한국해양공학회지 제24권 제6호, pp 109-113, 2010년 12월 (ISSN 1225-0767)

고유진동수 제약조건을 고려한 프레임 구조물의 최적화

김봉익* · 이성대**
*경상대학교 해양토목공학과 해양산업연구소
**한라대학교 토목공학과

Optimization of Frame Structures with Natural Frequency Constraints

Bong-Ik Kim* and Seong-Dae Lee**
*Department of Ocean Civil Engineering, Gyeongsang University, Tongyeong, Korea
**Department of Civil Engineering, Halla University Wonju, Korea

KEY WORDS: Optimization 최적화, Frame 프레임, Natural frequency 고유진동수, Genetic algorithms 유전자 알고리즘

ABSTRACT: *We present the minimum weight optimum design of cross sectional for frame structures subject to natural frequency. The optimum design in this paper employ discrete and continuous design variables and Genetic Algorithms. In this paper, Genetic Algorithms is used in optimization process, and be used the method of Elitism and penalty parameters in order to improved fitness in the reproduction process. For 1-Bay 2-Story frame structure ,in examples, continuous and discrete design variables are used, and W-section (No.1~No.64), from AISC, discrete data are used in discrete optimization. In this case, Exhaustive search are used for finding global optimum. Continuous variables are used for 1-Bay 7-Story frame structure. Two typical frame structure optimization examples are employed to demonstrate the availability of Genetic Algorithms for solving minimum weight optimum of frame structures with fundamental and multi frequency.*

1. 서 론

구조물의 최적설계에는 여러 가지 제약조건(Constraints)들이 사용된다. 이 제약조건들에는 주로 부재 단면의 선택에 대한 조건, 부재의 응력이나 특정위치에서의 변위제약, 동적하중이 작용할 때 구조물의 고유진동수(Natural frequency)에 대한 제약 등이 있다. 이처럼 구조물의 최적설계에는 여러 가지 제약조건 등이 사용되지만, 특히 동적하중을 받고 있는 구조물의 최적설계에 가장 중요하게 고려되어야 할 부분은 구조물의 고유진동수이다. 이는 동적하중에 의한 진동수와 구조물의 고유진동수가 일치할 경우 구조물에 심각한 영향을 미치는 공진 현상을 일으키기 때문이다. 구조물최적설계 시 부재단면선택의 조건에 따라 연속변수에 의한 설계와 이산변수에 의한 설계로 나눌 수 있다. 일반적으로 구조물최적화는 연속변수를 사용하여 설계하고 있으나, 경제적인 측면이나 시공상의 편리함을 우선으로 하면 이산자료를 사용한 이산최적설계가 직접설계에 적용할 수 있다는 이점이 있어 현실적인 측면에서 유리하다 하겠다. 프레임(Frame) 및 트러스구조물에서 부재의 응력이나 변위제약조건을 고려한 구조물의 최적설계는 여러 연구자들에 의해 연구되었다(김봉익과 권중현(2003), Jenkins(1992), Manickarajah et al.(2000), Nanakorn and Meesomklin(2001), Rajeev and Krishnamoorthy(1992), Saka (2008). 그리고 동적제약조건을 고려한 프레임 및 트러스구조물의 최적설계에 대한 연구에는 이상진과 김하룡(2006), 이성수와 홍갑표(2004), 조강표 등(2007), 조효남 등(2002), Khan and Willmert(1981), McGee and Phan(1991), Pantelides and Tzan (1997), Sedaghati et al.(2002) 등 많은 학자들에 의해 연구되었다. 이상진과 김하룡(2006)은 쉘구조에서 고유진동수가 최대가 되게 쉘의 두께를 최소화 하는 형상최적화를 연구하였다. 이성수와 홍갑표(2004)는 바닥구조의 고유진동수 추적식의 정확성을 개선하기 위해서 바닥구조의 고유진동수를 실제 값에 근사한 값으로 추정할 수 있는 보정-시스템 진동식을 연구하였다. 조강표 등(2007)은 고층건물에 풍하중이 작용할 때 사각형 평면의 세장한 풍진동모형을 이용하여 초고층건물의 구조감쇠비와 고유진동수에 따른 풍진응답에 대해 연구하였다. 조효남 등(2002)은 지진하중을 받는 강뼈대 구조물의 표준단면에 대한 다목적최적설계방법을 연구하였으며, 표준단면제원을 이용한 다목적최적설계를 위해 전역기준법을 사용하였다. Khan and Willmert(1981)는 보와 프레임구조물에 Optimality criterion 방법으로 단면최적설계 하였으며, 최적설계 시에 고유진동수 제약조건을 사용하였다. McGee and Phan(1991)은 Optimality criterion 방법과 여러 개의 고유진동수 제약조건을 적용하여 프레임구조물의 단면최적화를 연구하였다. Pantelides and Tzan (1997)은 Modified iterated simulated annealing(MISA) 방법을 사용하여 프레임구조물의 단면최적설계를 연구하였으며, 설계 시 부재별 응력제약과 지반에 Sinusoidal의 인공지진파를 적용하였다. Sedaghati et al.(2002)은 트러스와 프레임구조물에 하나

교신저자 김봉익: 경상남도 통영시 인평동 445, 055-640-3154, bikim@gnu.ac.kr

또는 여러 개의 고유진동수제약조건을 적용하여 구조물의 총무게가 최소가 되게 Finite element force method법을 사용하여 단면 최적설계 하였다. 본 연구에서는 동적제약조건(고유진동수)을 고려한 프레임(Frame)구조물에 대해 연속설계변수를 사용한 최적설계와 이산자료를 사용한 이산최적설계에 대한 연구를 시도하였다. 첫째, 프레임구조물의 단면설계에 연속변수를 사용하여 최적설계를 하였으며, 동적제약조건에는 고유진동수를 사용하였다. 둘째, 경제적이며, 실제적(Practical)인 설계를 위해 단면설계에는 이산자료를 사용하였으며, 고유진동수 제약조건을 고려한 이산최적설계를 시도하였다. 그리고 프레임구조물의 최적설계에 유전자 알고리즘(Genetic algorithms)을 사용하였다. 유전자 알고리즘은 확률론적 접근방식에 근거하여 주로 전공간 탐색에 매우 효과적으로 사용되는 검색방법이며, 최근에는 다양한 분야의 공학에 널리 사용되고 있다. 본 연구에서 설계예제에는 1-Bay 2-Story 프레임과 1-Bbay 7-Story 프레임을 대상으로 하였다.

2. 구조물의 최적화 문제형성

구조물 최적설계에는 여러 종류의 설계(목적함수)들이 있으나 주로 비용이 최소가 되게 하든지 아니면 총무게가 최소가 되게 설계하고 있다. 본 연구에서는 프레임구조물의 총 무게가 최소가 되게 최적설계 하였으며, 목적함수(W)는 구조물의 총 무게가 된다. 제약조건은 동적제약조건 인 고유진동수 및 최저, 최대 단면적이 되며, 구조물의 최적설계 대한 목적함수 W 및 제약조건식은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } W=\sum_{i}^{n} \rho_i\, A_i\, L_i \tag{1}$$

subject to

$$g_j=\omega_j^2-\widetilde{w_j}^2 \geq 0,\ j=1,2,3,...,m \tag{2}$$

(m natural frequency constraints)

$$A_i-\widetilde{A_i}\geq 0,\ i=1,2,3,...,n \tag{3}$$

(n cross-sectional constraints)

여기서,

ρ_i, A_i, L_i; i번째 부재에 대한 밀도, 단면적 및 길이

$\omega_j, \widetilde{w_j}$; j번째 고유진동수 및 주어진 특정 고유진동수

$A_i, \widetilde{A_i}$; i번째 부재의 단면적 및 최저 한계 값

구조물의 최적설계 시 1-Bay 2-Story 프레임의 경우 연속설계변수와 이산설계변수에 의한 목적함수를 사용하여 구조물을 최적설계를 하였으며, 1-Bay 7-Story 프레임의 경우 연속변수에 의한 경우에 대해서만 단면최적설계 하였다.

3. 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 생물진화 과정을 단순 수리 모델화시켜 최적화문제를 해결하는 최적화기법이며, 최적화에 사용되는 변수는 생물진화 과정에서 염색체에 해당된다. 유전자 알고리즘에서는 이진코드(Binary code)를 사용하여 최적설계를 함으로서 이산설계변수를 사용하여 설계하는 이산최적화에 매우 효율적이다(Holland, 1975; Goldberg, 1989). 유전자 알고리즘은 일반적인 최적화 기법과는 달리 함수의 연속성, 미분가능성, 함수의 Convexity를 요구하지 않고 단지 주어진 제약조건이 만족되는 함수의 값(Value)만 요구되므로 이산변수를 사용하는 최적화문제의 해결에는 매우 적합한 설계방법이라 할 수 있다. 또한 유전자 알고리즘은 일반적인 최적화 방법에서처럼 초기 설계값을 사용하지 않고 설계집단을 사용하므로 설계값이 한쪽으로 치우쳐서 나쁜 결과를 가져오는 현상을 다소 해소 할 수 있으며, 전공간설계(Global minima)를 찾을 수 있는 이점이 있다. 유전자 알고리즘은 최적설계시 변수의 이진수 코드변환, 번식, 교차, 돌연변이 등의 과정이 있으며, 이러한 과정이 반복되면서 우수한 설계들로 구성되는 설계집단 중 가장 우수했던 설계가 최적의 해(설계)가 되는 것이다.

3.1 설계변수의 이진코드화(Binary coding)

유전자 알고리즘에서 설계변수에 해당되는 각 문자열은 생물학에서는 염색체(Chromosome)에 해당되며, 각 문자열에는 설계변수(10진수) 그 자체를 사용하지 않고 10진수를 2진수로 변환 한 2진 문자열(Binary string)을 사용한다.

3.2 번식(Reproduction)

유전자 알고리즘에서 번식은 현 세대(1세대)의 설계집단(Population)에서 우수한 개체들이 다음세대(2세대)의 설계집단으로 전달되기 위한 정보를 각 개체에 제공하는 과정이다. 번식과정에서 초기 설계집단은 모두 무작위하게 집단이 구성된다. 번식은 적합성(Fitness)이 좋은 개체는 선택될 기회가 많이 주어지고 반면에 적합성이 나쁜 개체는 선택될 기회가 적게 주어지도록 각 개체에 확률을 부여하고, 각각의 개체에 부여된 확률에 따라 각 개체들이 새로운 집단에서의 개체들로 선택되는 과정을 말한다. 본 연구에서는 번식과정에서 Elitism(Goldberg, 1989)을 사용하였으며, 제약조건이 만족이 되지 않은 개체는 Penalty를 주어 번식과정에서 제외되도록 하여 개체의 적합도를 높였다. Elitism이란 현 세대에서 가장 우수한 하나의 개체만 다음세대에서 전달되며, 이 과정에서 전달된 개체 외에는 모두가 무작위과정을 거쳐 새롭게 설계집단을 구성하였다.

3.3 교차(Cross over)

유전자 알고리즘에서 교차는 번식의 과정 후 새롭게 구성된 개체들 사이에서 2진수로 구성된 인자를 서로 교환함으로써 이전 세대보다 적합성이 좋은 개체를 재구성하는 과정이다. 교차는 한 쌍의 2진 문자열 사이에서 이루어지며 각각의 2진 문자열들은 번식 후 구성된 현 집단에서 무작위로 선택된다. 교차는 모든 개체에 대해 전부 이루어지는 것이 아니라 교차확률(p_c)에 따라 선택적으로 이루어진다. 본 연구에서는 2점 교차방법을 사용하였으며, 교차확률(p_c)은 0.5를 사용하였다.

3.4 돌연변이(Mutation)

유전자 알고리즘에서 돌연변이는 번식과정중 열성 개체만으로 이루어지는 것을 방지하기 위해 개체들 사이에 새로운 변화를 주는 매우 중요한 과정이다. 생물학에서도 돌연변이를 통해 새로운 종이 나타나듯이 유전자 알고리즘에서도 돌연변이과정을 통해 또 다른 국지최적설계(Local minima)를 찾을 수 있다. 돌연변이는 한 집단내의 모든 2진 문자열의 전체 비트를 대상으로 하며, 각 비트에 대해 무작위 수와 돌연변이 확률을 비교하여 무작위수가 돌연변이 확률(P_m)보다 적은 경우 해당되는 비트가 반대값(0은 1로, 1은 0으로)을 갖는 과정이다. 돌연변이 확률(P_m)은 0.02를 사용하였다.

4. 설계예제

프레임구조물의 최적설계 예제에서 1-Bay 2-Story 프레임의 경우 연속설계변수에 의한 설계와 이산자료를 사용한 이산최적설계를 시도하였으며, 이산최적설계에 사용된 이산자료는 AISC의 291개의 W-section 중에서 설계에 가장 많이 사용되고 있는 64개의 W-section을 사용하였다. 1-Bay 7-Story 프레임의 경우 연속변수만을 사용하여 단면최적설계 하였다. 사용된 재료의 탄성계수 $E = 2.10 \times 10^{10}$kg/m^2(30^4Ksi), 부재의 밀도 ρ= 7757kg/m^3(0.28lb/in^3)의 값을 사용하였다.

4.1 1-Bay 2-Story 프레임

1-Bay 2-Story 프레임구조물의 경우 연속변수에 의한 설계와 이산변수에 의한 설계로 나누어 설계하였다. 이 2case에 사용된 제원은 아래 Fig. 1과 같다.

첫째, 1-Bay 2-Story 프레임구조물에서 단면설계에 연속변수를 사용하여 최적설계 하였으며, 부재별 단면에 해당되는 6개의 설계변수를 사용하였다. 모든 부재에서 단면의 최소값은 51.088cm^2(7.9187in^2)로 하였으며, 단면의 최대값은 569.55cm^2(88.28in^2)으로 하였다. 그리고 4개의 절점(Node 1, 2, 3, 4)에 178.74kg/m (10.0lb · s^2/in)의 질량을 첨가 하였다. 부재 단면별 단면2차모멘트는 아래 식 (4), (5)에 주어진 값을 사용하였으며, 동적제약조건인 고유진동수 $\omega_1 = 78.5$rad/s인 경우와, $\omega_1 = 78.5$rad/s, $\omega_2 \geq 180.0$rad/s의 2 경우로 나누어 설계하였다. 그리고 부재 단면의 크기와 진동수제약조건을 달리한 최적설계를 하였다. 이 경우 단면의 최소값은 7.62cm^2(3.0in^2)로 하였으며, 최대값은 569.55cm^2(88.28in^2)로 하였다. 이 경우 고유진동수 $\omega_1 = 5.0$Hz인 경우와 $\omega_1 = 5.0$Hz, $\omega_2 \geq 18.0$Hz로 나누어 설계하였다. 그리고 Table 1과 2는 본 연구에서 제시된 유전자 알고리즘에 의한 최적 설계결과이다. Table 1로부터 제약조건 $\omega_1 = 78.5$rad/s인 경우 Sedaghti et al.의 결과에 비해 약 2.76%의 나은 결과를 얻었으며, $\omega_1 = 78.5$rad/s, $\omega_2 \geq 180.0$rad/s의 경우는 3.23%의 나은 결과를 얻었다. Table 2로부터 고유진동수 제약조건 $\omega_1 = 5.0$Hz의 경우는 McGee and Phan보다 3.93% 나은 결과이며, $\omega_1 = 5.0$Hz, $\omega_2 \geq 18.0$Hz의 경우는 약 1.65%의 나은 설계결과를 얻었다. Table 1과 2의 결과로부터 본 연구에서 제시된 유전자 알고리즘에 의해 설계된 경우가 기존의 연구에 비해 우수한 설계결과가 됨을 알 수 있었다.

$$I = 4.6248A^2,\ 0 \leq A \leq 44 \tag{4}$$

$$I = 256A^2 - 2300,\ 4 < A \leq 88.2813 \tag{5}$$

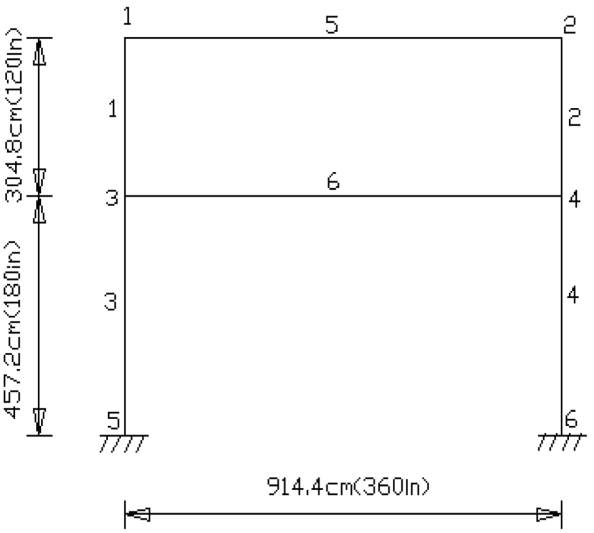

Fig. 1 Configuration of 1-Bay 2-Story frame

Table 1 Optimum design (cm^2) of 1-Bay 2-Story frame in different constraints condition

Element no.	$\omega_1 = 78.5$		$\omega_1 = 78.5,\ \omega_2 \geq 180$	
	Sedaghti et al.	Present	Sedaghti et al.	Present
1	51.088	211.42	206.29	197.55
2	215.55	51.088	62.746	64.32
3	365.98	51.088	138.767	69.03
4	51.088	314.45	297.876	316.97
5	51.088	51.088	51.088	56.12
6	253.80	265.29	256.36	260.26
Weight (kg)	4272.32	4157.77	4365.56	4228.84

Table 2 Optimum design (cm^2) of 1-Bay 2-Story frame in different constraints condition

Element no.	$\omega_1 = 5.0$		$\omega_1 = 5.0,\ \omega_2 \geq 18.0$	
	McGee and Phan	Present	McGee and Phan	Present
1	39.61	45.58	38.12	42.9
2	39.61	46.12	38.12	40.77
3	83.60	75.03	124.12	131.81
4	83.60	72.35	124.12	116.26
5	35.25	28.45	37.47	31.68
6	70.24	74.50	19.35	19.35
Weight (kg)	1527.23	1468.84	1462.24	1438.51

Table 3. 64 W-section data for 1-Bay 2-Story frame

W-section name			
W36X300	W27X84	W18X97	W14X90
W36X260	W24X335	W18X76	W14X22
W36X230	W24X250	W18X65	W12X190
W36X210	W24X176	W18X55	W12X136
W36X194	W24X162	W18X40	W12X96
W36X150	W24X146	W18X35	W12X65
W36X135	W24X131	W16X31	W12X19
W33X130	W24X117	W16X26	W12X16
W33X118	W24X103	W14X426	W12X14
W30X191	W24X76	W14X370	W10X112
W30X173	W24X68	W14X311	W10X88
W30X148	W24X62	W14X257	W10X68
W30X116	W24X55	W14X211	W10X49
W30X108	W21X50	W14X159	W10X12
W30X99	W21X44	W14X132	W8X67
W27X94	W18X119	W14X109	W8X58

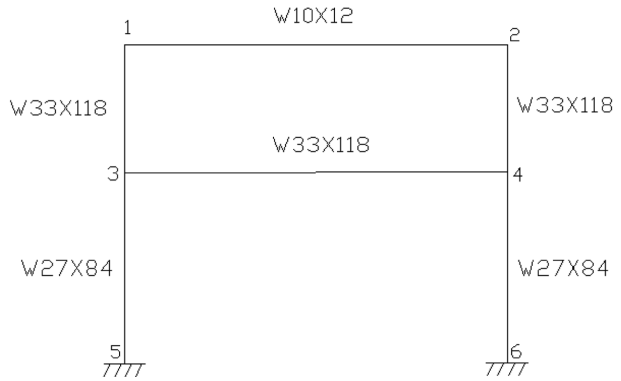

Fig. 2 Final design of 1-Bay 2-Story frame

둘째, 1-Bay 2-Story 프레임구조물에서 단면설계에 이산자료를 사용하여 이산최적설계를 하였다. 이산자료는 2^8에 해당되는 64개의 W-section을 사용하였으며 Table 3과 같다. 1-Bay 2-Story 프레임에 사용된 설계변수는 4개의 그룹으로 분류하였으며, 4개의 설계변수는 1층 기둥, 2층 기둥, 1층 보, 2층 보 이다. 동적제약조건인 고유진동수 ω_1 = 78.5rad/s을 사용하였다. 본 연구에서 사용된 유전자 알고리즘에 의한 이산설계결과는 1층, 2층 기둥의 단면적은 각각 24.81cm^2, 34.71cm^2. 1층과 2층 보의 단면적은 각각 3.53cm^2, 34.71cm^{2}을 얻었으며, 구조물의 총무게는 9021.15kg이다. 이 경우는 전공간 탐색(Exhaustive search)을 통해 전공간 최적설계(Global optimum, 9021.15kg)를 찾았으며, 이산최적설계결과와 일치하였다. 이산최적설계에 의한 W-section단면배치는 Fig. 2와 같다.

4.2 1-Bay 7-Story 프레임

1-Bay 7-Story프레임의 제원은 Fig. 3과 같으며, 설계에는 부재를 14개의 그룹으로 분류하여 14개의 연속설계변수를 사용하였으며(Table 4), 이산변수에 의한 이산최적설계는 시도하지 않았다. 이는 14개의 설계변수와 Table 3에 제시된 이산자료를 사용하여 전공간 최적설계를 찾는 것은 현실적으로 어렵기 때문

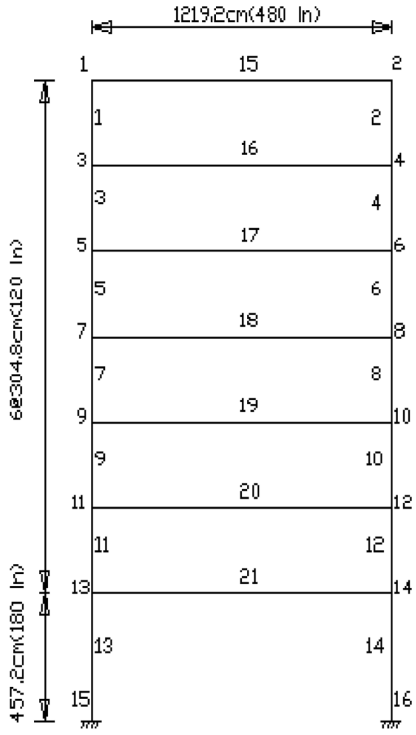

Fig. 3 Configuration of 1-Bay 7-Story frame

Table 4 Optimum design of 1-Bay 7-Story frame

Element No.	Design variable no.	Khan and Willmert	McGee and Phan	Present
1	1	51.1	51.1	51.1
2	1	51.1	51.1	51.1
3	2	51.1	51.1	51.1
4	2	51.1	51.1	51.1
5	3	52.65	51.1	51.1
6	3	52.65	51.1	51.1
7	4	61.28	56.5	51.1
8	4	61.28	56.5	51.1
9	5	67.53	62.44	58.13
10	5	67.53	62.44	58.13
11	6	72.24	66.44	52.13
12	6	72.24	66.44	52.13
13	7	111.07	164.6	137.81
14	7	111.07	164.6	137.81
15	8	51.1	51.1	51.1
16	9	51.1	51.1	51.1
17	10	69.72	67.53	57.61
18	11	83.59	84.37	62.19
19	12	95.52	93.91	89.87
20	13	101.27	101.85	56.13
21	14	96.75	51.1	51.1
Weight(kg)		7657.55	7501.06	6423.26

이다. 동적제약조건인 고유진동수 $\omega_1 = 10.2$rad/s를 사용하였으며, 이 경우도 1-Bay 2-Story 프레임구조물의 경우와 같이 14개의 절점(node 1~14)에 178.74kg/m(10.0lb.s^2/in)의 질량을 첨가하였다. 최적설계의 결과는 Table 4와 같다. 본 연구에서 제시된 유전자 알고리즘의 설계결과가 McGee and Phan보다는 16.78% 나은 설계결과를 얻었으며, Khan and Willmert보다는 무려 19.22%의 나은 설계결과를 얻을 수 있었다.

5. 결 론

동적하중을 받고 있는 구조물의 경우 구조물의 고유진동수와 공진현상은 밀접한 관계가 있다. 이는 구조물의 고유진동수와 동적하중에 의한 진동수가 일치할 경우 공진현상에 의해 예상치 못한 재해가 발생한다. 이런 현상을 방지하기위해 동적하중을 받고 있는 구조물의 설계 또는 최적설계에 가장 중요하게 고려되어야 할 부분은 구조물의 주파수가 낮은 고유진동수이다. 본 연구에서는 프레임구조물의 고유진동수 제약조건에 의한 단면최적설계를 연구하였다. 프레임구조물의 최적설계에는 연속변수에 의한 경우와 이산변수를 사용한 이산최적화를 시도하였으며, 유전자 알고리즘을 사용하여 최적설계를 하였다. 1-Bay 2-Story 프레임의 경우 연속변수와 이산변수를 각각 사용하여 최적 설계하였고, 이산최적설계의 경우 전공간 탐색을 통해 전공간 최적설계를 찾아 결과를 비교하였다. 1-Bay 7-Story 프레임의 경우 14개의 연속변수를 사용하여 최적설계를 하였으나, 이산변수에 의한 최적설계는 시도하지 않았다. 이는 14개의 설계변수와 Table 3에 주어진 자료로부터 전공간 최적설계를 찾기가 매우 어렵기 때문이며, 이산자료에 의한 설계는 차후의 과제로 남겨둔다. 이들 예로 사용된 결과와 여러 연구결과를 비교하여 본 연구에서 제시한 방법이 보다 나은 결과를 얻을 수 있었으며, 특히 1-Bay 2-Story 프레임에서 이산자료를 사용한 이산최적설계의 결과가 전공간 최적설계가 됨을 확인하였다. 본 연구에서는 Elitism, Penalty를 사용한 유전자 알고리즘을 제시하였고, 이 설계방법으로 프레임 구조물의 단면설계 경우 다른 여러 설계방법보다는 비교적 나은 설계결과를 얻을 수 있었다. 결론적으로 본 연구에서 제시된 유전자 알고리즘은 설계변수의 수 및 여러 제약조건등에 많은 제약을 받지 않는 단순 수리 과정임을 고려하면 이산자료를 사용하는 프레임 구조물의 설계 최적화문제의 해결에 매우 적합한 방법이라 하겠다.

참 고 문 헌

김봉익, 권중현 (2003). “유전자 알고리즘을 이용한 트러스의 최적설계”, 한국해양공학회지, Vol 17, No 6, pp 53-57.

이상진, 김하룡 (2006). “쉘의 진동수를 조절하기 위한 형상 및 두께 최적화기법에 대한 연구“, 대한건축학회논문집, Vol 22, No 4, pp 73-82.

이성수, 홍갑표 (2004). “바닥구조의 고유진동수 평가를 위한 보정-시스템진동식의 제안”, 대한건축학회논문집, Vol 20, No 9, pp 21-28.

조강표, 홍성일, 김원술 (2007). “초고층 건물의 동적특성에 따른 풍응답”, 대한건축학회논문집, Vol 23, No 3, pp 3-12.

조효남, 민대홍, 정봉교 (2002). “지진하중을 받는 강뼈대구조물의 표준단면에 대한 다목적 최적설계”, 한국강구 조학회논문집, Vol 14, No 6, pp 783-786.

Goldberg, E. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley, Reading, MA.

Holland, J.H. (1975). Adaptation in Natural and Artificial Systems, The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.

Jenkins, W.M. (1992). ”Plane Frame Optimum Design Environment Based on Genetic Algorithm”, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol 118, No 11, pp 3103-3112.

Khan, M.R. and Willmert, K.D. (1981). ”An Efficient Optimality Criterion Method for Natural Frequency Constrained Structures”, Computer & Structures, Vol 14, No 5-6, pp 501-507.

Manickkarajah, D., Xie, Y.M. and Steven, G.P. (2000). ”Optimum Design of Frame with Multiple Constraints using an Evolutionary Method”, Computer & Structures, Vol 74, pp 731-741.

McGee, O.G. and Phan, K.F. (1991). ”A Robust Optimality Criterion Procedure for Cross-sectional Optimization of Frame Structures with Multiple Frequency Limits”, Computer & Structures, Vol 38, No 5-6, pp 485-500.

Nanakorn, P. and Meesomklin, K. (2001). ”An Adaptive Penalty Function in Genetic Algorithms for Structural Design Optimization”, Computer & Structures, Vol 79, pp 2527-2539.

Pantelides, C.P. and Tzan, S.R. (1997). ”Optimal Design of Dynamically Constraints Structures”, Computer & Structures, Vol 60, No 1, pp 141-149.

Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C.S. (1992). ”Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithm”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol 118, No 5, pp 1233-1250.

Saka, M.P. (2008). ”Optimum Design of Steel Sway Frames to BS5950 using Harmony Search Algorithm”, Journal of Constructional Steel Research, Vol 65, pp 36-43.

Sedaghati, R., Suleman, A. and Tabarrok, B. (2002). ”Structural Optimization with Frequency Constarints Using the Finite Element Force Method”, AIAA, Vol 40, No 2, pp 382-388.

2010년 6월 22일 원고 접수
2010년 12월 17일 심사 완료
2010년 12월 17일 게재 확정