

## 인위적인 수요창출 하에서 서비스부품의 수요예측의 정확도

이 영<sup>†</sup>

계명대학교 산업공학과

## A Study of Measuring Forecasting Accuracy Under Promotion System

Young Rhee<sup>†</sup>

Department of Industrial Engineering, Keimyung University

Promotion system can be used as strategical management weapon to enhance the sales power. Planned order system has some similarities with promotion system to create purchasing power and to supply the service parts with low price on purpose. The only difference is whether it is prearranged event or not. The effectiveness of forecasting has increased with normal state of ordering process. However, the accuracy of forecasting has diminished with irregular state of ordering, such as demand occurrences by unexpected climate change or intended planned order by the company.

A planned order system is examined through the process of computing the effectiveness on the basis of forecasting in this paper. And it is suggested that how to increase the accuracy of forecasting capability under the planned order system.

**Keywords :** Planned Order, Effectiveness, Forecasting

### 1. 서 론

제품의 차별화는 기업경쟁력을 향상시키기 위한 수단 중의 하나이다. 그러나 제품차별화를 통한 경쟁력 확보가 어려워지면서 가격 차별화를 도입하게 되었고, 현재에 들어서는 기술 및 가격 경쟁력이 평준화 단계에 접어들면서, 서비스 수준이 시장 경쟁력 우위 확보를 위한 주요 쟁점으로 부상했다. 특히 A/S와 같은 판매 후 서비스 관리(이하 After-Sales)는 고객을 최고 접점에서 대하는 기업의 얼굴이라 할 수 있다. 따라서 현대 소비자들은 기업에 대한 충성도 기준에 비중을 점점 크게 두고 있으며, 이에 대응하지 못하는 기업은 내리막길을 걷는다. 실제로 제품 경쟁력이 우수

하면서도 After-Sales 능력이 떨어져 실패하는 기업들이 전 세계적으로 적지 않으며, 미국이나 유럽 일부 국가의 경우 전자제품의 After-Sales가 이를 이상 늦어지면 폐널티를 적용하기도 해 기업들의 고민은 깊어지고 있다.

제조업의 서비스부품은 다양한 특성을 가지고 있다. 완제품 1대당 많게는 수만 개의 부품이 소요되며, 대부분의 부품이 사고나 고장으로 발생하는 불특정 수요이므로 수요예측이 거의 불가능하다. 또한 불특정 지역에서 소량의 수요가 발생하여 전국 유통망에 상시로 부품 재고를 보관한다. 그러나 고객에 대한 신속한 서비스 및 고객의 기대수준은 지속적으로 높아가고 있으며, 서비스 보증기간 등으로 인하여 제품보관 기간은 지속적

논문접수일 : 2009년 12월 15일 1차수정일 : 2010년 02월 20일

2차수정일 : 2010년 04월 05일 계재확정일 : 2010년 04월 16일

† 교신저자 yrhee@kmu.ac.kr

※ 이 연구는 2009년도 지역혁신인력양성사업과 OSS커뮤니티 지원 사업으로 수행된 연구결과임.

으로 늘어나고 있는 실정이다. 이러한 이유로 인하여 과잉재고 및 재고부족이 수시로 발생하며, 긴급한 수요에 대처하기 위하여 막대한 물류비를 낭비하고 있기도 하다. 사후 서비스의 특성상 고객에 대한 서비스 수준을 향상시키는 것이 중요하나, 비싼 부품의 재고부담도 만만치 않으므로 고객 서비스 수준의 향상과 재고비용의 절감이라는 2가지 목표를 동시에 충족하는 것이 대부분 서비스부품 관리 업체의 이슈가 되고 있다. 국내의 대부분 기업은 서비스부품의 수요예측과 재고 관리를 위하여 수작업에 의존하거나, 서비스부품의 다양한 특성을 반영하지 못하는 완제품 특성에 기반을 둔 자체 시스템에 의존한다. 수요예측의 중요성에 대한 인식수준이 높아져 가고 있지만 독자적인 수요 예측 모형과 예측 전문 인력을 갖추고 수요 예측 정확도를 위해 자원을 투자하는 기업은 많지 않다. 객관적이고 논리적인 예측 방법론을 사용하고 있는 기업은 더욱 드물다. 이것은 수요예측에 대한 전반적인 이해도가 낮기 때문에 일어나는 현상이라고 볼 수 있다. 이로 인하여 재고관리의 문제점이 노출되고 나아가 고객 서비스 수준까지 영향을 미치고 있다.

수요예측은 기업의 부가가치 창출과정에서 있어서 필연한 다양한 의사결정의 기초를 제공해 준다는 점에서 중요한 의의를 갖는다. 제조업체에서 수요예측은 부품의 재고를 효율적으로 관리하는 1차적 목적 외에 나아가 계획생산을 세우는데 중요한 역할을 한다. 제품이나 서비스에 대한 미래의 고객 수요를 추정하는 것은 거의 대부분 과거 또는 현재의 자료나 정보에 근거하여 이루어지게 되며, 이 경우에 특히 환경변수의 정확한 분석이 요구된다. 수요예측의 내용은 고객과 시장의 특성, 제품이나 서비스의 종류, 수량, 품질 등이 포함된다[5]. 체계적인 수요예측 방법론의 적용은 판매 예측량 산출을 가능하게 하며 계획생산을 수립할 수 있다. 수요예측을 통한 효과는 다음과 같다. 첫째, 기업의 경영정책과 계획생산이 환경변화에 따라 바르게 이루어져 자재 수급계획이 일정해지며, 고객수요 변화에 대응할 수 있어 기업의 신용도와 서비스 수준이 높아진다. 둘째, 재고에 대한 투자비용을 효율적으로 관리할 수 있다. 셋째, 생산계획이 가능하여 제조예산편성을 잘 세울 수 있으며, 생산비절감, 고용의 안정을 이룰 수가 있다.

제품과 더불어 기업이 고객에게 제공하는 가치의 한 축을 차지하고, 마케팅 믹스 요소 중에서 매출과 직접적인 상관관계를 가지며, 비교적 단기간에 변화시킬 수 있는 특징으로 인하여 가격은 소비자의 반응을 유도하기 위한 수단으로 가장 빈번하고 널리 사용되어 왔다[4]. 제조업체에서는 가격할인을 고객에 대한 서비스 차원과 매출액 증대의 마케팅으로 PO(Planned Order)제도가 있다. 즉,

일정한 기간 동안 저렴한 가격으로 서비스부품을 공급하고 소비자의 구매력을 창출시키며 더불어 매출을 증대시키는 제도이다. 이러한 제도는 제조업체에 재고감소, 시장점유율, 시장수요 등에 큰 영향이 미치며, 소비자에게는 저렴한 비용으로 부품을 미리 공급받아 고객서비스 수준을 높일 수 있는 역할을 할 수 있다. 또한 부품의 가격할인제도가 봄을 이루고 있는 중요한 이유로는 첫째, 경기침체로 인해 구매회피 현상이 증가하고 있으며 둘째, 신제품개발, 계절적 요인, 재고 감소의 필요성 등의 요인이 발생하여 PO제도를 적극 활용하는 점이다. 최근에는 이러한 요인에 관계없이 영업전략 차원에서 1년 내내 PO제도를 취하고 있다.

Lichtenstein, et al.[2]에 의하면 소비자들은 가격할인에 대하여 다양한 이유나 동기를 지각하였고, 소비자의 반응도 달라지는 것으로 나타났다. 이후 수행된 Bobinski, et al.[1]은 가격할인정보와 더불어 대량구매와 재고처분이라는 할인 이유를 제시하는 경우 소비자가 어떤 차별적 반응을 보이는지 고찰하였다. 이처럼 가격할인에 대하여 소비자의 반응에 관련된 연구는 활발하나, PO제도로 인한 제조업체의 매래의 주문량에 관련된 연구는 고려되지 않았다.

본 연구에서 부품의 주문수요에 관한 시계열 데이터는 4가지 기본 변동을 바탕으로 하나 혹은 두 가지 이상의 조합으로 이루어진 모양을 가지고 있다. PO제도 하에서 서비스부품의 주문량을 살펴보면 수요가 급증하는 즉, 통계적으로 이상치(Outlier)가 발생하게 된다. 이러한 이상치로 인해 수요예측을 하게 된다면 예측량이 왜곡되어 정확성이 떨어진다. 그러나 PO제도로 인한 이상치는 계획적인 수요를 창출하는 전략이기 때문에 이상치 개념에서 탈피하여 예측량을 구할 수 있는 새로운 적용방법이 필요하다. 만일 PO제도 실시 효과를 고려한 주문량 예측이 가능하다면 그에 따른 투자 또는 생산계획의 수립과 재고관리가 용이하리라고 생각된다. 또한 부품의 가용성과 고객의 서비스 만족율도 높아질 것이다.

본 연구는 정상적인 주문이 발생할 경우 수요예측량의 신뢰도가 효과가 있지만 PO제도와 같은 비정상적인 수요창출에서의 효과를 기대하기가 어렵다. 따라서 PO제도 하에서의 수요예측 효과의 성능을 기존의 수요예측 모형과 비교를 통해 그 우수성을 입증하는 것이다. 다양한 예측모형이 있지만 기존의 ARIMA(Auto Regression Integrated Moving Average)에서의 예측량과 PO 효과를 적용한 ARIMA 모형에서의 예측량을 가지고 예측정확도를 비교한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 서비스 부품에 관련된 수요예측모형에 대해 설명하고 제 3장에서는 PO 효과 모형에 대해 소개한다. 제 4장

에서는 수요예측 모형에서 통한 예측량을 제시한다. 제5장은 서비스부품에 PO효과를 적용시켜 예측량을 제시하고 제6장에서 정확도가 높은 수요예측기법을 제시한다. 끝으로 제7장에서는 결론을 제시한다.

## 2. 서비스부품의 수요예측 모형

서비스부품은 시간의 흐름에 따라 주문량이 변하는 현상이 관측됨으로써 얻어지는 자료이므로 시계열 자료라 할 수 있다. 이런 시계열 자료를 가지고 모형을 설정하여 미래를 예측하는 분석을 시계열 분석이라 한다. 시계열 분석에서는 과거 자료만을 사용한다. 즉, 서비스부품의 과거 주문 자료로부터 자료의 형태를 설명하고, 과거 움직임에 기초하여 규칙을 찾아내는 방법이라 말할 수 있다. 시계열 분석을 통한 예측에서는 관측된 과거의 자료들을 분석하여 법칙성을 발견하여 이를 모형화하여 추정하고, 이 추정된 모형을 사용하여 미래에 관측될 값들을 예측하게 된다.

시계열 자료는 추세요인, 순환요인, 계절요인 그리고 불규칙요인으로 분해가 가능하다. 이 때 시점  $t$ 에서 관측된 시계열을  $Z_t$ 는 일반적으로 4가지 요인들의 승법모형이나 가법 모형의 관계가 성립하는 것으로 가정하여 나타낸다.

시계열 분석을 하기 전 자료의 계절성과 추세존재 유무를 먼저 파악하도록 한다. 계절성이 존재하면 시계열 분해, Winters 모형, ARIMA으로 예측을 할 수 있으며 계절성과 추세가 존재하지 않을 경우에는 단일 지수평활법이나 이동평균법으로 예측이 가능하다. 계절성은 없으나 추세가 존재할 경우에는 추세분석이나 이중 지수평활법, ARIMA를 이용한다.

계절성과 추세 존재를 알아보기 위해서는 주어진 관측값에 대해 모든 가능한 한 쌍의 평균편차 사이의 상관계수인 자기상관계수(auto correlation coefficient)를 계산하는 것과 시계열도표를 이용하는 것이다. 자기상관계수의 자기(auto)라는 말은 동일한 시계열 내에 존재하는 값들 사이의 상관관계 정도를 계산하기 때문에 붙여진 것이다. 추정된 자기상관계수(estimated auto correlation coefficient,  $r_k$ )는 두 확률변수에서 한 쌍의 관측값 사이에 통계적 관계를 나타내는 방향과 세기를 의미한다.  $r_k$ 는 시계열에서  $k$ 시차만큼 떨어져 있는 관측치와 추정된 자기상관계수이며 수식으로 나타내면 다음 식 (1)과 같다.

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (1)$$

여기서의 시차  $k$ 는 한 쌍의 자기상관계수를 계산할 때  $k$ 만큼 떨어져 있는 시차의 수를 의미한다. Box와 Jenkins는 자기상관계수를 사용하기 위해서 필요한 최대 개수는 관측치 수의 약 25%를 제시하였다.

자기상관계수의 절댓값이 1에 가까울수록 강한 자기상관을 나타내며, 0에 접근할수록 약한 자기상관을 가진다. 오차가 독립이라면 자기상관은 0이된다. 계절성이 존재하면 특정한 시차에서 뚜렷한 스파이크를 발견할 수 있으며, 부호가 모두 양이면서 봉우리 형태가 반복되거나 부호가 번갈아 바뀌는 사인곡선의 패턴 형태를 찾아볼 수 있고, 추세는 시계열도표에서 시작적으로 판단하여 존재유무를 파악할 수 있다.

### 2.1 Box-Jenkins의 확률적 모형

분해법은 시계열의 변동요인이 각각 분해될 수 있다는 가정 하에서 시계열을 분석하는 방법으로써 이론적으로 많은 약점을 가지고 있고, 또한 대부분의 시계열 자료는 변동요인들이 쉽게 분해될 수 없는 것이 사실이다. 이에 시계열 분석에 대한 새로운 접근 방법을 정립했고, 또 이 방법을 더욱 일반화시킴으로써 자기회귀이동평균(arbitrary integrated moving average : ARIMA) 모형화를 토대로 하는 통계적인 이론 체계를 구축하게 되었다. 이 분석방법은 관찰된 시계열 자료를 하나의 시계열 모형집단으로부터 구축된 표본으로 간주하여 이들이 어떤 확률적 성질을 만족하는가를 조사하고 통계적 추정 및 검정을 통하여 적절한 시계열모형을 수립하는 것이다. 구체적으로 Box-Jenkins 방법은 관찰된 시계열 자료가 어떤 확률적 성질을 가지고 있으며 어떤 모형이 적합한가를 찾기 위한 모형식별(Model Identification), 모수 추정(Parameter Estimation), 모형의 적합성 진단(Model Diagnostic Checking)의 세 단계를 거친다. 모형식별은 관찰된 시계열 자료에 대하여 적절한 것이라고 생각되는 여러 개의 모형을 선정한 후 자료의 그래프, 관련 통계량 등을 비교하여 가장 적절한 하나의 모형을 선정하는 것이다. 이렇게 선정된 모형은 계속적인 분석을 통하여 개선하여야 한다.

모형을 선정하는데 주의해야 할 점은 모수 절약의 원칙(Principle of parsimony)에 충실해야 한다는 것이다. 이것은 관찰된 자료를 적절히 표현하면서 모수의 수가 가장 작은 모형을 선정하는 것으로써 가능한 한 단순하게 표현하려는 것이다. 선정된 모형은 하나 이상의 모수를 포함하고 있는데 이 모수는 관찰된 자료로부터 추정할 수 있다. 모수의 추정방법으로는 적률법, 취우추정법, 최소제곱법 등이 주로 사용된다. 모형이 선정되면 원래의 시계열 자료를 설명하는데 문제가 없는지 검정해야

하는데 이를 모형의 적합성 진단이라고 한다. 만일 모든 가정과 조건이 만족한다면 모형은 적절한 것이며 그 모형을 기초로 미래 값을 예측할 수 있다. 그러나 가정 및 조건이 만족되지 않는다면 다시 모형식별 단계로 되돌아가서 적절한 모형이 찾아질 때까지 위의 세 단계를 반복하여야 한다.

### 2.1.1 확률과정과 정상성

임의의 시점  $t$ 에서의 시계열을  $Z_t$ 라고 표시하고 이를 하나의 확률변수(random variable)하고 하면 실제적으로 관찰된 자료는 확률변수  $Z_t$ 의 모집단으로부터 각 시점에서 얻어진 표본으로서 이를 실현값(realization :  $Z_t$ )이라고 한다. 일반적으로 확률변수들의 집합인  $\{Z_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 를 확률과정(Stochastic Process)라고 하고, 특히  $t$ 가 시간을 나타낼 때 이 확률과정을 시계열과정 또는 시계열 모형이라고 한다.

유한개의 관찰된 시계열 잘로부터 모집단인 시계열모형에 관한 통계적 추정 및 검정을 하기 위하여서는 분석을 단순화시키는 어떤 가정이 필요한 데 이 중 가장 중요한 것이 정상성(Stationarity)가정이다. 정상시계열은 확률과정에서 발생하는 시계열  $\{Z_t\}$ 의 평균( $E(Z_t)$ )과 분산( $\sigma_t^2$ )이 시점  $t$ 에 관계없이 일정하고, 이들의 자기 공분산  $\gamma_k$ 와 자기상관함수  $\rho_k$ 는 단지 시차  $k$ 에 의존하고 실제 시점들인  $t$ 와  $t+k$ 에 의존하지 않는다는 것이다.

### 2.1.2 자기상관함수

$Z_t$ 와  $Z_{t+k}$ 의 공분산은 다음 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned}\gamma_k &= Cov(Z_t, Z_{t+k}) \\ &= E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)\end{aligned}\quad (2)$$

$Z_t$ 와  $Z_{t+k}$ 의 상관함수는 다음 식 (3)과 같다.

$$\rho_k = \frac{Cov(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{Var(Z_t) Var(Z_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

$$\gamma_0 = Var(Z_t) = Var(Z_{t+k}) \quad (3)$$

여기서  $\gamma_k$ 는  $k$ 의 함수이므로 자기공분산함수이라 하고,  $\rho_k$ 는 자기상관함수(autocorrelation function : ACF)라고 한다.

### 2.1.3 부분 자기상관함수

부분자기상관 함수는 임의의 시차  $k$ 에 대하여  $Z_t$ 와

$Z_{t+k}$ 의 상관관계에서 그것들 사이에 끼어있는  $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$ 의 상호 선형 의존성을 제거한 후  $Z_t$ 와  $Z_{t+k}$ 만의 자기상관함수로 다음 식 (4)와 같은 조건부 자기상관함수로 표현된다.

$$\phi_{kk} = Corr(Z_t, Z_{t+k} | Z_{t+1} = Z_{t+1}, \dots, Z_{t+k-1} = Z_{t+k-1}) \quad (4)$$

이와 같은 부분자기상관함수  $\phi_{kk}$ 는 시차  $k$ 의 함수이며 다음과 같은 회귀모형을 고려함으로써 얻을 수 있다.

즉, 평균이 0인 정상과정에서 종속변수  $Z_{t+k}$ 을  $k$ 개의 시차변수  $Z_{t+k-1}, Z_{t+k-2}, \dots, Z_t$ 로 회귀분석하면 다음 식 (5)와 같다.

$$Z_{t+k} = \phi_{k1}Z_{t+k-1} + \phi_{k2}Z_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk}Z_t + \epsilon_{t+k} \quad (5)$$

이 때  $\{\phi_{kk}, k = 0, 1, 2, \dots\}$ 를 부분자기상관함수라고 한다. 정상 시계열  $\{Z_t\}$ 에 대하여  $\rho_k = \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_2 + \dots + \phi_k\rho_k$ 와 같은 방정식에서 만일  $\{\rho_k\}$ 가 주어졌다면 방정식의 해 중에서  $\phi_{hk}$ 는 시차  $k$ 인 부분자기상관함수 값이 되는 것이다. 따라서 시차  $k$ 인 부분자기상관계수  $\phi_{hk}$ 는 다음 식 (6)과 같다.

$$\phi_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|} \quad (6)$$

$P_k$  :  $k \times k$  인 자기상관행렬

$P_k^*$  : 마지막 열을  $(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_h)$ 로 대체한 행렬

부분상관계수는 자기상관값을 이용하여 구하게 되면 모형에 포함되지 않은 시차 이후의 부분상관계수는 0의 값을 갖게 된다.

표본편자기상관함수(Sample auto correlation function : SACF)  $\hat{\phi}_{kk}$ 는  $\rho_k$  대신에  $\hat{\rho}_k$ 를 대체하여 구한다. 복잡한 행렬식을 계산하는 대신 다음 식 (7)과 같은 Durbin과 Leibinson의 알고리즘을 이용한 축소 모형을 사용한다.

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\gamma_{k+1} - \sum_{j=1}^k \phi_{kj}\gamma_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \phi_{kj}\gamma_j} \quad (7)$$

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \phi_{k+1,k+1}\phi_{k,k+1-j}, j = 1, \dots, k$$

귀무가설이  $\phi_{kk} = 0$ 인 경우에는  $\hat{\phi}_{kk}$ 의 분산은 근사적으로 다음 식 (8)과 같다.

$$Var(\hat{\phi}_{kk}) \approx \frac{1}{n} \quad (8)$$

따라서  $\phi_{kk}=0$ 의 가설을 검정할 때 95% 신뢰구간은  $\hat{\phi}_{kk} \pm 1.96\sqrt{1/n}$ 을 사용할 수 있다.

## 2.2 ARIMA 모형

ARIMA 모형은 먼 과거보다는 최근 시점에 가까운 과거 관측치에 더 많은 비중을 주기 때문에 단계 예측에 적합하다. 뿐만 아니라 계절적 변동 또는 다른 주기적인 변동이 존재하는 시계열 자료를 예측하는데 특히 유용하다[10].

### 2.2.1 자기회귀모형(AR)

시계열유형을 나타내는 기본모형 중 첫 번째 형태는 자기회귀모형으로 예를 들어 자기회귀모수 한 개를 갖는 AR(1) 모형은 다음 식 (9)와 같다.

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t \quad (9)$$

$Z_t$ 는 정상시계열이며  $\phi_1 Z_{t-1}$ 은 원시계열  $Z_t$ 에 적합된 적합지이고,  $\phi_1$ 은 차수 1의 자기회귀모수로 표시한다. 또한  $a_t$ 는  $t$ 시점의 시계열자료에서 가정된 확률오차를 말한다.

위 식의 모형은  $t$ 시점의 계열치가 단지  $t-1$ 시점의 계열치와  $t$ 시점의 확률오차  $a_t$ 를 합한 것에 좌우되는데 이는  $t$ 시점에 발생한 자료가  $t-1$ 시점에 발생한 자료와  $t$ 시점의 확률오차  $a_t$ 만을 더한 것에 따라 영향을 받는다는 것을 의미한다. 그러나 물론  $Z_t$ 가 바로 한 시점 이전의 과거치 뿐만 아니라 그 이전의 과거치와 관련될 수도 있다. 예를 들어 AR모수 두 개를 갖는 AR(2) 모형은 다음 식 (10)과 같다.

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t \quad (10)$$

이때  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ 를 각각 차수 1과 2의 AR 모수라고 한다. 또한 위 식의 모형은  $t$ 시점의 계열치  $Z_t$ 가  $t-1$ 시점과  $t-2$ 시점의 계열치  $Z_{t-1}$ 과  $Z_{t-2}$ 와  $t$ 시점의 확률오차  $a_t$ 를 합한 적합지와 관련되어 있음을 뜻한다.

이 개념을 일반화시켜  $p$ 개의 AR모수를 갖는 일반 AR( $p$ ) 모형은 다음 식 (11)과 같다.

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (11)$$

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ 를 AR모수로서  $\phi$ 의 첨자 1, 2, ...,  $p$ 를 AR모수의 차수(order)라고 하며, 가장 높은 차수  $p$ 를 모델의 차수로 간주한다. 위 식의 일반 AR 모형에서 계열치  $Z_t$ 는  $p$ 개의 이전시점의 계열치와 확률오차  $a_t$ 를 합한 적합치의 조합 형태이다. 단순평활화 모형을 위의 AR 모형과 비교해 보면 사실상 3차 AR 모형인 AR(3)과 같은 형태를 갖지만 엄격한 의미로는 AR 모형과 단순평활화 모형에는 차이가 있다. 즉 Box-Jenkins 모형에서는 시계열형태의 AR유형과 이의 모수를 계산하는 체계적인 방법을 갖는 반면에 평활화 모형은 그러한 체계적인 과정을 갖고 있지 못하다는 점이다.

### 2.2.2 이동평균모형(MA)

Box-Jenkins 기본모형의 두 번째 형태는 이동평균 모형으로 MA모수 한 개를 갖는 MA(1) 모형은 다음 식 (12)와 같다.

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad (12)$$

$-\theta_1 a_{t-1}$ 은 계열치  $Z_t$ 에 적합된 적합치이고,  $\theta_1$ 은 차수 1의 MA모수라고 부른다. AR 모형을 표시한 것과 유사하게 MA(1)로 표시하며,  $\theta_1$  계수의 ‘-’부호는 다만 편의상 이용한 것으로 아무런 의미는 없다.

MA 모형은 외관상 AR 모형과 거의 비슷하지만 의미는 전혀 다르다. 즉 MA모수는  $t$ 시점에 발생한 계열치가 단지 그 이전 시점에 발생한 확률오차  $a_{t-1}, a_{t-2}, \dots$ 에만 관련된 것이다. 위 식의 모형은  $t$ 시점의 계열치  $Z_t$ 가 바로 이전의  $t-1$ 과 현재  $t$ 시점의 확률오차  $a_t$ 만을 더한 것에 따라 영향을 받는다는 것이다. MA 모형도 AR 모형처럼 일반화시켜  $q$ 개의 모수를 갖는 일반 MA( $q$ ) 모형은 다음 식 (13)과 같다.

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \quad (13)$$

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ 는 각각 차수 1, 2, ...,  $q$ 의 MA모수라고 하며 가장 높은 차수  $q$ 를 MA모형의 차수로 간주한다. 위 식의 일반 MA 모형에서 계열치  $X_t$ 는  $q$ 개의 이전시점의 확률오차와 현재시점의 확률오차  $a_t$ 를 합한 것으로 표현한다. 또한  $q$ 차수의 MA( $q$ ) 모형은 다음 식 (14)와 같다.

$$Z_t = a_t - \theta_q a_{t-q} \quad (14)$$

차수  $q$ 의 MA모수 한 개만을 갖는  $q$ 번째 차수의 모형을 나타내므로  $q$ 개 MA모수보다 적게 갖고 있어  $q$ 보다 낮은 차수항이 제외되어 있다.

MA라는 용어는 MA 모형이 단순히  $t$ 가 증가함에 따라 시간상 이동하는 이전 시점의 확률오차 크기의 가중 평균을 나타내는 것으로 유도된 것이다. MA개념이 임의의 계열치가 실제로 과거시점의 확률오차를 이용한 것이며 이것이 Box-Jenkins 모형과 종래의 일반적인 예측모형과 구분하여 설명할 수 있는 개념이다. 따라서 Boxjenkins 모형에서 확률오차의 성분은 모형의 형태를 결정하는 아주 중요한 요소가 된다.

### 2.2.3 자기회귀이동평균모형(ARMA)

AR모수와 MA모수 모두를 갖는 모형 형태를 자회귀이동평균 모형이라고 부르며, 이의 일반형은 다음 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} Z_t = & (\phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p}) + a_t \\ & - (\theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \cdots + \theta_q a_{t-q}) \end{aligned} \quad (15)$$

ARMA 모형의 차수는  $p$ 와  $q$ 이며 대부분 ARMA( $p, q$ )로 표시한다.

정상시계열이 주어졌을 때 분석대상의 계열의 형태를 가장 잘 나타내는 적합모형을 선택하는 것으로 AR 모형인지 MA 모형인지를 판단하는 것이다. 판단기준은 다음과 같다. 자기회귀과정의 자기상관함수와 이동평균 과정의 부분자기상관함수는 시차  $k$ 가 커짐에 따라 각각 감소하는 형태를 갖는다. 또 자기회귀과정의 부분자기상관함수와 이동평균과정의 자기상관함수는 차수  $p, q$ 보다 큰 시차이후는 0의 값을 갖고 소멸해 나간다. 즉, 자기상관함수와 부분 자기상관함수는 모형의 식별에 대단히 유용하다. AR과정, MA과정, ARMA과정의 자기상관함수의 부분자기상관함수와의 관계를 정리하면 <표 1>과 같다.

<표 1> ACF와 PACF 관계

구 분	AR( $p$ )	MA( $q$ )	ARMA( $p, q$ )
자기 상관함수 (ACF)	시차 $k$ 가 커짐에 따라 지수적으로 감소하는 형태 또는 지수적으로 감소하는 사인함수 형태	시차 $q+1$ 에서 자기상관함수 값이 0인 형태	시차 $k$ 가 커짐에 따라 지수적으로 감소하는 형태 또는 지수적으로 감소하는 사인함수 형태
부분자기 상관함수 (PACF)	시차 $p+1$ 에서 자기상관함수 값이 0인 형태	시차 $k$ 가 커짐에 따라 지수적으로 감소하는 형태 또는 지수적으로 감소하는 사인함수 형태	시차 $k$ 가 커짐에 따라 지수적으로 감소하는 형태 또는 지수적으로 감소하는 사인함수 형태

<표 1>과 같이 Box-Jenkins 식별 방법으로는 ARMA 모형의 차수들을 식별하지 못한다. 이 모형은 자기상관함수와 부분 자기상관함수 모두가 지수적으로 감소하는 사인상태를 갖기 때문에 추정함수가 아닌 모수함수들이 주어진다고 해도  $p$ 값과  $q$ 값을 정할 수 없으므로 모형 식별을 객관적으로 하기 위하여 다음 식 (16)과 같은 통계량을 기준으로 모형을 식별하게 된다.

$$AIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}_e^2(p, q) + \frac{2(p+q)}{T} \quad (16)$$

이 함수를 최소화하는  $(p, q)$ 를 최소 AIC추정량이라고 한다. 하지만 통계적 불일치성이 있기 때문에 다음 식 (17)과 같이 BIC를 사용하여 차수를 결정한다.

$$BIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}_e^2(p, q) + \frac{2\ln \ln T}{T}(p+q) \quad (17)$$

함수를 최소화 시키는  $(p, q)$ 를 최소 BIC 추정량이라고 한다. 이 최소 BIC 추정량은 일치성을 가짐이 증명되었다.

### 2.2.4 자기회귀누적이동평균(ARIMA)

자기회귀의 차수가  $p$ 이고, 이동평균의 차수가  $q$ 이며 차분차수가  $d$ 일 때 시계열은 ARIMA( $p, d, q$ )모형을 가지며, 다음 식 (18)과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(B)(1-B)^d Z_t = \theta(B)a_t \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \phi(B) &= (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p) \\ \theta(B) &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q) \end{aligned}$$

여기서

$B$  : 후향연산자,  $BZ_t = Z_{t-1}$

$d$  : 일반 시계열 차분차수(differencing order)

$p$  : 자기회귀 차수

$\phi$  : 자기회귀 모수

$q$  : 이동회귀 차수

$\theta$  : 이동회귀 모수

ARIMA( $p, d, q$ )모형에서  $p=0, d=1, q=1$ 이면 일반차분 이동평균모형 IMA(1, 1)과정이라고 하며, 일반식은  $Z_t(1-B) = a_t(1-\theta_1 B)$ 이고 다시 정의하면 다음 식 (19)와 같다.

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad (19)$$

특히 ARIMA( $p, d, q$ )모형에서  $p=0, d=1, q=0$ 이면 확

률보행과정(random walk)이라고 하고,  $Z_t(1-B) = a_t$ , 정리하면  $Z_t = Z_{t-1} + a_t$ 가 된다.

ARIMA( $p, d, q$ )의 자기상관함수와 부분자기상관 함수는 ARMA( $p, q$ )모형의 자기상관함수와 부분자기상관 함수의 절단형태와 동일하다.

### 2.2.5 승법계절모형

월별 혹은 분기별 시계열 자료들은 일정한 시간 간격을 두고 매년 동일한 현상이 반복되는 경향을 가지고 있다. 강수량은 여름에 가장 많고 겨울에 가장 적은 경향을 보이고 있으며, 아이스크림은 여름철에 가장 많이 팔린다. 서비스부품에서는 윤활계통의 부품과 계절에 따라 많이 교체되는 부품이 80여종이 되었다.

계절성을 가지는 시계열의 경우는 계절에 해당되는 항만이 모형에 필요한 경우, 부분 모형을 이용하여 모형을 만든다. AR연산자 또는 MA연산자들이 비계절형 연산자와 계절형 연산자의 곱의 형태로 표현되는 경우 승법모형(ARIMA( $p, d, q$ ) $\times$ (P, D, Q)12) 사용하게 된다. 자료를 모형화 할 때 주어진 시계열이 비정상성을 가지고 있다면 계절차분과 일반차분을 통하여 정상화를 시킴으로써 모형을 구축할 수 있다.

일반시계열 모형의 차수가  $(p, d, q)$ 이고, 계절주기가  $s$ 이며 계절시계열 모형의 차수가 (P, D, Q)라 하면 승법계절 ARIMA 모형은 다음 식 (20)과 같다.

$$\Phi_P(B^s)\phi_p(B)(1-B)^d(1-B^s)^Dy_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t \quad (20)$$

여기서

$$\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$$

$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$ 은 각각 계절 자기회귀와 이동평균다항식이고,

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1(B) - \phi_2(B^2) - \dots - \phi_p(B^p)$$

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ 은 각각 일반자기회귀와 이동평균다항식으로 공통근을 가지고 있지 않다.  $a_t$ 는 백색잡음과정(White Noise Process)을 따른 확률변수로  $j > 0$ 에 대해  $E(y_{t-j} \cdot a_t) = 0$ 이라 가정한다. 백색잡음과정은 시계열의 평균이 0이고 분산이 일정한 값  $\sigma^2$ 이고 자기공분산이 0인 경우를 말한다.

### 2.3 모형 선택 기준

주어진 서비스 부품 주문 데이터에 여러 가지 후보모형이 존재할 경우 일반적으로 사용되는 모형의 선택기준은 잔차  $\hat{a}_t$ , 자기상관함수 검정통계량, Box-Ljung 검정통계량, 잔차도표를 가지고 모형을 선택할 수 있다.

잔차는 모형을 추정한 후 백색잡음을 추정한 값으로 간주할 수 있기 때문에 백색잡음은 정규성, 독립성, 등분산성을 그대로 가지고 있어야 한다.

잔차( $\epsilon$ )의 자기상관함수를 수식으로 나타내면 다음 식 (21)과 같다.

$$r_k(\hat{\epsilon}) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (\hat{\epsilon}_t - \bar{\epsilon})(\hat{\epsilon}_{t+k} - \bar{\epsilon})}{\sum_{t=1}^n (\hat{\epsilon}_t - \bar{\epsilon})^2} \quad (21)$$

여기에서  $k$ 는 시차를 나타내며  $\bar{\epsilon}$ 는 잔차평균이다. 잔차의 자기상관계수를 계산후 이 계수들이 통계적으로 '0'인지 여부를 검정해야 한다. 즉 귀무가설  $H_0: r_k(\hat{\epsilon}) = 0$ 하기 위한 검정통계량은 다음 식 (22)와 같다.

$$t = \frac{r_k(\hat{\epsilon}) - 0}{s.e[r_k(\hat{\epsilon})]} \quad (22)$$

여기에서 잔차 자기상관계수의 표준오차는 다음 식 (23)과 같다.

$$s.e[r_k(\hat{\epsilon})] = \sqrt{\left\{ 1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_j(\hat{\epsilon})^2 \right\} / n} \quad (23)$$

식 (24)에서 검정통계량을 계산 한 후, 이 값이 단기 시차(1, 2, 3)에 대해 1.25보다 작거나 나머지 시차에서 1.6보다 작으면 귀무가설을 채택한다. 즉 “해당 시차의 백색잡음들이 서로 독립이다”라고 판정한다.

Box와 Ljung은 하나의 집합으로 여기는 잔차 자기상관함수를 근거로 검정통계량을 제시하였다. 즉 시차  $k$ 까지의 모든 시차에 대한 잔차 자기상관계수 모두가 '0'이라는 귀무가설 하에서 다음 주어진 검정통계량을 고려한다.

$$Q^* = n(n+2) \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{\epsilon}) / (n-k), k = 1, 2, \dots \quad (24)$$

여기에서  $n$ 은 모형을 추정할 때 사용된 관측치의 수이다.  $Q^*$ 는 균사적으로  $\chi^2(k-m)$ 분포를 따르며,  $m$ 은 ARIMA 모형을 추정할 모수의 수이다.  $Q^*$ 가 크면 한집합으로써 잔차 자기상관계수가 통계적으로 '0'이 아님을 의미하므로 다른 모형을 고려해야 한다. 가로축에 적합값 또는 시간을 세로축에는 시간에 흐름에 따라 생성된 잔차를 풀롯하면 잔차도표(residual plot)가 된다. 잔차도표는 대체로 적합된 모형에 문제를 발견할 수 있고

때로는 원자료 보다는 잔차를 플롯하여 자료의 패턴을 더 잘 파악할 수 있다. 다시말해서 모형 추정 후 백색 잡음이 갖는 독립성, 등분산성 성질을 잔차도표를 통해 시각적으로 점검할 수 있다. 반면에 예측의 정도를 평가하는데 예측오차에 근거한 적합척도인 제곱근평균오차 (RMSE : Root Mean Square Error), 평균절대퍼센트오차 (MAPE : Mean Absolute Percentage Error) 사용하여 모형을 선택할 수 있다. RMSE와 MAPE는 다음 식 (25), 식 (26)과 같이 정의한다.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (25)$$

$$\text{MAPE} = \frac{100}{n} \times \sum_{t=1}^n \left| \frac{(y_t - \hat{y}_t)}{y_t} \right| (\%) \quad (26)$$

여기서  $k$ 는 시차를 나타내며,  $y_t$ 는 주문량,  $\hat{y}_t$ 는 예측량을 나타낸다.

### 3. PO효과 모형

PO제도는 제조업체에서 정책적으로 특정한 시점에 고객의 주문량을 창출하는 방법이기 때문에 유동적으로 수요가 급증하게 되어서 시간의 흐름에 따라 나타내는 시계열 자료라고는 볼 수 없다. 그러나 시간의 흐름에 유동적인 수요가 포함되므로 자료를 분석하기 위해 시계열분석기법을 응용하여 PO제도가 실시될 경우 그 효과를 반영하여 수요 예측이 가능하다.

PO제도를 실시한 서비스부품 주문 자료에서 PO가  $t, \dots, t+m-1$  시점에서 발생하였다고 하자. 발생한 시점에서 PO효과를 계산하여 예측량 산출에 반영을 하여 정확성이 높아지는 방법을 제시하고자 한다. PO효과는 다음의 두 가지 경우로 나누어 산출을 하며,

PO효과를 사용하여 예측량의 RMSE와 MAPE가 작은 값을 가지는 모형을 선택하여 수요를 예측한다.

- 주문자료  $Y = (y_1, \dots, y_n)$ 의 12개월 간 평균 주문량  $\bar{y}_t$ 와 표준편차  $\sigma_t$ 를 계산한 후,  $\bar{y}_t + \sigma_t$  범위를 벗어선 값을 PO가 일어난 주문 자료로 본다. PO가 일어난 자료를 제거한 후  $\bar{y}_t$ 를 PO가 일어난 자료를 제거한 값에 대입하여 PO효과를 계산해본다. PO효과는 다음 식 (27)과 같다.

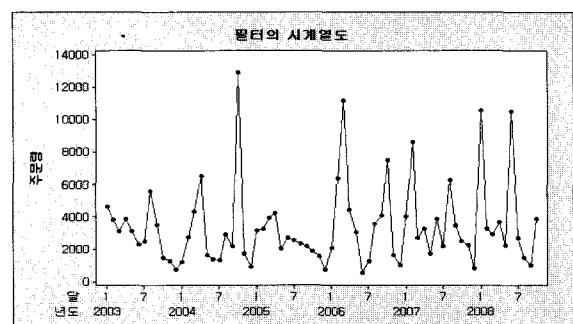
$$y_1^{po} = \frac{(y_t - \bar{y}_t)}{\bar{y}_t} \quad (27)$$

- 첫 번째와 동일한 방법으로 PO가 일어난 주문 자료를 찾아내고, PO가 일어난 시점의 주문자료를 0으로 만든 후 주문의 60개월 평균 주문량  $\bar{y}_i$ 을 구하여 PO가 일어난 시점에  $\bar{y}_i$ 를 대입하여 PO효과를 계산한다. PO효과는 다음 식 (28)과 같다.

$$y_2^{po} = \frac{(y_t - \bar{y}_i)}{\bar{y}_i} \quad (28)$$

### 4. 서비스부품의 ARIMA 모형

국내 A공업의 서비스부품 주문량 데이터를 분석 데이터로 이용하였다. A공업은 월별로 수천 개의 서비스부품을 예측하고 있는데 소수의 담당자가 전월의 수요와 계절적 특성 혹은 PO를 실시할 경우를 감안하여 경험적 수요예측을 하고 있다. 분석 데이터의 구간은 2003년 1월부터 2008년 10월까지 70개월 간의 PO를 실시한 서비스부품의 월별 데이터이다. 수 만 여종의 부품이 있지만 그룹별로 대표적인 부품 5개를 선정하여 수요예측을 실증분석으로 제시한다. <그림 1>은 PO를 실시하는 필터제품의 주문량 데이터의 예이다.



<그림 1> 자료 예시

<그림 1>에서 시계열은 이상치와 기울기변화를 다양하게 포함하고 있다. 예시로 보인 부품 외에 나머지 부품도 역시 이와 유사한 형태의 수요를 보이고 있다.

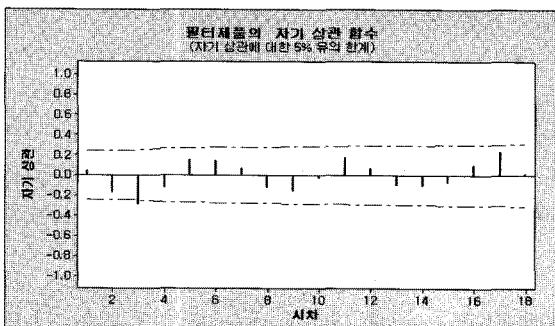
#### 4.1 정상성 및 모형의 식별

모형의 식별은 ARIMA( $p, d, q$ )의 차수를 결정함으로서 적정한 모형을 찾는 것이다. 주어진 주문량 데이터의

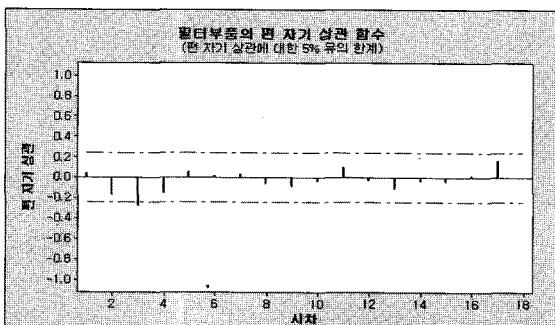
시계열도표는 <그림 1>과 같으며, 자기상관함수(ACF)와 편자기상관함수(PACF)를 통해 데이터의 특성을 알 수 있다. 부분 자기상관함수는 AR 모형의 차수를 결정하는데 주로 쓰이며, 자기상관함수는 MA 모형의 차수를 결정하는데 사용된다.

#### 4.1.1 상관함수를 이용한 모형식별

시계열의 자기상관함수와 편자기상관함수는 다음 <그림 2>와 같다. 계절성의 존재여부를 판단하기 위해서는 주기시차가 12에서 자기상관함수의 뚜렷한 절단형태를 발견할 수 없으며, 부호가 모두 양이면서 봉우리 형태가 반복되는 것을 찾아볼 수 없다. 즉 계절적인 변동이 존재하지 않는다.



(a) 자기상관함수(ACF)



(b) 편자기상관함수(PACF)

<그림 2> 필터제품의 ACF와 PACF

두 개의 상관함수에서 5% 유의수준을 표시하는 신뢰한계선 밖으로 튀어나와 있는 절단형태가 시차 3에서 1개이므로 처음 시도할 수 있는 것이 AR(3)과 MA(3)이다.

#### 4.2 추정 및 모형검진

식별한 AR(3) 모형은 다음 식 (29)와 같다.

$$Z_t = C + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \phi_3 Z_{t-3} + a_t \quad (29)$$

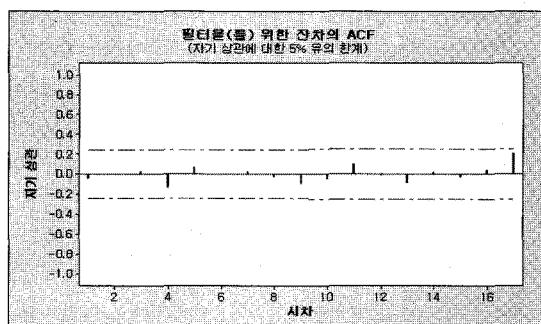
<표 2> 추정결과

모수의 최종 추정치				
유형	계수	SE 계수	T	P
AR 1	-0.0010	0.1179	-0.01	0.993
AR 2	-0.1696	0.1168	-1.45	0.151
AR 3	-0.2903	0.1191	-2.44	0.017
상수	4920.1	293.7	16.75	0.000
평균	3367.6	201.0		
관측 수	70			
잔차	SS = 398296823 (후방예측 제외) MS = 6034800 DF = 66			
수정된 Box-Pierce(Ljung-Box) $\chi^2$ -통계량				
시차	12	24	36	48
$\chi^2$	4.2	13.8	23.1	34.6
DF	8	20	32	44
P-value	0.842	0.840	0.877	0.844

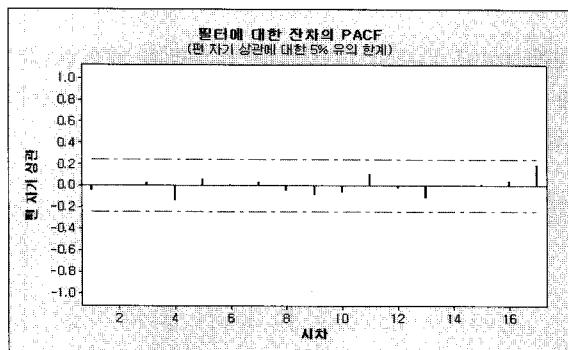
<표 2>는 AR(3)을 한 추정결과이며 추정된 자기상관계수의 절대값  $|\phi_3| = 0.2903$ ,  $\phi_3 + \phi_2 + \phi_1 < 1$ ,  $\phi_3 - \phi_2 - \phi_1 < 1$  이므로 정상성 조건을 만족한다. 자기회귀계수  $\phi_3$ 을 모형에 포함시켜야 한다.

#### 4.3 모형의 진단

모형진단을 하기 위한 주요도구는 잔차 자기상관함수와 잔차 편자기 상관함수이다. 잔차 자기상관함수는 AR(1) 모형을 추정하여 얻어진 잔차들에 근거하여 계산한 것이다. 이 때 잔차( $\hat{a}_t$ )는 관측할 수 없는 백색잡음( $a_t$ )을 추정한 값이다. 이 백색잡음들은 통계적으로 독립이라고 가정하였다. 따라서 AR(3) 모형을 추정하여 얻은 잔차들의 독립성 검정을 실시한다.



(a) 잔차의 자기상관함수



(b) 잔차의 편자기상관함수

&lt;그림 3&gt; 잔차의 ACF와 PACF

<그림 3>에서 잔차의 자기상관함수를 통해서 5% 유의수준을 표시하는 신뢰한계선 밖으로 뛰어나와 있는 스파이크는 하나도 없다. 이는 잔차들이 통계적으로 서로 상관되어 있지 않다는 것이며, 통계적으로 백색잡음의 독립성을 보장한다. 잔차의 편자기함수를 살펴보면 단기시차에서 신뢰한계선 밖으로 뛰어나온 스파이크를 하나도 발견할 수 없기 때문에 더 이상 자기회귀요소를 추가할 필요는 없다.

#### 4.4 최종 ARIMA 모형 및 예측값

최종모형을 선택할 때는 두가지 방법을 사용한다. 첫째는 모수절약의 원칙이다. 두 모형의 모수는 상수항을 제외하면 각각 3개이므로 모수절약의 원칙을 사용하지 못한다. 둘째는, 미래의 값을 잘 예측하는 예측력이다. 두 모형의 예측력을 간접적으로 비교하기 위해서는 최근 10%에 해당하는 7개월(2008년 4월부터 2008년 10월까지)관측값을 제거한 후 각 모형에 근거하여 제거된 7개의 예측값을 산출한다. 우선 AR(3) 모형에 근거하여 제거된 6개의 관측값을 예측하기 위해서는 총 63개의 관측값에 대한 예측값을 산출하면 <표 1>이 된다.

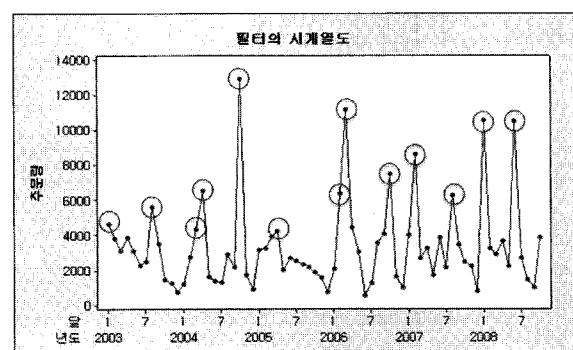
&lt;표 3&gt; 예측값 산출

년도/월	AR(3) 예측값	MA(3) 예측값	제거된 관측값
2008. 4	953.84	1435.20	3621
2008. 5	3329.59	3335.36	2191
2008. 6	3815.81	3167.89	10510
2008. 7	4068.88	3292.41	2677
2008. 8	3231.14	3292.41	1454
2008. 9	3010.33	3292.41	992
2008. 10	3056.29	3292.41	3825

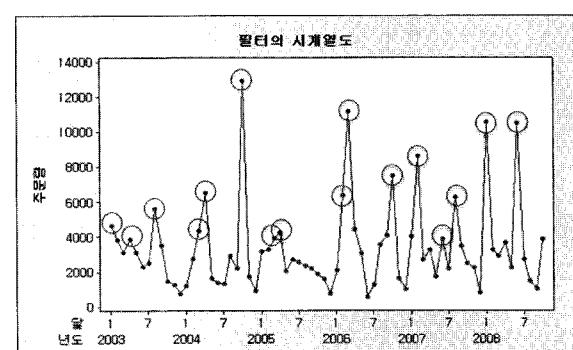
MA(3) 모형에 근거하여 산출된 예측값이 AR(3) 모형에 근거한 것들이 관측값에 더 가깝다는 것을 알 수 있다. 그러므로 예측력의 관점에서 MA(3) 모형으로 예측값을 산출하게 된다.

#### 5. 서비스부품의 PO효과를 적용한 ARIMA 모형

PO를 실시하는 시차는 두 가지로 분류하여 대안을 제시하고자 한다. 첫째는 <그림 4>와 같이 60개월의 평균과 표준편차를 구한  $\bar{y}_t + \sigma$  범위를 벗어난 시차로 하였고 둘째는 이상치를 제거한 12개월 평균과 표준편차를 구한  $\bar{y}_t + \sigma$  범위를 벗어난 시차로 하여 PO제도가 실시되는 시차로 정하여 <그림 5>과 같다.



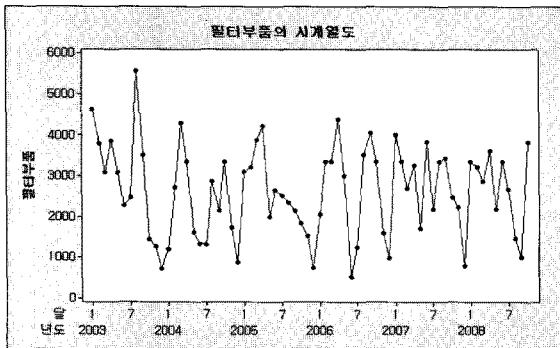
&lt;그림 4&gt; 필터제품의 PO제도 실시된 시차(60개월)



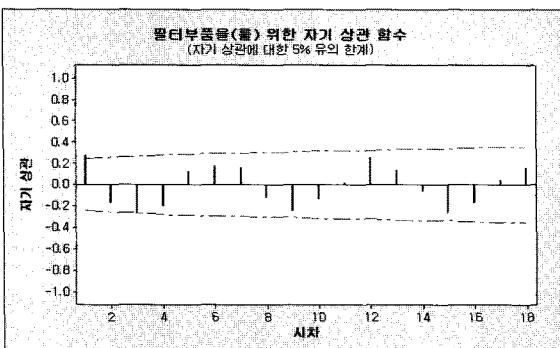
&lt;그림 5&gt; 필터제품의 PO제도 실시된 시차(12개월)

#### 대안 1.

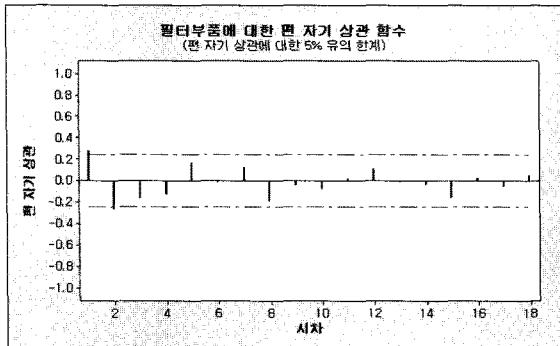
PO를 실시하는 시차에 데이터를 60개월의 평균으로 대치하여 시계열도표가 <그림 6>과 같다. 추세와 계절성존재 유무를 알아보기 위해 자기상관함수와 편자기상관함수를 구하면 <그림 7>과 같다.



&lt;그림 6&gt; 60개월 평균대치 시계열도표



(a) 자기상관함수



(b) 편자기상관함수

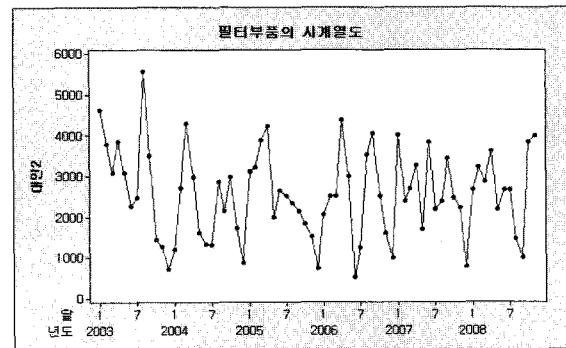
&lt;그림 7&gt; 60개월 평균으로 대치한 주문량의 ACF와 PACF

<그림 7>의 자기상관함수에서 시차 12의 스파이크 형태가 신뢰한계선을 벗어나지 않아 주어진 시계열은 원시계열 데이터와 동일하게 추세와 계절적인 변동은 없다. 모수절약원칙에 따라 모형은 AR(1)과 MA(1)을 사용하여 예측량을 구한 후, 예측량에 PO효과를 승법하여 수정된 예측량을 구한다. 수정된 예측량을 구하는 식은 다음과 같다.

$$\hat{y}'_t = \hat{y}_t(1 + y_t^{po}) \quad (31)$$

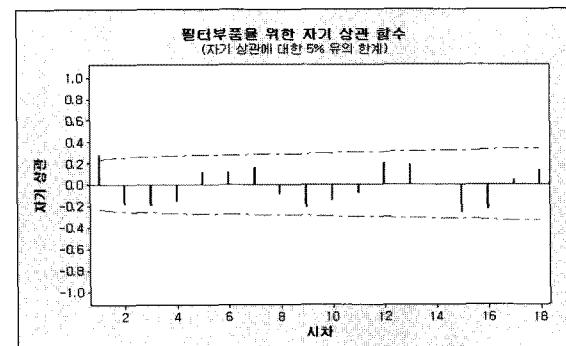
## 대안 2.

대안 1에서 나타난 PO시차에 주문량을 제거한 후 12개월 평균을 대치하여 시계열 도표를 나타내면 <그림 8>과 같다.

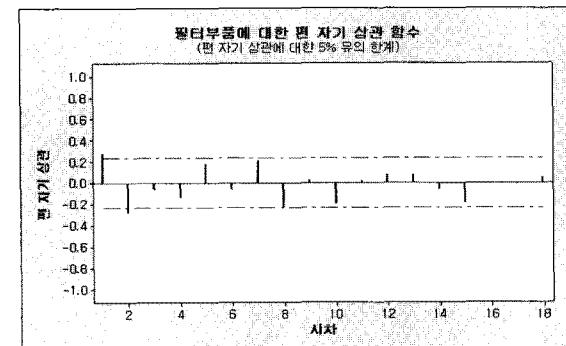


&lt;그림 8&gt; PO시차 주문량을 제거한 후 12개월 평균대치

모형을 식별하기 위해 자기상관함수와 편자기상관함수를 나타낸 것이 <그림 9>이다. 자기상관함수에서 시점 12에서는 신뢰한계선으로 스파이크가 벗어나지 않으므로 계절적인 변동이 없다. 모수절약의 원칙에 의하여 AR(1)과 MA(1)을 사용하여 예측량을 구한다. 대안 1과 동일하게 PO효과를 적용하여 수정된 예측량을 구한다.



(a) 자기상관함수



(b) 편자기상관함수

&lt;그림 9&gt; 12개월 평균으로 대치한 주문량의 ACF와 PACF

## 6. 기존예측과 PO효과 적용한 ARIMA 모형의 비교

<표 4>에서 음영부분으로 나타낸 것이 부품에 대해 가장 작은 MAPE를 보인 예측모형이다. 예측모형별로 음영이 칠해진 수를 살펴보면 기존예측은 없으며, 대안 1이 2개, 대안 2가 3개로 나타나 기존의 순수예측 모형보다는 PO효과를 적용하여 나타내어주는 방법이 좀 더 우수한 것으로 나타났다.

<표 4> 대안별 MAPE

부품	기존 예측	대안 1	대안 2
필터 부품	62.21%	46.31%	40.97%
디스크 부품	98.65%	72.13%	76.80%
일반 부품	109.16%	110.40%	92.15%
가스켓 부품	121.94%	92.04%	99.47%
케이블 부품	128.67%	80.81%	76.23%

## 7. 결 론

모든 제조 기업이 고객의 서비스 만족율과 재고유지 비용 감소, 기업의 신용도를 높이기 위해서는 효과적인 수요예측이 이루어져야 한다. 본 연구는 PO제도를 실시하는 측면에서 수요예측 기법을 개선하는데 목적이 있다. 기존의 ARIMA 기법으로 최적모형을 식별하여 수요를 예측할 수 있었으나, PO가 일어나면 현재의 수요기법보다는 예측량에 오차가 크게 발생하여 적절한 예측량을 제공하지 못하는 단점을 가지고 있기 때문에 불확실성이 많은 주문 데이터에 그대로 적용하기에는 문제가 있다. 최근 기업에서는 비교적 단기간에 매출과 시장점유율을 증대시키고 재고 감소를 위해 PO제도를 실

시하는 경우가 빈번해지고 있어 단순한 예측모형을 가지고서는 변화하는 환경에서 만족스러운 결과를 얻지 못할 것이다. 본 연구는 변화하는 환경 중에서 PO제도를 실시하는 주문 데이터를 이용하여 기존의 ARIMA 예측방법에 비해 더 좋은 예측 성능을 보였다. 비교 모형으로는 데이터 개수가 50개 이상일 경우 정확한 예측이 가능한 ARIMA 모형으로 설정하였고, 이것은 계절성이나 추세를 고려한 거의 모든 예측이 가능한 최적의 모형으로 보았다.

## 참고문헌

- [1] Bobinski, George S., Jr.; Dena Cox and Anthony Cox, "Retail "Sale" Advertising, Perceived Retailer Credibility, and Price Rationale," *Journal of Retailing*, 72(3) : 291-302, 1996.
- [2] Lichtenstein, Donald R., Scot Burton, and Bradley S. O'Hara; "Marketplace Attributions and Consumer Evaluations of Discount Claims," *Psychology and Marketing*, 6 : 163-180, 1989.
- [3] James B. Dilworth; *Production and Operations Management*, 4th ed. McGRAW-Hill Publish Company, 1989.
- [4] Kolter, Philip, *Marketing Management*.11 ed., NJ prectice Hall, 2003.
- [5] 김기영; *생산관리, 법문사*, 1986.
- [6] 이상범; *현대 생산·운영관리, 경문사*, 1996.
- [7] 김옥남; *LG Business Insight*, LG, 17 : 19-35, 2008.
- [8] 박유성, 김기환; *SAS/ETS를 이용한 시계열자료분석 I, 자유아카데미*, 2002.
- [9] 이종협, 김기현; *SAS/ETS를 이용한 시계열 분석과 그 응용, 자유아카데미*, 1994.
- [10] 정동빈, 윤장섭; *Minitab을 이용한 수요예측분석, 이 레테크*, 2007.