은 인지적, 정의적인 측면에서 일반 학생들과는 다른 특징을 지니고 있다. Greenes(1981)에 의하면, 수학 영재 학생들은 문제 구조 이해, 정보를 처리하는 능력, 유창한 아이디어와 활용 능력, 정보를 조직하는 능력, 독특한 해석력, 일반화의 능력이 뛰어나다. Sheffield(1994)는 학습속도가 빠르고, 예리한 관찰, 유용한 질문, 독창적인 추론, 창의적인 사고 기능이 뛰어나다고 설명한다. 따라서 초등 수학 영재 교육은 이러한 영재 학생들의 특성을 고려한 차별화된 교육과정이 구성되어야 하며, 창의적인 문제해결력, 분석적, 비판적, 통합적인 사고력과 같은 고등 사고 기능 향상에 중점을 두어야 한다.

많은 학자들이 영재학생들을 위한 교육과정은 교육내용의 깊이와 범위의 다양화가 중요하며 이러한 다양한 영역의 교과 내용을 의미 있게 연결해서 구성된 통합 교육과정이나 프로젝트 학습은 영재학생들의 지적 호기심과 발달을 촉진시키며 다양한 영역의 지식들을 관련시키는 통합적 사고를 촉진하는데 긍정적임을 밝히고 있다(Sheffield, 1994; Samara et al, 1992; Maker & Nielson, 1995; Van Tassel-Baska, 1994).

한기순(2006)은 국내 영재교육원에서 실시되고 있는 영재 프로그램의 문제점으로 지식 이해를 강조하는 속진 위주의 내용으로 구성됨으로써 지식을 적용, 분석, 종합하는 기회가 제한적이라는 것과 매 차시 다른 교사에 의한 수업으로 전체 수업에서의 연계성이 부족하고 학생 산출물 생산, 발표의 기회와 간학문적인 고려가 부족함을 지적하였다. 이해명(2002)은 영재

\* 한국교원대학교, hclew@knue.ac.kr  
\*\* 교원대대학원, iojang99@naver.com

학생들은 강의보다는 프로젝트 중심의 수업을 희망하지만 대부분의 영재교육원에서 이루어지는 수업이 교사 주도의 강의식 수업이라고 지적하였다.

이러한 논의를 바탕으로 본 연구에서는 국내 영재 교육 프로그램의 일환으로 LOGO 컴퓨터 언어를 활용하는 새로운 관점을 제안하고자 한다. LOGO 프로그래밍 언어는 기하학적 대수적 개념을 이해하는 차원을 넘어 다양한 창의적인 활동과 여러 가지의 지식을 통합적으로 적용 발전시킬 수 있는 기회를 제공하는 역동적인 프로젝트 학습을 가능하게 한다. 많은 선행연구는 LOGO가 학생들의 고등 사고 기능 향상을 위한 대표적인 학습 환경으로 활용될 수 있다고 보고 있다(Clements & Gullo, 1984; Swan, 1989; Keller, 1990; Clements et al., 2008). LOGO 학습이 학생들이 추상적인 아이디어를 구체적으로 표현하고, 조작하고, 역동적으로 검토하고 수정하는 일련의 문제 해결 과정을 통해 지필 환경에 비해 확산적 사고와 반성적인 사고를 촉진시키며, 수학적 개념과 원리 이해, 형식적인 추론과 표현, 지식과 사고의 모델화를 향상시키며, 하위문제 형성, 체계적인 시행착오, 추론과 같은 문제 해결 전략의 습득과 전이에 효율적임이 보고되고 있다. 특히 LOGO 학습 경험이 시각적 추론에서 분석적 사고로의 발달을 촉진하면서 학습자 스스로 수학적 직관력을 인지하게 한다는 것이다. 그러나 이들 연구들은 LOGO 학습이 일반 학생들을 대상으로 그들의 인지적인 능력과 문제해결력에 어떠한 영향을 주었는지를 구체적으로 보고하고 있는 반면, 영재 학생들을 대상으로 LOGO 프로그래밍을 통해 나타날 수 있는 고등 사고 기능이나 전략은 무엇이며 이들 기능들이 어떻게 향상되는지에 대한 연구는 찾아보기 어렵다. 현재 대학 부설 과학영재교육원에서 실시되고 있는 LOGO 학습은 기하 영역의 수학적인

개념을 이해하고 적용 발전시키는 측면에서만 제한적으로 활용되고 있다(강병련 외, 2008). 따라서 본 연구에서는 LOGO 프로그래밍 언어를 활용하여 수학 교과뿐만 아니라 미술, 과학 등 여러 영역이 통합적으로 구성된 프로젝트 학습이 영재 학생들의 고등 사고 활동에 긍정적임을 제시하고자 한다. 이를 위해 LOGO 프로그래밍을 계획하고 실행하고, 오류를 찾아 수정하는 일련의 학습 과정에서 초등 수학 영재 학생들에게서 나타나는 여러 가지 전략적 사고를 분석하였다.

## II. 수학 영재 교육과 프로젝트 학습

영재학생들을 위한 효과적인 교육과정의 하나로 논의되고 있는 프로젝트 학습은 프로젝트를 중심으로 학습을 조직하는 것이다. 프로젝트는 도전할만한 문제를 토대로 이루어진 복잡한 과제로 학생들로 하여금 디자인, 문제 해결, 의사결정, 탐구 활동에 참여하도록 하는 것이다(John, 2000). 프로젝트 학습은 Kilpatrick(1918)에 의해 최초로 체계화되었다. 그는 프로젝트의 본질을 '진심을 다하는 유목적인 활동'이라고 정의했다. 프로젝트 학습에서의 프로젝트는 학습할 가치가 있는 주제에 대한 깊이 있는 탐구를 필요로 하는 것이다. John(2000)은 프로젝트 학습에서 프로젝트가 되기 위한 기준을 다섯 가지로 설명하고 있다. 첫째, 프로젝트는 교육과정에서 주변적인 것이 아니라 중심적이어야 한다. 프로젝트 자체가 교육과정이 됨으로써 학생들은 프로젝트를 통해 교과의 중요 개념을 이해하고 학습하도록 한다. 둘째, 프로젝트는 학생들이 교과의 주요 개념과 원리를 적용할 수 있는 문제 상황이 강조되어야 한다. 이 기준은 프로젝트 학습을 "학생들의 탐구 활동을 이끄는 문제

(Blumenfeld et al., 1991)" 또는 "구조화되지 않은 문제(Stepien & Gallegher, 1993)"라는 정의와 관련되어 있다. 즉 프로젝트는 두 교과 이상의 주제가 상호 관련되어 있어서 중요한 인지적인 목적을 위한 활동으로 이루어져야 한다. 셋째, 프로젝트는 학생들로 하여금 구성적인 탐구 활동에 참여하도록 하는 것이다. 탐구활동은 지식의 재구성고 문제 해결을 위한 목적 지향적인 과정이다. 넷째, 프로젝트는 학생-중심이어야 한다. 미리 정해진 결과나 해법보다는 학생들의 진정한 참여와 선택으로 이루어져야 한다. 다섯째, 프로젝트는 학문적이 아니라 실제적이어야 한다. 학생들이 주체적이면서 협력자로서 적극적으로 참여할 수 있도록 의미 있는 주제로서의 도적으로 계획한 것이 아니라 진정으로 실생활과 관련된 문제이어야 한다.

프로젝트 학습이란 단순히 지식을 습득하는 것이 아니라 프로젝트 수행을 통해 실제적인 문제 상황에 직면하여 협력을 통해 주제를 깊이 탐구하고 해결책을 찾는 고도의 사고 능력을 개발하는 학습이다. 학습자들이 오랜 시간을 투자하여 과제 해결을 위한 방법을 스스로 구상해 나가는 구조화된 맥락적인 학습이다(Laffey et al., 1998). Fleming(2000)에 의하면, 프로젝트 학습은 학생 중심의 주제를 선택함으로써 학습의 전 과정이 학생들에게 의미 있을 뿐만 아니라 흥미있는 학습이라는 것이다(김연화, 2009, 재인용).

구성주의 관점을 기반으로 하는 프로젝트 학습은 탐구적인 활동과 기존의 아이디어를 새로운 관점에서 재조명하도록 한다는 것이다(Papert, 1991). 탐구적인 활동인 프로젝트 학습은 학생들에게 탐구의 본질에 대해 학습할 수 있는 기회를 제공하게 된다. 교육적으로 가치 있는 프로젝트 주제는 학생들이 주변의 사물을 다른 관점에서 인식하는 것을 촉진시키는 효율

적이고 생산적이면서 확대 가능한 아이디어가 강조된다. 뿐만 아니라 프로젝트 학습은 상호 협력적인 학습 환경에서 학습자들은 자신의 학습 과정을 스스로 조절하면서 적극적으로 참여하게 되며, 문제 해결을 위해 교과간의 지식이 어떻게 관련되어 있는지를 이해하고 통합하는 능력과, 다양한 해결 방법을 제시하는 유연한 사고가 촉진된다는 것이다(Doppelt, 2003).

프로젝트 학습은 소단위의 학습 내용보다는 교과목 전체 또는 타 교과와의 연계성을 토대로 이루어짐으로써 통합적인 사고와 분석적인 사고 기능을 필요로 하는 고등 수준의 학습이다. 또한 여러 가지 가능성 있는 해결 방법들을 분류하고 비교하여 평가하는 비판적 사고 능력과 새로운 해결 방법을 구상하는 창의적인 사고 기술이 중요한 요인으로 작용한다. 프로젝트 학습은 영재 학생들의 인지적, 정의적인 측면과 관련지어 논의해 볼 수 있다. 제시된 문제가 복잡한 사고 과정과 다양한 해결 방법을 요구하는 프로젝트 학습은 지적 능력이 우수한 영재 학생들의 인지적인 발달을 촉진시킬 수 있고, 학습자 중심의 주제 선정과 장기간에 걸쳐 결과물이 완성되는 것은 자기 주도적인 학습을 선호하면서 도전 과제에 집착하는 성향을 지닌 영재 학생들의 정의적인 요소에 부합된다. 단위 주제보다는 교과목 전체적인 맥락이나 여러 교과가 의미있게 관련됨으로써 교육 내용이 통합적으로 구성되고 이는 차별화된 영재 교육과정으로서의 의미를 지니게 된다. 특히 교사는 학생들의 과제 해결을 위한 다양한 방법을 안내하고 협조하는 역할을 하는 학습자 중심의 학습 환경을 제공하게 된다. 따라서 프로젝트 학습은 영재 학생들의 인지적, 정의적 측면이 고려된 효과적인 학습이라 할 수 있다.

LOGO를 이용한 프로젝트 학습은 작품에 필요한 그림을 그리는 알맞은 절차를 독창적으로

만들어내는 창의적인 사고 활동이다. 단위 학습을 통해 익힌 명령어들을 응용하여 선정된 주제의 작품을 완성하는데 필요한 그림을 그릴 수 있는 가장 효율적인 방법을 탐구하고, 학습이 전개됨에 따라 보다 발전된 아이디어로 작품 완성을 위한 독창적인 해결 방법을 찾게 된다. LOGO 전체 차시의 학습이 연계성을 갖게 되고, 학습자들은 프로젝트 작품 완성을 위해 차시마다 익힌 명령어를 다양하게 적용, 발전시키는 과정에 적극적으로 참여하게 된다. 즉 프로젝트 주제를 정하고 알맞은 그림을 그리는 프로그래밍을 계획하는 과정은 수학과 미술, 과학 등 여러 교과 지식의 의미 있게 관련짓는 통합적인 내용일 뿐만 아니라 작품을 수정 보완하는 과정에서 영재 학생들의 비판적, 분석적인 사고 등의 고등 사고 활동을 촉진시키게 된다.

### III. 연구 방법 및 절차

#### 1. 연구 대상

본 연구의 대상으로는 서울교육대학교 부설 과학 영재교육원의 수학 분야에 선발된 40명의

학생 중에서 6학년 학생 3명, 서울시 강남 교육청 영재 교육원 수학 분야에 선발된 5학년 학생 20명 중에서 선정된 1명을 연구의 편에 따라 임의로 선정하였다. 대학 부설 영재 교육원에서 선정된 2명은 2년 동안 서울시 동작교육청 영재교육원에서 교육을 받은 경험이 있었다. 4명의 학생 모두 초등 수학 6학년까지의 교육 내용에 대한 개념과 심화 수준까지 학습이 이루어졌고 수학 성적은 최상위권이였다.

#### 2. 연구 설계

LOGO 프로그래밍은 기본 명령어를 익히는 단계에서부터 변수와 조건문을 이용한 재귀 절차를 만드는 과정, 그리고 애니메이션 장면을 연출하는 과정까지를 내용과 난이도에 따라 계열화할 수 있다. 이 중에서 초등 수학 영재 학생들이 학습할 수 있는 학습 주제 7가지를 선정하였고, 프로젝트를 포함하여 12차시의 학습으로 구성하였다. 주제의 난이도와 학생들의 이해 정도에 따라 주제를 학습하는 차시는 다르게 구성하였다. MSWLOGO를 이용하여 실험 수업을 진행하면서 학생들의 이해 정도와 프로젝트의 내용을 고려하여 LOGO 프로그램 학습 내용은 수정 보완되었다. 실험 수업은 각자

<표 III-1> LOGO를 이용한 프로젝트 학습 과정

단 계	활 동
주제 정하기	기본적인 명령어를 익히고, 명령어를 이용한 여러 가지 도형을 그리는 절차를 정의하는 학습을 하고 난 3차시에 프로젝트 학습을 안내하고 조별로 프로젝트 주제와 어떤 그림을 어떻게 그릴 것인지 상호 협력하여 결정 하였다.
그림 구성하기	4차시부터 9차시까지의 학습은 교사가 계획한 내용을 학습하고 나서 매 차시마다 영재 학생들은 계획한 프로젝트에 필요한 작품을 조별로 협동하여 선정하고 선정된 그림의 프로그래밍이 이루어졌다.
작품 완성하기	10차시에서 12차시까지의 학습은 조별로 각자 만든 여러 가지 그림들을 통합하는 활동이 이루어졌다. 계획한 프로젝트를 위해 이미 만든 그림을 수정 보완하였고, 필요에 따라 새로운 그림을 상호 협력하여 만들었다. 교사와 학생, 학생과 학생간의 활발한 상호작용으로 프로젝트 작품을 완성하였다.

개인 노트북을 이용하여 진행되었으며 프로젝트 학습은 2인 1조로 이루어졌다. 2인 1조로 프로젝트 학습을 계획하였으므로 각자의 프로젝트 학습의 효율성을 고려하여 4차시의 수업은 2명씩 나누어서 실시하였고, 8차시의 수업은 4명이 함께 실시하였다.

LOGO를 이용한 프로젝트 학습이 이루어진 과정은 <표 III-1>과 같다.

### 3. 연구 절차

#### 1) 자료수집

개인용 컴퓨터(laptop)를 이용하여 이루어진 12차시의 실험 수업이 실시되는 동안 이루어진 학생들의 LOGO 학습 과정은 Camtasia studio 6을 이용하여 녹화하였고, 동시에 오디오 녹음을 하였다. 연구의 타당성과 신뢰성을 높이기 위해 면담자료, 실험 수업의 관찰자료, 학습자의 언어적, 비언어적인 활동 등 다양한 자료를 수집하였다.

#### 2) 자료 분석

오디오 녹음과 화면 캡처로 녹화된 12차시의 수업을 모두 전사하여 프로그래밍 과정과 오류 수정 학습의 에피소드로 분류하였다. 두드러진 특징을 중심으로 몇 가지 사례와 상황은 Jennifer(1996)가 제시한 네 가지 측면을 근거로 분석하여 적절한 사고 유형의 예시로 제시하였다.

첫째, 범주화이다. 연구자는 수집한 자료로부터 일련의 일화들을 연구 문제와 관련하여 범주화한 후 분류하여 의미를 파악하였다.

둘째, 직설적(literal) 분석이다. 수집한 자료의 자연 그대로의 내용, 형태 등에 초점을 두고 학습자의 사고 과정을 해석하고자 하였다.

셋째, 해석적(interpretive) 분석이다. 수집한 자료로부터 영재 학생들의 사고를 유추하려고

노력하였다. 즉 그림이나 만든 절차를 통해 학습자가 어떤 사고를 시도하였는지를 이해하고자 하였다.

넷째, 반향적(reflective) 분석이다. 자료를 수집하고 일련의 사례가 나타내는 의미를 해석하는 과정에 연구자의 의미를 부여하고자 하였다. 실험 수업에서 나타난 학생들의 활동 상황과 오디오에 대해 여러 차례의 검토를 거쳐 연구 문제와 관련성을 면밀히 조사한 후에 연구자의 관점에서 해석하였다.

## IV. 결과 분석

### 1. LOGO를 이용한 프로젝트 학습에서 초등 수학 영재 학생들은 어떠한 전략적 사고로 프로그래밍을 계획하고 실행하는가?

LOGO를 이용하여 그림을 그리는 알맞은 절차를 정의하는 방법은 매우 다양하다. 똑같은 그림이라도 그리는 방법은 영재 학생들의 경험이나 인지적인 요인에 따라 다양하게 나타날 수 있다. 본 연구에서는 그림을 그리는데 알맞은 LOGO 프로그래밍이 어떠한 사고 활동에 의해 이루어지는지를 분석하였다. 실험 수업 분석을 통해 나타난 전략적 사고의 유형은 유추적 사고, 일반화, 통합적인 사고, 비판적 사고, 발전적 사고, 유연한 사고 등이었다.

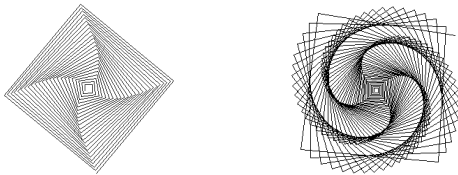
#### 1) 유추적 사고

어떤 문제를 해결하기 위해 이전의 유사한 문제에서 해결했던 방법을 상기하여 직면한 문제와 이전의 문제간의 관계성을 파악하여 기존의 해결방법을 변형하거나 적용 발전시켜서 해결 방법을 구하는 것이다. 즉 문제의 구조나

공통점을 추상화하는 정신활동이다. LOGO를 이용한 프로젝트 학습 과정에서 영재 학생들은 다각형과 원으로 이루어진 새로운 그래픽을 그리는 절차를 정의하는데 있어서 도형들 간의 관계를 파악하고 그림들 간의 연관성을 바탕으로 이전의 절차를 활용하는 유추적 사고에 의한 프로그래밍이 이루어졌다.

**발췌문 1 : 유추적 사고에 의한 프로그래밍 사례**

- 1 교사 : 다음 두 그림(그림IV-1)은 어떻게 그려야 할까?
- 2 주성 : 사각형 모양의 미로가 회전하고 있어요. 그러니까 미로 그리는 절차에서 각의 크기를 변화시키면 되요.
- 3 지한 : 아니야 변의 길이도 달라지고 있어.
- 4 주성 : 미로에서도 변의 길이는 달랐어. 그러니까 그 절차에서 각의 크기만 변화된 거라는 얘기지.



[그림IV-1] 각의 크기 변화에 따른 모양

- 5 교사 : 정다각형 미로에서는 각의 크기는 일정하고 변의 길이만 변화시켰죠.
- 6 지한 : 각의 크기가 90도와 관련이 있어요.
- 7 주성 : 맞아. 그림 (가)는 회전각의 크기가 90도 보다 작고, 그림 (나)는 약 91도 정도예요. 바로 만들어 볼게요. 미로를 그리는 절차에서 변수 값을 91 300이라고 하니까 (나) 모양이 그려져요.
- 8 지한 : 변수 값을 89 300이라고 하면 (가) 그림이 그려져. 진짜 신기하다.

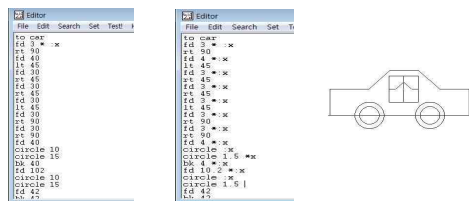
조건절을 이용한 재귀 절차로 미로 그리는 절차를 학습한 영재 학생들은 [그림IV-1]를 보면서 조건절을 이용하여 변의 길이를 변화시킨 점이 미로 절차와 유사하다는 점과 각의 크기

는 정다각형의 한 내각의 크기가 아니라 차이점을 이해하고(2행, 4행, 6행) 미로 절차를 활용하여 교사가 제시한 그림을 그리는 절차를 쉽게 만들 수 있었다(7행). 두 개의 모양을 그리기 위해 변화시켜야 하는 각의 크기가 정사각형의 한 내각의 크기와 관련 있음을 이해하고(6행) 이러한 사고를 토대로 [그림IV-1]의 (가) 모양은 회전각도가 90도 보다 작고, (나) 모양은 회전 각도의 크기가 90도 보다 크다는 것을 유추했다(7행). 회전각도의 크기에 따라 변화하는 모양을 추론하면서 여러 가지 그래픽을 만들어보는 활동이 이루어졌다. 다양한 그래픽에 대한 경험은 도형들간의 차이점과 유사점을 이해하는데 도움을 주었고, 이러한 활동은 영재 학생들이 문제 해결을 위한 전략적 사고인 유추적인 사고 발달에 도움이 되었다.

**2) 일반화**

**발췌문 2 : 일반화 전략에 의한 프로그래밍 사례**

- 1 수현 : 그래, 내가 만든 자동차 절차에 변수를 넣는 거야. 그러면 자동차 크기도 내 맘대로 조절할 수 있게 될 테고.
- 2 교사 : 자동차를 이루고 있는 선분의 길이가 모두 달라서 일반화 하는 것이 쉽지 않을 텐데...
- 3 수현 : 변수 값이 10일 때 지금 그린 자동차가 그려지도록 값을 정하면 되고 각의 크기는 변함없으니까 그리 어렵지는 않아요.
- 4 지한 : 자동차 크기가 조절되는 절차라..., 정말 환상적이다. 공식이 이래서 좋구나.



[그림IV-2] 자동차 그리는 절차와 모양

원과 여러 가지 정다각형을 절차를 이용해서 그리는 차시의 학습에서 수현이는 자신들의 프로젝트에 넣을 자동차를 그렸다. 특수한 크기의 자동차를 그린 후에 변수를 이용해서 자동차 그리는 절차를 일반화하는 방법을 선택했다(1행). 자동차 그리는 절차가 하나로 이루어져 있고, 원과 다각형이 혼합되어 있어서 일반화하는 것이 어려워보였지만 수현이는 처음부터 자동차를 그릴 때 일반화하는 것을 염두에 두었음을 알 수 있었다(3행). 변의 길이는 10의 배수를 이용했고 각의 크기는 변함없어서 일반화하는데 무리가 없다고 설명했다(3행). 비례상수 값은 처음에 그린 모양이 만들어지길 수 있도록 정함으로서 여러 가지 크기의 자동차가 그려지는 일반적인 절차를 정의했다(그림 IV-2). 절차의 일반화는 여러 가지 모양을 쉽게 그리는데 매우 편리함을 이해하고, 수학에서 규칙을 통해 만들어진 일반화가 어떤 의미를 지니며, 문제 해결에 있어서 어떻게 활용될 수 있는지도 이해하고 적용하였다(4행).

### 3) 비판적 사고

비판적 사고는 외적 내적 기준에 의해 기존의 해결 방법을 평가하고 새로운 것을 만들어 내는 특징이 있다. 문제해결을 위해 기존의 해결 방법에 내재되어 있는 논리적인 오류를 찾는 사고 활동이다. 반성적 사고 활동이 핵심인 LOGO 프로그래밍 학습은 수학 영재 학생들로 하여금 자신들이 만든 프로그램에 대한 평가를 하도록 했다. 또한 기존의 명령어를 통합하여 새로운 것을 만들려고 시도하는 과정에서 학습한 명령어의 한계점을 이해하고 새로운 언어의 필요성을 제기하였으며, 뿐만 아니라 LOGO 언어가 갖는 논리적인 모순을 찾음으로써 보다 발전된 언어가 만들어져야 함을 제기하기도 하였다.

### 발췌문 3 : 비판적 사고에 의한 프로그래밍 사례

1 주성 : 정다각형 그리는 방법을 이용해서 원을 그리면 여러 가지 모양을 그리는데 어려움이 있어요. 아니 아예 불가능해요.

2 교사 : 어떤 그림인데?

3 주성 : 정다각형 절차를 이용하면 반지름의 길이를 정확하게 알 수 없어요. 무슨 말이나면요, 원과 직선이 혼합된 모양을 그릴 수 없다는 거예요. 예를 들어 반원을 그릴 경우 직선의 길이를 얼마로 해야 할지를 정확하게 알 수 없어서 틀이 생기게 되요. 그러니까 정다각형 절차를 이용한 원 그리  
는 방법은 원과 다각형을 혼합하여  
여러 가지 모양을 그리는데 한계가  
있다는 거예요.

4 교사 : 그럼 어떻게 해야 할까?

5 주성 : 반지름을 이용해서 원 그리  
는 방법이  
필요하죠.

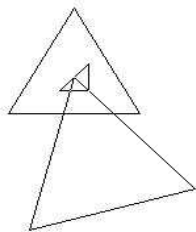
정다각형 절차를 변형해서 원 그리는 방법을 학습한 후에 원을 이용한 여러 가지 모양을 그릴 수 있었다. 그런데 주성이는 정사각형, 정삼각형, 원을 혼합해서 그릴 때 정다각형을 이용한 원 그리는 방법으로는 반지름의 길이가 정확하지 않아서 원하는 그림을 그릴 수 없음으로 정다각형 절차를 이용한 원 그리기는 문제가 있다고 지적했다(1행). 예를 들어 반원과 직선으로 이루어진 자동차 바퀴 모양을 그릴 때 반지름의 길이가 정확하지 않기 때문에 직선의 길이를 얼마로 해야 자동차 바퀴를 빈틈없이 그릴 수 있는지 알 수 없다는 것이다. 즉 문제 해결을 위해 기존 명령어를 분석하고 평가하였다(3행). 원의 일부분과 직선을 통합한 그림을 그리려면 반지름의 길이를 알아야 반지름의 길이만큼의 선분을 그을 수 있다. 따라서 원하는 모양을 그리기 위해서는 새로운 명령어가 필요함을 인식하였고(5행), 이러한 영재 학생들의

기존 명령어에 대한 분석은 반지름을 이용한 원 그리기 절차 학습에 대한 동기가 되었다. 다시 말해서 문제 해결을 위해 기존 명령어를 평가하는 비판적 사고 활동은 새로운 언어를 만드는 디자이너의 역할로 발전되었다. LOGO 명령어는 그림을 그리는 도구이므로 상황에 따라 수정 보완될 수 있다는 점이 영재 학생들로 하여금 새로운 언어를 만들어 보려는 동기를 유발시켰고, LOGO를 이용한 프로젝트 학습을 수행하는 과정에서 문제 해결을 위해 여러 가지 명령어들을 평가하는 사고 활동이 이루어졌다.

#### 4) 발전적 사고

발췌문 4 : 발전적 사고에 의한 프로그래밍 사례

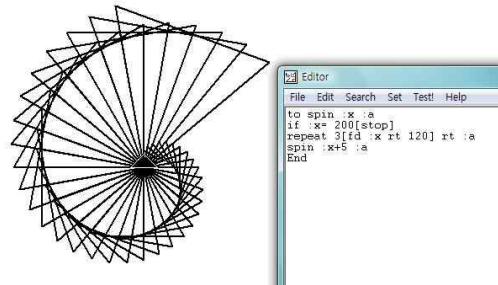
- 1 주성 : 뭐야 이건? 어떻게 된 거지?(그림 IV-3).
- 2 지한 : 뒤틀린 나무, 아! 피사의 나무라고 하면 어때?
- 3 주성 : 그렇다면 아예 삼각형이 조금씩 회전하면서 작아지도록 그려볼까?
- 4 지한 : 그럼 황금 나선 모양이 되겠네.



[그림 IV-3] 오류 난 나무 모양

- 5 주성 : 좋은 생각이 났어. 황금나선을 그리고, 그 중심으로 삼각형을 그리면더 멋지겠다. 황금나선 나무 어때요?
- 6 주성 : 그런데 황금나선은 어떻게 그리지?
- 7 수현 : 반지름이 무리수라서 정확하게 그리기는 어려울 텐데...
- 8 교사 : 이미 학습한 어떤 명령어를 이용해서 회전 각도를 변화시키면 황금나선과 비슷한 모양을 그릴 수도 있을 텐데...
- 9 수현 : 조건절을 이용하면 되요.

10 주성 : 네가 준 힌트로 만들었다. 자 보세요 (그림 IV-4).



[그림 IV-4] 정삼각형으로 만든 황금나선 모양

주성은 정삼각형을 이용한 계단식 모양의 나무를 프로젝트에 그려 넣기로 하고 알맞은 절차를 만들려고 하였다. 그런데 첫 번째 삼각형과 두 번째 삼각형을 그리는 방향이 달라짐으로써 [그림 IV-3]처럼 원하는 그림이 그려지지 않았다. 하지만 이렇게 그려진 나무 모양에 대해 부정적인 태도보다는 이를 이용한 새로운 모양을 만들 수 있는 계기로 발전시켰다(3행, 5행). 학생들은 계획하지 않았던 황금나선 나무 모양을 그리는 방법의 질문에 대해 교사의 도움이 되는 발문을 통해 변의 길이와 각의 크기를 변화시키는 조건절 절차를 이용하면 황금나선 모양의 그림을 그릴 수 있음을 이해하였다(9행). 주성은 조건절과 삼각형 그리는 절차를 이용해서 황금나선 모양으로 삼각형이 회전하면서 점점 작아지는 모양을 그렸다(10행, 그림 IV-4). 오류인 그림을 다른 관점에서 해석함으로써 교사가 의도하지 않은 새로운 학습을 할 수 있는 계기가 되었고, 이미 학습한 절차를 응용하여 새로운 그림을 그리는 것으로 발전되었다. 이러한 사고는 오류에 대한 부정적이라기보다 창의적인 사고를 할 수 있는 기회를 제공함으로써 긍정적인 신념을 갖게 하는데 도움이 되었다.

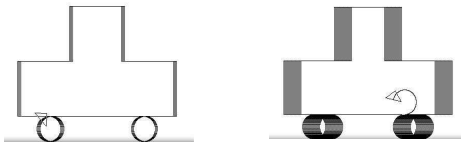


### 5) 통합적 사고

통합적 사고는 이산적인 상태의 여러 가지 자료들을 관찰하여 공통 요소를 파악하여 자료의 의미를 넓은 관점에서 해석하고 활용하는 사고 활동이다. 따라서 어떤 문제의 해결 방법이나 아이디어의 기본적인 요소를 인식하여 보다 포괄적인 의미를 부여하고 활용하는 능력이 다. LOGO에서 학습되는 여러 가지 기본적인 언어는 새로운 절차를 만드는데 다양하게 활용되었다. 수학 영재 학생들은 보다 편리하고 효율적인 새로운 절차를 만드는 과정에서 기존에 학습한 언어를 통합하는 전략이 나타났다.

#### 발췌문 5 : 통합적 사고에 의한 프로그래밍 사례

- 1 제호 : (자동차를 움직이게 하는 절차 만드는 것에 몰두하다가) 자동차가 자취를 남기면서 나아가고 있어요. 차와 차 사이를 간격을 1로 했더니 자동차가 점점 검정색이 되어가고 있어요(그림 IV-5).
- 2 교사 : 애니메이션 같네.
- 3 제호 : 150번 반복하는 거예요.
- 4 지한 : 자동차가 움직이기는 하네요.
- 5 제호 : 자취를 지우면 움직이는 것이 좀 더 실감날 수도 있어요.



[그림 IV-5] 제호가 만든 움직이는 자동차

- 6 교사 : 어떻게?
- 7 제호 : 자동차 절차에 들어 있는 PENPAINT 명령어를 지우면 돼요. 그런데 너무 느려서 가는 것 같지가 않아요. REPEAT 과 PX 를 사용해서 자동차 움직이는 것은 어려워요. 다른 명령어가 필요할 것 같아요.

LOGO 명령어를 이용하여 자동차 경주와 같은 절차도 만들 수 있다는 교사의 안내에 따라

영재 학생들은 스스로 지금까지 배운 기본적인 명령어를 통합하여 자동차 움직이는 절차를 만들기에 도전하였다. 제호는 2차시에 자동차 움직이는 절차를 만들려고 시도하였고, 2차시까지 학습한 명령어는 REPEAT을 이용해서 다각형을 그리는 정도였다. 제호는 PX(선분이 그려진 경우는 지우고, 지워진 선분은 다시 그리도록 하는 명령어)와 REPEAT(반복)이라는 명령어를 이용해서 자동차 움직이는 절차를 만들려고 시도하였다(1행, 3행). 자동차가 자취를 남기지 않고 움직이도록 하기 위해 자동차 모양을 그린 후에 지우고 앞으로 조금 나아간 후에 PENPAINT(선 그리기) 명령어를 추가해서 자동차를 그리도록 해서 자동차 모양이 조금씩 움직이는 것처럼 만들 수 있다는 생각을 했다(7행). 결국 움직이는 자동차 절차를 완성하지는 않았지만 시도하는 과정에서 기존의 명령어 PENPAINT와 PX와 같은 기본 명령어의 기능을 다른 관점에서 통합적으로 활용하였다. 실제로 PENPAINT와 PX라는 명령어는 사람의 팔을 흔드는 모양을 만드는데 활용되기도 하지만 움직이는 자동차를 구현하는 애니메이션을 만들기에는 제한적인 면이 있다. 이렇게 명령어를 분석하고 평가하는 과정을 통해 새로운 명령어의 필요성을 느끼게 되었고(7행), 이는 새로운 학습을 유발시키는 동기가 되기도 하였다.

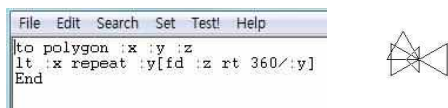
### 6) 유연한 사고

유연한 사고는 다양한 범주에 적용 가능한 아이디어나 해결 방법을 찾아내는 정신적인 활동이다. 일반적으로 창의적인 문제는 문제의 요소를 다양한 관점에서 관찰함으로써 해결되기 때문에 유연한 사고는 창의적인 문제 해결의 중요한 요소이다. 따라서 사고가 유연한 학습자는 어떤 문제를 해결하는데 필요한 잠재된 해결 방법의 리스트를 산출할 수 있게 된다. 잠재된 해결 방법은 상황에 따라 적절하게 활용됨으로써

보다 효과적으로 문제를 해결하게 한다. LOGO 학습에서도 영재 학생들은 다양한 관점에서 도형을 이해하고 관찰 분석함에 따라 같은 도형에 대해서도 그리는 절차를 다양하게 나타낼 수 있다. 이러한 LOGO 학습의 특징은 영재 학생들의 유연한 사고 활동을 촉진시켰다.

발췌문 6 : 유연한 사고에 의한 프로그래밍 사례

- 1 제호 : 보통의 다각형은 변의 수, 변의 길이를 나타내는 변수 두 개를 이용해서 절차를 만드는데 저는 회전 각도를 나타내는 변수를 하나 더 넣었어요(그림IV-6). 그래서 첫 번째 변수 X를 150이라고 하고 두 번째 변수 Y를 3이라고 하면 ▽ 모양의 삼각형이 그려져요.
- 2 교사 : 변수 X 값에 따라 삼각형이 그려지는 방향이 달라진다는 거구나.
- 3 제호 : 그렇죠. 그러니까 정육각형도 회전각도 150인 삼각형을 6번 회전하도록 하면 정육각형 절차를 따로 정의하지 않아도 그릴 수 있어요.
- 4 교사 : 기본 도형 자체를 여러 방향에서 그려지도록 했구나.
- 5 제호 : 이 절차는 나비 모양을 그릴 때도 편리하게 이용할 수 있어요. 회전각도만 달리하면 대칭이 되는 여러 가지 도형을 그릴 수도 있어요.



[그림IV-6] 제호가 정의한 정다각형 그리는 절차

도형의 교수-학습에서 다양한 위치에서 여러 가지 모양으로 다각형을 제시하는 것은 중요한 수학 학습 원리 중의 하나이다. LOGO 환경에서는 거북 기하가 12시 방향을 향하고 있기 때문에 삼각형 그리는 절차를 정의하면 ▷ 모양의 삼각형이 그려지게 된다. 그런데 제호는 ▷와 같이 정해진 위치에 삼각형이 그려지도록

하는 것에 만족하지 않고 다양한 방향의 삼각형이 그려지는 절차를 정의하였다(1행). 이러한 제호는 사고는 학습자 스스로 수학 학습의 다양성의 원리에 충실한 학습이라 할 수 있다. 이처럼 유연한 사고에 의해 정의한 절차는 회전 각도를 나타내는 변수가 추가됨으로써 좌표 평면상에서 원하는 위치에 여러 가지 정다각형을 그릴 수 있었다. 이런 절차는 다양한 위치의 나비를 그리는 데 유용하게 활용되었을 뿐만 아니라 도형의 변환에도 활용되는 것임을 강조하였다(5행) 영재 학생들은 그리는 도형 자체에만 집중하지 않고 다양한 형태는 물론 그리는 방향이나 위치까지 변화시키는 보다 융통적인 사고를 하였다. 여러 가지 도형의 변환에 관심이 많은 제호는 정다각형 그리는 절차를 정의할 때도 변환을 시도하는 유연한 사고 활동이 이루어졌다.

이상의 결과를 요약하면 LOGO 언어의 기본적인 명령어를 익혀서 간단한 도형을 그리는 단계에서부터 거북이의 모양을 바꾸어 애니메이션을 만드는 수준까지의 학습이 이루어는 동안 초등 수학 영재 학생들은 여러 가지 전략적 사고에 의해 프로그래밍을 계획하고 실행하였다. 기존의 수학적 지식이나 절차를 새로운 절차 구성에 활용하는 유추적 사고, 변수를 사용한 프로그래밍 절차는 수학 영재 학생들이 지닌 일반화 능력을 발휘할 수 있는 활동이었다. 절차를 일반화함으로써 구체적인 사례에 그치지 않고 다양한 그림을 그릴 수 있었다. 다양한 방법의 절차 구성이 가능한 LOGO 프로그래밍 과정은 기본 명령어의 기능을 통합 발전시켜서 새로운 것을 만드는 통합적인 사고를 촉진시켰으며, 원하는 그림을 그리기 위해 기존 명령어를 평가하고 비판하여 새로운 명령어의 필요성을 지적하는 비판적 사고 활동이 이루어졌다. 그리고 오류가 난 그림은 수정되어

야하는 부정적인 면을 넘어서서 이를 이용하여 계획하지 않은 새로운 그림을 그리는 토대로 활용하는 발전적인 사고 활동이 나타났다. 이는 수학 영재 학생들의 LOGO 프로그래밍 학습에서 나타날 수 있는 가장 독특한 사고 기능이었다. 같은 도형이라도 여러 가지 방법을 그릴 수 있는 LOGO 프로그래밍의 탐구적인 특징은 학생들로 하여금 다양한 해결 방법을 찾는 유연한 사고 활동에도 긍정적인 영향을 주었다.

## 2. 프로그래밍의 오류 수정(debugging)은 어떠한 전략으로 실행하는가?

LOGO 학습에서의 오류수정은 학습자가 만든 절차의 효율성과 원하는 그래픽을 그릴 수 있는 절차로서 적합한지, 적합하지 않을 경우 어떻게 수정해야 하는지를 판단해서 실행하는 과정이다. 자신의 해결 방법을 스스로 검토하고 점검하여 수정하는 메타 인지적인 사고 활동인 LOGO 프로그래밍의 오류 수정 전략은 5 가지로 분류되었다.

### 1) LOGO 언어의 문법적인 지식

기본적인 명령어와 문자를 사용할 때의 부호를 학습하는 단계에서의 오류수정은 만든 절차가 복잡하지 않고 제시된 그래픽이 단순하여 오류의 종류가 주로 LOGO 명령어에 대한 이해와 활용상에서 야기되는 문법적인 지식에 대한 것이었다. LOGO 프로그래밍 학습이 진행됨에 따라 영재 학생들은 절차를 만들고 나서 실행을 하기 전에 명령어의 사용과 관련된 문법적인 사항을 스스로 점검하였다. LOGO 명령어의 의미를 이해하고 활용하여 정의한 절차를 검토는 자신의 학습에 대한, 그리고 자신의 사고 과정에 대한 지속적인 반성적인 활동이다. 이러한 반성적 사고를 통해 학생들은 LOGO

명령어의 문법적인 이해와 활용 능력이 향상되고 이는 프로그래밍과 오류 수정 기능을 향상시키는데 도움이 되었다.

### 발췌문 7 : 문법적인 지식에 의한 오류수정 사례

1 교사 : 정다각형을 그리는 일반적인 절차를 만들어보자.

2 수현 : 간단하게 만들 수 있을 것 같아요. 잠시만요 (REPEAT :N[FD :X RT :360/N] 이라는 절차를 칠판에 적는다)

3 교사 : 와! 멋지다. 반복 횟수와 한 내각의 크기를 관련지어서 하나의 변수로 정의했고, 한 변의 길이까지 변수를 넣어서 만들었는데. 이 절차를 실행하면 정다각형이 그려질까?

4 지한 : 360/N의 값이 없다는 예러 메시지가 나와요.

5 제호 : (절차를 소리 내어 읽으면서)음~~ 아! 알겠어요. 부호(:)의 위치가 잘못된 것 같아요. 부호(:)는 변수 값을 정의할 때 사용한다고 했는데, 360/N 앞에 부호(:)를 넣으면 거북이는 전체를 변수로 이해하게 되고, 실제로 360은 변수가 아니라서 예러가 난 것 같아요. 그러니까 변수 N앞에 부호(:)를 넣어야 해요.

6 교사 : 맞아. 변수를 정할 때 부호(:)가 필요했는지. :360/N 라는 방법으로 부호(:)를 사용하려면 360/m이 어떤 것인지 미리 저장해 두었어야 했는데 그런 절차가 저장되어 있지 않아서 오류가 난거구나.

7 수현 : 선생님! 이제 정다각형 그리는 절차를 이용해서 여러 가지 정다각형을 쉽게 그릴 수 있게 돼서 정말 편리하겠어요.

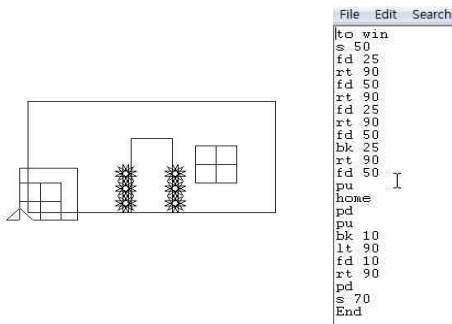
### 2) 그림과 절차를 비교하는 방법

LOGO 프로그래밍 학습이 기본적인 명령어를 익혀서 활용하는 수준에서 절차를 정의하는 단계로 수준이 이동함에 따라 여러 가지 명령어를 종합하는 프로그래밍이 이루어진다. 이러한 과정에서 나타나는 오류는 단편적인 LOGO 언어의 문법적인 측면보다는 언어들 간의 관계에 대한 이해와 활용 면에서 나타나게 된다.

여러 명령어들을 통합적으로 사용하여 절차를 정의할 경우 각 부분들과 전체가 의미 있게 연결되어야 하고, 오류가 났을 경우 여러 명령어들에 대한 총체적인 이해가 필요하다. 그런데 프로그래밍 과정에서 하위 절차를 만들지 않고 전체를 하나로 정의한 절차에 대해서는 부분과 전체를 통합적으로 이해하고 오류를 찾아 수정하기가 쉽지 않다. 이러한 경우에 그림과 정의한 절차를 차례대로 비교하면서 차이점을 찾아 오류를 수정하였다.

발췌문 8 : 그림과 절차의 비교에 의한 오류 수정 사례

- 1 지한 : 어? 창문이 잘못되었네(그림IV-7).
- 2 교사 : 어떻게 수정해야 할까?
- 3 지한 : 바깥쪽 정사각형 그리는 시작점이 잘못 된 것 같아요. 어느 부분인지 찾기가 힘들어요. 그림이랑 절차를 하나씩 비교해야 해요.



[그림IV-7] 오류 난 창문 모양과 절차

- 4 지한 : 왼쪽 창문을 그리려고 거북 위치를 옮길 때 HOME을 이용했군. 알겠어요. HOME이 아니라 다른 명령어를 입력했어야 하는데…….

지한이는 크기가 다른 정사각형을 이용해서 창문 그리는 절차를 정의했다. 두 개의 정사각형이 선대칭이 되도록 그리려고 했는데 한 번

이 겹쳐졌다. [그림IV-7]에 제시된 절차처럼 창문을 그리는데 사용된 명령어는 단순하지만 RT 90과 같은 명령어가 반복적으로 사용됨으로써 오류 난 창문의 절차가 어느 부분인지 찾는 데 어려움이 있었다. 지한이는 오류 수정을 효과적으로 수행하기 위해 절차와 그림을 차례대로 비교하는 방법을 선택하였다(3행). 지한이는 절차와 그림을 하나씩 비교한 결과 바깥쪽 정사각형을 그리기 위해 옮겨간 거북이의 위치가 HOME 으로 정의되어 있었음을 발견하였다(4행). 지한이는 HOME이라는 명령어를 지우고 안쪽의 정사각형에서 어느 정도 떨어진 위치에서 바깥쪽 정사각형을 그려야 하는지를 정하기 위해 그림과 절차를 비교하면서 이동해야 하는 길이를 어렵하였고 알맞은 명령어를 어디에 어떻게 추가하여야 하는지를 알아냈다.

3) 절차 -분석적 사고

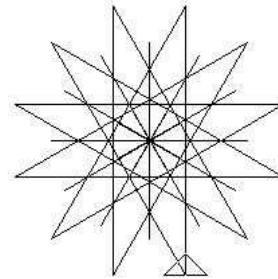
전체의 그림이 몇 개의 하위 절차로 구성되어 있거나, 또는 전체가 하나로 연결되어 있는 프로그램을 실행한 후에 오류가 났을 경우, 하위 절차를 하나씩 점검하거나, 전체 절차를 몇 개의 부분으로 나누어서 점검을 하게 된다. 집을 그릴 때 아래층과 위층으로 나누어서 절차를 만들고, 굴뚝이나 창문이라는 하위 절차를 만들어서 집을 완성시키는 프로그램에서 오류가 났을 때, 전체를 구성하고 있는 각각의 하위절차를 점검하면서 오류가 난 부분을 찾거나, 오류가 난 부분과 오류가 나지 않은 부분을 분리하여 오류 난 곳을 찾게 된다. 이 때 하나로 이루어진 절차를 어떻게 분석하느냐 하는 것은 오류를 성공적으로 수정하는 중요한 요인이다. 수학 영재 학생들은 오류 난 그림과 절차를 관련지으면서 효율적인 절차 분해를 위한 다양한 분석적 사고가 이루어졌고, 이를 바탕으로 오류를 수정하였다.

#### 4) 시각화

Bishop(1989)은 시각화를 그림으로 나타난 정보를 해석하는 능력과 시각적인 처리 능력으로 구분하였다. 시각적인 처리는 추상적인 관계들이나 그림이 아닌 정보를 시각적인 형태로 바꾸어 놓는 것을 말한다. 다시 말해서 시각화는 시각적 표현을 해석하는 능력과 시각적인 추론이라는 두 가지 측면을 말한다. 시각적인 추론은 실제로 보이는 영상이나 상상속의 영상과 그리는 영상을 조작하여 패턴을 찾거나, 시각적으로 기억하여 공간도형을 이해하는 것이라고 하였다(Mckim, 1980). 본 연구에서 수학 영재 학생들이 오류를 수정하는 전략의 하나로 설명하고 있는 시각화는 절차로 만들어진 그래픽을 해석하여 오류를 찾아 수정되어야 하는 부분을 파악하는 능력과 LOGO 명령어로 이루어진 절차를 시각화하면서 오류를 찾는 능력으로 구분하였다. LOGO 프로그래밍 과정에서 수학 영재 학생들은 그리고자 하는 그림에 대한 실제적인 영상이나 마음속의 영상을 바탕으로 알맞은 절차를 작성한다. 따라서 오류가 났을 때, 그림을 해석하면서 절차의 수정을 계획하거나 절차를 시각화하면서 오류를 찾아 수정하였다. 본 연구에서는 수학 영재 학생들이 그래픽을 해석하면서 이루어지는 오류 수정 전략을 도형-분석적 추론으로, 절차의 시각화를 바탕으로 이루어진 오류 수정을 시각적 추론으로 구분하였다.

#### 발췌문 9 : 도형-분석적 사고에 의한 오류수정 사례

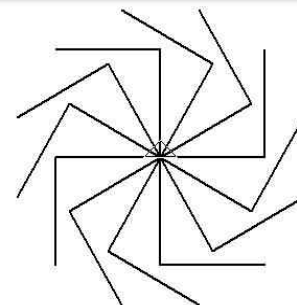
- 1 제호 : 선생님! 오른쪽 방향의 해바라기 절차에서 방향을 반대로 수정해서 왼쪽 방향으로 회전하는 해바라기를 그리려고 했는데 이런 모양이 만들어졌어요(그림 IV-8). 그래도 멋진 것 같아요.
- 2 주성 : 난 네가 뭘 잘못했는지 알겠다. LT 90을 한 후에 돌아올 때는 RT 90이어야 하는데 여전히 LT 90이라고 했지?



[그림 IV-8] 오류 난 해바라기 모양

- 3 제호 : 그랬나? (REPEAT 12[FD 100 LT 90 FD 100 BK 100 LT 90 BK 100 RT 30] 절차를 확인하고 나서) 그랬구나.
- 4 교사 : 와! 대단하다. 어떻게 그림만 보고 알 수 있었어?
- 5 주성 : 제가 BK를 이용해서 풍차를 그렸는데, 그 때 날개 하나를 그리고 되돌아올 때 회전 방향이 갈 때의 회전 방향과 반대였거든요.
- 6 교사 : 도형만 보고 회전 방향이 문제라는 것을 찾기는 쉽지 않을 텐데...
- 7 주성 : 제호가 그린 그림을 보면 전체적으로 연결되어 있잖아요. 그래서 회전 방향이 잘못 되었을 거라는 생각을 할 수 있어요.
- 8 제호 : 내가 만들었어도 그 생각 못했는데... 이제 됐다(그림 IV-9).

```
repeat 12[fd 100 lt 90 fd 100 bk 100 rt 90 bk 100 rt 30]
```



[그림 IV-9] 제호가 정의한 풍차 그리는 절차와 모양

해바라기 모양과 풍차모양은 정사각형 절차를 이용하여 그릴 수 있는 여러 가지 모양들의 구체적인 사례이다. 제호는 해바라기 모양을 그리기 전에 [그림 IV-9]의 방향과 반대로 회전하는 풍차그림을 그렸다. 그래서 그 절차를 이용하면 왼쪽 방향으로 회전하는 풍차 모양을 쉽게 그릴 수 있을 것으로 판단했다. 즉 회전 방향을 RT에서 LT로 바꾸어주면 될 것으로 생각했다(1행). 풍차 날개 하나를 그리고 BK를 이용해서 원래의 위치로 돌아온 후에 RT 90을 LT 90으로 바꾸어서 절차를 수정해서 실행한 결과 [그림IV-8]과 같은 잘못된 모양이 그려졌다. 이 모양을 본 주성이는 회전 방향을 LT 90으로 회전해서 날개 모양 하나를 그린 후에 BK를 이용해서 원래의 위치로 돌아올 때는 회전 방향을 RT로 바꾸고 나서 BK 명령어를 실행해야 한다는 것을 오류가 난 그림이 전체적으로 연결되어 있을 보고 찾아냈다(2행, 5행). 주성이는 거북이의 방향에 따라 거북이의 움직이는 선분이 어떻게 변화되는지를 명확하게 이해하고 있었다. 특히 거북 기하의 위치에서 명령어에 따라 도형이 어떻게 달라지는지를 파악하여 날개 방향이 LT이고 원래의 위치로 올 때의 방향이 RT이어야 한다는 것을 찾아냈다.

### 5) 경험적 추론

경험적 추론은 어떤 명제의 정당성을 예를 근거로 주장하는 경험적 정당화의 일종으로 이해될 수 있다. 일반적 원리나 법칙을 하위의 구체적인 상황에 적용하는 경험적인 활동을 토대로 원하는 결론을 도출하는 방법이다. LOGO 프로그래밍 학습을 통해 수학 영재 학생들은 변수를 이용한 일반화 전략으로 절차를 정의하는 능력이 우수하였다. 일반화된 절차를 이용하여 원하는 모양의 그림을 그리는 과정에서 오류가 발생했을 때 경험적 추론으로 알맞은

변수 값을 찾았다. 즉 기본이 되는 값을 입력해서 나타나는 그림을 학습자가 원하는 그림을 그리는 알맞은 변수 값을 찾는데 활용하였다.

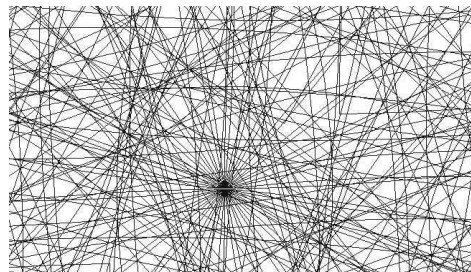
### 발췌문 10 : 경험적 추론에 의한 오류수정 사례

1 수현 : 꽃잎의 크기는 그대로 두고, 꽃잎 수만 변화시키는 절차로 할까? 아니야. 꽃잎의 크기도 변화시키는 것이 좋겠다(그림IV-10).

```
File Edit Search Set Test! Help
to flower :x :y
circle :x *23 repeat :y[repeat 2 [repeat 90[fd :x rt 1] rt 90]rt 360/y]
End
```

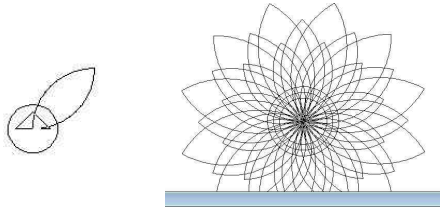
[그림IV-10] 수현이가 정의한 꽃 그리는 절차

- 2 수현 : (FLOWER 50 30 실행하고 나서)그런데 왜 이런 모양이 그려지는 거지? (그림IV-11). 꽃은 꽃인 것 같은데..., 변수 값이 맞지 않은 것 같다. (오류 난 그림을 보면서 혼잣말로)얼마로 해야 할까?
- 3 교사 : 반복횟수가 너무 많았나 보다.



[그림IV-11] 오류 난 꽃 모양

4 수현 : 좋은 생각이 났어요. FLOWER 1 1부터 차례대로 실행해보는 거예요. 아. 뭐가 잘못된 건지 알았어요. 입력한 반지름과 회전수가 너무 컸어요. 선생님! 드디어 완성이에요. 멋진 꽃을 보여드릴게요(FLOWER 2 12 RT 15 FLOWER 2.5 12 RT 15 FLOWER 3 12 입력하고 나서) 자 보세요(그림 IV-12).



[그림 IV-12] 변수에 따른 여러 가지 꽃 모양

수현이는 원과 호를 이용하여 크기가 달라지는 꽃을 그리는 일반적인 절차를 정의했다(그림 IV-10, 1행). 변수를 이용한 일반화된 절차에 원하는 모양과 크기의 꽃을 그리기 위해 특정한 변수 값을 입력하였으나 오류가 발생했다(그림 IV-11). 오류가 났지만 절차상의 문제라기 보다는 선택한 변수 값에 의한 오류라는 것을 파악했다(2행). 따라서 알맞은 꽃을 그리는 변수 값을 찾기 위한 방법으로 가장 작은 값을 선택하여 FLOWER 1 1을 실행해 보는 전략을 실행했다(4행). 변수 값이 1 1 일 때의 모양(그림 IV-12)을 통해 특정 값에 따른 꽃잎의 모양을 추론하였다. 경험을 토대로 자신의 추론을 확인하는 전략을 구사했다. 수현이는 반지름의 크기와 회전 수를 1 1로 했을 때의 모양을 토대로 자신이 원하는 모양의 꽃을 그리는데 알맞은 반지름의 크기와 회전수를 추론하였다.

오류 수정 과정에서 나타난 전략들을 요약해보면, LOGO 프로그래밍 학습에서의 오류수정 전략은 학습자들의 LOGO 언어에 대한 이해와 적용 능력 등 다양한 요인에 의해 여러 가지로 나타났다. 명령어를 익히는 단계에서 발생한 문법적인 측면의 오류는 명령어의 의미에 대한 지식을 토대로 수정이 이루어졌다. 절차가 복잡해짐에 따라 그림과 절차를 대조하는 방법으로, 전체 절차를 몇 개의 하위 절차로 분해하는 체계적인 분석을 통해 수정이 이루어졌다. 또한 오류 난 그림을 분석하면서 절차가 어떻게 수정되어야 하는지 파악하는 도형-분석적

추론과 절차에 따라 그려지는 그림을 시각화하는 시각적 추론 등의 전략으로 오류를 수정하였다. 논리적인 사고를 바탕으로 이루어지는 LOGO 프로그래밍 학습은 다양한 시각적 경험을 제공함으로써 영재 학생들의 시각적인 추론 능력 개발에 도움이 되었다. 특히, 전체적인 상황과 구체적인 사례간의 관련성을 이해하고 적용해보는 경험적 추론에 의해 원하는 그림을 그리는 프로그래밍 오류 수정이 이루어지기도 했다. LOGO 프로그래밍의 오류 수정 활동은 수학 영재 학생들의 시각적 추론과 논리적 추론이 통합적으로 필요한 고난이도의 학습이라는 것을 알 수 있었다.

## V. 결론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, LOGO를 이용한 프로젝트 학습은 수학 영재 학생들을 위한 차별화된 통합 교육 내용으로 활용될 수 있다. LOGO 프로그래밍 언어를 이용한 다양한 형태의 그래픽으로 만든 주제별 작품은 수학적 원리와 미술 교과와의 심미적인 요소가 통합된 교육 내용이다. 또한 LOGO를 이용한 프로젝트 학습은 각 차시의 내용이 최종 산출물을 완성하기 위한 의미 있는 학습이 됨으로써 전체적으로 연계성을 갖는 통합적이고 체계적인 영재 교육 프로그램이다. 따라서 현행 수학 영재 교육에서 LOGO가 다각형의 성질, 도형의 변환, 각에 대한 이해, 변수 개념 등 수학적인 원리의 심층적인 이해와 응용력에 초점을 두고 활용되고 있는 범위를 넘어서서 LOGO 언어의 내재적인 가치를 보다 포괄적이고 의미 있게 학습할 수 있는 차별화된 방안이라 할 수 있다.

둘째, LOGO 프로젝트 학습은 창의적인 문제 해결력을 신장시키는 수학 영재 교육의 효율적인 프로그램으로 활용될 수 있다. LOGO 프로그래밍 과정에서 나타난 유추적 사고, 일반화, 비판적 사고, 통합적 사고, 발전적 사고, 유연한 사고와 오류 수정 학습에서 나타난 분석적 추론, 시각적 추론 등은 고등 수준의 사고 능력이다. 이는 학습자 스스로 계획한 독특한 그림이나 교사가 제시한 그림에 대한 다양한 방법의 프로그래밍을 실행하고, 여러 가지 그림을 통합하여 주제별 프로젝트 작품을 완성하는 학습이 이러한 사고 활동과 밀접한 관련성이 있음을 시사받을 수 있다.

셋째, LOGO를 이용한 프로젝트 학습에서 나타난 고등 사고 능력에 대한 분석은 수학 영재 학생들을 위한 LOGO 교수-학습의 구체적인 목표를 설정하는 자료로 활용할 수 있다. LOGO 학습의 주제나 과제에서 어떠한 고등 사고 능력이 강조될 수 있는지를 구체적으로 제시하고 있다. 이러한 자료는 각 차시마다의 LOGO 교수-학습이 어떠한 전략적 사고를 목표로 해야 하며, 이러한 목표를 달성하기 위한 교수-학습은 어떻게 계획되어야 하는지에 대한 체계적인 방안을 마련하는 근거가 될 수 있다.

## 참고문헌

- 강병련·김희영(2008). 대학부설 과학영재교육원 초등수학 교육과정 분석. **한국수학교육학회지, 시리즈 E**, 22(1), pp. 13-26.
- 김연화(2009). **중학교 과학수업에서 프로젝트 프로그램 적용이 학생들의 문제해결력과 과학에 대한 태도 및 흥미에 미치는 영향**. 이화여자대학교, 박사학위논문.
- 이해명(2002). 영재교육과정 개발과 과제. 영재와 영재교육, 1(1), pp. 91-124
- 한기순(2006). 국내 영재교육 프로그램의 현황과 과제. 영재와 영재교육 5(1). pp. 110-129.
- Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *In Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-16.
- Blumentfeld, P., Soloway, E., Marx, R., Krajcik, J., Guzdial, M., & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational Psychologist*, 26(3&4), 369-398.
- Clements, D., & Gullo, D. (1984). Effects of computer programming on young children's cognition. *Journal of Educational psychology*, 76(6), 105-158.
- Clements, D., Sarama, J., Yelland, N. J., & Glass, B. (2008). Learning and teaching geometry with computers in the elementary and middle school. In M.K. Heid & G. W. Blum(Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Vol. 1. Research syntheses* (p.109-154). Charlotte, NC: Information Age.
- Doppelt, Y. (2003). Implementing and assessing project-based in a flexible environment. *International Journal of Technology and Design Education*, 13. 255-272
- Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *Arithmetics Teacher*, 28, 14-18.
- Jennifer, M.(1996). *Qualitative Researching*. London: Sage Publications. 김두섭(역)(1999). 질적 연구방법론. 서울: 나남출판사.
- John, W. T.(2000). A review of research on project-based learning. from [http://www.bie.org/index.php/site/RE/pbl\\_research/29](http://www.bie.org/index.php/site/RE/pbl_research/29).



- Keller, J. K.(1990). Characteristics of LOGO instruction promoting transfer of learning: A research review. *Journal of research on computing in education*, 23(1), 55-71.
- Kilpatrick, W. H.(1918). *The project method*. NY: Teachers College, Columbia University.
- Laffey, J., Tupper, T., Musser, D., & Wedman, J. (1998). A computer-mediated support system for project-based learning. *Educational Technology Research and Development*, 46(1), 73-86.
- Make, C., & Nielson, A. B. (1995). *Teaching models in education of the gifted*. Austin, TX: Pro-Ed.
- McKim, R. (1980). *Experiences in visual thinking(2nd. ed)*. Boston, MA: PWS Engineering.
- Papert, S. (1991). Situating *constructionism*. In I. Harel & S. Papert. (Ed.) *Constructionism*. Norwood, NJ: Ablex.
- Samara, J., Pedraza, C., & Curry, J.(1992). *Designing effective middle school units(Eds.)*. Glenview, IL: Illinois Association for Gifted Children.
- Sheffield, L. J.(1994). The development of gifted talented mathematics students and the National Council of Teachers of Mathematics Standards. Storrs, CT: The National Research Center on Gifted and Talented, University of Connecticut.
- Stepien, W. & Gallgher, S. (1993). Problem-based learning: As authentic as it gets. *Educational Leadership*, 51, 25-28.
- Swan, K. (1989). LOGO programming and the teaching and learning of problem solving. Unpublished Doctoral Dissertation, Teachers College, Columbia University.
- VanTassel-Baska, J. (1994). *Comprehensive curriculum for gifted learners*(Ed.). Needham Height, MA: Allyn & Bacon.

# The Strategic Thinking of Mathematically Gifted Elementary Students in LOGO Project Learning

Lew, Hee Chan (Korea National University of Education)

Jang, In Ok (Korea National University of Education Graduate School)

The purpose of this study is to suggest a new direction in using LOGO as a gifted education program and to seek an effective approach for LOGO teaching and learning, by analyzing the strategic thinking of mathematically gifted elementary students.

This research is exploratory and inquisitive qualitative inquiry, involving observations and analyses of the LOGO Project learning process. Four elementary students were selected and over 12 periods utilizing LOGO programming, data were collected, including screen captures from real learning situations, audio recordings, observation data from lessons involving experiments, and interviews with students.

The findings from this research are as follows:

First, in LOGO Project Learning, the mathematically gifted elementary students were found to utilize such strategic ways of thinking as inferential thinking in use of prior knowledge and thinking procedures, generalization in use of variables, integrated thinking in use of the integration of various commands, critical thinking

involving evaluation of prior commands for problem-solving, progressive thinking involving understanding, and applying the current situation with new viewpoints, and flexible thinking involving the devising of various problem solving skills.

Second, the students' debugging in LOGO programming included comparing and contrasting grammatical information of commands, graphic and procedures according to programming types and students' abilities, analytical thinking by breaking down procedures, geometry-analysis reasoning involving analyzing diagrams with errors, visualizing diagrams drawn following procedures, and the empirical reasoning on the relationships between the whole and specifics.

In conclusion, the LOGO Project Learning was found to be a program for gifted students set apart from other programs, and an effective way to promote gifted students' higher-level thinking abilities.

\* **Key Words** : The LOGO project learning, strategic thinking(전략적 사고), mathematically gifted elementary students(초등수학영재학생).

논문접수: 2010. 9. 27.

논문수정: 2010. 11. 1.

심사완료: 2010. 11. 9.