

# 수학과 개정교육과정의 그래프와 일차변환 단원에 대한 고찰

## A Study on the Graph and Linear Transformation in the Mathematics Amended Curriculum

황석근 Suk Geun Hwang    윤정호 Jeong Ho Yoon

본 연구는 2006년 8월에 고시된 수학과 개정교육과정의 그래프와 일차변환의 내용이 학교 현장에서 지도될 때 생길 수 있는 문제점들을 제시하고, 그 해결방안을 모색하는데 목적이 있다. 제7차교육과정 이후의 두 단원에 대한 선행연구들과 교육과정의 변천과정을 살펴보고, '수학 I', '수학의 활용' 그리고 '기하와 벡터' 과목의 검인정 교과서 및 익힘책 전부 (27종 전 54권)에 대하여 두 단원의 학습내용을 비교하여본다. 이러한 과정을 통하여 학교현장에서 두 단원에 대한 교사의 교육과정 이해도 제고와 교육과정 내용의 올바른 적용 적용 방안을 제언한다.

This paper is to raise several questions in teaching the Graph and Linear Transformation complied with the Mathematics Amended Curriculum announced in 2006 Aug. and then to formulate a plan accordingly. For this, we'll take a good look at the prior studies on the Graph and Linear Transformation after the announcement of the 7th School Curriculum along with the changes in their contents through the process of curriculum. Then we'll check over learning factors of the Graph and Linear Transformation in all 27 kinds of the authorized textbooks - 'Mathematics I', 'Applications of Mathematics', and 'Geometry and Vectors' - and 27 kinds of exercise books issued on 2009. By this, we put measures which improve understanding and apply correctly to the Graph and Linear Transformation in the Mathematics Amended Curriculum to high school teachers.

*Keywords:* 그래프(Graph), 일차변환(Linear Transformation), 수학과 개정교육과정(the Mathematics Amended Curriculum)

## 1 서론

2006년 8월에 고시된 수학과 개정교육과정(제2006-85호)은<sup>1)</sup> 제7차교육과정을 부분개정한 것으로서 고등학교의 경우 2009학년도 1학년부터 적용되어 2011학년도에는 고등학교 모든 학년이 적용받게 된다.

수학과 개정교육과정에서 고등학교 학습내용의 변화<sup>2)</sup> 중 분산과 표준편차, 경우의 수, 간단한 순열과 조합, 미분과 적분 단원은 제7차교육과정의 내용들에 대하여 학년 간(또는 계열 간) 이동이 이루어진 경우로 큰 변화가 없다. 그러나 제7차교육과정에서 비교적 새로운 과목인 ‘이산수학’([36])의 일부였던 그래프 단원은 개정교육과정에서 ‘수학 I’ 과목과 ‘수학의 활용’ 과목의 일부로 학습내용이 나뉘어졌고, 일차변환 단원은 제7차교육과정에서 삭제되었다가 개정교육과정에 다시 등장하였으므로 연구자는 두 단원을 교육과정 간 이동으로 간주하여 학교현장에서 그 변화의 양상에 따른 현장적용 관련연구가 필요하다고 생각하였다. 또, 제7차교육과정기에 ‘이산수학’ 관련 교사연수가 많이 이루어진 것은 사실이지만 연수를 받은 모든 교사들이 그래프 단원의 지도에 자신감을 가지게 된 것은 아니며, (신규)교사들 중에서도 고등학교 재학 중에 제7차교육과정을 이수한 경우 일차변환의 내용을 배운 적이 없고, 수능시험에서 심화선택과목으로 이산수학을 택했을 가능성도 희박하다<sup>3)</sup>. 이들이 대학 또는 대학원에서 선형대수학과 이산수학을 배웠다 하더라도 학문적 지식을 고등학교 교육과정에 맞추어 고등학생들에게 지도하는 교수학적 전환([32])에 어려움이 따를 수 있다. 이에 연구자는 그래프와 일차변환 단원에 대하여 크게 ‘교육과정의 내용변화’와 ‘교과서 및 익힘책의 학습내용’의 두 분야에 초점을 맞추어 다음과 같은 연구문제들을 설정하였다.

첫째, 교육과정의 변천과정에서 두 단원에 대한 개정교육과정의 내용은 학습내용의 양과 수준의 적정화, 학습내용 간 연계 및 위계성의 면에서 어떠한가?

둘째, 두 단원에 대한 개정교육과정의 내용과 검인정 교과서 및 익힘책의 내용, 출판사별 검인정 교과서 및 익힘책의 학습내용 구성이 일치하는가? 만약 차이가 있을 경우 발생하는 문제점의 해결방안은 무엇인가?

이상의 연구문제들에 대하여 먼저 그래프와 일차변환 관련 선행연구들을 살펴본 뒤, 두 단원의 내용이 교육과정의 변천과정에서 어떻게 변화되어 왔는지를 조사하되, 주로 직전 교육과정과 개정교육과정을 집중비교한다. 다음으로, 2009년도에 발간된 ‘수학 I’, ‘수학의

1) 이 연구에서의 그래프는 함수나 통계단원의 그래프를 의미하는 것이 아니라 이산수학의 그래프(vertex-edge graph)를 의미하며 고등학교 수준으로 그 범위를 제한한다.

2) ①분산과 표준편차(고1에서 중3으로 이동), ②경우의 수, 간단한 순열과 조합(고2에서 고1로 이동), ③미분과 적분(인문계열의 미적분과 통계기본 과목 신설), ④그래프, 의사결정과 최적화(제7차교육과정의 이산수학과목에서 이동), ⑤일차변환(제6차교육과정의 수학Ⅱ과목에서 이동)

3) 한국교육과정평가원의 발표 자료에 따르면 제7차교육과정 적용시기 중 수능시험 수리영역 가형 응시자 중에서 심화선택과목으로 이산수학을 선택한 학생 수와 그 비율은 2005학년도(1,104명, 0.8%), 2006학년도(837명, 0.6%), 2007학년도(876명, 0.7%), 2008학년도(668명, 0.5%), 2009학년도(610명, 0.5%), 2010학년도(1,035명, 0.8%)이다.

활용’ 그리고 ‘기하와 벡터’ 과목의 검인정 교과서 및 익힘책 전부(27종 전 54권)에 대하여 두 단원의 학습내용을 각각 비교한다.

위의 고찰을 통하여 학교현장에서 두 단원에 대한 교사의 교육과정 이해도 제고와 올바른 교육과정 내용 적용 방안을 제언한다.

## 2 관련 선행연구의 고찰

그래프 단원과 관련된 선행연구는 첫째, 학교수학에서 ‘이산수학’ 과목의 성격과 목표, 교육과정의 내용 구체화와 관련된 연구([12], [13], [14], [17]), 둘째, 다양한 컴퓨터 프로그램에 기반한 그래프 관련 교육내용에 대한 연구([6], [7]), 셋째, 수학과 교육과정(내용) 개선방안에서 그래프 단원의 내용구성과 관련된 연구([11], [15])로 구분해볼 수 있다. 한편, 일차변환 단원과 관련된 연구는 첫째, 중등교육에서 선형대수학의 내용도입과 관련된 연구([18], [19]), 둘째, 수학과 교육과정(내용) 개선방안에서 일차변환 단원의 내용구성과 관련된 연구([15])로 구분해볼 수 있다.

### 2.1 그래프 관련 선행연구의 고찰

NCTM은 행렬과의 관련성을 강조한 그래프 이론을 이산수학 기준의 일부로 제시하였고([36]), Rosenstein은 학교수학으로서 이산수학의 성격을 ‘학생들에게 수학과 실제 세계와의 관련성을 강조’([33])하는데 두었다. 이어서 다양한 실생활 문제를 수학적으로 모델링하여 해결하는 이산수학의 주제들이 분류·정리되었는데([28], [38], [41]), Hoyer([29])와 Maurer([30])는 이산수학의 여러 주제 중에서 그래프 이론을 대표적인 주제로 보았다.

최근에 NCTM은 이산수학의 주제들을 유한개 대상들 간의 경로, 네트워크, 관계를 포함하는 문제를 나타내고 해결하기 위해 사용할 수 있도록 K-12학년의 전체 기준에 걸쳐놓았다.([37])

우리나라의 경우, 제7차교육과정이 고시되기 전의 그래프 단원 관련 연구는 주로 이산수학의 여러 주제를 소개하고 중등수학에의 적용방안을 탐색하는 수준에 그친 반면, 제7차교육과정이 고시되고 난 다음에는 내용의 구성과 관련하여 좀 더 구체적인 연구가 이루어졌다. 이준열은 제7차교육과정이 추구하는 이산수학 교육과정이 어떻게 구현되었는가를 이산수학 교과서에서 하나 또는 두 개의 예를 찾아 제시하였고([12]), 이재학은 이산수학 과목의 성공적인 현장정착을 위하여 교사양성기관 수준에서 우리 현실에 맞는 교재의 재구성을 요구하였다.([13], [14]) 한길준은 New Jersey의 이산수학 교육과정과의 비교를 통해 ‘이산수학’ 과목의 성격과 목표를 분명히 정의하고, 선택교과 뿐만 아니라 통합교과 차원에서 이산수학을 활용할 수 있는 구체적인 교수-학습 방안을 제시하였다.([17])

이들의 연구는 주로 학교수학에서 ‘이산수학’ 과목의 성격과 목표를 분명히 하되, 그 내용

은 제7차교육과정의 이산수학 교육과정의 범위를 넘어서 실생활과 밀접한 관련이 있는 좀 더 전문화된 주제들로 구체화<sup>4)</sup>할 것을 제안한 것으로 볼 수 있다.

한편, NCTM이 수학학습 지도를 위한 가치있는 도구로서 컴퓨터를 받아들일 것을 주장하고 ([36]), Proulx는 학생들이 컴퓨터를 활용한 새로운 알고리즘 설계과정에 참여할 것을 요구 ([34]) 하였는데, 우리나라에서도 다양한 컴퓨터 프로그램에 기반한 그래프 관련 교육내용에 대한 연구가 이루어졌다. 김민경은 외국의 이산수학 주제들 ([27], [31], [36])과의 비교를 통해 Markov chains, Leontief 공급-수요 모델, Leslie 행렬 모델 등을 중심으로 하는 내용을 제시하였고 ([6]), 김화준, 한수영은 인접행렬, 입사행렬을 이용하여 방향그래프, 완전그래프 등을 컴퓨터에 기억시키는 방법을 제시하였다 ([7]).

이상의 선행연구들은 주로 개정교육과정의 범위를 넘어서는 내용을 제시한 반면, 수학과 교육과정(내용) 개선방안에서 그래프 단원의 내용 구성과 관련된 연구 ([11], [15])는 교육과정 내용의 적정성과 연계성에 대한 관심을 제안하였다. 최승현 외의 연구는 선택과목별 내용을 선정하고 조직하면서 행렬의 활용을 그래프 부분과 통합하여 제시함으로써 ([15]) 교육과정 내용의 적정성 측면을 고려하였고, 윤현진 외의 연구는 초등학교 4학년부터 고등학교 3학년 학생까지 개인의 사고 수준에 맞춘 그래프 영역 교수-학습 계열을 제안하면서 개정교육과정의 이산수학의 내용이 연계성 측면에서 개선의 여지가 있음을 지적하였다 ([11]).

## 2.2 일차변환 관련 선행연구의 고찰

선형대수학 교육과정 연구단체(LACSG)가 선형대수학의 접근방법을 벡터중심에서 행렬중심의 교수학습으로 전환할 것을 주장하였고 ([40]), Coxford([26]), Crowley([35]), NCTM([36], [37])은 변환과 행렬을 수학적 연결성을 지도할 수 있는 주제로 제시하였다.

우리나라에서도 중등교육에서 선형대수학의 내용도입과 관련된 연구가 주로 이루어졌다. 허은숙은 변환의 지도를 강조하는 NCTM([36]), Michigan(1998)과 영국(1998)의 국가수준 교육과정을 예로 들면서 제7차교육과정에서 삭제된 변환이 다시 지도되어야 함을 강조하였고 ([18]), 홍갑주는 제6차교육과정에서 연습문제 형식으로 단편적으로 제시되었던 일차변환의 기하학적 성질들<sup>5)</sup>을 개정교육과정에서는 좀 더 체계화시켜 종합적으로 관찰하는 시각이 필요하다고 하였다. ([19]) 그러나 이들의 연구에서 도입되기를 희망하는 주제들은 개정교육과정의 범위를 넘어서는 수준<sup>6)</sup>으로서 일반계 고등학교의 학생들이 학습하기에 어려워 교과서

4) 이재학의 경우 제7차교육과정의 이산수학 내용에 network, Max Flow-Min Cut 정리, 선형계획법, 게임이론, 선거이론 등을 추가하였고, 한길준의 경우 반복, 재귀, 대수를 사용한 모델링, Logo, 데이터 압축 기술, 바코드 장치, Markov chains(기후 변화, 인구성장 모델 등) 등을 제시했는데 개정교육과정과는 상당한 거리가 있고, 이산수학 교육내용의 양적 측면을 우선시 하였다는 한계가 있다.

5) 특정한 일차변환이 직선을 직선으로 옮기며 따라서 삼각형을 삼각형으로 옮긴다는 사실의 증명, 특정한 일차변환에 의한 삼각형 넓이의 계산 등

6) 허은숙의 경우 고등학교 수준에서 도형의 변환을 통한 일차변환의 활용이론은 배제하고, 이차곡선의 표준화

및 익힘책의 내용이나 읽기자료로도 적합하지 않은 문제점이 있다.

한편, 최승현 외의 연구에서는 일차변환의 내용을 행렬과 연결하여 학습하도록 제안하여 교육과정 내용의 적정성과 연계성을 고려([15])하였지만, 두 행렬의 곱(합성변환)이나 역행렬(역변환)을 구하는 데 치중함으로써 행렬연산을 위주로 하는 학습내용으로 보이는 문제점이 있다.

이어지는 절에서는 두 단원에 대한 교육과정의 변천과정과 개정교육과정의 교과서 및 익힘책의 내용을 비교하여 선행연구에서 제안된 점들이 어떻게 나타나는 지를 살펴본다.

### 3 교육과정 변천에 따른 그래프와 일차변환 단원의 내용변화

교육과학기술부는 개정교육과정에서 두 단원의 내용변화에 대한 이유로 연계성<sup>7)</sup>과 내용의 적정화<sup>8)</sup>를 제시하였는데, 그래프는 행렬과 연계시켜 ‘수학 I’ 과목의 행렬과 그래프 단원에, 의사결정과 최적화는 내용을 적정화시켜 ‘수학의 활용’ 과목의 기하부분에 제시하였다고 설명하였다. 또한 일차변환은 행렬과 관련지어 그 필요성을 인정하여 제6차교육과정에서 이동하였다고 밝혔다([2]). 3절에서는 우리나라 교육과정에서 두 단원이 처음 등장한 시기부터 개정교육과정까지의 내용체계를 비교한 뒤 변화의 양상을 각 단원별로 고찰해본다. 두 단원에 대한 개정교육과정의 내용체계 이해에 도움을 얻기 위해 최승현 외의 연구([15]) 중 수학과 선택과목 교육과정 개발 주요 회의록(이하 회의록)의 내용도 참고한다.

#### 3.1 교육과정 변천과정에서 그래프 단원의 내용 비교

그래프 단원은 제4차교육과정의 중학교 1학년 ‘도형의 관찰’ 단원에 ‘한붓그리기, 수형도, 짝수점, 홀수점’ 등을 학습내용으로 하여 처음 등장하였다. 제5차교육과정에서는 내용변화가 없었으며, 제6차교육과정에서는 중학교 1학년 ‘도형의 관찰’ 단원에 ‘꼭지점과 변으로 이루어진 도형, 한붓그리기, 짝수점, 홀수점’ 등을 학습내용으로 하였는데, 제4차교육과정부터 큰 변화 없이 내용체계가 이어졌음을 알 수 있다.

문제, 연립미분방정식, 최소자승법과 회귀직선의 내용을 심화과정에서 지도하도록 주장하였고, 홍갑주의 경우 과학과 R&E 참여 학생들의 작도문제 해결 탐구내용으로서 아핀변환의 기하학적 성질을 이용하여 도형의 무게중심과 일차변환, 이차곡선과 일차변환관련 문제를 해결하는 예를 제시하여 일반계 고등학교 적용에 어려움이 있다.

7) NCTM([37])에 의하면 과정규준인 ‘연결성(Connections)’ 규준은 교수 프로그램을 통해 학생들이 다음을 할 수 있도록 해야 하는 것을 의미한다.

① 수학적 아이디어들 사이의 연결성을 인식하고 사용할 수 있어야 한다.  
 ② 일관성 있는 전체를 만들기 위하여 수학적 아이디어들이 어떻게 서로 연결되어 있고 다른 것과 관련지어 형성될 수 있는 지 이해할 수 있어야 한다.  
 ③ 수학 외적 맥락에서 수학을 인식하고 적용할 수 있어야 한다.

8) 윤현진 외([11])에 의하면 ‘교육과정 내용의 적정화’란 학습량과 수준을 조정하여 교육내용의 적합성을 높이고자 하는 의도를 의미한다.

제7차교육과정기에 자연계열 학생들의 심화선택과목인 ‘이산수학’에서 그래프라는 용어가 처음 정의되었고, 독립된 단원으로서 학습내용들이 구성되었다. ‘이산수학’ 과목의 그래프 단원은 ‘그래프, 여러 가지 회로, 수형도, 행렬과 그래프, 색칠문제’ 등을 학습내용으로 다루었고, 의사결정과 최적화 단원은 ‘최적화와 알고리즘’을 학습내용으로 다루었다.

이산수학과목은 개정교육과정에서 그래프 단원을 제외한 나머지가 삭제되었는데, 윤현진 외는 개정교육과정에서 이산수학과목이 사라진 세 가지 이유로 첫째, 이산수학과목이 심화선택과목으로서는 부적절하고, 둘째, 선택하는 학생의 비율이 낮으며, 셋째, 다른 수학의 내용영역과 중복됨을 들었다([11]). 개정교육과정에서 ‘수학 I’ 과목의 행렬과 그래프 단원은 ‘그래프의 뜻, 그래프와 행렬, 그래프의 활용’ 등을 학습내용으로 다루고, ‘수학의 활용’ 과목의 도형과 그래프 단원은 ‘평면그래프와 정다면체, 그래프를 이용한 의사결정의 최적화’ 등을 학습내용으로 다룬다.

그래프 단원에 대한 제7차교육과정과 개정교육과정의 내용을 비교해보면 다음을 알 수 있다.

첫째, 제7차교육과정에서는 ‘이산수학’이 자연계열 학생들의 심화선택과목이었던 반면 개정교육과정에서는 그래프 단원이 ‘수학 I’ 과목으로 이동됨으로서 인문계열 학생과 자연계열 학생 모두가 학습할 수 있게 되었다. 즉, 이전과 비교하여 더 많은 학생들이 그래프를 접할 수 있게 됨으로서 수학에의 흥미와 도전의 기회를 제공([33])할 수 있을 것으로 보인다.

둘째, 개정교육과정에서 그래프 단원의 내용은 제7차교육과정과 비교하여 전체적으로 축소<sup>9)</sup>되었는데, 특히 ‘수학 I’ 과목의 경우는 ‘그래프와 경로의 정의, 그래프와 행렬과의 관계’ 정도를 학습하는 수준으로 그 내용이 감소되었다. 사실, ‘그래프’의 정의는 ‘단순그래프, 부분그래프, 생성그래프, 완전그래프, 정규그래프, 방향그래프, 평면그래프, 수형도’ 등의 내용을 포함할 수 있고, ‘경로’의 정의도 ‘회로, 오일러 경로와 회로, 해밀턴 경로와 회로’ 등의 내용을 포함할 수 있으므로 다룰 수 있는 내용이 광범위하다. 하지만 회의록([15])의 내용<sup>10)</sup>을 참고하면 개정교육과정에서는 여러 가지 종류의 그래프를 제외하고, 또 회로, 오일러 경로와 회로, 해밀턴 경로와 회로 등을 제외하려는 방향임을 알 수 있다.

셋째, ‘수학의 활용’ 과목에서는 그래프와 어떤 도형을 연결 상태를 중심으로 비교하고,

9) 제7차교육과정과 개정교육과정의 그래프 관련 단원의 용어와 기호에서 밀출 친 부분이 두 교육과정에서 다루는 공통 내용인데, 개정교육과정에서 상당부분 축소되었음을 알 수 있다.

- 제7차교육과정(이산수학): 그래프, 꼭지점, 변, 꼭지점의 차수, 경로, 회로, 수형도, 생성수형도, 오일러 회로, 해밀턴 회로, 인접행렬, 최적의 경로
- 개정교육과정
  - 수학 I : 그래프, (그래프의) 꼭짓점, (그래프의) 변, 경로
  - 수학의 활용: 한붓그리기, 그래프, (그래프의) 꼭짓점, (그래프의) 변, 경로, 최적의 경로

10) 처음에는 오일러(회로), 해밀턴(회로), 수형도, 의사결정까지의 내용을 다루어야 한다는 의견이 있었지만 수형도와 여러 가지 회로를 삭제하여 개정교육과정의 그래프 단원의 내용 구성은 기본적인 그래프를 도입하되 그래프와 행렬의 관계를 중심으로 하는 방향으로 결정되었음을 알 수 있다.

그래프를 최적화 문제에 활용하는 것을 강조한다. 그래프를 도형과 관련짓고, 최적화와 의사결정의 내용까지 다루는 ‘수학의 활용’ 과목이 오히려 그래프의 활용성과 유용성을 보여주는 것으로 생각된다.

### 3.2 교육과정 변천과정에서 일차변환 단원의 내용 비교

일차변환 단원은 제3차교육과정의 자연계열 선택과목인 ‘수학Ⅱ’에 ‘간단한 일차변환(평면상에서 원점을 옮기지 않는 일차변환)’을 학습내용으로 하여 처음 등장하였다. 이후 제4차교육과정과 제5차교육과정에는 ‘행렬을 이용한 일차변환은 평면상에서 원점을 옮기지 않는 범위에서 다루도록 한다.’라는 내용과 ‘변환,  $f : (x, y) \rightarrow (x', y')$ ’의 용어와 기호가 추가되었다. 제6차교육과정에서는 ‘간단한 일차변환과 행렬(대칭변환, 닮음변환, 회전변환, 변환의 합성, 역변환)’등을 학습내용으로 하였는데, 제3차교육과정부터 큰 변화 없이 내용 체계가 이어졌음을 알 수 있다.

제7차교육과정에서 일차변환 단원은 학생의 학습부담 경감을 위한 내용의 축소와 경감 차원에서 삭제([4])되었다가 개정교육과정에서 자연계열 학생들의 선택과목인 ‘기하와 벡터’ 내용의 일부로 새로이 구성되었다. 개정교육과정에서 ‘기하와 벡터’ 과목의 일차변환과 행렬 단원은 ‘일차변환과 행렬, 여러 가지 일차변환, 일차변환의 합성과 역변환’등을 학습내용으로 다룬다.

일차변환 단원에 대한 제6차교육과정과 개정교육과정의 내용을 비교해보면 다음을 알 수 있다.

첫째, 교육과학기술부([2])에서 밝힌 것처럼 좌표평면에서 정의된 함수(변환) 중에서 특별한 성질을 가지는 함수(일차변환)를 행렬을 이용하여 나타내고 다루어봄으로써 기하학적인 내용을 대수적으로 접근하는 방법에 대한 기본적인 이해를 증진시킬 수 있게 되었다.

둘째, 개정교육과정에서 일차변환 단원의 내용은 제6차교육과정과 비교하여 전체적으로 큰 변화가 없는 것처럼 보이지만 회의록([15])의 내용<sup>11)</sup>을 참고하면 다루는 내용은 다소 축소되었음을 알 수 있다. 즉, 일차변환을 행렬과 관련짓기는 하지만 두 행렬의 곱(변환의 합성)이나 역행렬(역변환) 이상의 것은 요구하지 않으며, 좌표평면을 옮기는 일차변환이나 역변환이 존재하지 않는 일차변환의 성질 등을 제외하려는 방향임을 알 수 있다.

### 4 김인정 교과서 및 익힘책별 그래프 단원의 내용 비교

<표1>부터 <표4>까지는 2009년도에 발간된 ‘수학Ⅰ’ 과목 김인정 교과서 및 익힘책(15종 전 30권)에 대하여 행렬과 그래프 단원의 각 소단원에서 다루는 학습내용과 읽기자료를 개정

11) 개정교육과정의 일차변환 단원의 내용 구성은 대칭변환, 닮음변환, 회전변환, 변환의 합성, 역변환의 용어를 도입하고, 각 변환을 행렬을 이용하여 나타내는 것을 중심으로 하는 방향으로 결정되었음을 알 수 있다.

표 1: 교과서별 '수학 I' 과목 행렬과 그래프 단원에서 교육과정의 범위를 넘어서는 내용

출판사(대표저자)	1. 그래프의 뜻	2. 그래프와 행렬	3. 그래프의 활용
더 텍스트(김해경)		• $A + A^2$ 의 의미와 활용 • 방향그래프(먹이사슬)	
더 텍스트(윤재한)		• 방향그래프 (인터넷통신망)	
(주)미래엔컬처그룹 (유희찬)	• 오일러 경로, 회로 • 해밀턴 경로, 회로 • 그래프로 표현하기		
(주)교학사(김수환)	• 오일러 경로		
(주)교학사(황석근)		• 그래프의 행렬의 성질 • $A^n$ 의 의미와 활용	
(주)지학사(이강섭)	• 그래프로 표현하기	• $A^n$ 의 의미와 활용	
(주)금성출판사(양승갑)	• 같은 그래프 없음	• $A^2$ 의 의미와 활용 없음	• 그래프로 표현하기 • 그래프 색칠 문제
(주)금성출판사(정상권)	• 회로		
천재교육(이준열)	• 오일러 경로, 회로 • 그래프 색칠 문제	• $A^3$ , $A^n$ 의 의미와 활용	
천재교육(최용준)	• 오일러 경로	• 그래프의 인접행렬 $A$	
(주)고려출판(이만근)	• 그래프로 표현하기	• 그래프의 행렬의 성질 • $A^3$ 의 의미와 활용	• 오일러 경로 • 홀수점과 짝수점 • 한붓그리기
법문사(이동원)		• 그래프의 인접행렬 $A$ • $A + A^2$ 의 의미와 활용	• 그래프 색칠 문제 • 방향그래프(먹이사슬)
좋은책신사고(황선옥)	• 오일러 경로 • 한붓그리기	• 해밀턴 회로	

교육과정의 내용과 비교해 보고, 교육과정의 범위<sup>12)</sup>를 넘어서는 것으로 판단<sup>13)</sup>되는 것들을 각각 정리한 것이다.

'수학 I' 과목 검인정 교과서 및 익힘책에서 행렬과 그래프 단원은 2개(1. 그래프의 뜻, 2. 그래프와 행렬) 또는 3개(1. 그래프의 뜻, 2. 그래프와 행렬, 3. 그래프의 활용)의 소단원으로 구성되어 있는데, 각 소단원별로 모든 교과서 및 익힘책에서 다루는 공통 내용은 1. 그래프의 뜻 소단원의 경우, '그래프의 뜻, 같은 그래프(금성출판사(양승갑) 제외), 경로' 이고, 2. 그래프와 행렬(3. 그래프의 활용) 소단원의 경우, '그래프의 행렬  $A$ ,  $A^2$ 의 의미와 활용(지학사(이강섭), 금성출판사(양승갑) 제외)' 이며 고시된 교육과정의 내용과 일치한다.

<표1>부터 <표5>까지 진하게 표시된 부분은 해당 교과서 및 익힘책에서 그 용어를 직접 정의하여 사용하지는 않지만 문장으로 풀어서 사용한 경우를 나타낸다.

<표1>부터 <표4>까지 살펴보면 일부 교과서 및 익힘책에서 교육과정의 범위를 넘어서는 학습내용이 존재하며, 출판사에 따라 교과서 및 익힘책의 학습내용이 불일치하는 경우가 존

12) 개정교육과정의 교수-학습상의 유의점에서 '그래프와 행렬은 많은 문제를 표현할 수 있는 수학적 도구임을 인식시키고, 주변에서 그래프와 행렬로 나타낼 수 있는 상황을 찾아보게 한다.' 라는 항목이 있으므로 '그래프로 표현하기'는 교육과정의 범위 내에 있는 것으로 보아도 될 것이다.

13) 교육과정에 제시된 교수-학습 목표, 용어와 기호외에 다른 내용이나 용어와 기호를 사용한 경우를 의미한다.



표 2: 익힘책별 ‘수학 I’ 과목 행렬과 그래프 단원에서 교육과정의 범위를 넘어서는 내용

출판사(대표저자)	1. 그래프의 뜻	2. 그래프와 행렬	3. 그래프의 활용
더 텍스트(김해경)		• $A + A^2$ 의 의미와 활용	
더 텍스트(윤재한)	• 오일러 경로, 회로	• $A^3$ 의 의미와 활용 • 방향그래프	
(주)미래엔컬처그룹 (유희찬)	• 오일러 경로, 회로 • (해밀턴) 회로 • 그래프로 표현하기		
(주)교학사(김수환)	• (해밀턴) 회로		
(주)교학사(황석근)	• 오일러 경로 • 수형도		
(주)지학사(이강섭)	• 그래프로 표현하기	• $A^2$ 의 의미와 활용 없음	
(주)금성출판사(양승갑)	• 오일러 경로, 회로	• $A^2$ 의 의미와 활용 없음	• 그래프로 표현하기 • 그래프 색칠 문제
(주)금성출판사(정상권)	• 오일러 경로, 회로 • 그래프로 표현하기	• 그래프의 행렬의 성질 • $A^n$ 의 의미와 활용	
천재교육(이준열)	• 오일러 경로, 회로 • 그래프 색칠 문제	• 그래프의 행렬의 성질 • $A^3, A^n$ 의 의미와 활용	
천재교육(최용준)	• 오일러 경로, 회로 • (해밀턴) 회로	• 그래프의 인접행렬 $A$ • $A^3$ 의 의미와 활용	
(주)박영사(우무하)	• 오일러 경로, 회로 • 그래프로 표현하기		
(주)고려출판(이만근)	• 그래프로 표현하기	• 그래프의 행렬의 성질	• $A^3$ 의 의미와 활용 • 오일러 경로 • 한붓그리기 • 지도 채색-4색 문제
두산동아(우정호)	• 홀수점 • 오일러 경로(회로) • 해밀턴 경로(TSP)		
법문사(이동원)	• 그래프로 표현하기	• 그래프의 인접행렬 $A$ • $A + A^2$ 의 의미와 활용	• 그래프 색칠문제
좋은책신사고(황선욱)	• 오일러 경로 • 꼭짓점의 차수 • 한붓그리기 • 그래프로 표현하기	• 그래프의 행렬의 성질	

표 3: 교과서별 ‘수학 I’ 과목 행렬과 그래프 단원에서 읽기자료 중 교육과정의 범위를 넘어서는 내용

출판사(대표저자)	더 텍스트(김해경)	(주)미래엔컬처그룹(유희찬)	(주)교학사(김수환)
읽기자료	• 오일러 경로, 오일러 회로 • 한붓그리기	• 한붓그리기 (코니히스베르크의 다리)	• 한붓그리기 (코니히스베르크의 다리)
출판사(대표저자)	(주)교학사(황석근)	(주)금성출판사(양승갑)	천재교육(이준열)
읽기자료	• 그래프로 표현하기(운동경기)	• 마르코프 연쇄	• 방향그래프(먹이사슬)
출판사(대표저자)	천재교육(최용준)	(주)박영사(우무하)	(주)고려출판(이만근)
읽기자료	• 방향그래프(먹이사슬)	• 행렬 $A + A^2$ 의 성분의 의미 (운동경기)	• 방향그래프(먹이사슬)
출판사(대표저자)	두산동아(우정호)	법문사(이동원)	좋은책신사고(황선욱)
읽기자료	• 그래프와 행렬(별자리)	• 그래프로 표현하기(아는 사 이)	• 해밀턴 경로, 해밀턴 회로

표 4: 익힘책별 '수학 I' 과목 행렬과 그래프 단원에서 읽기자료 중 교육과정의 범위를 넘어서는 내용

출판사(대표저자)	더 텍스트(김해경)	(주) 금성출판사(양승갑)	(주) 금성출판사(정상권)
읽기자료	•방향그래프 -리그전, 먹이사슬	•완전그래프 •정규그래프	•완전그래프 •방향그래프
출판사(대표저자)	천재교육(이준열)	천재교육(최용준)	(주) 고려출판(이만근)
읽기자료	•홀수점, 짝수점 •지도채색(4색 문제)	•꼭짓점의 차수 •연결행렬, 지도채색	•방향그래프(여행코스)
출판사(대표저자)	두산동아(우정호)	법문사(이동원)	좋은책신사고(황선옥)
읽기자료	•한붓그리기 •방향그래프(먹이사슬)	•그래프로 표현하기 (운동경기)	•지도채색(4색 문제)

재함을 확인할 수 있다. 일부 교과서에서 교육과정이 제시한 교수-학습 목표나 용어와 기호의 범위를 넘어서 방향그래프나 오일러 경로(회로), 해밀턴 경로(회로), 그래프 색칠 문제 등을 다루고 있다. 일부 익힘책의 경우도 비록 용어를 소개하는 수준이지만 완전그래프, 정규그래프, 방향그래프를 다루고 있으며, 오일러 경로(회로), 해밀턴 경로(회로), 그래프 색칠문제 등도 내용으로 다루고 있다. 이러한 차이가 생기는 이유는 국가에서 제시하는 교육과정의 교수-학습 목표, 교수-학습상의 유의점, 그리고 용어와 기호에 대한 진술이 다소 모호한데서 비롯되는 것으로 생각된다. 교육과정에서는 '행렬과 그래프의 관계를 이해한 후에 간단한 실생활 문제를 해결하도록' 하고 있는데 교과서 집필자나 현장 교사가 '간단' 이란 단어가 의미하는 수준을 해석하는 데 혼란을 가져올 수 있다. 강옥기([1])도 교육과정만 가지고는 어떤 내용을 어떻게 지도할 지를 구체적으로 이해하기가 어렵고, 교과서 집필자들은 교과서를 집필하는 동안 교육과정의 이해가 모호한 경우 이전 교과서를 참고하거나 외국의 교과서를 참고하는 경우가 많다고 지적한 뒤, 그 해결 방안으로 교육과정 해설서를 교육과정 개발진이 함께 개발하여 법적 효력을 가질 수 있는 검증 절차를 거치는 과정이 필요하다고 하였다.

<표5>는 2009년도에 발간된 '수학의 활용' 과목 검인정 교과서 및 익힘책(2종 전 4권)에 대하여 도형과 그래프 단원의 각 소단원에서 다루는 내용을 정리한 것이다. '수학의 활용' 과목은 주로 전문계 고등학교 교육과정으로 편성될 가능성이 많다. 일반계 고등학교에서 인문계열 학생들의 이수과목으로 편성된 경우는 주로 수학과 수업시간 수를 확보하기 위함일 것이고, 학습내용 구성상 실제로 일반계 고등학교의 교실에서 '수학의 활용' 과목의 수업이 진행될 가능성은 희박한 것으로 보여 이 과목의 교육과정 범위는 고려하지 않았다.

## 5 검인정 교과서 및 익힘책별 일차변환 단원의 내용 비교

<표6> 과 <표7>은 2009년도에 발간된 '기하와 벡터' 과목 검인정 교과서 및 익힘책(10종 전 20권)에 대하여 일차변환과 행렬 단원의 각 소단원에서 다루는 학습내용과 읽기자료를 개정 교육과정의 내용과 비교해 보고, 교육과정의 범위를 넘어서는 것으로 판단되는 것들을 각각

표 5: 교과서 및 익힘책별 '수학의 활용' 과목 도형과 그래프 단원에서 다루는 내용

출판사/저자	1. 도형의 연결 상태	2. 그래프	3. 그래프의 활용
(주)금성출판사 정상권 외 8인  * 심화탐구내용 • 피비우스의 띠 • 평면그래프의 성질 • 단순그래프 • TSP(해밀턴 회로)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 연결 상태가 같은 평면 도형</li> <li>• 연결 상태가 같은 입체 도형</li> <li>• 단일폐곡선의 뜻</li> <li>• 단일폐곡선의 성질</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 그래프의 뜻</li> <li>• 꼭짓점의 차수</li> <li>- 홀수점과 짝수점</li> <li>• 그래프의 성질</li> <li>• 같은 그래프</li> <li>• 경로와 한붓그리기</li> <li>- 오일러 경로(회로)</li> <li>• 평면그래프와 오일러공식</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 그래프 색칠 문제</li> <li>• 4색 문제</li> <li>• 최적화 문제</li> <li>- 최적의 경로</li> </ul>
(주)지학사 이강섭 외 3인  * 심화탐구내용 • 피비우스의 띠 • 해밀턴폐쇄로(TSP)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 연결 상태가 같은 평면 도형</li> <li>• 단일폐곡선의 뜻</li> <li>• 단일폐곡선의 성질</li> <li>• 연결 상태가 같은 입체 도형</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 그래프의 뜻</li> <li>• 경로</li> <li>• 동형 그래프</li> <li>• 연결된 그래프</li> <li>• 한붓그리기</li> <li>- 오일러 경로(회로)</li> <li>• 꼭짓점의 차수</li> <li>- 홀수점과 짝수점</li> <li>• 평면그래프</li> <li>- 유한한 면과 무한한 면</li> <li>• 평면그래프와 오일러공식</li> <li>• 입체도형과 오일러공식</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 최적화 문제</li> <li>- 그래프와 의사결정</li> <li>- 수형도와 의사결정</li> <li>- 그래프 색칠문제와 의사결정</li> <li>• 수형도와 생성수형도</li> <li>• 최적의 경로</li> </ul>

정리한 것이다.

‘기하와 벡터’ 과목 검인정 교과서 및 익힘책에서 일차변환과 행렬 단원은 2개(일차변환, 일차변환의 합성과 역변환)의 소단원으로 구성되어 있는데, 각 소단원별로 모든 교과서 및 익힘책에서 다루는 공통 내용은 1. 일차변환 소단원의 경우, ‘변환과 일차변환의 뜻, 일차변환의 행렬 표현, 일차변환의 성질, 닮음변환, 대칭변환, 회전변환’ 이고, 2. 일차변환의 합성과 역변환 소단원의 경우, ‘일차변환의 합성, 일차변환의 역변환’ 이며 고시된 교육과정의 내용과 일치한다. 특이할만한 점은 1. 일차변환 소단원의 경우, 모든 교과서 및 익힘책에서 다루는 내용이 교육과정과 일치했으며, 2. 일차변환의 합성과 역변환 소단원의 경우, 교육과정을 넘어서는 범위이지만 모든 교과서에서 일차변환과 직선에 대한 내용<sup>14)</sup>을 공통으로 다루었다는 것이다.

한편, 각 교과서 및 익힘책에서 1. 일차변환 소단원의 경우는 ‘일차변환의 성질’ (교육과정 내)을 설명하는 표현 방법, 2. 일차변환의 합성과 역변환 소단원의 경우는 ‘일차변환과 도형<sup>15)</sup>, 용어 소개’ (교육과정 외)와 관련된 내용에 차이<sup>16)</sup>가 있었다. 각 교과서 및 익힘책에서

14) 주어진 직선이 일차변환에 의하여 옮겨질 때, 그 직선의 방정식을 구하는 경우 또는 그 반대의 경우 등

15) 일차변환에 의하여 옮겨지는 삼각형(사각형)의 넓이를 계산하는 경우, 일차변환에 의하여 선분의 내분점(중점) 또는 외분점이 옮겨질 때, 그 점의 좌표를 구하는 경우, 원이 일차변환에 의하여 옮겨질 때, 그 원의 방정식을 구하는 경우, 좌표평면 위의 점 전체가 일차변환에 의하여 옮겨지는 경우, 역변환이 존재하지 않는 일차변환에 의하여 직선이 옮겨지는 경우, 등

16) 이는 앞서 그래프 단원과 마찬가지로 교육과정에서 교수-학습 목표나 교수-학습상의 유의점에 대한 진술이

표 6: 교과서별 ‘기하와 벡터’ 과목 일차변환과 행렬 단원에서 교육과정의 범위를 넘어서는 내용

출판사(대표저자)	2. 일차변환의 합성과 역변환	읽기자료
더 텍스트(김해경)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 평면, 일차변환과 직선	•용어 소개 : 정사영변환, 층밀림변환
(주)미래엔컬처그룹 (유희찬)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 원, 일차변환과 직선	•회전변환의 합성 - 삼각함수의 덧셈정리 증명
(주)교학사(김수환)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 직선	
(주)교학사(황석근)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 원, 일차변환과 직선	•일차변환과 부등식의 영역
(주)지학사(이강섭)	•역변환이 존재하는 일차변환과 직선 •역변환이 존재하지 않는 일차변환과 직선	
(주)금성출판사(정상권)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 직선, 일차변환과 삼각형	•역변환이 존재하는 일차변환과 직선 •역변환이 존재하지 않는 일차변환과 직선
천재교육(최용준)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 선분의 중점 - 일차변환과 직선	
두산동아(우정호)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 직선	
좋은책신사고(황선욱)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 직선	•용어 소개: 쏘림변환 •일차변환과 바닥깔기
성지출판(주)(계승혁)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 평면, 일차변환과 직선 •일차변환과 부등식의 영역	•행렬식

표 7: 익힘책별 ‘기하와 벡터’ 과목 일차변환과 행렬 단원에서 교육과정의 범위를 넘어서는 내용

출판사(대표저자)	2. 일차변환의 합성과 역변환	읽기자료
두산동아(우정호)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 직선, 평면	•용어 소개 - 합동변환, 아핀변환, 사영변환, 위상변환
좋은책신사고(황선욱)	•일차변환과 도형 - 일차변환과 직선, 일차변환과 사각형 •일차변환과 극한	
성지출판(주)(계승혁)	•항등변환의 뜻	•직선 $y = kx$ 에 대한 대칭변환 •일차변환과 선분의 분점 •원근법과 일차변환

‘일차변환의 성질’을 설명하는 표현은 다음의 세 가지로 나눌 수 있는데, ②의 표현은 ①과 ③을 제외한 나머지 7종의 교과서 및 익힘책의 표현방법과 동일하다.

① (주)교학사(황석근 외 12인)

일차변환  $f$ 에 의하여 두 점  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 가 각각  $P'_1(x'_1, y'_1), P'_2(x'_2, y'_2)$ 으로 옮겨질 때,

- i) 점  $P(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ 는 점  $P'(x'_1 + x'_2, y'_1 + y'_2)$ 으로 옮겨진다.
- ii) 점  $Q(kx_1, ky_1)$ 은 점  $Q'(kx'_1, ky'_1)$ 으로 옮겨진다.

② 좋은책신사고(황선욱 외 12인)

일차변환  $f$ 와  $2 \times 1$  행렬  $X_1, X_2$ 에 대하여,

- i)  $f(X_1 + X_2) = f(X_1) + f(X_2)$
- ii)  $f(kX_1) = kf(X_1)$  (단,  $k$ 는 실수)

③ 성지출판(주)(계승혁 외 5인)

i) 변환  $f$ 에 대하여 다음은 서로 필요충분조건이다.

- $f$ 는 일차변환이다.
- 좌표평면 위의 임의의 두 점  $P, Q$ 와 실수  $k$ 에 대하여

$$f(P + Q) = f(P) + f(Q), \quad f(kP) = kf(P)$$

가 성립한다.

- ii) 일차변환  $f$ 에 대하여  $f(1, 0) = (a, c), f(0, 1) = (b, d)$ 이면  $f$ 를 나타내는 행렬은  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 이다.

위의 세 가지 표현에 대하여 ②의 i), ii)와 ③의 i)은 고등학교의 고급수학과 대학의 선형대수학 교재에서 Linear Transformation을 정의할 때 사용하는 보편적이고 형식적인 표현이다. 고등학생의 이해수준을 고려해 볼 때, ②의 i), ii)와 ③의 i)의 경우, 기억하기에는 쉬워 보이지만 둘 다 수학적 함축성이 강한 표현으로서 실제로는 일차변환을 벡터공간에서의 함수로 정의한 것이다. 학생들이 고등학교 1학년에서 배운 함수는 정의역과 공역 모두 실수전체의 집합인 경우를 주로 다루는 데, 벡터에 대한 개념을 제대로 배우기도 전<sup>17)</sup>에 일차변환 단원

다소 모호한데서 비롯된다. 교육과정에서는 ‘일차변환의 역행렬을 나타내는 행렬을 구한 뒤 이를 활용하고, 복잡한 변환의 합성은 다루지 않도록’ 하고 있는데, 교과서 집필자나 현장 교사가 ‘활용’, ‘복잡’이란 단어가 의미하는 수준을 해석하는 데 혼란을 가져올 수 있다.

17) 고등학교 2학년 ‘물리 I’ 과목의 맨 처음 단원에서 벡터를 배우기는 하지만 삼각형법이나 평행사변형법을 이용하여 벡터의 덧셈과 뺄셈, 스칼라배를 구하는 데 그치고, ‘기하와 벡터’ 과목에서 교과서의 내용 순서를 보면 학생들은 일차변환 단원을 학습하고 난 뒤에 벡터 단원을 배우게 된다.

에서 정의역과 공역의 원소가 모두 좌표평면 상의 벡터인 함수  $f$ 를 받아들여기가 쉽지만은 않을 것이다. 신경희([10])는 이러한 현상을 학생들이 벡터공간을 이루는 원소에 대한 이해가 부족한 상태에서 선형성을 만족하는 함수만을 기계적으로 확인하는 절차를 반복하게 하는 것으로 보았다.

③의 ii)의 경우, 벡터공간에서 일차변환은 행렬을 이용하여 나타낼 수 있다는 것을 강조하는 표현으로 생각할 수 있으나, 결국은 함수기호  $f$ 의 오른쪽에  $2 \times 1$  행렬 대신  $1 \times 2$  행렬을 쓴 것으로 볼 수 있으므로 역시 형식적인 설명으로 볼 수 있다. ①의 경우, 기호와 문자가 많아 다소 복잡하게 보이는데, 변환  $f$ 를 좌표평면 위의 점  $P(x, y)$ 를 점  $P'(x', y')$ 으로 옮기는 것으로 정의한다면 교육과정 상의 내용순서와 학생들의 이해수준을 고려했을 때, 학생들이 좀 더 쉽게 일차변환의 성질을 받아들일 수 있는 표현으로 볼 수 있다.<sup>18)</sup>

한편, 교과서 2종(더텍스트, 성지출판(주))과 익힘책 1종(두산동아)에서 ‘일차변환과 도형’에 관련된 내용 중 ‘일차변환과 평면’을 다루고 있었으며, 용어 소개에 있어서는 ‘Shear Transformation<sup>19)</sup>’을 ‘층밀림변환’(더텍스트), ‘솔림변환’(좋은책신사고)으로 다르게 사용하였다.

## 6 요약 및 결론

교육과정이 개정-고시되면 교사들은 새 교육과정과 교과서 및 익힘책의 내용과 조직을 이전과 비교-분석하여 구조화된 교수-학습 설계를 해야 한다. 하지만 교사들이 개정교육과정에 제시된 간단명료한 교수-학습 목표나 용어와 기호만을 보고 새로운 과목이나 단원의 교육과정 내용체계를 정확히 해석하여 교수-학습 및 평가의 범위를 결정하는 것은 쉬운 일이 아니다. 따라서 개정교육과정을 학교현장에 적용하는 교사들의 교수 및 평가 활동을 돕기 위해 먼저 교육과정의 내용 변화를 이해하고, 교육과정의 내용과 교과서 및 익힘책의 내용을 체계적으로 비교-분석하는 연구가 필요하다.

본 연구는 그래프와 일차변환 단원에 대한 교사의 교육과정 이해도 제고 측면에서 두 단위 관련 선행연구를 고찰한 뒤 교육과정과 교과서 및 익힘책들의 내용을 차례대로 비교해보는 절차를 소개하였고, 두 단원에 대한 교사의 올바른 교육과정 내용 적용 측면에서 학교별로 서로 다른 교과서 및 익힘책이 선택되었을 때 적절한 교수-학습과 평가의 범위가 결정될 수 있도록 하였다.

18) 고등학교 교육과정 해설 ⑤([20])의 p. 312에 설명된 일차변환의 성질은 다음과 같다.

- 좌표평면 위의 점  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 가 일차변환에 의하여  $P'(x'_1, y'_1), Q'(x'_2, y'_2)$ 로 옮겨질 때, 일차변환을 나타내는 행렬을  $A$ 라 하면 행렬의 곱셈에 대한 연산법칙(분배법칙)에 의하여  $P' + Q' = AP + AQ = A(P + Q)$ 가 되어 점  $(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ 는 점  $(x'_1 + x'_2, y'_1 + y'_2)$ 로 옮겨짐을 알게 한다. 또 임의의 실수  $k$ 에 대하여  $kP' = k(AP) = A(kP)$ 가 되어 점  $k(kx_1, ky_1)$ 은 점  $k(x_1, y_1)$ 으로 옮겨지게 됨을 알고 이를 활용하여 점 또는 도형을 옮길 수 있게 한다.

19) 대한수학회에서는 ‘층밀림변환’으로 정의하고 있다.([8])

첫 번째 연구문제에 대하여, 두 단원에 대한 선행연구는 개정교육과정의 범위를 넘어서는 주제들을 도입하는 방향을 요구 ([6], [7], [13], [14], [17], [18], [19])하면서도 한편으로는 교육과정 내용의 적정성과 연계성 고려를 제언 ([11], [15])하고 있는 것으로 나타났다. 그러나 교육과정의 변천과정을 살펴보면 개정교육과정에서 두 단원 모두 행렬과의 연계성을 강조하고 있기는 하지만, 소경희 ([9])가 지적한 것처럼 내용의 감축과 수준의 하향이 이루어진 것을 알 수 있다.

두 번째 연구문제에 대하여, 일부 집인정 교과서 및 익힘책에서 다루어지는 두 단원의 학습내용이 개정교육과정의 범위를 넘어서고 있으며, 출판사에 따라 학습내용이 다른 경우도 존재함을 확인하였다. 이러한 상황에서 어떤 종류의 교과서 및 익힘책을 채택하는가는 교사와 학생 모두에게 부담스런 문제가 될 수 있다. 이를테면 ‘해밀턴 회로’의 경우, 개정교육과정에는 내용이나 용어 및 기호에 포함되어 있지 않지만 일부 교과서나 익힘책에서는 다루고 있다. ‘해밀턴 회로’가 포함된 교과서나 익힘책을 선택한 학교에서는 그렇지 않은 학교의 교사와 학생에 비하여 교사에게는 수업의 부담이, 학생들에게는 학습과 평가의 부담이 생겨날 수 있다. 나아가 국가수준의 평가에서 ‘해밀턴 회로’와 관련된 문항이 출제된다면 교과서나 익힘책에서 이미 배운 학생들은 유리하겠지만 그렇지 않은 경우는 용어 자체가 생소하여 문제해결에 불리할 것이다. 일차변환 단원의 경우도 ‘도형의 변환을 통한 일차변환의 활용’ 관련 내용이 마찬가지로 있다. 따라서 국가수준의 평가는 모든 교과서가 공통으로 다루는 내용을 출제의 대상으로 해야 할 것인데, 해당 단원에 대한 평가문항 출제에 어려움이 따를 것으로 예상된다.

이상에서 개정교육과정의 두 단원은 이전보다 학습내용이 줄어들고, 그 수준은 더 쉬워지는 경향을 보이는 반면, 일부 교과서 및 익힘책에는 교육과정의 범위를 넘어서는 내용들이 있으며, 출판사에 따라 학습내용의 구성이 일치하지 않음을 확인하였다. 학교현장에서 개정교육과정의 의미를 창의적으로 해석하여 실행해야 하는 ([39]) 교사의 입장에서 연구문제의 해결에 대한 접근방법 및 후속연구를 다음과 같이 제언한다.

첫째, 두 단원에 대한 교과서별 교재연구 및 지도방법 연수가 활발히 이루어지고, 개정교육과정의 내용과 교과서 및 익힘책의 내용을 비교하여 적절한 수준의 교수-학습을 계획하는 교사(학습공동체)의 현장연구 지원과 그 결과의 일반화가 이루어져 교사의 수업 전문성을 신장시킬 수 있어야 한다. 전자는 두 단원에 대한 교사의 수학 교과지식과 교수학적 내용지식(PCK)의 발달에 도움이 되며, 후자는 교사가 교육과정의 내용을 적절히 선정하고 재조직하여 효과적인 수업의 실재를 구성-개발하는 교수설계 능력을 키울 수 있기 때문이다.

둘째, 학교현장 뿐만 아니라 국가수준에서도 두 단원에 대한 교수-학습과 평가 범위 설정의 기준은 개정교육과정이 되어야 한다. 이것은 단위학교의 차원을 넘어서 개정교육과정 기간 동안 출제되는 국가수준의 평가문항과 교육과정의 교수-학습 목표와의 일치정도를 확인하는 교육과정 정렬(Curriculum Alignment) 관련 연구로 발전시켜야 한다.

셋째, 고등학교 교육과정, 대학수학능력시험과는 별도로 대학별 수리논술 문항이나 구술 면접 문항에는 두 단원의 교육과정 내용보다 심화된 문항이 출제될 수도 있으므로 아이디어가 필요한 문제나 실생활 문제의 해결을 위한 그래프의 활용, 도형의 변환과 연계된 문제의 해결을 위한 일차변환의 활용 지도방안을 염두에 두어야 할 것이다.

넷째, 두 단원은 창의적체험활동과 관련하여 고등학교 2, 3학년 학생들을 대상으로 하는 수학동아리의 주제로도 어울리므로, 앞으로 두 단원을 주제로 하는 학생들의 탐구동아리 지도방안 관련 연구도 이루어질 필요가 있다.

**감사의 말** 보다 좋은 논문을 위해 성심어린 가르침과 충고를 해주신 심사위원들께 감사의 마음을 전합니다.

## 참고 문헌

1. 강옥기, “우리나라 수학교육의 발전 과제”, 수학교육학 논총 37(2010), 1-5.
2. 교육과학기술부, 고등학교 교육과정 해설 ⑤ 수학, 교육과학기술부, 2008.
3. 교육인적자원부, 수학과 교육과정, 교육인적자원부 고시 제2007-79호 <별책 8>, 교육인적자원부, 2007.
4. 교육인적자원부, 고등학교 교육과정 해설 수학, 교육인적자원부, 2000.
5. 교육인적자원부, 수학과 교육과정, 교육부 고시 제1997-15호 <별책 8>, 교육인적자원부, 1997.
6. 김민경, “컴퓨터 기반의 이산수학에 관한 연구-Leslie 행렬 모델을 중심으로-”, 수학교육 38(1999) No.2, 189-197.
7. 김화준, 한수영, “그래프 이론의 역사적 배경과 그 컴퓨터 표현”, 한국수학사학회지 18(2005) No.1, 103-110.
8. 대한수학회, 수학용어집-증보판, 청문각, 1994.
9. 소경희, 교육과정 개발-주요 쟁점 및 새로운 접근-, 교육과학사, 2005.
10. 신경희, “선형대수에서의 학생들의 오개념-일차변환을 중심으로-”, 수학교육 논문집 19(2005) No.2, 379-388.
11. 윤현진, 박선용, 김서령, 이영하, 수학과 교육내용 개선방안 연구-이산수학, 확률과 통계 영역을 중심으로-, 한국교육과정평가원, RRC 2009-3-3, 2009
12. 이준열, “이산수학 제7차 교육과정의 구현방안 연구”, 수학교육 41(2002) No.1, 17-37.
13. 이재학, “교사양성대학에서의 이산수학 교육과정”, 수학교육논문집 15(2003a), 43-52.
14. 이재학, “중등교사 양성을 위한 이산수학 강좌에 대한 연구”, 수학교육 42(2003b) No.4, 579-588.
15. 최승현, 고정화, 도종훈, 박선화, 신성균, 이광우, 최인봉, 고등학교 수학과 선택중심 교육과정 개선 방안 연구 RRC 2006-6, 한국교육과정평가원, 2006
16. 최영한, “선형 대수의 가르침에 고려해야 할 사항에 관한 연구”, 수학교육 논문집 18(2004) No.2, 93-108.
17. 한길준, “학교에서의 이산수학과 그 역할에 관한 연구”, 한국수학사학회지 16(2003) No.1, 45-62.
18. 허은숙, 고등학교에서의 선형대수 개념 지도에 관한 연구-수학적 연결을 중심으로-, 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 2005.



19. 홍갑주, “일차변환 관점에서의 도형의 성질 이해 및 학교수학에의 시사점”, *수학교육* 47(2008) No.4, 437-445.
20. 김해경 외 8인(2009) 외 검인정 교과서 14종, 수학 I 교과서
21. 김해경 외 8인(2009) 외 검인정 익힘책 14종, 수학 I 익힘책
22. 정상권 외 8인(2009) 외 검인정 교과서 2종, 수학의 활용 교과서
23. 정상권 외 8인(2009) 외 검인정 익힘책 2종, 수학의 활용 익힘책
24. 김해경 외 23인(2009) 외 검인정 교과서 9종, 기하와 벡터 교과서
25. 김해경 외 23인(2009) 외 검인정 익힘책 9종, 기하와 벡터 익힘책
26. A. Coxford, The Case for Connection, House, P.(Ed.), *Connecting Mathematics across the Curriculum*, 3-12, NCTM, 1995
27. A. Dossey, Discrete Mathematics: The Math for Our Time, Kenny, Margaret J. & Christian R. H.(Eds.), *Discrete Mathematics across the Curriculum K-12*, 1-9, NCTM, 1991 Yearbook
28. B. Cozzens, Discrete Mathematics: A Vehicle for Problem Solving and Excitement, Rosenstein, Joseph G., Deborah S. Franzblau and Fred S. Robers(Eds.), *Discrete Mathematics in the Schools*, Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science(DIMACS), 1997
29. B. Hoyer, A Discrete Mathematics Experience with General Mathematics Students, Rosenstein, Joseph G., Deborah S. Franzblau and Fred S. Robers(Eds.), *Discrete Mathematics in the Schools*, Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science(DIMACS), 1997
30. B. Maurer, What is Discrete Mathematics? The Many Answers, Rosenstein, Joseph G., Deborah S. Franzblau and Fred S. Robers(Eds.), *Discrete Mathematics in the Schools*, Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science (DIMACS), 1997
31. E. Perham & H. Perham, A computer-based discrete mathematics course, In Kennedy, M. J., & Hirsch, C. R. (Eds.), *Discrete Mathematics across the Curriculum K-12*, 117-127, NCTM, 1991 Yearbook
32. G. Brousseau, *Theory of Didactical Situations in Mathematics*, Kluwer Academic Publishers, 1997
33. G. Rosenstein, Discrete in the Schools: An Opportunity to vitalize School Mathematics, Rosenstein, Joseph G., Deborah S. Franzblau and Fred S. Robers(Eds.), *Discrete Mathematics in the Schools*, Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science(DIMACS), 1997
34. K. Proulx, The Role of Computer Science and Discrete Mathematics in the High School Curriculum, Rosenstein, Joseph G., Deborah S. Franzblau and Fred S. Robers(Eds.), *Discrete Mathematics in the Schools*, Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science(DIMACS), 1997
35. L. Crowley, Transformations: Making Connections in High School Mathematics, In House, P. (Ed.), *Connecting Mathematics across the Curriculum*, 79-91, NCTM, 1995
36. NCTM, *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, NCTM, 1989
37. NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM, 2000
38. S. Roberts, The Role of Applications in Teaching Discrete Mathematics, Rosenstein, Joseph G., Deborah S. Franzblau and Fred S. Robers(Eds.), *Discrete Mathematics in the Schools*,

- Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science(DIMACS), 1997
39. T. Aoki, Inspiring the Curriculum, In Pinar, W. F. and Irwin, R. L.(Eds), *Curriculum in a New Key: The Collected Works of Ted T. Aoki*.(pp.357-365), Lawrence Erlbaum Associates, 2005(1987)
  40. The Linear Algebra Curriculum Study Group, Recommendations for a first course in linear algebra, *The College Mathematics Journal* 24(1993), 41-44
  41. W. Hart, Discrete Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum: Rationale and Examples from Core-Plus Mathematics Project, Rosenstein, Joseph G., Deborah S. Franzblau and Fred S. Robers(Eds.), *Discrete Mathematics in the Schools*, Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science (DIMACS), 1997

황석근 경북대학교 수학교육과  
Department of Mathematics Edu. Kyungpook Nat. University  
E-mail: sghwang@knu.ac.kr

윤정호 매천고등학교  
Maecheon High School  
E-mail: iwcth@hanmail.net