

신뢰성 해석을 이용한 차량 후드 보강재의 위상최적화

박재용⁺, 임민규⁺, 오영규⁺, 박재용⁺, 한석영⁺⁺

(논문접수일 2010. 7. 19, 심사완료일 2010. 10. 1)

Topology Optimization of the Inner Reinforcement of a Vehicle's Hood using Reliability Analysis

Jae-Yong Park⁺, Min-Kyu Im⁺, Young-Kyu Oh⁺, Jae-Yong Park⁺, Seog-Young Han⁺⁺

Abstract

Reliability-based topology optimization (RBTO) is to get an optimal topology satisfying uncertainties of design variables. In this study, reliability-based topology optimization method is applied to the inner reinforcement of vehicle's hood based on BESO. A multi-objective topology optimization technique was implemented to obtain optimal topology of the inner reinforcement of the hood, considering the static stiffness of bending and torsion as well as natural frequency. Performance measure approach (PMA), which has probabilistic constraints that are formulated in terms of the reliability index, is adopted to evaluate the probabilistic constraints. To evaluate the obtained optimal topology by RBTO, it is compared with that of DTO of the inner reinforcement of the hood. It is found that the more suitable topology is obtained through RBTO than DTO even though the final volume of RBTO is a little bit larger than that of DTO. From the result, multiobjective optimization technique based on the BESO can be applied very effectively in topology optimization for vehicle's hood reinforcement considering the static stiffness of bending and torsion as well as natural frequency.

Key Words : Bi-directional Evolutionary Structural Optimization(양방향 진화적 구조최적화), Multi-objective Design Optimization(다목적 설계최적화), Performance Measure Approach(목표성능치 접근법), Reliability-based Topology Optimization(신뢰성기반 위상최적화), Outer panel(외부 판넬)

+ 한양대학교 기계공학과

++ 교신저자, 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)

주소: 서울시 성동구 행당동 17 한양대학교 공업센터 M202-1

1. 서론

두께에 비해 상대적으로 면적이 넓은 판 구조물은 판에 수직인 하중과 진동에 매우 취약한 단점을 가지고 있다. 이를 보완하기 위해 판 구조물에는 보강재를 사용하게 되며, 설계자는 설계 초기에 보강재의 궤적, 즉 위상을 결정하여야 한다. 또한 한 가지 이상의 조건을 함께 고려해야 하는 경우 다중목적 최적화 기법을 사용해야 같은 경량화를 목표로 하였을 때 더 효율적인 성능을 기대할 수 있다. 이러한 위상은 설계자의 경험적 방법이나 다양한 위상 최적화 기법들을 사용하여 구할 수 있다.

현재에는 다양한 위상 최적화 기법들이 개발되었고 대표적으로 균질화법(homogenization method),⁽¹⁾ 밀도법(SIMP, solid isotropic material with penalization),⁽²⁾ 진화적 구조 최적화 기법(ESO, evolutionary structural optimization)^(3,4)이 있다.

ESO기법은 Xie와 Steven이 1990년대 초에 제안한 방법으로 비효율적인 요소를 제거하여 점차적으로 최적의 위상을 찾는 방법이다. 1990년대 말에는 요소를 동시에 더하고 제거하는 양방향 진화적 구조 최적화 기법(BESO, bi-directional evolutionary structural optimization method)⁽⁵⁾이 제안되었고, 최근에는 복잡한 알고리즘을 개선한 양방향 진화적 구조 최적화 기법⁽⁶⁾이 소개되었다.

구조물을 설계시 설계변수에 불확실성(uncertainty)이 필연적으로 존재 하게 된다. 기존의 위상최적설계는 설계변수에는 불확실성이 존재하지 않는다는 가정 하에서, 결정론적 위상최적화(DTO, deterministic topology optimization)를 수행하여 왔다. 이 경우 구조물에 대한 신뢰성이 떨어지게 되므로 최근에 설계변수의 불확실성을 고려한 위상최적설계를 수행하는 신뢰성 기반 위상최적화(RBTO, reliability based topology optimization)^(7,8)에 대한 연구가 진행되어 왔다.

ESO기법을 이용한 자동차 후드 보강재의 최적설계⁽⁹⁾에서는 제약조건을 벗어날 경우 계산을 계속해 나아가지 못하는 단점이 있어 본 연구에서는 제약조건을 벗어날 경우에도 최적위상을 구할 수 있는 BESO기법을 기반으로 체커보드 패턴을 방지하기 위한 새로운 필터 알고리즘⁽⁶⁾을 사용하였다. 자동차 후드 보강재의 위상 최적화를 수행하기 위해, 굽힘과 비틀림, 고유진동수의 영향을 고려하기 위한 각각의 가중치를 도입하여 다중목적 최적화를 수행하였다. PMA를 사용하여 신뢰성 기반 위상 최적화를 수행하였고, 그 결과를 결정론적 위상 최적화의 결과와 비교하였다. 굽힘, 비틀림 및 고유진동수의 유한요소해석에는 ANSYS를 이용하였고 신

뢰성 해석과 BESO기법의 적용은 MATLAB을 사용하였다.

2. 민감도 수

2.1 정적해석의 민감도 수^(4,5)

정 강성 제한조건을 갖는 구조물에 대한 민감도수는 다음과 같이 정의된다. 유한요소법에서 구조물의 정적거동은 다음과 같이 표현된다.

$$[K]\{u\} = \{P\} \quad (1)$$

여기서 $[K]$ 는 강성행렬, $\{u\}$ 는 절점변위벡터이고 $\{P\}$ 는 작용하중 벡터이다. 구조물의 변형률 에너지를 다음과 같이 정의된다.

$$C = \frac{1}{2} P^T u \quad (2)$$

이 식으로부터 정강성을 최대화시키는 것은 변형률 에너지를 최소화 시키는 것과 같다는 사실을 알 수 있다. n 개의 유한요소들로 이루어진 구조물로부터 i 번째 요소가 제거되었다면, $[\Delta K] = [K^*] - [K] = -[K^i]$ 와 같이 강성행렬은 변하게 될 것이다. 강성행렬에서 $[K^*]$ 는 i 번째 요소가 제거된 후의 결과 구조물에 대한 강성행렬이며 $[K^i]$ 는 i 번째 요소의 강성 행렬이다. 요소의 제거가 하중벡터 $\{P\}$ 에는 아무런 영향을 주지 않는다고 가정하고 고차항을 무시하면 식 (1)로부터 변위벡터의 변화가 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\{\Delta u\} = -[K]^{-1}[\Delta K]\{u\} \quad (3)$$

또, 식 (2)와 (3)으로부터 변형률 에너지의 변화량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta C &= \frac{1}{2} \{P\}^T \{\Delta u\} \\ &= -\left(\frac{1}{2}\right) \{P\}^T [K]^{-1} [\Delta K] \{u\} \\ &= \frac{1}{2} \{u\}^T [K^i] \{u\} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\{u_i\}$ 는 i 번째 요소의 변위벡터이다. 그러므로 강성제한조건을 갖는 문제에 대한 민감도수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\alpha_i = \left(\frac{1}{2}\right) \{u^i\}^T [K^i] \{u^i\} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

이는 i 번째 요소의 제거로 인한 변형을 에너지의 변화를 나타내며 C 와 α_i 는 항상 양의 값을 가진다.

일반적으로 한 요소가 제거될 때, 구조물의 강성은 감소하며 따라서 변형을 에너지는 증가한다. 요소를 제거함으로써 이러한 목적을 달성하기 위한 가장 효과적인 방법은 C 의 증가를 최소화 할 수 있도록 가장 작은 α_i 의 값을 가지는 요소를 제거하는 것이다.

2.2 동적해석의 민감도 수⁽⁴⁾

구조물에 발생하는 공진현상을 피하기 위해 고유진동수의 범위를 적절히 이동시킬 수 있는 위상을 찾는 것이 중요하다. 유한요소를 이용한 구조물의 동적 거동은 식 (6)과 같이 고유치 문제로 나타낼 수 있다.

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{u_i\} = \{0\} \quad (6)$$

여기서 $[K]$ 는 구조물의 강성행렬, $[M]$ 은 구조물의 질량행렬, ω_i 는 i 번째 고유진동수이며, $\{u_i\}$ 는 요소의 고유벡터이다.

각 요소의 동적해석에서의 민감도 수는 식 (7)과 같이 정의할 수 있다.

$$\alpha_{i,dynamic}^e = \frac{1}{m_i} \{u_i^e\}^T (\omega_i^2 [M^e] - [K^e]) \{u_i^e\} \quad (7)$$

여기서 m_i 는 i 번째 요소의 질량을 나타낸다.

2.3 다중목적 민감도 수

굽힘과 비틀림을 동시에 고려한 민감도 수를 얻기 위해 각각의 문제에 대하여 정규화(normalize)된 민감도 수에 가중치를 주어서 정적 다중목적 민감도 수를 다음과 같이 구할 수 있다.⁽⁹⁾

$$\alpha_{i,static}^e = \lambda_b \left(\frac{\alpha_{i,b}^e - \alpha_b^{\max}}{\alpha_b^{\max} - \alpha_b^{\min}} \right) + \lambda_t \left(\frac{\alpha_{i,t}^e - \alpha_t^{\max}}{\alpha_t^{\max} - \alpha_t^{\min}} \right) \quad (8)$$

식 (8)의 정적 다중목적 민감도 수는 동적 민감도 수와 다

시 한번 다중목적 민감도 수로 합쳐져야 하기 때문에 0부터 1사이의 값을 가지는 수로 식 (9)와 같이 정규화된다.

$$\alpha_{i,Ns}^e = \frac{\alpha_{i,static}^e - \alpha_{static}^{\max}}{\alpha_{static}^{\max} - \alpha_{static}^{\min}} \quad (9)$$

동적문제에서는 식 (7)의 민감도 수에 따라 고유진동수를 변화시킬 요소를 결정할 수 있다. 본 연구에서는 고유진동수를 높이는 목적으로 위상 최적화를 진행하였으며, 정적 민감도 수와 합치기 위하여 식 (10)과 같이 민감도 수를 정규화하였다.

$$\alpha_{i,Nd}^e = \frac{\alpha_{i,dynamic}^e - \alpha_{dynamic}^{\max}}{\alpha_{dynamic}^{\max} - \alpha_{dynamic}^{\min}} \quad (10)$$

정적문제와 동적문제는 다르기 때문에 다중목적 민감도 수를 구성할 때 어느 한 쪽의 영향이 더 클 수 있으므로 두 가지 문제의 평균치를 비슷하게 만들기 위해 크기 보정계수(scale factor)를 사용하였다. 후드의 다중목적 민감도 수는 식 (11)과 같이 정의된다.

$$\alpha_{i,multi}^e = \lambda^s \left(\frac{\alpha_{i,Ns}^e}{sf^{static}} \right) + \lambda^d \left(\frac{\alpha_{i,Nd}^e}{sf^{dynamic}} \right) \quad (11)$$

여기서, sf^{static} 는 정적해석에 대한 보정계수이고, $sf^{dynamic}$ 는 동적해석에 대한 보정계수이다.

3. 신뢰성 기반 최적설계^(10~12)

신뢰성 기반 최적설계⁽⁸⁾는 결정론적 최적설계에서 결정론적 제약조건을 사용하여 문제를 정의하는 것과 달리 설계변수와 함께 불확실성을 고려하기 위하여 다음과 같은 확률론적 제약조건을 이용하여 정의하게 된다.

$$\begin{aligned} \text{Min.} & \quad F(d) \\ \text{S.t.} & \quad P[G(d, X) \leq 0] \leq P_f \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 G 는 한계상태식(limit state function), d 는 설계변수 이고 X 는 확률변수 이다. 확률제약조건은 시스템의 실패확률이 목표실패 확률 P_f 보다 작아야 함을 의미한다.

신뢰성 기반 위상최적화를 위하여 구조물의 체적을 목적 함수로 고려하고, 최대 허용변위에 대한 제약을 한계상태식으로 정의하면 신뢰성 기반 위상 최적화 문제는 다음과 같이 정식화 된다.

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & \text{Volume} \\ \text{S.t.} \quad & P[G \leq 0] \leq P_t \\ & G = \delta_{allow} - \delta \end{aligned} \quad (13)$$

신뢰도지수와 실패확률의 관계 $\beta_i = -\Phi^{-1}(P_t)$ 로부터 RIA를 사용할 경우 최적화 문제는 다음과 같이 정의되며

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & \text{Volume} \\ \text{S.t.} \quad & \beta_{target} \leq \beta \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 β 는 현 설계점에서의 신뢰도지수를 의미하고 β_{target} 은 목표 신뢰도지수를 나타낸다. RIA의 경우 확률제약조건 만족여부 판별을 위하여 신뢰도지수를 계산하기 위한 내부최적화가 필요하다.

4. 수치예제

Fig. 1은 자동차 후드에 대한 유한요소 모델링을 나타내었으며, $E = 200\text{GPa}$, $\nu = 0.3$, 밀도 $\rho = 7860\text{kg/m}^3$, 두께 $t = 3\text{mm}$ 이다. 설계영역은 5280(80×66)개의 4 절점 유한요소로 나누었고, 제거율(ER)은 1%, 부피증가비(Volume addition ratio, AR_{max})는 1.5% 그리고 필터링 기법을 위한 i 번째 요소중심과 j 번째 요소중심간의 최소거리(r_{min})는 3mm를 사용하였다. 구조조건으로는 양끝단과 후드 앞 중앙부의 체결부를 고정하였다. 굽힘강성 해석의 경우, 정중앙에 수직하중 100N을 주었으며, 비틀림강성 해석의 경우, 정면부 모서리의 양쪽 끝에 수직으로 상반되는 힘 50N을 가하였다.

식 (8)의 정적 다중목적 민감도 수의 굽힘과 비틀림의 가중치 λ_b, λ_t 와 식 (11)의 다중목적 민감도 수의 굽힘과 비틀림의 가중치 λ_s, λ_d 를 변화시키면서 신뢰성 기반 위상 최적화를 수행하여 결정론적 위상 최적화의 결과와 비교하였다. 굽힘 및 비틀림의 변위 제약조건은 가중치에 의한 위상의 변화가 잘 나타나도록 $\delta_{allow, bend}$ 는 1.5mm, $\delta_{allow, torsion}$ 는 2mm로 설정하였고, 고유진동수 ω_{allow} 는 첫 번째 고유진동수가 12Hz 이상이 되도록 하였다. 정적해석에서는 탄성계수, 하중 그리고 두께를, 동적해석에서는 탄성계수를 확률변수로 고려하였고, 확률변수는 각각 정규분포 특성을 가지며 확

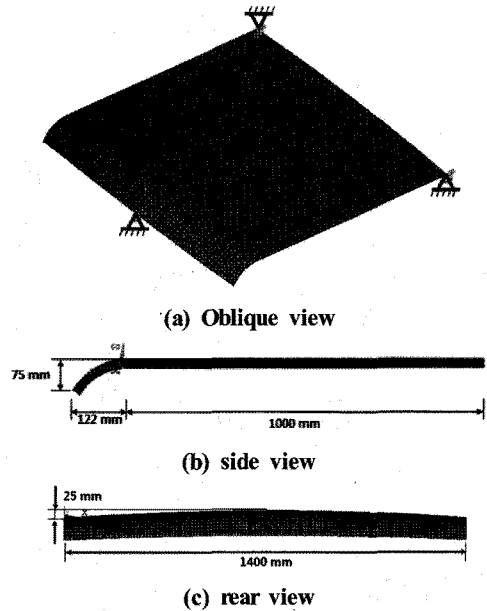


Fig. 1 Finite element modelling of Hood Model

Table 1 Comparison between DTO and RBTO

weight factor	method	volume (%)
$\lambda_b = 0.7, \lambda_t = 0.3,$ $\lambda_s = 0.7, \lambda_d = 0.3$	DTO	50.83
	RBTO	60.11
$\lambda_b = 0.7, \lambda_t = 0.3,$ $\lambda_s = 0.5, \lambda_d = 0.5$	DTO	47.08
	RBTO	55.57
$\lambda_b = 0.7, \lambda_t = 0.3,$ $\lambda_s = 0.3, \lambda_d = 0.7$	DTO	65.34
	RBTO	59.66
$\lambda_b = 0.5, \lambda_t = 0.5,$ $\lambda_s = 0.7, \lambda_d = 0.3$	DTO	51.48
	RBTO	55.00
$\lambda_b = 0.5, \lambda_t = 0.5,$ $\lambda_s = 0.5, \lambda_d = 0.5$	DTO	45.72
	RBTO	51.48
$\lambda_b = 0.5, \lambda_t = 0.5,$ $\lambda_s = 0.3, \lambda_d = 0.7$	DTO	63.79
	RBTO	55.23
$\lambda_b = 0.3, \lambda_t = 0.7,$ $\lambda_s = 0.7, \lambda_d = 0.3$	DTO	54.05
	RBTO	60.76
$\lambda_b = 0.3, \lambda_t = 0.7,$ $\lambda_s = 0.5, \lambda_d = 0.5$	DTO	47.08
	RBTO	53.03
$\lambda_b = 0.3, \lambda_t = 0.7,$ $\lambda_s = 0.3, \lambda_d = 0.7$	DTO	68.26
	RBTO	58.14

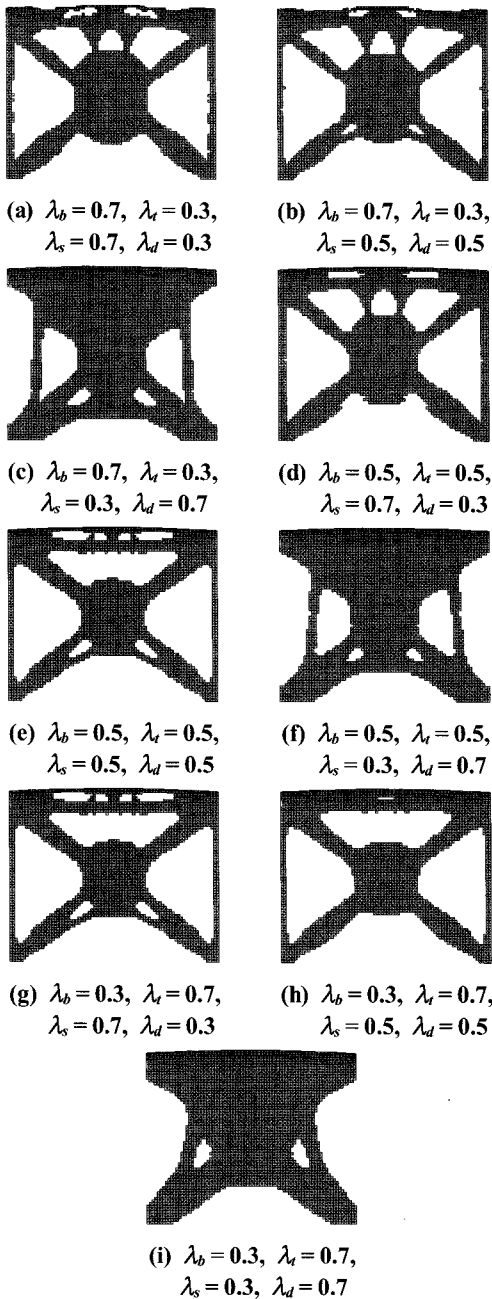


Fig. 2 A pareto-optimal topology of Model 1

물적으로 서로 독립적이며 평균값에 10%의 분산을 갖는다고 가정하였다. 목표 신뢰도 지수는 파괴확률 $P_f = 0.125\%$ 를 가지는 $\beta_t = 3$ 으로 정의하였다. 결정론적 위상 최적설계

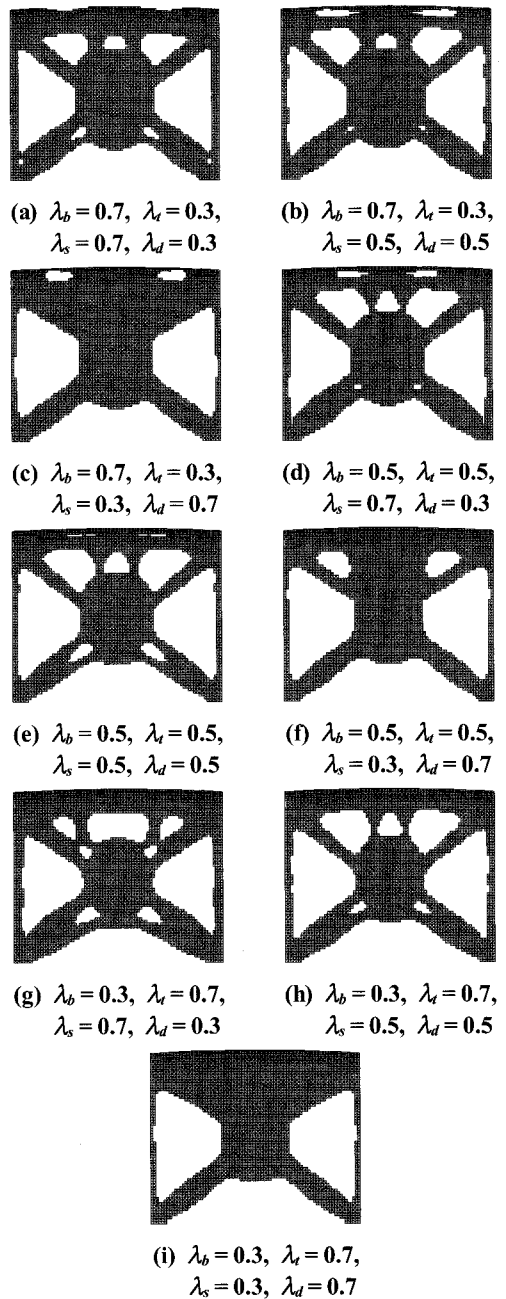


Fig. 3 A pareto-optimal reliability-based topology of Model 1

의 정식화는 식 (15)로 표현되고 신뢰성 기반 위상 최적설계의 정식화는 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} && \text{Volume} \\
 & \text{Subject to} && \delta_{bending} \leq 1.5 \\
 & && \delta_{torsion} \leq 2 \\
 & && 12 \leq \omega
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} && \text{Volume} \\
 & \text{Subject to} && P_j = P(G_j \leq 0) \leq 0.125\% \\
 & && \quad \quad \quad j = 1, 2, 3 \\
 & && G_1 = 1.5 - \delta_{bending} \\
 & && G_2 = 2 - \delta_{torsion} \\
 & && G_3 = \omega - 12
 \end{aligned} \tag{16}$$

Fig. 2와 Fig. 3은 결정론적 최적 위상과 신뢰성 기반 최적 위상을 나타내고, 체적의 결과값은 Table 1에 정리하였다. 결정론적 위상 최적설계에서 목적함수인 체적을 살펴보면 곡률이 작을 때에는 $\lambda_b, \lambda_t, \lambda_s$ 와 λ_d 를 똑같이 고려했을 때 가장 좋은 결과를 얻을 수 있었고, 비틀림에 취약한 경향을 보여주는 곡률이 큰 모델은 λ_t 가 λ_b 보다 더 고려되었을 때 체적이 최소가 되는 가장 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

대체적으로 RBTO의 체적이 목표 신뢰도 지수 3만크의 신뢰도를 확보하기 위하여 DTO보다 컸지만 $\lambda_b = 0.3$ $\lambda_d = 0.7$ 일 때 RBTO의 체적이 DTO보다 작게 나온 경우가 있는데 이는 고유진동수가 증가하는 진동해석의 영향으로 보여진다.

또한, λ_d 의 값이 0.3에서 0.7로 갈수록 고유진동수의 값이 증가하는 것을 확인하였고, 이를 통하여 각 가중치에 의한 위상 최적설계가 잘 이루어졌음을 알 수 있었다.

5. 결론

본 연구에서는 다중목적 민감도 수를 적용한 BESO법을 기반으로 자동차 후드 보강재의 결정론적 위상 최적화와 신뢰성 기반의 위상 최적화를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) BESO기법을 사용하여 후드 보강재의 안정적인 위상 최적화를 수행할 수 있음을 확인하였다.
- (2) 제안된 다중목적 민감도수를 이용하여 여러 조건들을 동시에 고려해야 하는 위상 최적화시 각각의 가중치를 사용한 위상 최적화가 효율적임을 알 수 있었다.
- (3) 다중목적 민감도수와 BESO기법을 이용하여 목표 신뢰도 지수를 만족하는 결과를 얻었다. 정적가중치가 높을

경우 신뢰성 기반 위상 최적화의 체적이 결정론적 위상 최적화보다 크게 나타나게 되는데 이는 목표 신뢰도 지수를 만족시키기 위한 것임을 알 수 있다.

참고 문헌

- (1) Bendsoe, M. P. and Kikuchi, N., 2004, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.* Vol. 71, pp. 197~224.
- (2) Rietz, A., 2001, "Sufficiency of a finite exponent in SIMP (power law) methods," *Struct. Multidiscip. Optim.*, Vol. 21, pp. 159~163.
- (3) Chu, D. N., Xie, Y. M., Hira, A., and Steven, G. P., 1996, "Evolutionary Structural Optimization for problems with stiffness constraints," *Finite Element in Analysis and Design*, Vol. 21, pp. 239~251.
- (4) Xie, Y. M. and Steven, G. P., 1997, *Evolutionary Structural Optimization*, Springer-Verlog, London.
- (5) Yang, X. Y., Xie, Y. M., Steven, G. P., and Querin, O. M., 1999, "Bi-directional Evolutionary Method for Stiffness Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 11, pp. 1483~1488.
- (6) Hung, X. and Xie, Y. M., 2007, "Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 43, pp. 1039~1049.
- (7) Kim, C. I., Wang, S. M., Bae, K. R. Moon, H. G., and Choi, K. K., 2006, "Reliability-based Topology Optimization with Uncertainties," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 20, No. 4, pp. 557~564.
- (8) Wang, S. M., Moon, H. G., Kim, C. I. Kang, J. N., and Choi, K. K., 2006, "Reliability-based Topology Optimization," *JUTAM Symposium on Topological Design Optimization of Structures, Machines and Materials: Status and Perspectives*, pp. 493~504.
- (9) Choi, S. H., Kim, S. R., Park, J. Y., and Han, S. Y., 2007, "Multi-Objective Optimization of The Inner Reinforcement for a Vehicle's Hood Considering

Static Stiffness and Natural Frequency,” *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 8.

- (10) Hasofer, A. M. and Lind, N. C., 1974, “Exact and Invariant Second-Moment Code Format,” *J. of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 100, pp. 111~121.
- (11) Haldar, A and Mahadevan, S., 2000, Probability,

Reliability and Statistical Methods in Engineering Design, John Wiley & Sons, New York.

- (12) Park, J. Y., Lim, M. K., Oh, Y. K., Park, J. Y., and Han, S. Y., 2010, “Structural Optimization using Reliability Analysis,” *J. of KSMTE*, Vol. 19, No. 2, pp. 224~229.