

## 수학과 교육과정에서 '수학적 과정'의 신설에 대한 소고

박 혜 숙 (서원대학교)<sup>1)</sup>  
나 귀 수 (청주교육대학교)<sup>2)</sup>

현재 우리나라의 수학과 교육과정의 체계는 '가. 성격', '나. 목표', '다. 내용', '라. 교수·학습 방법', '라. 평가'로 구성되어 있다. 학교에서 구체적으로 학습해야 할 수학 성취기준은 '다. 내용'에 학년별로 제시되어 있다. '다. 내용'은 초등학교의 경우 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 규칙성과 문제해결의 5개 하위 영역으로 구성되어 있으며, 중학교와 고등학교의 경우에는 수와 연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하의 5개 하위 영역으로 구성되어 있다. 이와 같은 하위 영역들은 초등학교의 규칙성과 문제해결 영역에서의 문제해결을 제외하고는 모두 수학적 주제들을 다루는 내용 영역이라고 할 수 있다. 이 글에서는 수학과 교육과정의 '다. 내용'에 5개의 내용 영역 이외에 '수학적 과정'이라는 하위 영역을 신설하여 추가하는 방안에 대해 살펴보고자 한다.

### I. 들어가며

우리나라는 국가 수준의 수학과 교육과정을 운영하고 있는 국가이다.<sup>3)</sup> 우리나라에서 수학과 교육과정은 교과서 개발에 지대한 영향을 미치며, 또한 교과서는 다시 학교 현장의 수학 교수·학습에 지대한 영향을 미친다. 따라서 수학과 교육과정 개정은 우리나라 수학과 교육과정의 강점과 약점을 파악하여 강점은 유지하고 약점은 보완하는 방식으로 이루어지는 것이 바람직하다. 수학과 교육과정을 바람직하게 개정하기 위해서는 우리나라 수학교육의 장점과 단점을 정확하게 진단하는 일이 필수적이라고 할 수 있다.

물론 우리나라 수학교육의 모든 문제들이 수학과 교육과정으로부터 파생되는 것은 아니며, 따라서 수학과 교육과정을 개정한다고 해서 우리나라 수학교육의 모든 문제들이 해결되는 것도 아니다. 그럼에도 불구하고, 수학과 교육과정을 개선함으로써 우리나라 수학교육의 제 문제들의 바람직한 개선

\* 접수일(2010년 7월 30일), 심사(수정)일(2010년 8월 14일), 게재확정일자(2010년 9월 12일)

\* ZDM분류 : B70

\* MSC2000분류 : 97B70

\* 주제어 : 수학과 교육과정, 수학적 과정, 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통

1) 제 1저자

2) 교신 저자

3) 이 논문은 한국과학창의재단의 지원을 받아 수행된 "창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구"의 일환으로 이루어진 것임

에 조금이나마 기여할 수 있다면 이것은 의미있는 일이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 수학과 교육과정 개선을 위한 하나의 방안으로서 ‘수학적 과정’을 교육과정에 신설하여 추가하는 방안을 제안하고자 한다. 이를 위해 본 연구에서는 먼저 우리나라 학생들의 수학적 능력의 특징을 PISA-2003 및 PISA-2006의 결과를 중심으로 살펴봄으로써, 우리나라 학생들이 자신의 문제해결 과정을 합리적으로 의사소통하고 수학적으로 옳은 추론을 하는 데에 미흡함을 확인하고자 한다. 다음으로 외국의 수학과 교육과정에서 수학적 과정을 어떻게 다루고 있는가를 NCTM(2000)의 Standards, 캘리포니아주의 교육과정, 일본의 교육과정 등을 중심으로 살펴보고자 한다. 그리고 마지막으로 우리나라의 수학과 교육과정에 제시될 수 있는 수학적 과정의 구체적인 성취기준을 제안하고자 한다. 본 연구는 실제로 우리나라 수학과 교육과정을 개정하고자 할 때 활용할 수 있는 기초 연구로서 의미를 갖는다고 할 수 있다.

## II. 우리나라 학생들의 수학적 능력에서 개선해야 할 측면

이 절에서는 우리나라 학생들의 수학적 능력의 미흡한 측면을 PISA-2003 및 PISA-2006의 결과를 중심으로 살펴보고자 한다. PISA(Programme for International Student Assessment)는 경제협력개발 기구(OECD)에서 주관하는 학업성취도 국제 비교 연구이다. PISA 연구의 목적은 참여국의 만 15세 학생들의 읽기, 수학, 과학 소양을 측정하여, 참여국의 교육 체계의 효과를 평가하고 참여국의 교육 정책 입안에 도움이 되는 정보를 산출하는 것이다.

PISA 2006에 참가한 국가는 OECD 국가 30개국, 비OECD 국가 27개국으로, 총 57개국이다. PISA 2006에서 우리나라의 학생들의 평균 점수는 OECD 국가 중에서는 1~2위, 전체 국가 중에서는 1~4위를 한 것으로 나타났다(<표 1> 참고). 우리나라 학생들의 평균 점수가 PISA 2006 참가국 중에서 1~4위에 속해 있다는 것은, 1~4위에 속해 있는 다른 국가들의 평균 점수와 우리나라의 평균 점수가 통계적으로 유의미한 차이가 없음을 의미한다(이미경 외, 2007).

그러나 PISA 2006에 참여한 학생들의 학습 시간당 점수를 산출해 보면 우리나라 학생들이 얻은 평균 점수의 또 다른 측면을 확인할 수 있다. 우리나라 학생들의 학습 시간당 점수는 99점으로서 PISA 2006에 참여한 국가 중에서 49위에 머무른 것으로 나타났다(채창균·유한구, 2008). 평균 점수 측면에서 우리나라 학생들의 수학 성취도는 최상위권에 속해 있지만 이와 대조적으로 학습 시간당 점수는 하위에 속해 있음을 알 수 있다. 이러한 결과는 우리나라와 같은 순위에 속해 있는 대만, 페란드, 홍콩-중국의 학습 시간당 점수가 각각 138점(7위), 139점(5위), 151점(2위)로 나온 것과는 대조되는 결과이다. 즉 우리나라 학생들은 PISA 2006에서 최상위권에 속한 국가의 학생들과 동일한 점수를 얻기 위해서 다른 나라의 학생들보다 훨씬 많은 시간을 수학 공부에 할애하고 있는 것이다. 이것은 우리나라의 수학 교수·학습에 모종의 문제가 내포되어 있음을 시사한다고 할 수 있다.

&lt;표 1&gt; PISA 2006에서의 우리나라 학생들의 수학 성취도

국가	평균 점수 및 순위	학습 시간당 점수 및 순위		
대만	549	1~4위	138점	7위
핀란드	548		139점	5위
홍콩-중국	547		151점	2위
대한민국	547		99점	49위

한편, PISA 2003 및 PISA 2006에서 우리나라 학생들은 답을 쓰고 그 답에 대한 근거나 풀이과정을 함께 제시해야 하는 문항에서 매우 취약한 결과를 나타냈다(이미경 외, 2004b; 이미경 외, 2007). 우리나라 학생들의 이와 같은 수학적 능력의 취약점을 [예시문항 1]과 [예시문항 2]를 통해 살펴보면 다음과 같다.

PISA 2003에서 실시된<sup>4)</sup> [예시문항 1]은 답과 함께 답에 대한 근거나 해결과정을 제시해야 하는 전형적인 개방형 서술형 문항으로서, 우리나라 학생들의 상당수는 답은 옳게 제시하였지만 불충분한 설명, 타당하지 않은 설명을 제시하거나 풀이과정을 제시하지 않음으로써 부분정답으로 채점되는 응답을 한 경우가 많았다. [예시문항 1]에 대한 우리나라 고등학교 1학년 학생들의 정답률은 27.6%에 불과하다.<sup>5)</sup> 우리나라 학생들의 정답률을 살펴보면, '아니요'와 함께 수학적으로 합리적인 이유를 제시하여 만점을 받은 학생들이 16.3%이며, 22.5%의 학생들은 '아니요'라고 답했지만 수학적 타당성에서 미흡한 설명을 제시하여 부분점수를 받았다. 또한 16.3%의 학생들은 '아니요'라고 답했지만 수학적으로 타당한 설명을 제시하지 못하여 영점을 받았다(나귀수, 2005).

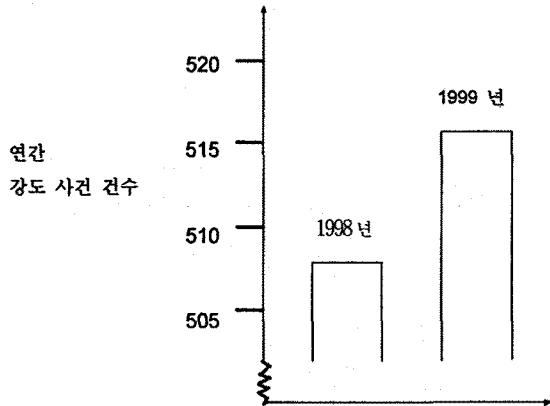
우리나라 학생들의 37.3%는 '아니오'라고 답했지만 불충분하거나 타당성 있는 설명을 제시하지 못한 것이다. 이 학생들은 자신의 수학적 사고를 충분히 그리고 의미있게 의사소통하는(표현하는) 데에 익숙하지 않은 학생들이거나, 또는 기자의 해석이 잘못되었다고 판단하였지만 그 이유를 수학적으로 옳게 추론하는 데에 미숙한 학생들이라고 할 수 있다.

다음으로, 우리나라 학생들은 [예시문항 2]와 같은 문제의 답이 열려 있는(open-ended) 개방형 문항에서 취약한 수학적 능력을 드러냈다. [예시문항 2]에 대한 우리나라 고등학교 1학년 학생들의 정답률은 28.8%에 불과하다. 우리나라 학생들은 문제를 해결하기 위해 필요한 조건을 제시된 문제 상황(문장, 그래프, 그림 등으로 제시된 문제 상황)에서 스스로 찾아서 결정해야 하는 문제에서 취약한 수학적 능력을 드러낸 것이다.

4) PISA는 3년을 주기로 하여 실시되며, 주 영역과 보조 영역을 설정하여 각 주기마다 서로 다른 영역의 평가에 집중하고 있다. 제1주기인 PISA 2000에서는 읽기 영역이, 제2주기인 PISA 2003에서는 수학 영역이, 제3주기인 PISA 2006에서는 과학 영역이 주 영역이며, 각 주기에 나머지 영역은 보조 영역이 된다. 따라서 PISA 평가 결과 종에서 우리나라의 수학 교수·학습에 많은 시사점을 주는 평가는 수학이 주 영역이었던 PISA 2003이다. 수학에 대한 학생들의 정의적 측면이라고 할 수 있는 수학에 대한 다양한 배경변인 또한 PISA 2003에서 조사되었으며, 가장 최근의 PISA 2006에서는 과학에 대한 다양한 배경변인이 조사되었다.

5) 수학 평가에서 문항과 함께 매우 중요한 것이 채점기준이다. [예시문항 1]과 [예시문항 2]에 대한 구체적인 채점기준과 국내 학생들의 정답률은 [부록]에 제시되어 있다.

한 TV 기자가 아래 그래프를 보여 주면서 다음과 같이 말하였다.  
“1998년과 1999년 사이에 연간 강도 사건 건수가 급격하게 증가하였습니다.”



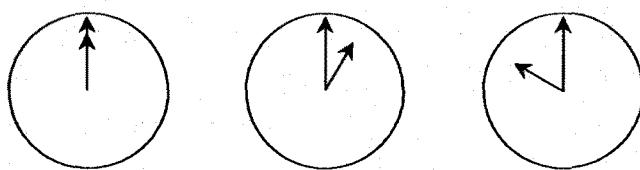
그래프에 대한 기자의 해석이 타당하다고 생각하는지 쓰시오. 제시한 답에 대한 이유를 설명하시오.

[출처: PISA 2003 공개 문항 (이미경 외, 2004a)]

<그림 1> 개방형 서술형 문항: [예시문항 1]

호주 시드니에 사는 마크와 독일 베를린에 사는 한스는 인터넷 채팅을 통해 자주 대화를 나눈다. 인터넷 채팅을 하기 위해서는 동시에 인터넷에 접속해야 한다.

마크는 채팅을 할 수 있는 적합한 시각을 찾기 위해서 다음과 같은 세계 시각표를 이용하였다.



그리니치 24시(자정)

베를린 새벽 1시

시드니 오전 10시

마크와 한스는 모두 현지 시각으로 오후 9시부터 오후 4시30분까지는 학교에 가야 하기 때문에 채팅을 할 수 없다. 또한 오후 11시부터 오전 7시까지는 잠을 자야 하기 때문에 채팅을 할 수 없다.

마크와 한스는 언제 채팅을 할 수 있는가? 다음 표의 빈 칸에 채팅을 할 수 있는 현지 시각을 쓰시오. 오후와 오후를 분명하게 제시하여 답하시오.

장소	현지 시각
시드니	
베를린	

[출처: PISA 2003 공개 문항 (이미경 외, 2004a)]

<그림 2> 답이 열려 있는 개방형 문항: [예시문항 2]

[예시문항 1]과 [예시문항 2]와 같은 형태의 문항들은 현재 우리나라의 학교수학에서 거의 다루고 있지 않은 문항들이다. 이와 같은 형태의 문항들은 의미충실한 수학적 사고 과정과 수학적 사고 활동을 필요로 한다. 우리나라 학생들은 이와 같은 문항들에서 요구하는 의미있는 수학적 사고 과정을 경험하지 못했기 때문에 미흡한 정답률을 나타냈다고 할 수 있다.

따라서 우리나라 학생들이 보다 의미충실한 수학적 사고 과정과 수학적 사고 활동을 경험할 수 있도록 학교수수학의 모습을 개선할 필요가 있다. 학교에서 수학적 사고 과정을 의미충실하게 다루기 위해서는 학생들이 수학적 사고 과정을 의미충실하게 경험할 수 있는 상황, 과제, 문제 등이 교과서에 수록될 필요가 있다. 한다. 그리고 교과서에서 수학적 사고 과정을 의미충실하게 다루는 상황, 과제, 문제 등이 다루어질 수 있도록 수학과 교육과정을 어떻게 개선할 것인가를 숙고할 필요가 있다.

본 연구에서는 수학적 사고 과정과 수학적 사고 활동이 학교수학에서 더욱 적극적으로 지도될 수 있도록 뒷받침하는 하나의 방안으로서 수학과 교육과정에 '수학적 과정'이라는 영역을 신설하고 구체적인 성취기준을 제시할 것을 제안하고자 한다<sup>6)</sup>. 본 연구에서 '수학적 과정'은 "수와 연산, 도형 등의 내용 영역에서 다루는 수학적 주제를 이해하고 습득하는 데에서, 그리고 그러한 수학적 주제를 활용하여 다양한 현상을 이해하고 문제를 해결하고 의사소통하는 데에서 활성화되어야 하는 능력"으로 정의된다. 다시 말해서 본 연구에서의 수학적 과정은 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 수학적 능력을 의미하며, 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 등을 구성 요소로 포함하는 개념이라고 할 수 있다.

한편, 수학과 교육과정에 '수학적 과정'을 신설하고 구체적인 성취기준을 설정한다고 해서 위에서 살펴본 우리나라 학생들의 수학적 능력의 미흡한 측면을 모두 개선할 수 있는 것은 아니다. 본 연구에서 제안하는 수학과 교육과정상의 개선 방안은 평가에서 서술형 문항이나 개방형 문항을 적극적으로 활용하는 평가 방법과 연계되었을 때 비로소 수학교육 개선에 실질적인 효과를 가져올 수 있을 것이다. 따라서 본 연구에서 제안하고 있는 '수학적 과정'은 우리나라 학생들의 수학적 능력의 미흡한 측면의 개선에 기여할 수 있는 가능한 여러 방안 중의 하나로 이해되는 것이 바람직하다.

### III. 외국의 수학과 교육과정 고찰

이 절에서는 본 연구에서 정의한 수학적 과정이 외국의 수학과 교육과정에서 어떻게 다루어지고 있는가를 살펴보자 한다.

6) 본 연구에서는 '수학적 과정'이라는 용어를 사용하고 있지만, '수학적 과정'이라는 용어 대신에 수학적 해결 과정, 수학적 능력, 수학적 방법, 수학적 역량, 수학적 활동, 수학적 체험, 수학적 사고 과정, 수학화 능력, 수학화 과정, 수학적 사고 활동 등의 용어가 제안될 수도 있다.

## 1. NCTM의 Standards

NCTM(2000)에서는 학생들이 성취해야 할 학습목표를 크게 ‘내용 규준’과 ‘과정 규준’으로 구분하여 제시하고 있다. 내용 규준에서는 학생들이 학습해야 하는 내용을 명확하게 기술하고 있으며, 과정 규준에서는 내용 지식을 획득하고 활용하는 방법을 강조하고 있다. 내용 규준은 다시 수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률 등의 하위 영역으로 구성되어 있으며, 과정 규준은 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표현 등의 하위 영역으로 구성되어 있다.

NCTM(2000)에서 내용 규준과 과정 규준의 학습목표는 서로 다른 형식으로 제시되어 있다. 수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률 등의 내용 규준은 “전체(유아원·유치원~12학년) 성취기준 → 학년군(유아원·유치원~2학년/3~5학년/6~8학년/9~12학년) 성취기준 → 구체적 수학 내용”的 형식으로 제시되어 있다. 반면에 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표현 등의 과정 규준은 “전체(유아원·유치원~12학년) 성취기준 → 구체적 수학 내용”的 형식으로 제시되어 있다. 다시 말해서 과정 규준은 모든 학년(유아원·유치원~12학년)에 걸친 동일한 전체 성취기준을 제시한 후에, 학년군에서 다루는 내용을 소재로 하여 과정 규준의 성취기준을 교과서에서 그리고 교실의 수학 교수·학습에서 어떻게 구현할 것인가를 설명하고 있다. 과정 규준을 이와 같은 형식으로 제시하는 것은, 과정 규준을 학년군별로(유아원·유치원~2학년/3~5학년/6~8학년/9~12학년) 따로따로 설정하는 것이 적합하지 않다고 판단한 것으로 보인다. NCTM(2000)에서 제시한 과정 규준의 성취기준을 제시하면 다음과 같다.

### [문제해결]

- 문제해결을 통해 새로운 수학적 지식을 만들어낼 수 있다.
- 수학과 다른 교과 상황에서 나타나는 문제를 해결할 수 있다.
- 문제를 해결하기 위하여 다양하고 적절한 전략을 적용하고 채택할 수 있다.
- 수학 문제해결 과정을 관찰하고 반성할 수 있다.

### [추론과 증명]

- 추론과 증명을 수학의 가장 근본적인 측면으로서 인식할 수 있다.
- 수학적 추측을 만들고 조사할 수 있다.
- 수학적 논쟁과 증명 능력을 개발하고 평가할 수 있다.
- 다양한 유형의 추론과 증명 방법을 선택하고 사용할 수 있다.

### [의사소통]

- 의사소통을 통하여 학생 자신의 수학적 사고를 조직하고 확고히 할 수 있다.
- 학생 자신의 수학적 사고를 학급 친구, 교사, 다른 사람들에게 일관적이고 명확하게 의사소통할 수 있다.
- 다른 사람의 수학적 사고와 전략을 분석하고 평가할 수 있다.
- 수학적 아이디어를 정확하게 표현하기 위하여 수학의 언어들을 사용할 수 있다.

**[연결성]**

- 수학적 아이디어 간의 연결성을 인식하고 활용할 수 있다.
- 수학적 아이디어가 서로 어떻게 연결되어 있는지 이해하고, 각각의 아이디어에 기초하여 일관된 전체를 산출할 수 있다.
- 수학 이외의 상황에서 수학을 인식하고 활용할 수 있다.

**[표현]**

- 수학적 아이디어를 조직하고 기록하며 의사소통하기 위해서 표현을 만들고 활용할 수 있다.
- 문제를 해결하기 위해서 수학적 표현을 선정하고 적용하며 변환할 수 있다.
- 물리적·사회적·수학적 현상을 모델링하고 해석하기 위해서 표현을 활용할 수 있다.

**2. 캘리포니아주의 교육과정**

NCTM의 *Standards*는 미국에서 수학과 교육과정의 국가적 공통분모를 만들기 위해 설정한 선언적 의미의 교육과정으로서 실제로 실행되는 교육과정은 아니다. 미국에서 실제로 실행되고 있는 캘리포니아주 교육과정을 살펴보면, 모든 학생들이 배워야 하는 필수 이수 과정인 K~7학년까지의 내용을 5개의 영역, 즉, 수·감각, 대수와 함수, 측정과 기하, 통계·자료 분석·확률, 수학적 추론으로 구분하여 학년별로 제시하고 있다.<sup>7)</sup> 캘리포니아주의 교육과정에서 설정한 5개의 영역에서 특이한 점은, 4개의 영역, 즉, 대수와 함수, 측정과 기하, 통계·자료 분석·확률 영역은 내용 영역 차원인 반면에, 추론은 과정 영역 차원에서 독립적으로 강조되고 있다는 것이다(나귀수 외, 2003). 캘리포니아주의 교육과정에서 추론을 강조하는 이유를 직접 인용하면 다음과 같다.

수학의 가장 중요한 목적 중의 하나는 논리적 추론을 학생들에게 가르치는 것이다. 수학 학습에서의 고유한 논리적 추론은 현실 문제의 해답을 정확하게 찾아내야 하는 상황에 넓게 적용할 수 있다. 8학년을 시작하면서 (7학년이 끝날 때까지) 학생들은 논리적 추론이 수학 전반에 깔려 있다는 기본적인 사실을 받아들일 준비가 되어 있어야 한다. 즉 모든 가정은 이미 아는 사실로부터의 논리적 추론에 의해 정당화된다는 사실을 받아들여야 한다. 그리하여 학생들은 그들이 말하는 모든 진술을 증명하는 것에 대하여 배우기 시작한다.

또한, 8학년까지 학생들의 수학적 감수성은 예리해져야 한다. … 수학 학습에서 한발 전진하면서 연역적 추론과 귀납적 추론의 차이를 배워야 하며, 논리적 함축의 의미를 이해하고 일반적 가정을 시험해 보고 하나의 반례가 어떤 가정의 오류를 보여주기에 충분하다는 것을 깨달아야 한다. 그리고 어떤 일반적인 가정이 특정한 몇 가지 경우에 참일지라도 모든 경우에 참이지는 않다는 것을 개념적으로 이해하고, 증명되어 있는 것과 단지 그럴듯하게 설명되어 있는 것을 구분하며, 일련의 추론에서 논리적 오류를 확인해야 한다(California State Board of Education, 1999; 나귀수 외, 2003에서 재인용).

7) 한편, 캘리포니아주의 8학년 이상의 교육과정은 Algebra I, Geometry, Algebra II, Probability and Statistics, Trigonometry, Linear Algebra, Mathematical Analysis, Advanced Placement Probability and Statistics, Calculus로 구성되어 있다.

캘리포니아주 교육과정의 수학적 추론 영역에 제시된 1~7학년에서 학년별로 제시된 구체적인 성취기준을 제시하면 다음과 같다(California State Board of Education, 1999). 한편, 캘리포니아주 교육과정에서는 학년별로 수학적 추론의 성취기준이 제시되어 있지만, 여기에서는 성취기준이 동일한 학년은 한꺼번에 제시하였다.

#### ■ 1·2학년

- 1.0 학생들은 문제에서 어떻게 출발할 것인가를 결정해야 한다.
  - 1.1 문제해결에 사용될 접근 방법, 물질, 전략 등 결정하기
  - 1.2 구체물, 개략적 그림 등과 같은 도구를 사용하여 문제를 모형화하기
- 2.0 학생들은 문제를 해결하고 자신의 추론을 정당화해야 한다.
  - 2.1 사용된 추론을 설명하고 선택된 절차를 정당화하기
  - 2.2 정확하게 계산하고 그 결과의 타당성을 문제의 맥락으로부터 확인하기
- 3.0 학생들은 한 문제와 다른 문제 사이의 연결성에 주목해야 한다.

#### ■ 3·4·5학년

- 1.0 학생들은 문제에 어떻게 접근할 것인가를 결정해야 한다.
  - 1.1 관련성 확인하기, 적절한 정보와 비적절한 정보 구분하기, 부족한 정보 확인하기, 정보를 정리하여 우선 순위 부여하기, 규칙성 관찰하기 등에 의해 문제 분석하기
  - 1.2 문제를 단순한 부분들로 분해해야 할 때와 그 방법 결정하기
- 2.0 학생들을 해를 구하기 위해 전략, 기능, 개념 등을 활용해야 한다.
  - 2.1 계산된 결과의 타당성을 입증하기 위해 어림 활용하기
  - 2.2 간단한 문제에서의 전략과 결과를 보다 복잡한 문제에 적용하기
  - 2.3 수학적 추론을 설명하기 위해 말, 숫자, 기호, 도표, 그래프, 표, 다이어그램, 모델 등의 다양한 방법 사용하기
  - 2.4 적절한 수학 표기법, 수학 용어, 분명한 언어를 활용하여 해를 명확하고 논리적으로 표현하기, 언어적 증거와 기호적 증거로 해를 뒷받침하기
  - 2.5 문제에 대한 정확한 풀이와 대략적인 풀이의 상대적 이점을 확인하고, 주어진 정확성의 정도에 따라 답을 제시하기
  - 2.6 정확하게 계산하고 문제의 맥락으로부터 그 결과의 타당성 검토하기
- 3.0 학생들은 일반화에 의해 특별한 문제를 넘어서서 다른 상황으로 진행해야 한다.
  - 3.1 처음 상황의 맥락에서 해의 타당성 평가하기
  - 3.2 해를 유도해내는 방법에 주목하고, 유사한 문제를 해결함으로써 그 유도 방법을 개념적으로 이해하고 있음을 입증하기
  - 3.3 얻은 결과를 일반화하고 새로운 문제 상황에 적용하기

#### ■ 6학년

- 1.0 학생들은 문제에 어떻게 접근할 것인가를 결정해야 한다.
  - 1.1 관련성 확인하기, 적절한 정보와 비적절한 정보 구분하기, 부족한 정보 확인하기, 정보를 정리하여 우선 순위 부여하기, 규칙성 관찰하기 등에 의해 문제 분석하기

- 1.2 수학적 질문이나 제시된 문제의 일반적인 기술에 근거해서 수학적 추측을 만들고 정당화하기
- 1.3 문제를 단순한 부분들로 분해해야 할 때와 그 방법 결정하기
- 2.0 학생들을 해를 구하기 위해 전략, 기능, 개념 등을 활용해야 한다.
  - 2.1 계산된 결과의 타당성을 입증하기 위해 어려 활용하기
  - 2.2 간단한 문제에서의 전략과 결과를 보다 복잡한 문제에 적용하기
  - 2.3 미지의 양을 그래프적으로 추정하고, 논리적 추론, 산술적 기법, 대수적 기법 등을 활용하여 미지의 양을 구하기
  - 2.4 수학적 추론을 설명하기 위해 말, 숫자, 기호, 도표, 그래프, 표, 다이어그램, 모델 등의 다양한 방법 사용하기
  - 2.5 적절한 수학 표기법, 수학 용어, 분명한 언어를 활용하여 해를 명확하고 논리적으로 표현하기, 언어적 증거와 기호적 증거로 해를 뒷받침하기
  - 2.6 문제에 대한 정확한 풀이와 대략적인 풀이의 상대적 이점을 확인하고, 주어진 정확성의 정도에 따라 답을 제시하기
  - 2.7 정확하게 계산하고 문제의 맥락으로부터 그 결과의 타당성 검토하기
- 3.0 학생들은 일반화에 의해 특별한 문제를 넘어서서 다른 상황으로 진행해야 한다.
  - 3.1 처음 상황의 맥락에서 해의 타당성 평가하기
  - 3.2 해를 유도해내는 방법에 주목하고, 유사한 문제를 해결함으로써 그 유도 방법을 개념적으로 이해하고 있음을 입증하기
  - 3.3 얻은 결과와 사용된 전략을 일반화하고 새로운 문제 상황에 적용하기

#### ■ 7학년

- 1.0 (6학년과 동일)
- 2.0 (6학년의 성취기준에 다음의 2.4를 새롭게 추가함)
  - 2.4 귀납적 추론과 연역적 추론을 활용하여 수학적 추측을 만들고 테스트하기
- 3.0 (하위 성취기준은 동일하고, 3.0의 성취기준이 다음과 같이 수정되었음)
  - 3.0 학생들은 풀이가 완벽하다는 것을 결정한 다음, 다른 상황으로 일반화함으로써 특별한 문제 이상으로 진행할 수 있어야 한다.

위에서 알 수 있듯이, 캘리포니아주의 수학적 추론 영역의 성취기준은 크게 3개의 하위 영역, 즉 문제에의 접근(1.0), 문제 해결하기(2.0), 해결 방법의 일반화(3.0)로 구성되어 있다. “문제에의 접근, 문제 해결하기, 해결 방법의 일반화(3.0)”이라는 하위 영역의 명칭은 Polya가 제시한 문제해결의 4단계, “문제의 이해, 해결 계획의 수립, 계획의 실행, 반성”의 개념과 유사하다고 할 수 있다. 그러나 그 내용을 살펴보면, 수학적 문제해결과 수학적 추론의 요소들을 모두 포괄하고 있음을 알 수 있다.

또한, 캘리포니아주 교육과정의 수학적 추론의 성취기준은 학년별로 제시되어 있지만 인접 학년에서의 성취기준이 동일한 경우가 많았다. 예를 들어, 1학년과 2학년의 성취기준, 3학년과 4학년과 5학년의 성취기준이 동일하였다. 또한, 이전 학년에 제시된 성취기준을 포괄하는 동시에 수준이 더 높은 성취기준이 상위 학년에 추가되는 형식으로 제시되어 있다. 예를 들어, 6학년과 7학년의 성취기준은 [2.4]와 [3.0]을 제외하고는 모두 동일하다. 7학년에서는 6학년의 성취기준에 [2.4](귀납적 추

론과 연역적 추론을 활용하여 수학적 추측을 만들고 테스트하기)를 새롭게 추가하고 있으며, 성취기준 [3.0]을 “학생들은 일반화에 의해 특별한 문제를 넘어서서 다른 상황으로 진행할 수 있어야 한다.”에서 “학생들은 풀이가 완벽하다는 것을 결정한 다음, 다른 상황으로 일반화함으로써 특별한 문제 이상으로 진행할 수 있어야 한다.”로 수준을 상향 조절하여 제시하고 있다.

### 3. 일본의 교육과정

2008년 3월에 공표된 새로운 일본의 수학과 교육과정의 영역은, 초등학교의 경우에는 수와 계산, 양과 측정, 도형, 수량 관계, 산수적 활동이며, 중학교의 경우에는 수와 식, 도형, 함수, 자료의 활용, 수학적 활동이다. 이 중에서 수와 계산, 양과 측정, 도형, 수량 관계(중학교의 경우는 수와 식, 도형, 함수, 자료의 활용)는 이전 교육과정부터 이어져 온 내용 영역이고, 수학적(산수적) 활동은 새로운 교육과정에서 새롭게 추가된 영역이다. 수학적(산수적) 활동은 1998년 12월에 공표된 이전의 교육과정에서는 초등학교 산수과 및 중학교 수학과의 목표로서 다음과 같이 강조된 사항이었다.

#### ■ 초등학교 산수

수량 및 도형에 대한 산수적 활동을 통해서 기초적인 지식과 기능을 몸에 익히고, 일상의 사물과 현상에 대해서 관심을 가지고 조리 있게 생각하는 능력을 기름과 더불어, 활동의 즐거움 및 수리적인 처리의 좋은 점을 깨닫고, 나아가 생활에 활용하려는 태도를 기른다(일본문부성, 1999a; 나귀수 외, 2003에서 재인용).

#### ■ 중학교 수학

수량, 도형 등에 관한 기초적인 개념 및 원리·법칙의 이해를 깊게 하고, 수학적인 표현 및 처리 방법을 습득하여, 사물과 현상을 수리적으로 고찰하는 능력을 고양하고, 수학적 활동의 즐거움, 수학적인 관심 및 사고 방식의 좋은 점을 알고, 나아가 그것을 활용하는 태도를 기른다(일본문부성, 1999b; 나귀수 외, 2003에서 재인용).

일본의 새로운 교육과정에서는, 이전 교육과정에서 초등학교 산수과 및 중학교 수학과의 목표로서 강조되었던 수학적(산수적) 활동을 더욱 충실히 하기 위해, 수와 계산, 양과 측정, 도형, 수량 관계(중학교의 경우는 수와 식, 도형, 함수, 자료의 활용) 등의 영역에 수학적 활동을 각 학년별로 추가하고 각 학년에서 수행할 수학적(산수적) 활동의 구체적인 성취기준을 제시하였다(<표 2>, <표 3> 참고).

일본의 수학과 교육과정에서 이와 같이 수학적 활동의 구체적인 성취기준을 학년마다 새롭게 제시한 것은, 수와 계산, 양과 측정, 도형, 수량 관계(중학교의 경우는 수와 식, 도형, 함수, 자료의 활용)의 학습이나 그것들을 상호 관련시킨 학습에서 구체적인 수학적 활동을 경험할 수 있는 기회를 제공하기 위한 것이다(일본문부성, 2008a, 2008b).

&lt;표 2&gt; 일본 교육과정에서 수학적(산수적) 활동의 성취기준: 초등학교

학년	산수적 활동
1	① 구체물을 모아서 세거나 등분하거나 그것을 정리하여 나타내는 활동 ② 계산의 의미나 계산 방법을 구체물을 사용하여, 언어, 수, 식, 그림을 가지고 나타내는 활동 ③ 주변에 있는 길이, 넓이, 부피를 직접 비교하거나 다른 것을 사용하여 비교하는 활동 ④ 주위에서 여러 가지 모양을 찾아내거나 구체물을 사용하여 형태를 만들거나 분해하거나 하는 활동 ⑤ 수량에 대하여 구체적인 장면에서 식으로 나타내거나 식을 구체적인 장면에 관련짓거나 하는 활동
2	① 주변에서 자연수가 사용되는 장면을 찾아내는 활동 ② 곱셈구구표를 만들거나 관찰하여 계산의 성질이나 규칙을 찾아내는 활동 ③ 주변에 있는 길이, 넓이, 부피에 대하여 대략의 양을 짐작하거나 단위를 사용하여 측정하거나 하는 활동 ④ 정사각형, 직사각형, 직각삼각형을 그리거나 만들고 그것으로 평면을 깔아 채우는 활동 ⑤ 덧셈과 뺄셈의 상호관계를 도형이나 식으로 나타내고 설명하는 활동
3	① 자연수, 소수 및 분수에 대한 계산의 의미나 계산방법을 구체물을 사용하여 말, 수, 식, 그림을 가지고 생각하고 설명하는 활동 ② 소수나 분수를 구체물, 그림, 수직선을 사용하여 나타내고 크기를 비교하는 활동 ③ 길이, 부피, 무게의 각각에 대한 단위의 관계를 조사하는 활동 ④ 이등변삼각형이나 정삼각형을 자와 컴퍼스를 가지고 작도하는 활동 ⑤ 일시나 장소 등의 관점에서 자료를 분류정리하고 표로 나타내는 활동
4	① 목적에 따라 계산결과를 예측하여 계산방법이나 결과에 대하여 적절히 판단하는 활동 ② 직사각형을 조합한 도형의 넓이를 구하는 방법을 구체물을 사용하거나 말, 수, 식, 도형을 가지고 생각하고 설명하는 활동 ③ 주위에 있는 것들의 넓이를 실제로 측정하는 활동 ④ 평행사변형, 마름모, 사다리꼴로 평면을 깔아 워서 도형의 성질을 살펴보는 활동 ⑤ 주변에서 함께 변하는 두 개의 수량을 찾아보고 수량관계를 표나 그래프를 가지고 나타내고 살펴보는 활동
5	① 소수에 대한 계산의 의미나 계산방법을 말, 수, 식, 그림, 수직선을 가지고 생각하고 설명하는 활동 ② 삼각형, 평행사변형, 마름모 및 사다리꼴의 넓이 구하는 방법을 구체물을 가지고 말, 수, 식, 그림을 가지고 생각하고 설명하는 활동 ③ 합동인 도형을 그리거나 만드는 활동 ④ 삼각형의 세 각의 크기의 합이 $180^\circ$ 가 되는 것을 귀납적으로 생각하고 설명하는 활동. 사각형의 네 각의 크기의 합이 $360^\circ$ 가 되는 것을 연역적으로 생각하고 설명하는 활동 ⑤ 목적에 따라 표나 그래프를 선택하고 활용하는 활동
6	① 분수에 대한 계산의 의미나 계산 방법을 말, 수, 식, 그림, 수직선을 가지고 생각하고 설명하는 활동 ② 주변에서 쓰이는 양의 단위를 찾아내거나 그것이 지금까지 학습한 단위와 어떤 관계에 있는가를 살펴보는 활동 ③ 주변에서 축소나 확대, 대칭인 도형을 찾아보는 활동 ④ 주변에서 비례 관계에 있는 두 개의 수량을 찾아보거나 비례 관계를 가지고 문제를 해결하는 활동

&lt;표 3&gt; 일본 교육과정에서 수학적(산수적) 활동의 성취기준: 중학교

학년	수학적 활동
1	① 기존의 학습내용을 기초로 하여 수나 도형의 성질을 이끌어내는 활동 ② 일상생활에서 수학을 이용하는 활동 ③ 수학적 표현을 사용하여 자기 나름대로 설명해나가는 활동
2	① 기존의 학습내용을 기초로 하여 수나 도형의 성질을 이끌어 내거나 발전시키는 활동 ② 일상생활 또는 사회에서 수학을 이용하는 활동 ③ 수학적 표현을 사용하여 근거를 명확히 하고 수순을 밟아 설명하고, 전달해나가는 활동
3	① 기존의 학습내용을 기초로 하여 수나 도형의 성질을 이끌어 내거나 발전시키는 활동 ② 일상생활 또는 사회에서 수학을 이용하는 활동 ③ 수학적 표현을 사용하여 근거를 명확히 하고 수순을 밟아 설명하고, 전달해나가는 활동

#### IV. 우리나라 수학과 교육과정에 ‘수학적 과정’의 신설 방안

앞에서 이미 언급하였듯이, 본 연구에서 ‘수학적 과정’은 수와 연산, 도형 등의 내용 영역에서 다른 수학적 주제를 이해하고 습득하는 데에서, 그리고 그러한 수학적 주제를 활용하여 다양한 현상을 이해하고 문제를 해결하고 의사소통하는 데에서 활성화되어야 하는 능력을 의미한다. 다시 말해서 수학적 과정은 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 수학적 능력을 의미하며, 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 등을 구성 요소로 포함하는 개념이라고 할 수 있다. 이 절에서는 우리나라 수학과 교육과정에 ‘수학적 과정’이라는 영역을 추가하고 구체적 성취기준을 제시하는 방안에 대해 살펴보고자 한다.

##### 1. ‘수학적 과정’ 신설의 목적

먼저 현행 우리나라의 수학과 교육과정의 구성 체계를 살펴보면, 우리나라의 수학과 교육과정의 체계는 ‘가. 성격’, ‘나. 목표’, ‘다. 내용’, ‘라. 교수·학습 방법’, ‘라. 평가’로 구성되어 있다. 학교에서 구체적으로 학습해야 할 수학 성취기준은 ‘다. 내용’에 학년별로 제시되어 있다. ‘다. 내용’은 초등학교의 경우 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 규칙성과 문제해결의 5개 하위 영역으로 구성되어 있으며, 중학교의 경우에는 수와 연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하의 5개 하위 영역으로 구성되어 있다. 이와 같은 하위 영역들은 초등학교의 규칙성과 문제해결 영역에서의 문제해결을 제외하고는 모두 수학적 주제들을 다루는 내용 영역이라고 할 수 있다. 본 연구에서 제안하는 ‘수학적 과정’의 신설은, 현행 수학과 교육과정의 ‘다. 내용’에 5개의 내용 영역 이외에 ‘수학적 과정’이라는 영역을 신설하고 구체적인 성취기준을 제시하는 것을 뜻한다.

본 연구에서 ‘수학적 과정’의 하위 요소로 설정한 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통은 우리나라의 수학과 교육과정에서 지속적으로 강조되어온 사항이다. 2007년 개정 수학과 교육과정

에서도 '나. 목표' 및 '라. 교수·학습 방법'에서 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통을 다음과 같이 강조하고 있다(<표 4> 참고).

<표 4> 2007년 개정 교육과정에서의 수학적 추론, 수학적 의사소통, 문제해결

**나. 목표**

수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰하고 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

… (중략) …

**라. 교수·학습 방법**

사. 수학적 사고와 추론 능력을 발전시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하게 하고, 이를 정당화하거나 증명해 보게 할 수 있다.
- (2) 수학적 사실이나 명제를 분석하고, 수학적 관계를 조직하고 종합하며, 학생 자신의 사고 과정을 반성하게 한다.

아. 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하게 한다.
- (2) 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다.
- (3) 수학을 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 하고 반성함으로써 의사소통이 수학을 학습하고 사용하는 데 중요함을 인식하게 한다.

자. 문제해결력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 문제해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
- (2) 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 문제해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
- (3) 학생의 경험과 욕구를 바탕으로 문제를 창의적으로 해결할 수 있게 한다.
- (4) 문제해결의 결과뿐만 아니라 문제해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시 한다.
- (5) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다.

수학 교수·학습의 실질적인 모습을 결정하다고 할 수 있는 교과서를 생각해 보면, 교과서의 내용은 주로 수학과 교육과정의 '다. 내용'에 제시되어 있는 성취기준을 중심으로 구성된다. 현행 수학과 교육과정과 같이 목표와 교수·학습 방법에서 '수학적 과정'과 관련된 제 측면을 선언적으로만 강조하는 것은, '수학적 과정'과 관련된 제 측면들이 교과서의 내용 구성에 배경으로서 암묵적으로 스며들게 되는 장점을 갖는 동시에 학생들에게 적극적이고 명확하게 지도되지 않는다는 한계를 가지고 있다.

본 연구에서는 현행 수학과 교육과정의 '나. 목표' 및 '라. 교수·학습 방법'에서 선언적으로 강조되

고 있는 ‘수학적 과정’의 제 측면들을 ‘다. 내용’에 구체적인 성취기준으로 제시함으로써 학교수학에서, 그리고 교과서에서 수학적 과정과 관련된 제 측면들을 더욱 적극적이고 명확하게 다룰 것을 목적으로 하고 있다. 또한 본 연구에서는 수학적 과정의 구성 요소로서 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 등을 설정하고 있다. 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 등은 우리나라의 수학과 교육과정에서 계속 강조되어온 사항으로서, 본 연구에서는 우리나라 수학과 교육과정에서의 강조 사항을 계승하고 더욱 구체적인 성취기준을 교육과정에 제시할 것을 제안하는 것이다.

본 연구에서 제안하고 있는 ‘수학적 과정’의 구성 요소인 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통의 상호 관계는 다음의 <그림 3>으로 표현할 수 있다. 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통은 서로 독립적인 요소들이 아니라 <그림 3>에 표현된 바와 같이 중첩되는 부분이 많다. 또한, 본 연구에서는 ‘수학적 과정’의 성취기준을 교육과정에 명확하게 제시하기 위해 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통의 구성 요소를 설정하고 있기는 하지만, ‘수학적 과정’은 이 세 구성 요소를 포함하는 보다 포괄적인 개념으로 이해할 필요가 있다.



<그림 3> 수학적 과정의 구성 요소

## 2. ‘수학적 과정’의 성취기준 예시

본 연구에서는 수학과 교육과정의 ‘다. 내용’에 수학적 과정의 성취기준을 제시할 것을 제안하고 있다. 수학적 과정의 성취기준을 제시함에 있어서 두 가지 방식이 있을 수 있다. 하나는 수학적 과정의 성취기준을 학년별로 구분하여 제시하는 방식이며, 다른 하나는 학년군별로, 예를 들어 초등학교 1~3학년군, 초등학교 4~6학년군, 중학교 1~3학년군으로 구분하여 제시하는 방식이다. 여기에서 수학적 과정의 성취기준을 학년군별로 제시하는 방식을 따른다고 할 때, 학년군을 어떻게 구분할 것인가를 실제 교육과정 개발자들의 합의가 필요한 부분이다. 예를 들어, 초등학교의 학년군을 1~2학년군/3~4학년군/5~6학년군으로 할 것인지 아니면 1~3학년군/4~6학년군으로 할 것인지에 대해서는

실제 교육과정 개발자들의 합의가 필요할 것이다.

본 연구는 실제 수학과 교육과정 개발을 위한 기초 연구로서 의미를 갖는다. 이 점을 고려하여 본 연구에서는 수학적 과정의 성취기준을 세분화하여 학년별로 제시하는 시도는 하지 않고자 한다. 대신에 초·중·고등학교에서 다룰 수 있는 수학적 과정의 성취기준을 다음의 <표 5>와 같이 다소간은 광범위하고 다양하게 제안하는 것으로 기초 연구로서의 성격을 유지하고자 한다.

<표 5>에 제시된 성취기준은 초·중·고등학교에서 다룰 수 있는 수학적 과정을 가능한 한 다양하게 제안한 것이며, 수학과 교육과정의 실제 개발에서는 이러한 성취기준들을 학교급별, 학년급별에 적절하게 변형하고 선별하는 작업이 반드시 필요하다. <표 5>에 제시된 성취기준은 우리나라의 2007년 개정 교육과정에 제시된 '수학적 과정'의 제 측면들과 앞에서 살펴본 외국의 수학과 교육과정에서의 '수학적 과정'의 제 측면들을 고려하여 본 연구에서 상정해본 안에 불과하다는 점에 유의할 필요가 있다. 본 연구에서 제안한 <표 5>와 같은 안을 기초로 하여 수학과 교육과정에 제시될 구체적인 성취기준을 결정함에 있어서는 학생들의 인지적 수준 및 수학교육 전문가들의 의견 등을 반영하여 수정 보완하는 작업이 필수적으로 이루어져야 할 것이다.

또한, <표 5>에 제시된 성취기준을 예를 들어 중학교에서 다룬다고 할 때, 중학교 1학년, 2학년, 3학년의 매학년에서 모두 지도한다는 관점이 아니라, 중학교 1~3학년에 걸쳐서 지도한다는 관점으로 접근되어야 한다. 예를 들어, "2.3 귀납적 추론과 연역적 추론의 차이를 알고 설명하기"과 "2.4 제시된 추론 과정에서 논리적 오류 찾고 설명하기"의 성취기준은 중학교 2학년에서 증명을 학습한 후에 다루는 것이 적절할 것이다.

<표 5>의 제시 형식은 현재 수학과 교육과정의 내용 영역의 '대영역→중영역→성취기준'의 형식을 따른 것이다. 예를 들어, 현재 수학과 교육과정의 중학교 1학년의 성취기준은 '(가) 수와 연산 → ① 집합 → ① 집합의 개념을 이해하고, 집합을 표현할 수 있다.'와 같은 형식으로 제시되어 있다. 이와 동일하게, <표 5>에 제시된 성취기준은 '(마) 수학적 과정 → ① 수학적 문제해결 → ⑥ 개방형 문제에 대해 여러 개의 답을 산출할 수 있다.'로 교육과정에 제시될 수 있다.

<표 5> 초·중·고등학교에서 다룰 수 있는 수학적 과정의 성취기준(안)

수학적 과정	
① 수학적 문제해결	
1.1 주어진 문제에서 필요한 정보(관련된 정도)와 필요없는 정보(관련없는 정보)를 구분하고 문제를 해결할 수 있다.	
1.2 주어진 문제에서 부족한 정보를 확인하고 필요한 정보를 보완하여 문제를 해결할 수 있다	
1.3 논리적 추론, 산술적 기법, 기하적 직관(또는 상상적 사고, imaginary thinking) 등을 활용하여 문제를 해결할 수 있다	
1.4 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 언어를 활용하여 문제해결의 과정과 결과의 타당성을 설명할 수 있다.	
1.5 기본적인 문제해결 전략을 이해하고, 하나의 문제를 여러 가지 전략과 방법으로 해결할 수 있다.	

- 1.6 개방형 문제에 대해 여러 개의 답을 산출할 수 있다.
- 1.7 간단한 문제에서의 전략과 결과를 보다 복잡한 문제에 적용할 수 있다.
- 1.8 문제해결에서 얻은 결과와 사용된 전략을 일반화하여 새로운 문제 상황에 적용할 수 있다.
- 1.9 문제의 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들고 해결할 수 있다.
- 1.10 수학의 여러 영역이 통합된 문제나 다른 교과 상황에서 나타나는 문제를 해결할 수 있다.

### **[2] 수학적 추론**

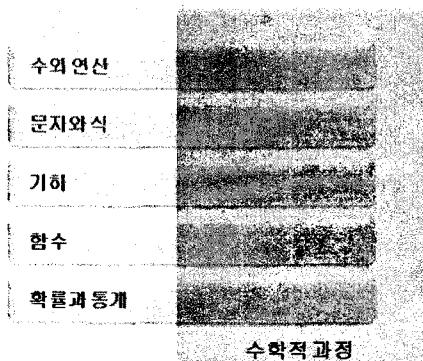
- 2.1 학습한 수학적 개념, 원리, 법칙 등에 근거해서 수학적 추측(수학적 주장)을 만들고 정당화할 수 있다.
- 2.2 기하적 직관(또는 상상적 사고, imaginary thinking), 유비 추론, 귀납적 추론, 연역적 추론 등을 활용하여 수학적 추측을 만들고 정당화할 수 있다.
- 2.3 귀납적 추론과 연역적 추론의 차이를 알고 설명할 수 있다.
- 2.4 제시된 추론 과정에서 논리적 오류를 찾고 설명할 수 있다.
- 2.5 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 언어를 사용하여 학생 자신의 수학적 아이디어와 추론 과정을 설명할 수 있다.

### **[3] 수학적 의사소통**

- 3.1 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 언어를 사용하여 학생 자신의 수학적 아이디어를 정확하게 표현할 수 있다.
- 3.2 학생 자신의 수학적 사고 과정을 학급 친구나 교사에게 논리적이고 명확하게 의사소통할 수 있다.
- 3.3 다른 사람의 수학적 아이디어와 사고 과정을 이해하고 평가할 수 있다.

### 3. '수학적 과정'과 수학적 주제(내용 영역)의 관계

본 연구에서 제안하는 수학적 과정과 현행 수학과 교육과정의 내용 영역의 관계를 중학교의 내용 영역인 수와 연산, 문자와 식, 기하, 함수, 확률과 통계를 예로 들어 나타내면 다음의 <그림 4>와 같다.



<그림 4> 수학적 과정과 내용 영역의 관계

<표 5>에 제시된 것과 같은 수학적 과정의 성취기준을 교과서에 구현하는 것은, 내용 영역(수와 연산, 문자와 식, 기하, 함수, 확률과 통계)에서 다룬 수학적 내용(주제)에 토대해야 하며 동시에 토대 할 수밖에 없다.

'수학적 과정'에 제시된 성취기준을 교과서에서 구현하는 방식으로는 두 가지를 생각할 수 있다. 첫번째는 수와 연산, 문자와 식, 기하, 함수, 확률과 통계 등의 내용 영역을 다루는 단원에서 수학적 주제를 도입, 전개, 발전, 정리하는 과정에서 수학적 과정의 성취기준이 배경으로 작용하면서 암묵적으로 구현되도록 하는 방식이다.

두 번째는 '수학적 과정'에 제시된 성취기준을 교과서에서 더욱 적극적으로 구현하기 위해서 교과서에서 내용 영역(수와 연산, 문자와 식, 기하, 함수, 확률과 통계)을 모두 다룬 후에 마지막 단원을 '수학적 과정'에 독립적으로 할애하여 학생들이 '수학적 과정'을 적극적으로 경험하고 학습하도록 배려하는 것이다. 수학적 과정의 성취기준을 교과서의 마지막 단원에서 독립적으로 구현할 때는 가능하면 수학의 내용 영역을 통합한 상황(맥락)이나 다른 교과 상황(맥락)을 적극적으로 활용하는 것이 바람직할 것이다.

## V. 맷으며

이상에서는 "창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구"에서 제안한 수학과 교육과정 개선 사항 중에서 수학적 과정의 신설 방안에 대해 살펴보았다. 수학적 과정을 신설함에 있어서, 수학적 과정의 성취기준을 수학과 교육과정에 구체적으로 제시할 경우, 수학적 과정의 강조가 교사와 학생들에게 또 다른 부담으로 작용할 수도 있으므로 이에 대한 수업 시간 등 현실적인 제약 조건을 동시에 고려할 필요가 있다. 또한 교과서에서 수학적 과정의 성취기준을 교과서에서 다루어야 하므로 현행 교육과정에서 다루는 내용(수학적 주제)의 양과 깊이를 조절할 필요가 있음에 유의해야 한다. 또한 교사들이 수학적 과정을 학교에서 명시적으로 지도한 경험이 없기 때문에 수학적 과정의 지도가 교사들에게 많은 어려움을 야기할 수 있다. 따라서 수학과 교육과정에 수학적 과정의 성취기준을 제시하고 교육과정에 제시된 수학적 과정의 교수·학습이 성공하기 위해서는 교사 재교육이 반드시 병행되어야 하며, 학생 평가에도 적극적으로 반영되어야 할 것이다.

본 연구에서 제안한 내용은 추후 수학과 교육과정 개정 연구가 보다 심층적으로 진행됨에 따라 더욱 구체화되고 정련될 것이다. 수학적 과정의 성취기준을 수학과 교육과정에 구체적으로 제시하고 확정하는 방안은 수학교육 전문가들의 합의를 거쳐 최종 결정될 것이다. 수학과 교육과정의 개선 만으로 우리나라 수학교육의 미흡한 점을 모두 해결하지는 못한다 하더라도, 국가 수준에서 수학과 교육과정을 운영하고 있는 우리나라에서 수학과 교육과정의 개선은 수학교육의 미흡한 측면을 개선하는 데에 매우 중요한 역할을 한다. 수학과 교육과정 개선에 대한 지속적이고 체계적인 지원과 함께 모든 수학교육 전문가들의 노력이 요구된다고 하겠다.

### 참 고 문 헌

- 나귀수 (2005). PISA 2003 수학 문항 정답률 분석, 학교수학 7(3), 221-235.
- 나귀수·황혜정·임재훈 (2003). 수학과 교육과정에서의 내용 비교 연구 -우리나라, 미국의 캘리포니아주, 영국, 일본을 중심으로-. 수학교육학연구 13(3), 403-428.
- 방정숙 (2009). 수학적 창의성의 개념 모색. 대한수학회 수학교육논총 27, 23-44.
- 이미경·손원숙·노언경 (2007). PISA 2006 결과 분석 연구 -과학적 소양, 읽기 소양, 수학적 소양 수준 및 배경 변인 분석, 한국교육과정평가원.
- 이미경·곽영순·민경식·채선희·최성연·최미숙·나귀수 (2004a). PISA 2003 공개문항 분석 자료집, 한국교육과정평가원.
- 이미경·곽영순·민경식·채선희·최성연·최미숙·나귀수 (2004b). PISA 2003 결과 분석 연구 -수학적 소양, 읽기 소양, 과학적 소양 수준 및 배경변인 분석-, 한국교육과정평가원.
- 일본문부성 (1999a). 소학교학습지도요령, 東京: 대장성인쇄국.
- 일본문부성 (1999b). 중학교학습지도요령, 東京: 대장성인쇄국.
- 일본문부성 (2008a). 소학교학습지도요령, 東京: 대장성인쇄국.
- 일본문부성 (2008b). 중학교학습지도요령, 東京: 대장성인쇄국.
- 채창균·유한구 (2008). 사교육 경쟁, 바람직한가?: 사교육 무한경쟁과 교육생산성, 한국 교육 어디로 가고 있나: 성찰과 전망, 서울: 서울대학교 교육종합연구원.
- California State Board of Education (1999). *Mathematics Framework for California Public Schools-Kindergarten Through Grade Twelve*. California State Board of Education.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- 류희찬·조완영·이경화·나귀수·김남균·방정숙 공역 (2007). 학교수학을 위한 원리와 규준. 서울: 경문사.

## Investigating on the Building of 'Mathematical Process' in Mathematics Curriculum

**Park, HyeSuk**

Seowon University

E-mail : [hyespark@seowon.ac.kr](mailto:hyespark@seowon.ac.kr)

**Na, GwiSoo**

Cheongju National University of Education

E-mail : [gsna21@cje.ac.kr](mailto:gsna21@cje.ac.kr)

The current mathematics curriculum are consist of the following domains: 'Characteristics', 'Objectives', 'Contents', 'Teaching and learning method', and 'Assessment'. The mathematics standards which students have to learn in the school are presented in the domain of 'Contents'. 'Contents' are consist of the following sub-domains: 'Number and Operation', 'Geometric Figures', 'Measures', 'Probability and Statistics', and 'Pattern and Problem-Solving' (Elementary School); 'Number and Operation', 'Geometry', 'Letter and Formula', 'Function', and 'Probability and Statistics' (Junior and Senior High School). These sub-domains of 'Contents' are dealing with mathematical subjects, except 'Problem-Solving' at the elementary school level. In this study, the sub-domain of 'mathematical process' was suggested in an equal position to the typical sub-domains of 'Contents'.

---

\* ZDM Classification : B70

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97B70

\* Key Words : mathematics curriculum, mathematical process, mathematical content

## [부 록] 예시문항의 채점기준 및 정답률

### 1. [예시문항 1]의 채점기준 및 우리나라 학생들의 정답률

#### (1) 채점기준

이 문항을 채점함에 있어서 단순히 '예'와 '아니요'를 기준으로 학생의 응답을 판단해서는 안 된다. '예', '아니요'와 함께 합리적인 이유가 제시되어야 한다.

- 만점(4점)

[응답 코드 21] 아니요, 타당하지 않다. 그래프의 일부분만 보여 주고 있다는 사실에 초점을 맞추어 설명한 경우.

(예) 그래프의 설명이 타당하지 않다고 생각한다. 만일 그래프의 전체가 제시되었다면, 강도 사건의 증가율은 극히 미미하다는 것을 알 수 있기 때문이다.

[응답 코드 22] 아니요, 타당하지 않다. 증가의 비나 퍼센트의 용어를 사용하여 정확하게 설명한 경우.

(예) 아니요. 타당하지 않다. 10은 전체 값인 500에 비교할 때 큰 증가라고 할 수 없다.

(예) 아니요, 타당하지 않다. 퍼센트로 따지면 증가량은 단지 약 2%에 불과하다.

[응답 코드 23] 아니요, 타당하지 않다. 판단하기 위해서는 추세 변동에 대한 자료가 필요하다고 설명한 경우.

(예) 우리는 그 증가량이 큰지 작은지를 말할 수 없다. 만일 1997년에, 강도사건 수가 1998년과 같다면, 1999년에 큰 증가량이 있다고 말할 수 있을 것이다.

- 부분점수(2점)

[응답 코드 11] 아니요, 타당하지 않다. 그러나 상세한 설명이 부족한 경우. 전체적으로 비교하지 않고 단지 강도 사건의 증가 숫자에만 초점을 맞춘 경우.

(예) 508에서 515는 급격한 증가가 아니다.

[응답 코드 12] 타당하지 않다. 계산 방법은 정확하나 연산 과정에서 실수한 경우.

(예) 계산 방법과 '타당하지 않다'는 결론은 맞았으나, 계산 결과 비율을 0.03%으로 제시한 경우.

- 영점(0점)

[응답 코드 01] 옳은 답(아니요)을 포함하지만, 타당성있는 설명이 뒷받침되지 않은 경우.

(예) 아니요, 타당하지 않다. 기자는 항상 과장하기를 좋아한다.

[응답 코드 02] 예. 그래프의 모양에 초점을 맞춘 것과 강도사건 건수가 두 배인 것을 언급한 경우.

(예) 예, 그래프의 높이가 두 배로 증가하였으므로.

(예) 예, 강도사건 건수가 거의 두 배로 증가하였으므로.

[응답 코드 03] 설명이 없거나 코드 02와 다른 설명.

[응답 코드 04] 기타 반응

[응답 코드 99] 무응답

## (2) 우리나라 학생들의 정답률

점수	학생 수	정답률(%)	
만점	21	131	7.8
	22	56	3.3
	23	87	5.2
부분 점수	11	374	22.4
	12	1	0.1
영점	01	273	16.3
	02	123	7.4
	03	122	7.3
	04	311	18.6
	무응답	195	11.7
합계	1673	100.0 %	

## 2. [예시문항 2]의 채점기준 및 우리나라 학생들의 정답률

### (1) 채점기준

- 만점(4점)

[응답 코드 21]

(예) 시드니: 오후 4시30분~오후6시, 베를린: 오전 7시30분~오전 9시 또는 시드니: 오전 7시~오전 8시, 베를린: 오후 10시~오후 11시

(예) 시드니: 오후 4시30분~오후6시, 베를린: 오전 7시30분~오전 9시

(예) 시드니: 오전 7시~오전 8시, 베를린: 오후 10시~오후 11시

(예) 시드니: 17시, 베를린: 8시

※ 주의: 시간을 구간으로 답한 경우라면, 모든 구간이 주어진 조건을 만족하고 있어야 한다. 오전과 오후를 표기하지 않은 경우라 하더라도 옳다고 인정할 수 있는 시간으로 표현된 경우라면 만점을 부여한다.

- 영점(0점)

[응답 코드 01] 한 시각은 맞고, 다른 시각은 틀린 경우.

(예) 시드니 오전 8시 베를린 오후 10시

[응답 코드 02] 기타 반응

[응답 코드 09] 무응답

### (2) 우리나라 학생들의 정답률

점수	학생 수	정답률(%)	
만점	21	482	28.8
영점	01	879	52.5
	무응답	313	18.7
합계		100.0 %	