논문 2010-47SD-10-5

변형된 Time Mapped Prime Sequence를 이용한 Wavelength-Time Code for Optical CDMA

(Wavelength-Time Codes using Modified Time Mapped Prime Sequences for Optical CDMA)

지 윤 규*

(Yoon Kyoo Jhee)

요 약

변형된 time mapped prime sequences를 time spreading pattern에 이용하여 다양한 wavelength-time codeword를 구현하는 방법을 연구하였다. 이 연구 결과 $p_t = 3$일 때는 autocorrelation sidelobe와 crosscorrelation을 1이하로 유지하며 사용하는 파장 수의 제곱에 해당하는 wavelength-time codeword를 생성할 수 있으며 $p_t = 5$와 $p_t = 7$일 때는 crosscorrelation을 1이하로 유지하면서 p_w개의 wavelength-time codeword에 대해서 autocorrelation sidelobe를 2이하로 제한하는 범위에서 역시 사용하는 파장 수의 제곱에 해당하는 wavelength-time codeword를 생성할 수 있다.

Abstract

In this paper, a new family of wavelength-time codewords using modified time mapped prime sequences as a time spreading pattern is constructed. When $p_t = 3$, we can construct p_w^2 wavelength-time codewords with low autocorrelation sidelobe and crosscorrelation of less than or equal to 1. When $p_t = 5$ and $p_t = 7$, the number of wavelength-time codewords of p_w^2 can be constructed with good crosscorrelation of 1 and autocorrelation of less than or equal to 2.

Keywords : modified time mapped prime sequences, wavelength-time code, optical CDMA

I. 서 론

Optical code-division multiple access (OCDMA)는 fiber-optic media의 넓은 대역에 걸친 고속의 전송용량과 CDMA기술의 유연성을 결합한다는 의미에서 오래 동안 연구되어 왔다. 이를 위하여 sequence를 frame 안의 pulse position을 정하는데 사용하는 time-mapping 방식을 사용하였다. 그러나 error rate를 줄이기 위해서 time mapped sequence간의 crosscorrelation을 최소화해야 하는 제한으로 인하여 충분한 codeword를 얻을 수가 없었다. 또한 optical fiber local area network (LAN)에서 비동기성을 만족하기 위하여 sequence의 모든 time shift에 대해서도 최소의 crosscorrelation을 유지할 수 있어야 한다. 낮은 crosscorrelation을 유지하는 조건을 충족하기 위하여 p가 서수(prime number)인 Galois field $GF(p)$의 곱셈표를 이용하여 prime sequence를 얻을 수 있었다[1]. Prime sequence로 frame 안의 pulse position을 정한 time mapped prime seqence를 이용하는 경우 오직 p개의 prime code만을 얻을 수 있어 시스템 사용에 적절하지 않다.

* 정회원, 이화여자대학교 전자공학과
(Dept. of Electronics Engineering, Ewha Womans University)
접수일자: 2010년2월25일, 수정완료일: 2010년9월8일

적은 codeword 수의 문제를 해결하기 위하여 wavelength hopping/time spreading code division multiple access 시스템을 제안 하였다[2]. 이 시스템에서는 prime sequence를 time spreading과 wavelength hopping에 동시에 사용하여 autocorrelation의 sidelobe가 0이고 crosscorrelation이 1을 넘지 않는 prime-hop code를 얻을 수 있었다. 이를 이용하여 얻을 수 있는 서로 다른 codeword는 $p(p-1)$개가 된다.

이 이후에도 prime sequence를 활용하여 사용 가능한 codeword 수를 늘리기 위한 노력은 계속되고 있다. 본 논문도 이러한 노력의 일환으로 prime sequence를 wavelength hopping에 이용하고 변형된 time mapped prime sequence를 time spreading에 이용하여 사용 가능한 codeword를 증가 시키는 연구결과를 기술한다.

II. 변형된 Time Mapped Prime Sequence를 이용한 Wavelength-Time Code 생성

1. $p_t=3$일 때의 Wavelength-Time Code 구성

Prime sequence를 time spreading과 wavelength hopping에 동시에 사용하는 기존의 prime-hop sequence[2]는 다음과 같은 과정을 통하여 codeword를 생성한다. Prime sequence는 p가 서수(prime number)인 Galois field $GF(p)$의 곱셈표를 활용하여 다음 (1)식의 algorithm으로부터 얻을 수 있다.

$$a_i=[i\,j] \quad i,j=0,1,2,\ldots,p-1 \tag{1}$$

여기서 p는 서수이고 [ ]는 modulo p operation을 의미한다. $p=3$일 때를 예를 들면 <표 1>과 같이 field element를 증가 순으로 배열하고 이 sequence에 각 field element를 곱하여 modulo p operation함으로서 얻을 수 있다.

Prime sequence를 time mapping에 사용할 때 prime sequence의 각 element는 frame 안에서 pulse의 위치를 정한다. <표 1>을 이용한 time mapped sequence는 이를 time spreading codeword로 표시하면 각각 100100100, 100010001, 100001010 이 된다. 각각의 time spreading codeword는 1에 wavelength hopping pattern을 결합하여 wavelength-time codeword를 생성할 때 각각 하나의 group을 형성한다. Time spreading에 wavelength hopping을 결합하는 방법은 time spreading pattern에 있는 모든 1에 역시 prime sequence를 wavelength hopping pattern으로 사용하여 파장을 할당하는 것이다. $i=0$일 때의 wavelength hopping pattern은 동일한 파장을 time spreading pattern의 1에 할당하는 것이나 이 경우 autocorrelation peak가 autocorrelation sidelobe와 같거나 peak에 비해 무시할 수 없을 정도로 커서 codeword로 사용하기가 적합하지 않아 사용하지 않는다. 이 방법으로 파장을 할당한 결과를 <표 2>에 나타내었다.

이와 같이 구성된 code는 prime-hop code라 불리며 prime sequence를 time spreading에만 이용한 prime code에 비하여 서로 다른 codeword 수를 증가시키는 효과를 거둘 수 있다. Prime-hop code의 crosscorrelation은 1로 제한되고 autocorrelation의 sidelobe는 0인 특성을 지닌다. 이 code는 길이가 p^2이 되며 p개의 서로 다른 time spreading pattern에 대하여 각각 $p-1$개의 wavelength hopping pattern을 결합할 수 있으므로 총 codeword 수는 $p(p-1)$개가 된다.

본 논문에서는 code의 길이는 p^2으로 유지한 채 time spreading pattern의 순서를 바꾼 변형된 time mapped prime sequence를 이용하여 서로 다른 wavelength-time codeword 수를 증가시키는 방법을 연구를 한다. 우선 $p=3$일 때의 결과를 설명하고 p의 값을 증가시키며 그에 따른 총 wavelength-time codeword 수의 변화를 연구한다. 또한 time spreading을 위한 서수 p_t과 wavelength hopping을 위한 서수 p_w가 서로 다른 경우에 codeword를 생성시키는 방법도 기술한다.

표 1. $p=3$인 경우의 prime sequence

Table 1. Prime sequence for $p=3$.

$GF(3)$ field element (증가 순)	0	1	2
Sequence S_0	0	0	0
Sequence S_1	0	1	2
Sequence S_2	0	2	1

표 2. $p=3$인 경우의 prime-hop code

Table 2. Prime-hop code for $p=3$.

Group 0 (100100100)	Group 1 (100010001)	Group 2 (100001010)
$\lambda_0 00\lambda_1 00\lambda_2 00$	$\lambda_0 000\lambda_1 000\lambda_2$	$\lambda_0 0000\lambda_1 0\lambda_2 0$
$\lambda_0 00\lambda_2 00\lambda_1 00$	$\lambda_0 000\lambda_2 000\lambda_1$	$\lambda_0 0000\lambda_2 0\lambda_1 0$

$p_t = 3$인 경우의 prime sequence를 이용한 첫 번째 time spreading pattern은 100100100의 규칙성을 나타내는 모양인데 변형된 time mapped prime sequence는 전체의 길이를 유지하면서 1사이의 0의 개수를 조정하여 101001000의 변형된 time mapped prime sequence를 구한다. 두 번째와 세 번째의 100010001과 100001010의 변형으로도 동일한 time mapped prime sequence를 얻는다. 이를 기반으로 wavelength를 할당하는 방법을 $p_w = 3$인 경우를 예로 들어 설명한다. Wavelength hopping pattern의 기본은 <표 1>의 sequence가 된다. Sequence가 000(group 0)인 경우는 time mapped prime sequence 101001000의 1에 λ_0, λ_1과 λ_2를 각각 대입하여 $\lambda_0 0 \lambda_0 00 \lambda_0 000$, $\lambda_1 0 \lambda_1 00 \lambda_1 000$ 그리고 $\lambda_2 0 \lambda_2 00 \lambda_2 000$ 세 개의 wavelength-time codeword를 만든다. 다음은 sequence 012(group 1)를 사용하여 time mapped prime sequence 101001000의 1에 순서대로 파장을 할당하여 $\lambda_0 0 \lambda_1 00 \lambda_2 000$를 얻고 sequence 012를 순환적으로 왼쪽으로 하나 씩 이동시킨 sequence 120 순서로 할당하여 $\lambda_1 0 \lambda_2 00 \lambda_0 000$을 얻고 하나 더 이동시킨 sequence 201로부터 $\lambda_2 0 \lambda_0 00 \lambda_1 000$을 얻는다. 동일한 방법으로 sequence 021(group 2)을 활용하여 $\lambda_0 0 \lambda_2 00 \lambda_1 000$, $\lambda_2 0 \lambda_1 00 \lambda_0 000$과 $\lambda_1 0 \lambda_0 00 \lambda_2 000$를 얻는다. 이를 정리하면 <표 3>과 같이 $p_t^2 = p_w^2 = 9$개의 wavelength-time codeword가 생성된다. 이 결과는 autocorrelation sidelobe와 crosscorrellation 모두 1 이하로 되어 optical orthogonal code가 요구하는 요건(autocorrelation sidelobe와 crosscorrellation 모두 1 이하)을 만족시킨다.

또한 본 논문의 방법을 이용하면 time mapped prime sequence를 위한 소수 p_t와 wavelength hopping pattern을 위한 소수 p_w를 독립적인 숫자로 결합하여

표 3. $p_t = p_w = 3$인 경우의 codewords
Table 3. Codewords for $p_t = p_w = 3$.

Group 0 (sequence 000)	Group 1 (sequence 012)	Group 2 (sequence 021)
$\lambda_0 0 \lambda_0 00 \lambda_0 000$	$\lambda_0 0 \lambda_1 00 \lambda_2 000$	$\lambda_0 0 \lambda_2 00 \lambda_1 000$
$\lambda_1 0 \lambda_1 00 \lambda_1 000$	$\lambda_1 0 \lambda_2 00 \lambda_0 000$	$\lambda_2 0 \lambda_1 00 \lambda_0 000$
$\lambda_2 0 \lambda_2 00 \lambda_2 000$	$\lambda_2 0 \lambda_0 00 \lambda_1 000$	$\lambda_1 0 \lambda_0 00 \lambda_2 000$

생성되는 wavelength-time codeword 수를 유연하게 조절할 수 있다. $p_t = 3$이고 $p_w = 5$인 경우를 살펴보면 다음과 같다. $p_t = 3$이므로 변형된 time mapped prime sequence는 앞 절과 같은 pattern인 101001000을 이용하고 $p_w = 5$를 위해서는 $GF(5)$의 곱셈표를 sequence로 나타낸 <표 4>를 이용한다.

변형된 time mapped prime sequence 101001000에 sequence 00000(group 0)을 이용해 파장할당 하는 방법은 101001000의 1에 λ_0, λ_1, λ_2, λ_3와 λ_4를 각각 대입하여 $\lambda_0 0 \lambda_0 00 \lambda_0 000$, $\lambda_1 0 \lambda_1 00 \lambda_1 000$ $\lambda_2 0 \lambda_2 00 \lambda_2 000$, $\lambda_3 0 \lambda_3 00 \lambda_3 000$와 $\lambda_4 0 \lambda_4 00 \lambda_4 000$ 5개의 wavelength-time codeword를 생성하는 것이다. Sequence 01234(group 1)를 이용하여 파장을 할당하는 방법은 <표 5>와 같이 sequence 01234를 순환적으로 좌측으로 하나 씩 이동시켜 얻은 5개의 sequence에서 앞쪽에 있는 3개를 이용한다. 나머지 sequence에 대해서도 같은 방법을 파장을 할당할 수 있고 이를 이용한 파장할당 결과는 <표 6>과 같다.

이 방법으로 wavelength-time codeword를 구한 결과 autocorrelation sidelobe와 crosscorrelation 모두 1이하를 유지하면서 codeword 수를 25개s 얻을 수가 있었다.

표 4. $p = 5$인 경우의 prime sequence
Table 4. Prime sequence for $p = 5$.

$GF(5)$ field element (증가 순)	0	1	2	3	4
Sequence S_0	0	0	0	0	0
Sequence S_1	0	1	2	3	4
Sequence S_2	0	2	4	1	3
Sequence S_3	0	3	1	4	2
Sequence S_4	0	4	3	2	1

표 5. $p_t = 3$과 $p_w = 5$인 경우 파장 할당을 위한 group 1의 sequence
Table 5. Sequence of group 1 for wavelength spreading pattern with $p_t = 3$ and $p_w = 5$.

	group 1 (sequence 01234)
0	0 1 2 : 3 4
1	1 2 3 : 4 0
2	2 3 4 : 0 1
3	3 4 0 : 1 2
4	4 0 1 : 2 3

표 6. $p_t = 3$과 $p_w = 5$인 경우 변형된 time mapped prime sequence를 이용한 파장 할당 결과
Table 6. Codewords using modified time mapped prime sequences for $p_t = 3$ and $p_w = 5$.

	group 0 (sequence 00000)	group 1 (sequence 01234)	group 2 (sequence 02413)	group 3 (sequence 03142)	group 4 (sequence 04321)
0	$\lambda_0 0\lambda_0 00\lambda_0 000$	$\lambda_0 0\lambda_1 00\lambda_2 000$	$\lambda_0 0\lambda_2 00\lambda_4 000$	$\lambda_0 0\lambda_3 00\lambda_1 000$	$\lambda_0 0\lambda_4 00\lambda_3 000$
1	$\lambda_1 0\lambda_1 00\lambda_1 000$	$\lambda_1 0\lambda_2 00\lambda_3 000$	$\lambda_1 0\lambda_3 00\lambda_0 000$	$\lambda_1 0\lambda_4 00\lambda_2 000$	$\lambda_1 0\lambda_0 00\lambda_4 000$
2	$\lambda_2 0\lambda_2 00\lambda_2 000$	$\lambda_2 0\lambda_3 00\lambda_4 000$	$\lambda_2 0\lambda_4 00\lambda_1 000$	$\lambda_2 0\lambda_0 00\lambda_3 000$	$\lambda_2 0\lambda_1 00\lambda_0 000$
3	$\lambda_3 0\lambda_3 00\lambda_3 000$	$\lambda_3 0\lambda_4 00\lambda_0 000$	$\lambda_3 0\lambda_0 00\lambda_2 000$	$\lambda_3 0\lambda_1 00\lambda_4 000$	$\lambda_3 0\lambda_2 00\lambda_1 000$
4	$\lambda_4 0\lambda_4 00\lambda_4 000$	$\lambda_4 0\lambda_0 00\lambda_1 000$	$\lambda_4 0\lambda_1 00\lambda_3 000$	$\lambda_4 0\lambda_2 00\lambda_0 000$	$\lambda_4 0\lambda_3 00\lambda_2 000$

즉 wavelength-time codeword 수는 time spreading을 위한 소수 p_t가 아니라 wavelength spreading을 위한 소수의 값 p_w에 의해 결정되고 총 p_w^2개의 wavelength-time codeword를 얻을 수가 있다. 따라서 p_w값을 변화시킴으로 원하는 wavelength-time codeword를 생성할 수가 있다. 이 경우 $p_t \le p_w$의 조건이 만족되어야 한다.

2. $p_t \ge 5$일 때의 Wavelength-Time Code 구성

이번에는 $p_t = 5$인 경우를 고려해 본다. $p_t = 5$인 경우 codeword의 길이는 $p_t^2 = 25$가 되며 기본으로 사용하는 변형된 time mapped prime sequence는 1001000100001000001000000이다. 파장할당을 위해서는 <표 5>의 각 sequence 마다 5개를 모두 사용한 것 이외 나머지는 $p_t = 3$일 때와 동일하다. $p_t = p_w = 5$일 때 구한 wavelength-time codeword를 <표 7>에 정리하였다.

이 방법을 통하여 얻을 수 있는 총 codeword 수는 $p_t^2 = p_w^2 = 25$가 된다. 그런데 group 0을 통하여 구한 5개의 wavelength-time codeword들은 autocorrelation의 peak가 5단위인데 sidelobe가 2단위가 된다. 최근에는 autocorrelation sidelobe나 crosscorrelation이 2인 경우도 연구되고 있으므로 사용에 문제가 없으리라 본다[3~4]. 이 5개를 제외한 나머지 20개의 codeword들은 모두 autocorrelation sidelobe나 crosscorrelation을 1이하로 유지하고 있어 이 요건을 만족시키는 것만 취하면

표 7. $p_t = p_w = 5$인 경우 파장 할당 결과
Table 7. Codewords for $p_t = p_w = 5$.

group 0 (sequence 00000)	group 1 (sequence 01234)	group 2 (sequence 02413)	group 3 (sequence 03142)	group 4 (sequence 04321)
$\lambda_0 00\lambda_0 000\lambda_0 0000\lambda_0 00000\lambda_0 000000$	$\lambda_0 00\lambda_1 000\lambda_2 0000\lambda_3 00000\lambda_4 000000$	$\lambda_0 00\lambda_2 000\lambda_4 0000\lambda_1 00000\lambda_3 000000$	$\lambda_0 00\lambda_3 000\lambda_1 0000\lambda_4 00000\lambda_2 000000$	$\lambda_0 00\lambda_4 000\lambda_3 0000\lambda_2 00000\lambda_1 000000$
$\lambda_1 00\lambda_1 000\lambda_1 0000\lambda_1 00000\lambda_1 000000$	$\lambda_1 00\lambda_2 000\lambda_3 0000\lambda_4 00000\lambda_0 000000$	$\lambda_1 00\lambda_3 000\lambda_0 0000\lambda_2 00000\lambda_4 000000$	$\lambda_1 00\lambda_4 000\lambda_2 0000\lambda_0 00000\lambda_3 000000$	$\lambda_1 00\lambda_0 000\lambda_4 0000\lambda_3 00000\lambda_2 000000$
$\lambda_2 00\lambda_2 000\lambda_2 0000\lambda_2 00000\lambda_2 000000$	$\lambda_2 00\lambda_3 000\lambda_4 0000\lambda_0 00000\lambda_1 000000$	$\lambda_2 00\lambda_4 000\lambda_1 0000\lambda_3 00000\lambda_0 000000$	$\lambda_2 00\lambda_0 000\lambda_3 0000\lambda_1 00000\lambda_4 000000$	$\lambda_2 00\lambda_1 000\lambda_0 0000\lambda_4 00000\lambda_3 000000$
$\lambda_3 00\lambda_3 000\lambda_3 0000\lambda_3 00000\lambda_3 000000$	$\lambda_3 00\lambda_4 000\lambda_0 0000\lambda_1 00000\lambda_2 000000$	$\lambda_3 00\lambda_0 000\lambda_2 0000\lambda_4 00000\lambda_1 000000$	$\lambda_3 00\lambda_1 000\lambda_4 0000\lambda_2 00000\lambda_0 000000$	$\lambda_3 00\lambda_2 000\lambda_1 0000\lambda_0 00000\lambda_4 000000$
$\lambda_4 00\lambda_4 000\lambda_4 0000\lambda_4 00000\lambda_4 000000$	$\lambda_4 00\lambda_0 000\lambda_1 0000\lambda_2 00000\lambda_3 000000$	$\lambda_4 00\lambda_1 000\lambda_3 0000\lambda_0 00000\lambda_2 000000$	$\lambda_4 00\lambda_2 000\lambda_0 0000\lambda_3 00000\lambda_1 000000$	$\lambda_4 00\lambda_3 000\lambda_2 0000\lambda_1 00000\lambda_0 000000$

총 wavelength-time codeword 수는 $p_t(p_t-1) = p_w(p_w-1) = 20$개가 된다. 그러나 본 논문의 방식은 $p_t \le p_w$인 조건에서 p_w를 증가시켜 총 codeword 수를 유연하게 생성할 수 있는 장점이 있다. 한 예로 $p_t = 5$로 유지하면서 $p_w = 11$로 증가시키면 crosscorrelation을 1이하로 유지하면서 autocorrelation sidelobe를 2까지 허용하는 범위에서는 $p_w^2 = 121$개의 codeword를 생성할 수 있고 crosscorrelation과 autocorrelationsidelobe를 1이하로 유지한다면 $p_w(p_w-1) = 110$개를 얻을 수 있다.

동일한 방법을 $p_t = 7$일 때 적용하면 파장 할당의 기본이 되는 변형된 time mapped prime sequence는 1000100000100000010000000100000000100000000010000000000으로 되며 group 0을 이용한 codeword의 autocorrelation peak는 7단위이며 sidelobe는 2단위가 되어 $p_t = 5$일 때의 논리를 그대로 적용할 수 있다. 이 경우 $p_w = 17$을 이용하면 총 wavelength-time codeword는 $p_w^2 = 289$개 까지 얻을 수 있다. $p_t = 11$이 되면 codeword의 길이가 $p_t^2 = 121$이나 되어 p_t가 11 이상의 값일 때는 논외로 한다.

Ⅲ. 결 론

본 논문에서는 변형된 time mapped prime sequence를 이용하여 wavelength-time codeword를 생성하고 총 wavelength-time codeword 수를 증가시킬 수 있는 방법을 연구하였다. 이 방법을 통하여 time spreading과 wavelength hopping을 위한 서수(prime number)를 독립적으로 사용하여 다양한 wavelength-time codeword 수를 얻을 수 있었다. 또한 $p_t = 3$인 경우는 autocorrelation sidelobe와 crosscorrelation을 1 이하로 유지하면서 사용하는 파장의 제곱에 해당하는 총 wavelength-time codeword를 얻을 수 있었고 $p_t = 5$와 $p_t = 7$의 경우는 crosscorrelation은 1 이하로 유지하고 p_w개의 autocorrelation sidelobe를 2이하로 허용하는 범위에서 역시 사용하는 파장의 제곱에 해당하는 codeword를 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

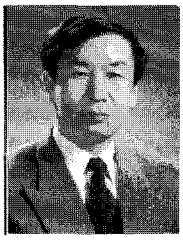
[1] A. A. Shaar and P. A. Davies, "Prime sequences: Quasi-Optimal Sequences for OR Channel Code Division Multiplexing," Electronics Letters, Vol. 19, no. 21, pp. 888-889, Oct. 1983.

[2] L. Tancevski, and I. Andonovic, "Wavelength hopping/time spreading code division multiple access systems," Electronics Letters, Vol. 30, no. 17, pp. 1388-1390, Aug. 1994.

[3] C. Y. Chang, G. C. Yang, C. Y. Chang, and W. C. Kwong, "Wavelength-Time Codes with Maximum Cross-Correlation Function of Two for Multicode-Keying Optical CDMA," J. of Lightwave Technology, Vol. 24, no. 3, pp. 1093-1100, Mar. 2006.

[4] T. C. Wang, G. C. Yang, C. Y. Chang, and W. C. Kwong, "A New Family of 2-D Codes for Fiber-Optic CDMA Systems With and Without the Chip-Synchronous Assumption," J. of Lightwave Technology, Vol. 27, no. 14, pp. 2612-2620, Jul. 2009.

저 자 소 개



지 윤 규(정회원)

1978년 서울대학교 전자공학과 학사 졸업.

1980년 서울대학교 전자공학과 석사 졸업.

1984년 The University of Texas at Austin 전자공학과 박사 졸업.

<주관심분야 : 광통신, 광정보처리>