

이종 확률적 외판원 문제를 위한 최소 평균거리 삽입 및 집단적 지역 탐색 알고리듬

김승모 · 최기석[†]

한국외국어대학교 산업경영공학과

A Minimum Expected Length Insertion Algorithm and Grouping Local Search for the Heterogeneous Probabilistic Traveling Salesman Problem

Seung Mo Kim · Ki-Seok Choi[†]

Department of Industrial and Management Engineering, Hankuk University of Foreign Studies

The Probabilistic Traveling Salesman Problem (PTSP) is an important topic in the study of traveling salesman problem and stochastic routing problem. The goal of PTSP is to find a priori tour visiting all customers with a minimum expected length, which simply skips customers not requiring a visit in the tour. There are many existing researches for the homogeneous version of the problem, where all customers have an identical visiting probability. Otherwise, the researches for the heterogeneous version of the problem are insufficient and most of them have focused on search base algorithms. In this paper, we propose a simple construction algorithm to solve the heterogeneous PTSP. The Minimum Expected Length Insertion (MELI) algorithm is a construction algorithm and consists of processes to decide a sequence of visiting customers by inserting the one, with the minimum expected length between two customers already in the sequence. Compared with optimal solutions, the MELI algorithm generates better solutions when the average probability is low and the customers have different visiting probabilities. We also suggest a local search method which improves the initial solution generated by the MELI algorithm.

Keywords : Probabilistic Traveling Salesman Problem, Priori Tour, 2-p-opt, Local Search

1. 서 론

확률적 외판원 문제(PTSP : Probabilistic Traveling Salesman Problem)는 조합최적화에서 유명한 문제인 외판원 문제(TSP : Traveling Salesman Problem)에서 확장된 문제이다. TSP의 목적은 모든 고객을 방문하는 경로의 길이가 최소가 되는 방문순서를 결정하는 것이며, PTSP의 목적은

각각의 고객을 방문할 확률이 주어졌을 때 경로의 평균 길이가 최소가 되는 선형적 경로(priori tour)를 찾는 것이다. PTSP에서 해는 모든 고객을 방문하는 선형적 경로로 표현되는데, 이는 방문해야 되는 고객의 집합이 주어졌을 때 각각의 고객을 방문하는 순서를 표현한 경로이다. PTSP와 TSP의 가장 큰 차이점은 PTSP는 고객 i 를 방문하는 확률이 $0 \leq p_i \leq 1$ 로 표현되고, TSP는 모든 고객

논문접수일 : 2010년 07월 19일 논문수정일 : 2010년 09월 08일 게재확정일 : 2010년 09월 13일

[†] 교신저자 kchoi@hufs.ac.kr

※ 이 연구는 한국외국어대학교 교내학술연구비의 지원에 의해 이루어진 것임.

을 방문하는 확률이 1인 것이다. PTSP는 실제 현실에서 불확실한 수요환경에서의 일별 수배송의 운송계획, 창고 불출 계획 등 물류와 운송 계획에 적용될 수가 있다. 이러한 물류, 운송계획 시스템에서 불확실한 요소는 전체 결과 값에 중대한 영향을 미치므로 PTSP로부터 나온 조합 최적해의 결과는 시스템의 효율적인 운영에 중요한 역할을 하게 된다.

PTSP는 Jaillet[8, 9, 10]에 의해 처음으로 소개되었다. L-shaped 기법을 기반으로 확률론적인 정수계획법을 이용하여 PTSP를 풀었고[12], 문제 사이즈가 큰 PTSP를 효과적으로 풀기 위해 개미군집최적화(Ant Colony Optimization)[4], 유전자 알고리듬(Genetic Algorithm)[13], 담금질 기법(Simulated Annealing)[5]과 같은 메타휴리스틱 방법이 사용되었다. 최근에는 고객 방문확률이 동일하지 않는 이종확률(heterogeneous) PTSP의 해를 구하기 위한 2-p-opt and 1-shift 알고리듬[2], Hybrid Scatter Search[14] 이 제안되었다.

본 논문에서는 일차적으로 짧은 시간 내에 이종확률 PTSP의 해를 찾기 위한 구성 알고리듬(construction algorithm)을 제안한다. 위에서 언급되었던 PTSP에 관한 기존 연구들은 상대적으로 오랜 수행시간이 소요되는 메타 휴리스틱 방법을 제안하고 있기 때문에, 본 논문에서 제안된 구성 알고리듬의 비교 대상으로 기존 TSP에 적용되었던 구성 알고리듬인 최소 비용 결침나무(MST : Minimum Spanning Trees)[7]와 절약기법(Savings Method)[6]을 사용한다. 이차적으로 본 논문에서는 구성 알고리듬으로 발견한 해를 개선하기 위한 지역탐색(local search) 기법을 제시하고, 기존 연구에서 PTSP를 풀기 위해 적용되었던 탐색기반 알고리듬인 2-p-opt를 적용하는 경우와 비교, 분석 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 확률적 외판원 문제의 개념과 목적함수에 대해서 알아보며, 본 논문에서 사용되는 기호를 정의한다. 제 3장에서는 본 논문에서 제안될 구성 알고리듬을 소개하고, 제안된 알고리듬과 기존 TSP에 적용되었던 구성 알고리듬을 비교한다. 제 4장에서는 제안된 알고리듬에 지역탐색기법을 적용하여 기존의 탐색기반 알고리듬과 비교 실험하여 분석한다. 제 5장에서는 결론과 함께 향후 연구 방향을 제시한다.

2. 확률적 외판원 문제

TSP의 목적은 모든 고객을 방문하고 돌아오는 최소 경로를 구하는 것이고, PTSP의 목적은 각각의 고객들의 방문하는 확률이 주어질 때, 모든 고객을 방문하고 돌아오는 선형적인 경로가 최소가 되는 해를 찾는 것이다.

즉, PTSP에서 모든 고객의 방문확률이 1이면 TSP가 된다. PTSP의 목적은 방문경로의 평균거리가 최소인 선형적 경로를 찾는 것이다. 선형적 경로란 미리 결정된 고객 방문 순서를 의미한다. TSP와 달리 PTSP에서는 각 고객의 방문 확률에 따라 매 번 방문하는 고객의 수는 달라질 수 있다. 그러나 방문 순서는 미리 결정된 선형적 경로에 따라 일정한 순서에 따라 결정된다(단, 방문을 요구하지 않는 고객은 제외).

본 논문에서 PTST를 표현하기 위해 사용되는 기호는 다음과 같다.

n : 전체 고객 수

$V = \{0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$: 고객 집합

$\pi(\tau)$: 선형적 경로 τ 에 따른 i 번째 방문 고객

d_{ij} : 고객 i 와 j 사이 거리

$E[\tau]$: 선형적 경로 τ 에 따른 평균 방문 거리

r_j : 선형적 경로에 따른 방문 경로, $j = 1, 2, \dots, 2^n$

$p(r_j)$: 방문 경로 r_j 의 발생 확률

$L[r_j(\tau)]$: 방문 경로 r_j 의 길이

고객 n 명의 PTSP에서 각각의 고객이 방문 경로에 포함되는 경우와 그렇지 않은 경우를 고려해 보면 발생 가능한 방문 경로의 수는 2^n 이다($r_j, j = 1, 2, \dots, 2^n$). 각각의 실현된 고객을 방문하는 경로 r_j 의 발생 확률은 $p(r_j) \in [0, 1]$ 이고, $L[r_j(\tau)]$ 는 실현된 고객 방문 경로 r_j 의 길이를 나타낸다. 따라서 선형적 경로 τ 에 따른 방문 경로의 평균 길이는 다음과 같이 계산될 수가 있다.

$$E[\tau] = \sum_{j=1}^{2^n} p(r_j) L[r_j(\tau)].$$

위의 식은 고객의 수가 증가할 때마다 계산의 복잡도가 기하급수적으로 증가하기 때문에 비효율적이다. 따라서 본 논문에서는 Jaillet and Odoni[11]가 제안한 다음 식을 이용하여 평균 방문거리를 계산한다.

$$E[\tau] = \sum_{i=0}^n \sum_{j=i+1}^{n+1} \left\{ d_{\tau(i)\tau(j)} p_{\tau(i)} p_{\tau(j)} \prod_{k=i+1}^{j-1} (1 - p_{\tau(k)}) \right\}$$

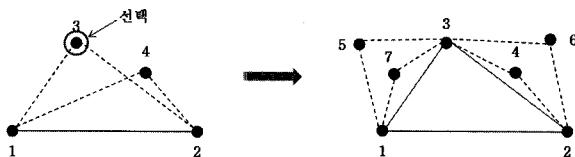
이 식에서 $\pi(0)$ 과 $\pi(n+1)$ 은 depot을 의미한다. 즉, 선형적 경로는 depot에서 시작하여 n 개의 고객을 방문한 후 다시 depot로 되돌아오도록 구성한다.

3. 최소 평균거리 삽입 알고리듬

최소 평균거리 삽입(MELI : Minimum Expected Length Insertion) 알고리듬은 연속되는 두 명의 고객 사이에 방문

확률을 고려하였을 때 평균 거리가 가장 작은 고객을 하나씩 삽입하여 선형적 경로를 완성하는 경로 확장 알고리듬이다. 즉, 삽입될 고객의 확률을 고려하여 해당 고객을 경유하였을 경우와 경유하지 않을 경우를 모두 고려한 평균거리를 산출한 후, 그 평균거리가 최소인 고객을 기준 두 고객 사이에 방문하도록 부분 경로를 구성한다. 이 알고리듬은 거리와 확률을 고려하는 부분 경로를 구성함으로써 거리가 가까우면서 확률이 높은 고객을 기준 고객 사이에 삽입한다. 선택된 고객(이미 결정된 두 고객과의 평균거리가 가장 짧은 고객)을 삽입하여 만들어진 경로는 이 후 각각의 두 고객이 구성하는 호마다 평균거리가 가장 작은 고객을 추가로 삽입해 나간다. 이와 같은 방법으로 모든 고객이 경로에 삽입될 때까지 경로를 확장한다.

모든 고객을 포함하는 선형적 경로를 완성하기 위한 중간 단계로서 부분 경로를 구성해 가는 과정을 그림으로 설명하면 다음 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 부분 경로 구성

위의 <그림 1>의 좌측에서 고객 1과 2사이에 삽입 가능한 고객이 3과 4가 있다고 가정하면, 고객 3을 삽입하는 경우 부분 경로 1-3-2의 평균거리 $p_3(d_{13}+d_{32}) + (1-p_3)d_{12}$ 보다 고객 4를 삽입하는 경우 부분 경로 1-4-2의 평균거리 $p_4(d_{14}+d_{42}) + (1-p_4)d_{12}$ 가 크다면 고객 3을 고객 1과 2사이에 삽입한다. 따라서 선택된 고객 3을 삽입하여 부분경로를 구성하고 (<그림 1> 우측 빨간색 경로), 연결된 경로를 기준으로 다시 평균거리가 작은 고객을 삽입하여 경로를 확장해 나간다. 이와 같은 최소 평균거리 삽입 알고리즘을 단계별로 표현하면 다음과 같다.

단계 1 : $m = 1$, depot 0을 제외한 임의의 고객 r 을 선택하여 depot 0와 연결하여 초기 경로를 구성한다.

$$\pi(0) = 0, \pi(1) = s, \pi(2) = 0, V = V \setminus \{r\}$$

단계 2 : $m = m + 1$, 구성된 경로에서 각각의 호별로 평균거리가 가장 작은 고객을 찾는다.

$$l'_{ij} = p_i(d_{it} + d_{tj}) + (1-p_i)d_{ij}$$

$$s(i) = \operatorname{argmin}_{t \in V} \{l'_{\pi(i-1)\pi(i)}\}, i = 1, \dots, m$$

단계 3 : 단계 2에서 찾은 $s(i)$ 중에서 평균거리가 가장 작은 것을 해당 호 중간에 삽입하여 부분 경로

를 확장한다. 가장 작은 평균거리를 갖는 $s(i)$ 가 여러 개 존재하면 임의로 하나를 선택한다.

$$k = \operatorname{argmin}_{1 \leq i \leq m} \{l'_{\pi(i-1)\pi(i)}\}$$

$$\pi(m-j+1) = \pi(m-j), j = 0, \dots, m-k$$

$$\pi(k) = s(k), V = V \setminus \{s(k)\}$$

단계 4 : $V = \emptyset$ 이면 종료하고, 그렇지 않으면 단계 2로 간다.

본 장에서 제안한 MELI 알고리듬의 성능을 측정하기 위하여 일반적으로 TSP에서 사용되는 경로 구성 알고리듬인 MST 및 Savings Heuristic 알고리듬과 수치적으로 비교해 본다. 제안한 알고리듬은 윈도우 환경에서 Visual C++언어로 구현하였으며, 수치적 실험에 사용된 컴퓨터의 CPU 사양은 펜티엄 4 2.33GHz이다.

<표 1> 최적해와의 오차율($n = 10$)

Type	Probability	$n = 10$		
		MELI	MST	Savings
HOMO	0.2	2.90%	2.47%	3.54%
	0.5	9.63%	9.07%	17.75%
	0.8	18.35%	12.82%	36.31%
	Avg.	10.29%	8.12%	19.20%
HETERO	L[0, 0.2]	1.50%	2.11%	2.44%
		3.54%	5.31%	5.24%
		4.48%	4.99%	7.14%
	M[0.3, 0.5]	3.17%	4.14%	4.94%
		6.25%	10.25%	18.11%
		9.66%	13.12%	17%
		5.46%	9.27%	16.05%
	Avg.(M)	7.12%	10.88%	17.05%
		11.80%	13.16%	24.51%
		15.58%	17.56%	26.99%
	H[0.6, 0.9]	15.15%	16.63%	27.70%
		14.18%	15.78%	26.40%

<표 1>은 고객의 수가 10일 때 다양한 고객 방문 확률(Probability) 조건에 대하여 5개의 거리 데이터를 이용하여 실험한 결과, 최적해와 각 알고리듬으로 구한 해의 평균 오차율을 나타낸 것이다. HOMO는 모든 고객의 방문 확률 p 가 동일한(homogeneous) 경우이며, 세 가지 방문 확률($p = 0.2, 0.5, 0.8$)에 대하여 실험하였다. HETERO는 고객 방문 확률이 상이한(heterogeneous) 경우이며, 이 경우 각 고객의 방문 확률은 uniform 분포를 따른다고 가정하여 실험하였다. <표 1>에서는 사용한 uniform 분포에 따라 HETERO type을 고객 방문 확률이 낮은 경우 L[0, 0.2],

중간인 경우 M[0.3, 0.5], 높은 경우 H[0.6, 0.9]인 경우로 구분하였고, 각 경우에 대해서도 세 가지씩 다른 방문확률 데이터를 이용하여 실험하였다.

고객 방문확률이 동일한 경우 모든 알고리듬이 고객 방문확률이 낮을수록 최적해에 근접한 해를 찾았으며, MELI 구성 알고리듬은 평균 10.29% 정도 최적해와 차이를 보였고, 세 가지 알고리듬 중에서 MST가 가장 최적해와 근접한 해를 찾았다. 고객 방문확률이 상이한 경우에는 MELI 알고리즘이 다른 알고리듬보다 우수한 결과를 보였지만, 고객 방문확률이 높을수록 최적해와의 오차율이 커졌다. <표 1>의 수치적 결과를 종합해 보면 고객 방문확률이 상이한 경우 MELI 알고리듬이 우수한 성능을 보이지만, 고객 방문확률이 높은 경우 한계점을 가진다는 것을 알 수 있다.

고객 수가 증가하면 최적해를 찾기 어렵기 때문에 최적해와의 오차율로 알고리듬의 성능을 평가하는 것이 어려워진다. 다음 <표 2>는 고객의 수가 22, 48인 경우 각각 10회씩 실험하여 찾은 해의 평균 거리를 나타내고

<표 2> PTSP 수치적 결과 ($n = 22, 48$)

Data	Type	Probability	MELI	Savings	MST
$n = 22$	HOMO	0.2	33.8973	33.9363	33.5146
		0.5	63.8349	61.3922	59.171
		0.8	93.079	84.3059	78.3047
	HETERO	[0, 0.2]	Avg.	19.5263	21.8403
			Worst	21.7934	27.4169
			Best	13.2101	17.81
		[0, 0.5]	Avg.	37.6761	40.0122
			Worst	41.2371	43.9104
			Best	32.6191	36.9786
		[0, 0.9]	Avg.	59.5027	63.0501
			Worst	66.3606	83.7027
			Best	44.8868	54.8067
$n = 48$	HOMO	0.2	26261.52	23730.9	26838.13
		0.5	45662.01	41695.16	40929.1
		0.8	61365.54	59086.19	48384.3
	HETERO	[0, 0.2]	Avg.	15553.6	16061.92
			Worst	16829.6	16841.88
			Best	13152.4	14134
		[0, 0.5]	Avg.	29311.9	29618.37
			Worst	30277.8	30388.84
			Best	27189.1	28177.65
		[0, 0.9]	Avg.	38295.8	40713.17
			Worst	44712.8	45084.29
			Best	35748.4	37847.29

있다. 고객 방문확률이 동일한 환경에서 MST가 다른 알고리듬보다 우수한 성능을 보였으며, 고객 방문확률이 상이할 때는 모든 경우에서 MELI가 가장 좋은 성능을 보였다. 고객 방문확률이 동일하면서 높은 경우에는 다른 알고리듬과의 차이가 증가하는데, 이런 경우 TSP에 가까운 환경이 되기 때문에 이종 확률을 고려하여 만들어진 MELI 알고리듬은 적합하지 않기 때문인 것으로 보인다. 반면에 이종 확률 PTSP 경우에는 다른 알고리듬보다 우수한 해를 찾았으며, 특히 확률 분포가 낮을수록 좋은 성능을 보였다.

수치적 실험결과 본 논문에서 제안한 최소 평균거리 삽입 알고리듬이 TSP에 적용되는 다른 구성 알고리듬보다 좋은 성능을 보였지만, 최적해와 차이가 10% 내외로 알고리듬 개선이 필요한 결과이다. 앞에서 설명한 알고리듬의 단계 1에서는 부분 경로에 포함할 첫 번째 고객을 고객을 임의로 선정하였다. 이 단계를 변경하여 최초 선택고객으로 n 개의 모든 고객을 고려하여 만들어진 n 개의 해 중에서 가장 작은 평균거리를 갖는 해를 선택하는 방법으로 알고리듬을 개선한 경우 최적해와의 오차율은 <표 3>과 같이 개선되었다.

<표 3> 수정된 알고리듬 개선율

Type	Probability	$n = 10$	
		MELI	Improve
HOMO	0.2	2.90%	2.91%
	0.5	9.63%	9.72%
	0.8	18.35%	3.84%
	Avg.	10.29%	5.49%
L[0, 0.2]		1.50%	0.80%
		3.54%	3.21%
		4.48%	2.12%
	Avg.(L)	3.17%	2.04%
M[0.3, 0.5]		6.25%	3.93%
		9.66%	4.47%
		5.46%	5.39%
	Avg.(M)	7.12%	4.60%
H[0.6, 0.9]		11.80%	6.91%
		15.58%	3.25%
		15.15%	4.61%
	Avg.(H)	14.18%	4.92%

수정된 알고리듬은 최초로 선택된 고객별로 경로를 구성하여 평균거리를 산출하였기 때문에 복잡도는 $O(n)$ 만큼 증가하지만, <표 3>을 통하여 기존의 제안된 알고리듬보다 최적해와의 오차율이 동일 확률인 경우 5%, 이종

확률인 경우 2~10% 정도 개선되는 것을 알 수 있다.

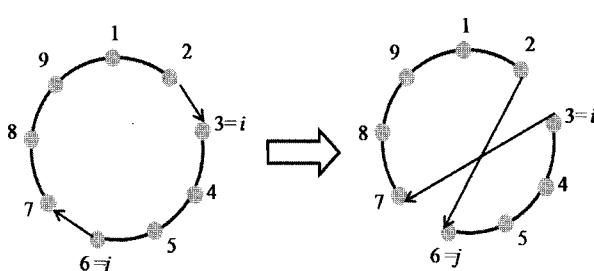
4. 지역탐색 기법을 적용한 최소평균삽입 알고리듬

앞 절에서는 PTSP에 특화된 구성 알고리즘인 MELI 알고리듬을 제안하고 그 성능을 수치적 실험을 통하여 다른 알고리듬과 비교하였다. 제안된 알고리듬은 서로 다른 방문학률을 가질 수 있는 일반적인 PTSP 문제 상황에서 짧은 시간 안에 선형적 경로를 구성할 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나 최적해와 근접한 해를 찾는 측면에서는 일반적인 구성 알고리즘이 갖게 되는 한계점을 보이고 있다. 이러한 한계점을 극복하기 위해서 일반적으로 구성 알고리듬으로 구한 해를 초기해로 이용하여 개선된 해를 찾아나가는 탐색기법이 널리 활용되고 있다. 본 절에서는 3절에서 제안한 MELI 알고리듬의 특성을 이용한 지역탐색 기법을 제안한다.

4.1 2-p-opt

2-p-opt 지역탐색은 Bertsimas[1]에 의해서 처음으로 소개되었다. 초기해에서 임의의 두 명의 고객을 선택하여 모든 고객의 쌍을 교환하면서 해를 향상시키는 알고리듬이다.

<그림 2>는 임의의 두 명의 고객을 2-p-opt로 교환하는 예를 보여주고 있다. <그림 2>의 왼쪽 초기 경로에서 고객 방문순서가 1부터 9까지 시계방향일 때 i 와 j 고객의 방문순서를 교환하면, <그림 2>의 오른쪽과 같이 2번 고객 다음 방문고객은 6번이 되고 3번 고객 다음 방문고객은 7번이 된다. 즉 고객 6번부터 3번까지 역 방문경로가 형성이 되는 것이다. 이와 같은 방법으로 모든 고객의 쌍을 교환할 때까지 해를 개선해 나간다. 본 장에서는 제안된 알고리듬에 특화된 2-p-opt 기반 탐색기법을 적용하여 기존의 PTSP에 사용되었던 2-p-opt 알고리듬[3]과 비교 실험해본다.



<그림 2> 2-p-opt 알고리듬 개념

4.2 집단적 지역탐색(Grouping Local Search)

본 장에서는 제 3장에서 제안된 MELI 알고리듬으로 찾은 해를 개선하기 위하여 특화된 탐색기법인 집단적 지역탐색에 대하여 설명한다.

MELI 알고리듬으로 찾은 해의 특징을 살펴보기 위하여 이종 확률 환경에서 20개의 서로 다른 데이터를 이용하여 얻은 해와 최적해의 경로를 비교하였다. 그 결과 <표 4>와 같이 최적 경로와 MELI 알고리듬으로 구한 경로에서 2개 이상의 연속된 고객의 경로 일치율이 고객 수가 10개와 5개인 경우 각각 74.3%와 90%로 관찰되었다.

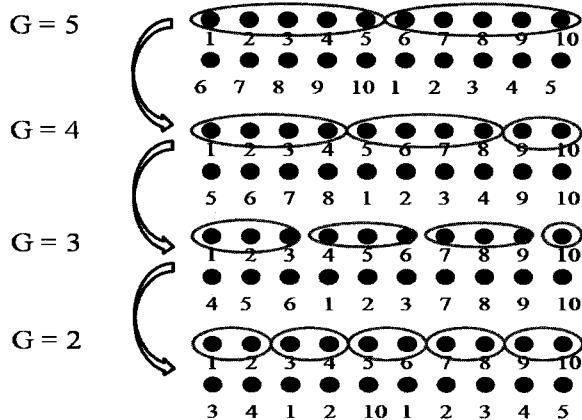
<표 4> 최적경로와 MELI 알고리듬 경로 일치율

	$n = 10$	$n = 5$
총 경로	74.3%	90%
2개 이상 고객 경로	74.3%	90%
3개 이상 고객 경로	41.1%	10%
4개 이상 고객 경로	33.2%	-
역순 경로	62.0%	75%

이는 MELI 알고리듬은 평균거리가 최소인 고객을 삽입하여 부분 경로를 구성함으로써 최적해와 부분 경로가 일치되는 경우가 많은 것으로 추정된다. 또한 경로가 역순인 경우의 일치율도 각각 62%, 75%나 되었다. 예를 들면 최적경로가 1-2-3-4-5일 때 MELI 알고리듬으로 구한 경로가 5-4-3-2-1과 같은 경우이다. 최적해와 동일한 부분 경로는 유지하면서 개선된 해를 탐색하게 되면 최적해와 유사한 개선된 해를 찾을 수 있을 것이다. 부분 경로를 유지하기 위해서는 인접한 고객을 집단화(grouping)하여 고객 집단 단위로 교환하여 새로운 해를 탐색하는 방안을 고려할 수 있다. 이러한 방안은 일반적인 2-p-opt에서 고객 단위로 이루어진 교환을 고객 집단 단위별 교환으로 변경한 것으로 볼 수 있다.

4.2.1 고객 집단 교환

G 는 하나의 집단에 속한 최대 고객 수를 나타낸다. 고객 집단 교환기법에서는 전체 고객을 2개 이상의 집단으로 나눠서 탐색을 시작하며, 탐색 단계별로 G 를 감소해 나간다. <그림 3>은 이러한 집단적 고객 교환 과정을 예시하고 있다. 고객 수가 10일 때 처음 두 개의 집단($G = 5$)을 구성한다. 두 개의 집단을 교환하여 개선해를 탐색한 후에 G 는 1만큼 감소되어 $G = 4$ 가 되고 교환 가능한 고객 집단의 수는 3개가 된다. 이러한 방법 $G = 2$ 일 때까지 탐색을 계속한다.



<그림 3> 고객 집단 교환 과정

4.2.2 개별 고객 교환

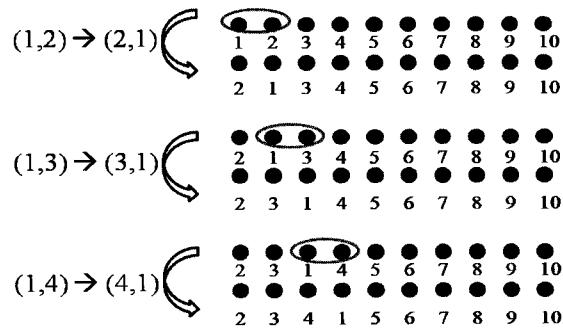
고객 집단 교환 과정과 함께 각 단계별로 개별 고객 교환도 수행된다. 개별 고객 교환은 최적해와의 경로가 역순으로 일치되는 경우를 고려할 수가 있으며, 고객 방문 순서를 앞뒤로 교환하는 방법과 임의의 두 고객을 교환하는 방법이 있다. 다음 <표 5>는 개별 고객을 교환하는 두 가지 방법에 대한 탐색 횟수를 비교한 것이다. $(i, i+1)$ 은 i 번째 고객과 다음 방문 고객을 교환하는 방법을 의미하며, $(i, i+k)$ 은 i 번째 고객과 $i+k$ 번째 고객을 교환하는 방법을 의미한다.

<표 5> 개별 고객 교환 탐색 횟수

	$(i, i+1)$	$(i, i+k)$
평균 탐색 횟수	4.8	11.3
최적해 발견 확률	78%	78%

<표 5>는 $n = 5$ 이고 서로 다른 방문 확률을 갖는 경우 9개 데이터에 대하여 실험하였을 때 고객 집단 교환과 함께 앞에서 설명한 두 가지 개별 고객 교환 방법으로 실험한 결과이다. 그 결과 고객 집단 교환과 함께 개별 고객 교환 방법 중에서 인접한 고객을 교환하는 방법이 상대적으로 적은 탐색 횟수 만에 최적해를 찾게 되어 좀 더 효율적인 것으로 나타났다. 따라서 본 논문에서는 개별 고객 교환 방법으로 인접한 고객을 교환하는 방법을 사용한다.

<그림 4>는 개별 고객 교환 과정을 보여주는 그림이다. 고객 집단 후 해가 개선되었다면 개선된 해에 대하여 개별 고객 교환 과정을 적용한다. i 번째 고객부터 $i+1$ 번째 고객까지 교환 과정은 계속 된다. 개별 고객 교환 과정 후에 다시 다음 고객 집단 교환 과정을 거치면서 해를 계속 향상시켜 간다.



<그림 4> 개별 고객 교환 과정

이상에 설명한 고객 집단 교환과 개별 고객 교환을 결합하여 구성된 집단적 지역탐색(GLS : Grouping Local Search) 알고리듬을 수도(pseudo) 코드로 표현하면 <그림 5>와 같다.

3.3 수치실험

본 절의 수치실험에서는 PTSP의 초기해를 구하기 위한 방법으로 본 논문에서 제안한 MELI 알고리듬과 MST, Savings Heuristic 세 가지를 고려한다. 초기해를 개선하기

```

procedure Switch Grouping Nodes()
    τ := MELI solution
    Switch Several Node()
    G := floor(n/2)
    while (G > 1)
        Gm := n mod G
        if (Gm > 0)
            k := floor(n/G) + 1
            k := n/G
            s := 0
            for (g = 1,2,3,...,k)
                Compute ΔEkg+1 according to cost function for grouping nodes
                if (ΔEkg+1 < 0)
                    τ := switching nodes τ(g) with nodes τ(g+1)
                    s := 1
                    G := floor(n/2)
                    Switch Several Node()
                end if
            end for
            if (s == 0)
                G := G-1
            end if
        end-while
        Switch Several Node()
    end-procedure

procedure Switch Several Node()
    τ := starting solution
    for (i = 1,2,...,n)
        Compute ΔEi,i+1
        if (ΔEi,i+1 < 0)
            τ := the tour obtained from τ by switching node τ(i) with node τ(i+1)
        end if
    end for
end procedure

```

<그림 5> 집단적 지역탐색 알고리듬 수도 코드

<표 6> 지역탐색기법 결과 비교($n = 10$)

Type	Probability	$n = 10$						ENS-GRASP	
		MELI		MST		Savings			
		GLS	2-p-opt	GLS	2-p-opt	GLS	2-p-opt		
HOMO	0.2	0.23%	0.55%	1.36%	0.94%	1.21%	0.56%	0.18%	
	0.5	0.54%	0.98%	1.17%	1.11%	0.85%	0.97%	0.46%	
	0.8	1.26%	0.82%	1.62%	1.47%	1.33%	1.02%	0.93%	
	Avg.	0.68%	0.78%	1.38%	1.17%	1.13%	0.85%	0.52%	
HETERO	L[0, 0.2]	0%	0.76%	0.85%	0.38%	0.97%	0.33%	-	
	M[0, 0.5]	0.98%	2.11%	5.56%	5.39%	5.94%	4.36%	-	
	H[0, 0.9]	0.46%	2.84%	9.34%	7.94%	7.01%	5.23%	-	
	Avg.	0.48%	1.90%	5.25%	4.57%	4.64%	3.31%	-	

위한 탐색기법으로는 본 논문의 제 3.2절에서 제안한 GLS 알고리듬과 고객 방문확률이 동일한 PTSP에 적용되었던 ENS-GRASP와 2-p-opt 알고리즘을 사용하여 비교 실험한다.

<표 6>은 고객 수 10일 때, 초기해를 MELI, MST, Savings Heuristic으로 도출한 결과를 본 논문에서 제안한 GLS 탐색기법과 PTSP에 적용되었던 2-p-opt을 사용하여 개선한 결과를 나타내고 있다. 또한 동일한 고객 방문확률을 갖는 PTSP에 적용되었던 ENS-GRASP와도 결과를 비교하였다. <표 6>에 나타난 수치는 서로 다른 데이터 5개에 대하여 실험하한 최적해와의 평균 오차율을 의미한다.

고객 방문확률이 동일한 경우 ENS-GRASP 알고리듬이 최적해와의 평균 오차율이 가장 낮았으나 MELI 알고리듬을 GLS 탐색기법을 적용하여 개선한 결과와 비교하였을 때 그 차이는 근소하였다. <표 6>의 결과를 보면 MELI 알고리듬에 GLS 탐색기법을 적용한 경우가 2-p-opt 탐색기법을 적용한 것보다 최적해와의 평균오차율이 작았고, 다른 구성알고리듬인 MST, Savings Heuristic에는 2-p-opt 탐색기법을 적용한 것이 본 논문에서 제안한 GLS 탐색기법을 적용한 경우보다 최적해와의 평균 오차율이 작았다. 결론적으로 고객 방문확률이 동일한 경우 MELI

<표 7> 지역탐색기법 결과 비교($n = 22, 48$)

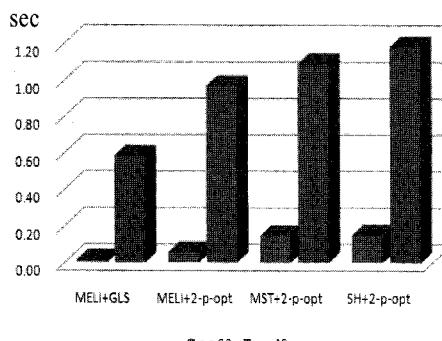
Data	Probability	MELI + GLS	MELI + 2OPT	Savings + 2OPT	MST + 2OPT
$n = 22$	[0, 0.2]	Avg.	16.6499	17.5056	17.1082
		Worst	18.5044	19.4237	18.0375
		Best	14.8788	15.1021	16.1079
	[0, 0.05]	Avg.	31.1729	33.1762	33.4611
		Worst	33.6651	33.7914	35.0769
		Best	30.2231	32.5913	31.2198
	[0, 0.9]	Avg.	39.8127	44.5595	42.2344
		Worst	41.0029	46.3422	46.1271
		Best	35.0924	40.3699	35.7608
$n = 48$	[0, 0.2]	Avg.	13298.74	13909.27	13894.23
		Worst	13305.09	14122.25	14281.61
		Best	13145.49	13389.06	13494.76
	[0, 0.05]	Avg.	21582.91	23043.14	22931.03
		Worst	23206.45	24821.23	2447.22
		Best	20982.91	22472.85	21914.89
	[0, 0.9]	Avg.	30642.04	31438.27	31945.78
		Worst	33038.88	34248.41	34499.29
		Best	29106.42	29806.27	30833.21

알고리즘에 GLS 탐색기법을 적용하는 방법과 다른 구성 알고리듬에 2-p-opt을 적용하는 방법의 최적해와 평균 오차율 차이는 근소하였으며, 알고리듬에 상관없이 전체적으로 최적해와의 오차율은 작은 것으로 나타났다.

고객 방문확률이 동일하지 않은 경우에는 MELI 알고리듬에 GLS 탐색기법을 적용한 방법이 MST, Savings Heuristic과 같은 다른 구성 알고리듬에 2-p-opt 알고리듬을 적용한 방법과 비교하여 우수한 결과를 도출하였다. 이는 고객 방문확률이 동일하지 않은 경우에는 고객 방문확률을 고려하여 해를 찾는 MELI 알고리듬과 그에 특화된 GLS 탐색기법의 성능 차이가 두드러지게 되기 때문인 것으로 판단된다. 따라서 확률이 동일한 경우와 그렇지 않은 경우 모두 MELI 알고리듬에 GLS 탐색기법을 적용하는 것이 우수한 결과값을 도출하였다.

<표 7>은 고객 수 22, 48일 때 초기해를 MELI와 MST, Savings Heuristic으로 도출한 경우 본 논문에서 제안한 GLS와 2-p-opt를 각각 적용한 실험결과를 보여준다. <표 7>의 결과를 보면 거의 모든 경우에 본 논문에서 제안한 MELI 알고리듬에 GLS 탐색기법을 적용한 방법이 MST, Savings Heuristic과 같은 다른 초기해 구성 알고리즘에 2-p-opt 알고리즘을 적용한 방법보다 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

다음 <그림 6>은 MELI, MST, Savings Heuristic 알고리듬에 각각 GLS 탐색기법과 2-p-opt 알고리듬을 적용하였을 경우 해를 도출하는데 걸린 시간을 비교한 결과이다. 도표의 세로축은 초 단위로 나타낸 CPU시간을 의미한다. MELI 알고리듬에 GLS 탐색기법을 적용하였을 경우 고객 수 22, 48일 때 평균 수행시간이 각각 0.015, 0.511초로 나타났다. <그림 6>의 결과에 의하면 GLS 탐색기법을 적용하였을 때가 2-p-opt 알고리듬을 적용하는 경우보다 적은 수행시간이 걸리는 것을 보여주고 있다. 고객 수가 증가할수록 수행시간은 차이도 증가하는 것으로 관찰되었다.



<그림 6> 알고리듬 수행시간 비교

이상의 수치 실험 결과를 종합해 보았을 때 본 논문에서 제안한 MELI 알고리듬에 GLS 탐색기법을 적용하는 방법이 일반적으로 사용되는 2-p-opt 탐색기법보다 우수한 결과를 도출하며, 수행시간 또한 적게 걸린다.

5. 결 론

본 논문에서는 모든 고객이 0과 1사이의 방문확률을 갖는 PTSP를 다루었다. 대부분의 기존 연구에서 다루었던 고객 방문확률이 동일한 PTSP에서 문제 범위를 확장하여 각각의 고객 방문 확률이 서로 다른 PTSP를 해결하기 위한 구성 알고리듬을 제안하고, 제안된 알고리듬에 적합한 탐색기법을 개발하여 기존 PTSP에 적용되었던 알고리듬과 비교 실험하였다. 실험 결과 TSP에 적용된 MST, Savings Heuristic 알고리듬보다 본 논문에서 제안한 MELI 알고리듬이 우수한 성능을 보였으며, MELI 알고리듬의 특성을 고려하여 개발된 GLS 탐색기법이 기존 PTSP에 적용되었던 2-p-opt 탐색기법보다 수행시간도 짧았으며 선형적 경로의 평균거리도 작았다. 그러나 고객 방문확률이 동일한 경우 MELI 알고리듬으로 구한 해와 최적해의 평균 거리가 10%에 가까운 차이를 보였으며, 고객 방문확률이 동일하지 않은 경우에도 확률이 높을수록 최적해와 차이가 증가하는 한계점을 보였다. 아울러, 본 논문에 제안된 GLS 탐색기법은 2-p-opt 탐색기법을 사용하는 경우보다 수행시간 측면에서도 우수하였으나 알고리듬의 특성 상 고객 수가 증가할수록 탐색 횟수가 증가하게 되므로, 수백 개 이상의 고객을 다루게 되는 실제 문제 해결에 있어서의 성능에 대한 후속 연구도 필요하다. 또한 MELI 알고리듬으로 구한 초기해를 개선하기 위하여 개발한 GLS 탐색기법에 고객 방문확률이 고려되지 않은 점은 PTSP에 특화된 탐색기법이라 하기에는 부족한 점이라고 할 수 있다. 아울러 본 논문은 제안된 MELI 구성 알고리듬을 개선하기 위한 탐색기법으로 기존 연구에서 널리 사용되는 2-p-opt 탐색기법보다 우수한 GLS 기법을 제안하는 것을 그 목적을 삼고 있어, 기타 탐색기법과의 성능비교는 연구범위에 포함되지 않았다. 이러한 본 논문의 한계점들을 극복하여 PTSP에서 우수한 성능을 보이는 새로운 알고리듬 개발을 위한 추가 연구가 향후 필요하다고 하겠다.

참고문헌

- [1] Bertsimas, D. J.; "Probabilistic Combinatorial Optimization Problem," Ph.D. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, MA, 1988.

- [2] Bertsimas, D. J. and Howell, L.; "Further Results on the Probabilistic Traveling Salesman Problem," *European Journal of Operational Research*, 65(1) : 68-95, 1993.
- [3] Bianchi, L., Knowles, J., and Bowler, N.; "Local Search for the Probabilistic Traveling Salesman Problem : Correction to the 2-p-opt and 1-shift Algorithms," *European Journal of Operations Research*, 162(1) : 206-219, 2005.
- [4] Bianchi, L.; "Ant Colony Optimization and Local Search for the Probabilistic Traveling Salesman Problem : A Case Study in Stochastic Combinatorial Optimization," Ph.D. Dissertation, Universite Libre de Bruxelles, Brussels, Belgium, 2006.
- [5] Bowler, N. E., Fink, T. M. A., and Ball, R. C.; "Characterization of the Probabilistic Traveling Salesman Problem," *Physical Review E*, 68 : 036703, 2003.
- [6] Clarke, G. and Wright, J. W.; "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Point," *Operations Research*, 12 : 568-581, 1964.
- [7] Held, M. and Karp, R. M.; "The Traveling Salesman Problem and Minimal Spanning Trees," *Operations Research*, 18(6) : 1138-1162, 1970.
- [8] Jaillet, P.; "Probabilistic Traveling Salesman Problems," Ph. D. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, MA, USA, 1985.
- [9] Jaillet, P.; "Stochastic Routing Problems," *Advanced School on Stochastic in Combinatorial Optimization*, Andreatta, G., Mason, F., Serafini, P. (Ed.), World Scientific Publisher, Singapore, 192-213, 1987.
- [10] Jaillet, P.; "A Priori Solution of a Traveling Salesman Problem in which a Random Subset of the Customers are Visited," *Operations Research*, 36 : 929-936, 1988.
- [11] Jaillet, P. and Odoni, A. R.; "The Probabilistic Vehicle Routing Problem," *Vehicle Routing : Methods and Studies*, Golden, B. L., Assad, A. A. (Ed.), North Holland, Amsterdam, 293-318, 1988.
- [12] Laporte, G., Louveaux, F., and Mercure, H.; "A Priori Optimization of the Probabilistic Traveling Salesman Problem," *Operations Research*, 42 : 543-549, 1994.
- [13] Liu, Y.-H., Jou, R.-C., and Wang, C.-C.; "Genetic Algorithms for the Probabilistic Traveling Salesman Problem," *Proceedings of the Conference on E-Logistics, Taoyuan*, Taiwan, 77-82, 2004.
- [14] Liu, Y.-H.; "A Hybrid Scatter Search for the Probabilistic Traveling Salesman Problem," *Computers and Operations Research*, 34 : 2949-2963, 2007.
- [15] Marinakis, Y., Migdalas, A., and Pardalos, P. M.; "Expanding Neighborhood Search-GRASP for the Probabilistic Traveling Salesman Problem," *Optimization Letters*, 2(3) : 351-361, 2008.