대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 20 권 제 3 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 20, No. 3, 203-219. Aug 2010

Simpson의 패러독스를 활용한 영재교육에서 창의성 발현 사례 분석[1)]

이 정 연[*] · 이 경 화[**]

본 연구는 창의성 신장을 위한 영재교육을 시도할 때 고려해야 하는 수업 전략을 확인하고, 이를 확률 과제에 적용하고 그 결과를 확인하는 데 목표를 둔다. 창의성 신장을 위한 수업 전략으로는 인지갈등 유발, 다양한 표현 방법 권장, 사회적 상호작용이라는 세 요소를 선택하였다. 이 전략을 Simpson의 패러독스 과제에 기초한 수업에 적용하고 그 결과를 분석하였다. Simpson의 패러독스는 이미 널리 알려져 있지만, 창의성 신장을 위한 영재교육에 적합한 형태가 아니었으므로 의도에 맞게 재구성하였다. 이를 이용하여 중학교 3학년 수학영재 8명을 대상으로 수업을 실시한 후, 창의성의 요소를 중심으로 사고 과정을 분석하였다. 분석 결과 사고 과정의 유창성, 독창성, 유연성, 정교성, 반성적 사고와 생산적 논쟁이 나타났고, 표현들 사이의 번역과 기본 가정의 탐구라는 고등 수학적 사고 과정이 나타났다.

Ⅰ. 서 론

수학 영재학생들을 선별하여 그들의 능력과 요구에 적합한 학습을 할 수 있는 여건을 만들어 주는 것은 수학교육에서 중요한 관심사이다. Joyce는 창의성을 영재성의 주요한 한 부분으로 간주하면서 창의성을 우아한 것을 산출하는 능력, 조직하는 능력, 발산적으로 사고하는 능력, 새로운 것을 생성하거나 산출하는 능력을 의미한다고 하였다(송상헌, 2006). 수학학습에서 문제해결이 큰 부분을 차지하고 있으므로 확산적이고 창의적인 사고를 유도하는 도전적인 문제 개발이 중요하다. 개방적 활동(Hertzog, 1998), 대안적인 전략, 해석이나 해결방법이 열려있는 과제(Lowen, 1995)는 창의적 사고를 촉진할 수 있다. 따라서 다양한 해석과 표현을 요하는 문제는 확산적이고 창의적 사고를 개발하는데 잠재력을 가진다고 볼 수 있다.

한편, 수학에 대해서 의사소통하고 수학적 개념에 대해 토론하고 생각을 공유하며 추론을 정당화하는 활동은 학생들의 수학적 능력을 향상시켜줄 뿐 아니라 학습에 대한 반성에도 도움이 된다(NCTM, 2000). Sriraman(2008)은 자신이 면담했던 모든 수학자들이 사회적 상호작용의 역할이 창조적인 연구를 자극하는데 중요한 측면이라고 생각한다는 사실을 주요 연구결과의 하나로 제시하였다. Lee(2005)도 학생들이 동료들에게 설명하면서 자신의 아이디어를 반성하고 정련하기 때문에 소집단 상호작용이 학습에서 매우 중요하다고 지적하였다.

수학영재의 수학적 사고에 관한 연구는 대수

* 개포중학교, khskme@hanmail.net
** 서울대학교 수학교육과, khmath@snu.ac.kr
1) 이 논문은 2010년도 서울대학교 과학영재교육센터의 지원으로 이루어졌음.

과제를 이용한 연구(Freiman, 2008; Housman & Porter, 2003), 기하과제를 이용한 연구(Lee, 2005; Sriraman, 2004), 대수와 기하과제를 모두 이용한 연구(Hekimoglu, 2004), 확률과제를 이용한 연구(Kieren & Pirie, 1991; Sriraman, 2003)로 나눌 수 있다. 확률과제를 이용한 연구로는 경우의 수를 다루는 조합과제를 이용한 연구(Kieren & Pirie, 1991; Sriraman, 2003), 영재아의 확률 문제해결 방법에 관한 연구(나귀수, 2007), 영재아의 확률판단에 관한 연구(최병훈, 2007)가 이루어져 왔다. 그러나 창의성 신장을 목표로 하는 구체적인 수업전략을 도출하고, 이제 적합한 확률과제를 설계하여 적용한 연구는 부족하다.

Krutetskii(1976)는 영재아들의 수학적 능력을 분석적, 기하적, 조화적 유형으로 특징지었다. 분석형은 수학적으로 추상적인 기질을 갖고 기하형은 도식적인 기질을 갖는 반면, 조화형은 두 유형이 절충된 유형이다. 확률과제는 논리적 언어적 용어뿐만 아니라 공간적인 개념을 다루고 있으므로 세 유형의 수학영재아들에게 모두 유용하다고 볼 수 있다. 따라서 영재학생들의 창의성을 신장시키고 수학적 개념을 정련시키는 도구로서 확률과제의 잠재성을 검토할 필요가 있다.

영재학생들이 이른 시기부터 수학에 흥미를 잃고 잠재성을 제대로 이용하지 못하고 있다는 지적이 많다(Freiman, 2008). 전통적 수학교육에서 탈피해서 영재학생들을 위한 새로운 수업전략을 개발하고 적용하려는 시도들이 나타나고 있지만, 보다 다양한 수학 내용영역을 다룬 연구가 필요하다. 본 논문에서는 창의성 신장을 위한 수업 전략을 도출하고, 확률을 소재로 하여 과제를 설계하고 적용하였다. 이를 바탕으로 수학영재 학생들을 위한 확률 교육을 모색하는데 시사점을 얻고자한다.

II. 이론적 배경

1. 창의성

창의성에 관한 정의는 매우 다양하며 연구자에 따라 다르게 나타난다(Sriraman, 2005). 수학 영재교육 분야에서 창의성에 관한 연구는 주로 창의성의 개념과 정의에 대한 연구(Ervynck, 1991; Shriki, 2010; Sriraman, 2005), 영재를 판별하기 위하여 창의성의 요소들을 평가 준거로 활용한 연구(Balka, 1974; Evans, 1964), 창의적인 문제해결 과정과 활동에 주목한 연구(Hadamard, 1945; Polya, 1957)로 이루어져왔다.

Sriraman(2005)은 K-12학년에서의 창의성과 전문적인 수준의 수학적 창의성을 구분하였다. 그에 따르면, K-12학년에서의 수학적 창의성은 주어진 문제 또는 유사한 문제에 대한 기발하고 통찰력 있는 해결에 이르게 하는 절차, 새로운 질문을 제기하거나 이미 알고 있는 문제를 상상력을 요하는 새로운 시각으로 보는 것으로 정의될 수 있다. Shriki(2010)는 창의성의 정의를 창의적 과정에 관한 것과 최종 산물에 관한 것으로 구분하였다. 최종 산물의 관점에서 창의성은 의외의, 독창적인, 쓸모 있는 산출물을 만들어내는 능력인 반면, 과정의 관점에서 창의성은 유창성, 독창성, 유연성을 포함하는 개념적 사고 능력뿐 아니라 비알고리즘적 의사결정 능력, 접근 방법과 같은 인지적 능력이다.

Krutetskii(1976)는 '자기 제한 극복'이나 '해법을 찾는 판에 박힌 방법을 벗어나는 것'처럼 사고의 유연성을 강조하고 있다. 다양한 답을 낼 수 있는 확산적 산출물을 통하여 그 속에서 아이디어의 유창성과 사고과정의 유연성, 수학적 아이디어나 풀이방법의 독창성, 고안해 낸 독특한 아이디어를 세련시키고 의사소통을 위

해 다듬는 정교성을 통해 수학적 창의성을 측정하려는 시도가 있어왔다. 이러한 선행연구들을 토대로 본 연구에서는 수학적 창의성의 유창성, 유연성, 독창성, 정교성에 초점을 둔다.

Hertzog(1998)은 개방적 활동이 초등 영재학생들의 능력을 극대화시키고 교육과정의 차별화를 제공함을 보여주었다. 개방적 활동은 한 가지 정답보다는 다양한 반응을 가진 활동을 의미하며 반응의 다양성뿐 아니라 과정의 다양성도 포함한다. Lowen(1995)은 풀이 전략과 답이 하나인 전통적인 문제와 대조적으로 풀이 전략이 다양하거나 답의 수가 다양한 문제를 창의적인 사고를 자극하는 문제로 제시하였다. 본 연구는 풀이 전략의 측면 중에서 수학적 표현에 주목한다. 표현은 개념의 다양한 측면을 강조하기 때문에 다양한 표현을 사용하는 활동은 보다 완전한 개념 이해를 가능하게 하며, 적절한 표현을 사용해서 폭넓은 문제들을 해결하는데 필수적인 유연성을 향상시켜 준다.

2. 창의성 신장을 위한 수업 전략

신현용(2000)은 수학영재의 창의성 신장을 위한 학습 과제의 요소로 동기를 부여할 수 있는 과제, 다양한 전략이나 해결 방법을 가지는 과제, 자기 주도적 학습을 할 수 있는 과제, 단계적인 과제, 다양한 교구를 사용하는 과제, 협동과 경쟁학습이 이루어질 수 있는 과제를 제안하였다. 함남우(2004)는 창의성을 증진시키는 방안으로 다양한 세계를 넓게 경험시키기, 한 분야에 대한 집중적인 경험 쌓기, 동기부여하기, 다양하게 생각할 기회 주기, 비판적 사고 기르기의 5가지 요소를 제시하였다. 창의적 산출물을 만들어 내는데 지식과 사고기능은 해법의 양과 질에 영향을 주고 동기부여는 문제를 해결하는 전 과정을 이끄는 역할을 한다.

Urban(1995)의 창의성 요소 모델에 비추어 보면 창의성의 발현에 중요한 요소는 지식, 사고기능, 동기나 정의적 요소로 분류할 수 있다(이종희, 2007). 또한 Balka(1974)의 창의성의 준거를 바탕으로 하면, 패턴을 인지하고 결정하기, 정신적 태세 깨뜨리기, 가능한 결론을 다각도로 생각하기, 질문하기, 구체적인 하위 문제로 분할하기 등을 창의성 전략으로 생각할 수 있다(김부윤, 2009).

선행연구를 종합할 때, 수학 영재학생의 창의성 신장에 영향을 미치는 주된 요인은 동기부여와 같은 정의적 요소, 창의성을 자극하는 개방형 과제의 사용, 자유롭게 의사소통할 수 있는 교실 문화로 요약할 수 있다. 따라서 이 연구에서는 창의성 신장을 위한 수업 전략으로 다음 세 가지를 도출하였다.

첫째, 영재학생에게 흥미, 관심, 의욕을 불러일으킬 수 있는 과제의 요소로 인지갈등 유발을 고려하였다. 인지갈등을 유발할 수 있는 과제는 학생들에게 호기심과 자발성을 가지면서 과제에 대한 강한 집착성을 갖게 하는데 효과적이다. Piaget의 이론에 의하면, 환경에 적응하는 과정에서 끊임없이 일어나는 인지적 균형의 파괴와 새로운 균형화가 반복되는 쉠의 재구성 과정이 인지발달이다. 따라서 인지적 불균형은 반영적 추상화를 강조한 재구성의 원천이 되며, 갈등을 일으키는 학습상황은 수학 학습의 원동력이 된다. 학습상황에는 주체가 가지고 있는 쉠과 당면한 사태의 사이에 불일치가 포함되어 있어야 한다(우정호, 2001). 수학교육에서 다양한 유형의 인지갈등이 이해를 돕는다는 주장이 있어왔다(Steffe, 1990). 인지갈등은 인식론적 호기심을 유발하고 갈등을 해소하려는 강한 동기를 갖게 한다.

인지갈등은 패러독스와 관련이 있다. 패러독스는 직관적 추론과 형식적인 수학적 추론 사

이의 인지적 갈등을 나타내므로, 객관적 측면은 적절한 듯하지만 직관적으로 수용하기 어렵거나, 객관적 측면은 부적절하지만 직관적인 수용은 수월한 경우가 많다(우정호, 2001). 패러독스에 대한 논의는 인지갈등을 일으켜 개념적 반성을 촉진하고 학습동기를 유발하여 수업에 활기를 불어넣어 줄 수 있으므로 적절히 사용된다면 학생들의 수학적 사고 발달에 도움이 될 수 있다(Movshovitz-Hadar & Hadass, 1990).

둘째, 창의성을 자극하는 개방형 과제로 다양한 수학적 표현을 요구하는 과제를 포함하였다. 수학적 표현은 수학 내용을 표현하는 다양한 기호나 다이어그램, 구체적인 그림, 그래프, 식, 표 등의 물리적 대상뿐만 아니라 수학을 행하는 주체의 정신적 실체인 이미지, 관념 등을 의미한다. 한 개념에 대한 다양한 표현을 구성하고 전환하는 능력은 성공적인 학습에 있어서 매우 중요하다. Wilson(1994)은 다양한 표현 사이의 번역 활동이 개념적 이해와 깊이 관련되어 있음을 확인한 바 있다. 또한 학생들로 하여금 구조적으로 동형인 문제를 생각해 보도록 격려하는 것은 수학적 창의성을 길러줄 수 있다(Sriraman, 2004).

셋째, 학생들이 자유롭게 자신의 생각을 발표하고 반박하고 정당화하는 사회적 상호작용이 중요하다. Csikszentmihalyi(1999)는 창의성이 한 개인의 산물로서 고립된 채로 가치를 부여할 수 없으며 타인과의 상호작용을 통해 구조화되는 것으로 정의하였다. 수학영재의 창의성은 산출물을 만들어내는 것뿐만 아니라 그것을 정당화하고 타인에게 전달할 수 있는 표현방법을 매개로 하여 상호작용할 수 있는 능력을 포함한다는 것이다. Freiman(2008)은 영재학생을 위한 학습 환경의 조건 중의 하나로 학생 간의 상호작용을 고려하였다. 그가 제안한 도전적인 학습 환경은 영재 학생들이 자신의 아이디어를 다른 학생과 공유하고 다른 학생들로부터 학습하면서 자기 스스로와 경쟁해야 하기 때문에 우호적인 학습 환경이며 수학적 재능을 개발할 수 있는 많은 기회를 제공한다. 교사는 수학영재 학생들이 아이디어를 서로 공유할 수 있도록 격려해야 한다(Sriraman, 2005). 선행연구들은 학생들의 창의적 활동을 분석한 결과, 문제해결 방법의 획기적인 발견은 사회적 격려나 협력에 의존하고 집단에서 동료와의 상호작용이 중요한 역할을 한다고 강조하고 있다. 창의성을 위한 과제개발 뿐 아니라 '창의적인 분위기'를 어떻게 만들 것인가에 대한 고민이 필요한 것이다(박만구, 2009).

이 연구에서는 인지갈등 유발, 다양한 표현방법 권장, 사회적 상호작용이라는 세 가지 수업 전략을 고려하여 확률내용을 소재로 한 과제를 어떻게 설계할 수 있는지, 영재학생들에게 이를 적용한 결과가 창의성의 요소에 비추어 어떠한지를 파악하고자 한다.

III. 연구 방법

1. 과제개발

수학 영재학생들의 창의성을 신장시키는 수업 전략을 고려한 확률 과제의 개발과 적용을 연구의 목적으로 하였으므로, 연구 방법은 일반적인 설계 연구의 방법을 활용하였다. 연구 절차는 수업 설계, 교수 실험, 회고 분석이라는 세 단계로 이루어졌다. 본 연구에서는 Simpson의 패러독스 과제를 앞에서 제시한 세 가지 수업 전략을 토대로 재구성하여 사용하였다.

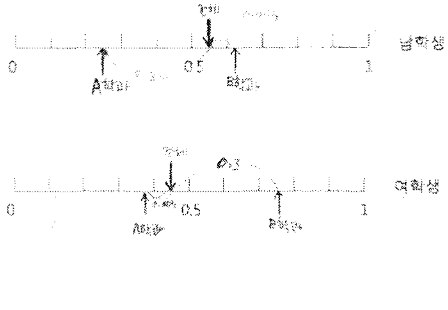
Meissner(2000)는 흥미있고 스릴있는 도전 문제의 필요성을 언급하였다. 그에 따르면 도전 문제는 학생들의 일상적 경험과 연결되어야 하

며, 학생들은 문제와 답을 스스로 찾고 증명할 수 있어야 한다. Simpson의 패러독스는 인지갈등을 유발하며 패러독스를 해결하려는 의지는 인지구조의 변화를 자극하는 강력한 동기가 된다. 뿐만 아니라 Simpson 현상은 인위적으로 고안한 현상이 아니라 현실에서 경험할 수 있는 현상이다. 남녀 대학 입학 비율, 도시와 농촌의 출산율, 노인층과 청년층의 사망률 등을 포함한 수많은 일반적인 현상에서 실제로 나타난다. 또한 분수 계산으로 단순하지만 고등학교 수학에서 사용되는 도구들을 가지고 모델링하고 다양한 표현을 만들어낼 수 있을 정도로 충분히 복잡하다. 따라서 다양한 모델의 장단점을 탐구할 수 있는 기회를 제공한다. 학생들이 다양한 표현을 탐색하면서 창의성을 발달시킬 수 있도록 하기 위해 다음과 같은 수학적 표현 도구 두 가지를 제공하였다.[2)]

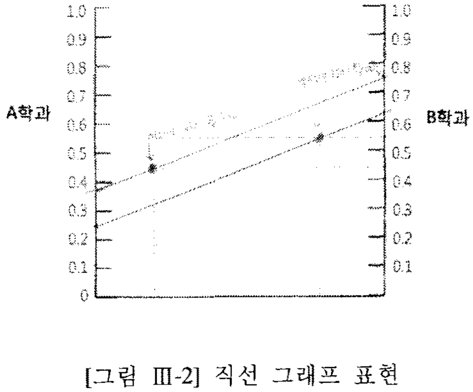
[그림 Ⅲ-1]의 수직선 표현은 가중평균이 평균의 대상이 되는 값들뿐만 아니라 가중치에도 달려있다는 것을 이해하는데 도움이 된다. 남학생에 대한 수직선 위에 A, B학과의 남학생 합격률을 각각 표시하면, 남학생의 전체합격률은 A, B학과의 남학생 합격률을 (B학과의 지원자 수) : (A학과의 지원자 수)로 내분하는 점이 된다. 즉, 전체합격률은 각 학과의 지원율을 가중치로 갖는 가중평균이다. 이 표현은 균형점으로서의 평균의 개념과도 관련이 있으며 두 개 이상의 물체로도 확장이 가능하다.

[그림 Ⅲ-2]의 직선 그래프 표현은 윗변과 아랫변에 평행하고 한 끝점이 사다리꼴의 옆 변에 놓인 직선의 길이가 윗변과 아랫변 길이의 가중평균이라는 점을 기반으로 표현한 것이다 (Lesser, 2001). 윗변과 아랫변을 각각 두 학과의 남녀별 합격률로 해서 남녀 두 집단에 대한 사다리꼴을 그릴 수 있다. 두 사다리꼴은 한 변을 공유하고 있는데, 이 공통변에서 가중치를 고려할 수 있다. [그림 Ⅲ-2]에서 각 학과의 지원율이 다르기 때문에 남자의 전체 합격률이 여자의 전체 합격률보다 높음을 알 수 있다. 또한 이와 반대의 현상, 즉 여자의 전체 합격률이 남자보다 더 높아지는 현상이 나타나는지 또는 나타날 수 없는지를 쉽게 알 수 있다.

사회적 상호작용을 촉진하기 위해 의사소통의 요소를 과제에 포함하였으며, 연구자는



[그림 Ⅲ-1] 수직선 표현



[그림 Ⅲ-2] 직선 그래프 표현

2) [그림 Ⅲ-1], [그림 Ⅲ-2]는 학생(S8)이 과제의 3, 4번 문항에 주어진 표현 도구를 사용하여 가중평균을 나타낸 그림이다.

학생들이 동료 또는 교사와의 활발한 의사소통 과정을 통하여 자신의 지식을 확장하고 구조화할 수 있는 구성주의적 수업을 진행하였다. '다른 방법은 없을까? 만일 ~라면/아니라면 어떻게 될까?'와 같이 창의성을 자극할 수 있는 발문을 사용하였고, 어떤 의견이든 자유롭게

1. 어떤 단과대학에는 A, B 두 개의 학과가 있다. 합격률을 조사하였더니 두 학과에서 모두 남학생의 합격률이 여학생의 합격률 보다 높았다. 이 단과대학에 지원한 남학생의 합격률은 여학생의 합격률보다 높다고 볼 수 있는가? 그렇게 판단한 이유를 설명해 보아라.

2. 다음은 어느 대학에서 A, B 두 학과의 입학시험 결과를 조사한 표이다. (이 대학에는 두 학과만 있다고 하자.)

학과	성별	합격자수	지원자수
A학과	남학생	5	20
	여학생	30	80
B학과	남학생	50	80
	여학생	15	20

(1) A학과의 남녀 합격률, B학과의 남녀 합격률, 대학 전체의 남녀 합격률을 비교하여 보아라.

(2) 이 대학의 남학생의 합격률과 여학생의 합격률을 위의 표에 주어진 값들을 이용하여 구하는 방법이 있는가? 가능한 다양한 방법으로 구하여 보아라.

3. [수직선 표현] (1) 남학생의 A학과 합격률, 남학생의 B학과 합격률, 남학생의 전체 합격률을 각각 수직선에 점으로 나타내어 보자.

(2) 여학생의 A학과 합격률, 여학생의 B학과 합격률, 여학생의 전체 합격률을 각각 수직선에 점으로 나타내어 보자.

(3) 수직선에서 세 점 사이의 관계를 설명해 보아라.

4. [직선 그래프 표현] (1) 남학생의 A학과, B학과의 합격률을 그래프의 세로축에 표시하고 두 점을 직선으로 연결하여 보자. 남학생의 전체 합격률은 직선의 어느 위치에 나타낼 수 있는가?

(2) 이 그래프에 여학생의 경우도 마찬가지로 직선으로 나타내고, 여학생의 전체 합격률을 직선 위에 나타내어 보자.

(3) 이 그래프를 이용해서 알아낼 수 있는 수학적 사실을 모두 적어 보아라.

5. 이 상황을 다른 표현 방법을 이용하여 설명해 보아라.

6. A, B 두 학과에서 여학생의 합격률이 남학생의 합격률보다 높지만 두 학과를 합한 전체 합격률을 비교하면 남학생이 여학생보다 높다. 또, 남학생과 여학생 각각에 대해서 B학과의 합격률이 A학과의 합격률보다 더 높지만, 남학생과 여학생을 합한 전체 합격률에서는 A학과가 B학과보다 높다. 이 상황을 만족하는 경우가 가능한가? 가능하다면 어떠한 경우에 그러한지, 가능하지 않다면 이유가 무엇인지 설명해 보아라.

[그림 Ⅲ-3] 교수 실험에 사용한 과제

발표하고 반박할 수 있는 교실 문화가 조성되도록 하였다.

2. 연구 대상 및 절차

본 연구의 대상은 중학교 3학년 학생 8명이다.[3] 이 학생들은 서울에 거주하면서 영재교육진흥법에 따라 교육과학기술부의 지원으로 운영되는 대학부설 영재교육원에 선발되어 3년 동안 영재교육을 받아온 학생들이다. 이 영재교육원에서는 1학년 학생을 선발한 후, 학년 진급에 따라 추가 선발시험을 거치기 때문에 3년 연속으로 선발된 것은 이들의 수학적 능력이 객관적으로 우수하다고 볼 수 있으며, 이들은 실험당시 영재학교로의 진학이 확정된 상태였다. 이들은 높은 지적 능력을 갖고 수학적으로 탁월한 성취를 보일 잠재적 가능성을 가진 것으로 확인된 학생들이다. 또한 3년 동안 함께 영재교육을 받으면서 서로 친해졌기 때문에 자신의 의견을 발표하고 토론하는데 거부감이 적었다. 이들은 대수와 기하 영역의 경우 선행학습의 양과 문제해결 경험이 많았지만 확률 통계 영역은 학습 경험이 적었다. 특히, 본 연구에 사용한 과제는 접해본 경험이 없는 것으로 나타났다. 2009년 12월 말 4일 동안 하루에 4시간씩 수업을 진행하였고, 확률과 통계 영역의 서로 다른 4가지 주제로 4일 동안 진행하였다. 본 연구는 셋째 날 수업을 대상으로 하였다.[4]

3. 자료 수집 및 분석

본 연구의 자료 수집 및 자료 분석은 2009년 12월~2010년 2월에 이루어졌다. 활동지를 작성할 때 자신의 생각을 최대한 자세히 적도록 하였으며 이전의 기록 내용을 지우지 말고 쓰도록 하였다. 연구자는 영재 학생들의 문제 해결에 전혀 간여하지 않았고 힌트도 제공하지 않았다. 자료 수집 및 분석의 신뢰성을 확보하기 위하여 모든 수업을 비디오와 오디오로 기록하였다. 녹화 및 녹음 기록, 학생 활동지, 관찰일지, 수업의 마지막 날 학생들이 작성한 평가 기록을 수집하였다. 비디오 자료를 보고 전사 자료를 읽고, 이를 근거로 학생들의 학습에 대하여 가설을 세우고, 학생들의 활동, 관찰일지, 수집된 자료들을 이용하는 삼각검증법을 실시하였다. 이후에는 가설의 생성과정과 검증과정을 반복하였다. 이 장에서 제시한 전사 자료는 연구자들이 함께 관찰하고 논의한 것이다.

IV. 결과 및 논의

1. 유창성과 독창성

2번 문항에서 Simpson의 패러독스를 설명하는 가능한 다양한 방법을 찾도록 했음에도 불구하고 모든 학생들이 도수를 사용한 식이나 합격률을 사용한 식을 제시하였고, 식 이외의 다른 방법을 사용해서 패러독스를 설명하지 못했다. 그러나 3번, 4번 문항에서 표현 도구를 접한 후에는 새로운 표현을 개발하여 사용할 수 있었다. 이들은 주어진 두 가지 표현 이외에 [그림 IV-1]과 같이 새롭고 독창적인 표현을 개발하여 사용하였다.

일부 학생들은 문제의 수학적 구조를 갖춘 모델을 설정하고, n개의 학과의 전체 합격률을 구하는 상황과 n개 물체의 질량중심을 구하는 상황의 대응을 고려하였다. 전체 합격률에 대

3) 이 학생들을 S1~S8로 부르기로 한다.
4) 1, 2일째 수업은 평균 개념과 확률 개념의 모호성을 주제로 하였고, 3, 4일째 수업은 확률 패러독스를 주제로 하였다.

해서 '가중치를 둔 평균'(S5), '내분하는 점'(S6, S7), '무게중심'(S5), '질량중심'(S1)이라는 은유를 사용하였다. 수학의 다른 영역이나 물리학에서 사용했던 표현을 전체 합격률을 지시하는데 사용하였고, 질량중심, 무게중심, 내분점을 구하는 과정을 전체 합격률을 구하는 과정에 적용하였다. 더 친숙한 개념을 사용하여 덜 친숙한 개념을 이해하는데 사용한 것이다.

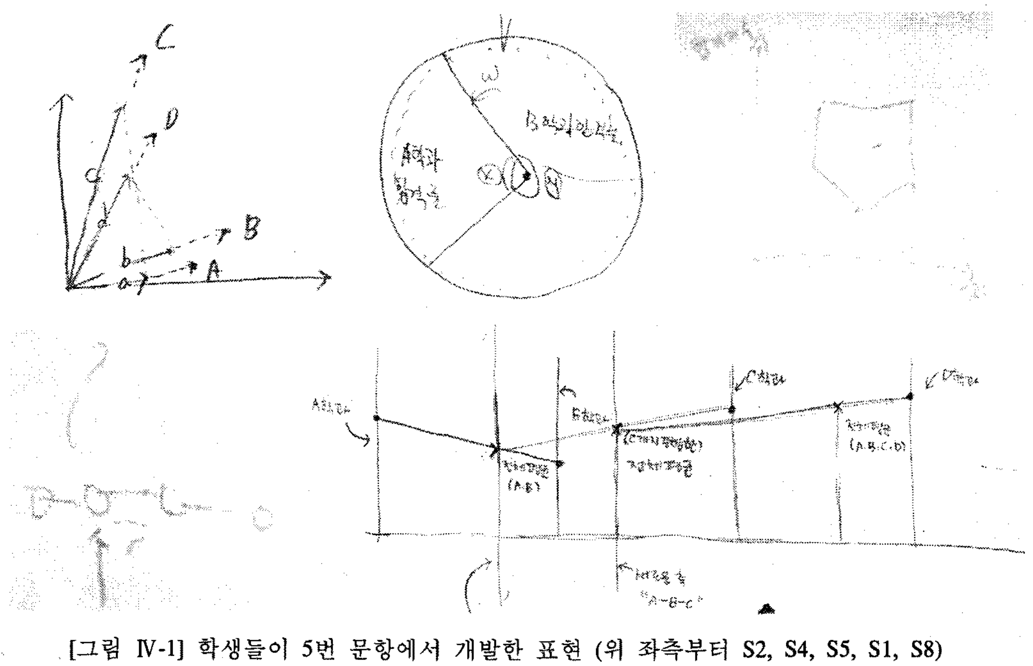
이러한 유추적 사고는 그래프를 해석하고 의사소통하는 과정에서 지속적으로 나타났다. 새로운 표현을 개발할 때에도 유추적 사고를 사용하였다. 각 집단(학과별, 성별)의 지원자 수와 합격자 수라는 두 가지 요소를 벡터로 표현한 것은 전체 합격률을 구하는 절차와 두 벡터의 덧셈 연산 절차의 유사성을 인식한 것이다. 동일한 문제에 대해 다양한 표현을 추구하는 것은 독특하고 새로운 아이디어를 산출하게 하고 상황에 대해 가능한 많은 아이디어를 생각하게 했다. 다양한 표현이라는 요소가 확산적 사고에 영향을 주었음을 알 수 있다.

질량중심, 무게중심, 내분점, 가중치를 둔 평균	⟷	전체 합격률

두 벡터의 덧셈 연산	⟷	전체 합격률을 구하는 절차
$\vec{x}=(a,b)$, $\vec{y}=(c,d)$ 일 때 $\vec{x}+\vec{y}=(a+c,\ b+d)$	⟷	$\frac{b}{a}$, $\frac{d}{c}$ 일 때 $\frac{b+d}{a+c}$
벡터의 크기와 방향	⟷	지원자 수와 합격률

2. 유연성

Krutetskii(1976)는 수학영재 학생이 순차적인 사고에서 가역적인 사고로의 전환 능력을 가지고 있으며 일반 학생들보다 더 쉽게 전환함을



[그림 Ⅳ-1] 학생들이 5번 문항에서 개발한 표현 (위 좌측부터 S2, S4, S5, S1, S8)

확인하였다. 가역적인 사고 과정은 사고의 유연성의 한 측면으로 수학영재 학생들의 특성이며, 이는 수학자들이 문제를 해결할 때 사용하는 접근법과도 관련이 있다. 수학에서 한 표현에서 다른 표현으로의 이행은 이와 같은 가역성이 포함된 맥락이다. 연구에 참여한 학생들은 그래프 표현보다 대수적 표현을 선호했지만 수직선과 직선 그래프를 다루고 새로운 표현을 개발한 후에는 여러 가지 표현들을 서로 연결하려는 경향을 나타냈다. 이들은 서로 다른 표현 사이에 정보를 잘 전이하고, 전이된 정보를 문제 해결에 사용할 수 있었다.

S1 : 수직선으로 하면 쉽게 알 수 있을 것 같아요. [칠판에 수직선을 그리며] 남 A, B, 여 A, B. 남자에 비해서 여자가 높았으니까 오른쪽에 있고, B에서도 여자가 높으니까 오른쪽에 있다고 볼 수 있잖아요. 그런데 전체 합격률은 낮다는 거잖아요. 그러니까, 내분할 때 꼭 남자가 뒤에 있어야 한다는 보장이 없잖아요.

S4 : (아까) 그 식이 결국 저거였어요!

S5 : [칠판에 좌표축을 그리며] 직각좌표계를 잡는데 x축을 지원자 수로, y축을 합격자 수가 되도록 좌표계를 잡아서 학과를 5개 정도 이렇게 잡으면 각 학과에 해당하는 점을 이렇게 찍을 수 있어요. 이렇게 오각형을 그릴 수 있는데 이 오각형의 무게중심이 이 안에 어디엔가 있어요. 이 점[무게중심]이랑 원점을 잇는 직선의 기울기를 보면, 이게 전체 합격률이 이 직선의 기울기가 돼요.

학생 S1은 질량중심 표현과 대수적 표현을, 학생 S4는 S1이 설명한 수직선 표현과 대수적 표현을, 학생 S5는 2차원의 볼록다각형 표현과 대수적 표현을 연결하였다. 모든 학생들이 수직선과 직선 그래프 표현의 정보를 전이하여 문제해결에 활용하였다. 학생들은 Double Simpson의 패러독스(6번 문항)와 같이 복잡하고 새로운 상황의 문제 해결에서도 적어도 두 가지 이상의 표현을 사용하여 문제를 해결하였다. 6번 문항을 대수적인 표현만 사용해서 해결한 학생은 없었으며 수직선(S4, S3, S1), 직선그래프(S2, S8), 벡터그래프(S7, S6, S5)를 참조하여 대수적 표현을 구성하고 지속적으로 한 표현의 정보를 다른 표현의 정보로 전이하려는 경향을 보였다.

학생들은 찾을 수 있는 정보나 변형할 수 있는 조건을 사용해서 상황을 변형하여 새로운 문제를 제기하고 해결하는 모습을 나타냈다. 모든 학생이 학과의 개수를 다양화하였고, 지원자의 구분 방법을 다양화(S3)하거나 새로운 정보를 추가(S1)하여 상황을 변형하였다.

S3 : T라는 변수를 학생 구분이라고 해요. 여기서는 남녀인데 학생 구분을 더 추가해요. (중략) 그럼 여기서 좋은 게, T를 무한히 잡아줄 수 있잖아요. 여기서 학과도 무한히 늘릴 수 있어요. x(학과)도요. 근데 이 모델이요, 처음에 했던 내분점, 그리고 다음에 S1이 발표할 무게중심이랑 비슷한 것 같은데, 저는 이렇게 했어요.

S1 : 질량중심으로 하면요, 합격자 수와 데이터 말고요 신입생 수나 이런 데이터가 추가되어도요 면으로 나타낼 수 있고요, 부피의 증가로 나타낼 수 있고, 훨씬 쉽게 할 수 있을 것 같아요. (중략) 이게 좋은 점은 뭐냐 하면은 i학과에 정식으로 지원해서 합격한 합격률도 있을 수 있고 편입해서 합격한 합격률도 있을 수 있잖아요. (중략) 그래도 똑같이 하면은, xy평면에 대해서 점을 다 찍어서 S5가 한 것과 비슷하게 해서 질량중심을 구하면 전체 합격률과 편입 합격률이 나올 수 있는데요.

고정적인 사고방식이나 시각을 변화시켜서 다양한 아이디어를 만들어내고 제시된 문제에

대해 관점과 차원을 달리하여 해결하는 것은 사고의 유연성을 보여준다. 확률과제에서 다양한 표현의 사용과 사회적 상호작용의 강조가 유연한 사고를 자극했다고 볼 수 있다.

3. 정교성

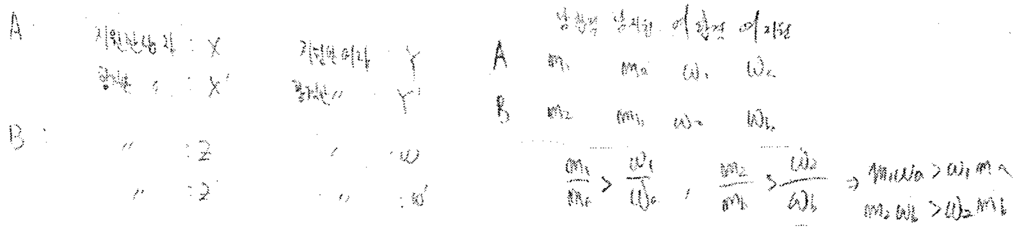
가. 일반화

정교성은 계획 및 조직화 능력, 아이디어를 보다 구체화하고 세밀하게 다듬어 일반화할 수 있는 능력과 관련된다(송상헌, 2006). 일반화는 특수한 것에서 어떤 사실을 이끌어 내거나 유도하고 공통 성질을 추출하며 타당한 영역을 확장하는 활동이다. Krutetskii(1976)에 따르면, 수학영재 학생들은 다양하고 특정한 문제들 사이에 숨어있는 일반성을 쉽게 찾아내고, 외견상 감추어진 현상의 내재된 본질을 보고, 외견상 다르고 구별되는 것 중에서 무엇이 주된 것이고 기본적이고 일반적인가를 파악하는 능력이 뛰어나며, 심지어 문제를 풀기도 전에 일반화하려는 경향이 있다. 연구에 참여한 모든 학생들은 과제에서 일반화할 것을 요구하지 않았음에도 불구하고 문제의 조건에 해당하는 학과의 개수를 n개인 경우로 일반화하였다. 6명의 학생은 학과가 n개인 경우에 필요한 조건들을 일반화하고 남학생과 여학생의 전체 합격률을 공식화하고 이를 입증하였다.

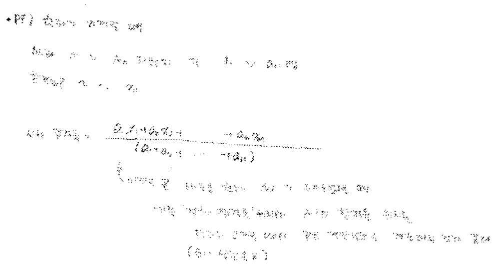
학생들은 주어진 상황의 비본질적인 요소는 버리고 학과의 지원율과 합격률이라는 핵심적인 수학적 구조에 주목하여 표현을 개발하였다. 2차원 벡터, 볼록다각형, 질량중심과 무게중심 표현을 사용한 학생들은 합격률과 지원율이라는 핵심 요소와 이들의 관계만을 나타내는 표현을 만든 것이다. 일반화하는 경향뿐 아니라 구체적인 맥락과 현상에서 벗어나서 핵심 성질과 관계들을 추출하여 수학적 구조를 만족하는 모델을 만들었다는 점에서 추상화의 경향도 나타냈다고 볼 수 있다.

나. 표현의 정교화

대수 기호의 사용은 정교한 조작을 가능하게 하고, 이 조작은 다시 그 문자가 나타내는 개념적 대상에 대한 폭넓은 정신적 연산을 용이하게 한다. 그러나 학생들이 사용한 기호는 정교한 정도에 따라 차이가 있었다. 학생들은 주어진 조건을 기호를 사용해서 표기하는 것을 선호하였다. Harel & Kaput(1994)은 수학적 기호를 암시적 기호와 정교한 기호로 구분하였는데, [그림 Ⅳ-2]와 같이 두 학과의 남녀 지원자 수와 합격자 수를 변수에 이름을 붙이는 방식으로 부호화한 것은 암시적 기호에 해당한다. 이는 기호의 '명목상의' 역할에 해당하는 것으로 명시적인 이름을 붙여서 정신적 대상들을 객체화해 준다. 기호를 잘 선택하면 [그림 Ⅳ-3]처럼 한 개념의 여러 가지 국면들을 하나의 전체로 집약할 수 있으며 이해하고 기억하기가 용이하다.



[그림 Ⅳ-2] 학생들이 1번 문항에서 사용한 기호의 예 (S4(왼쪽), S3(오른쪽))



[그림 Ⅳ-3] 학생들이 5번 문항에서 사용한 기호의 예 (S8)

<표 Ⅳ-2>
연구 대상자들이 사용한 기호 유형의 변화

1번 문항	5~6번 문항	학 생
1	3(1)	S4
	3(2)	S1, S2, S3
2(1)	2(1)	S7
	3(1)	S5, S6
	3(2)	S8

지나치게 많은 수의 기호를 사용하거나 기호 사이의 관계가 부족할 때 학생들의 인지적 부담은 가중될 수 있다. 절반에 해당하는 4명의 학생이 1번 문항에서 너무 많은 개수의 기호를 사용하거나 기호 사이의 관계를 찾지 못하여 반례를 구성하는데 실패하였다. 따라서 문제해결에 필요한 조건들만 압축하여 간단한 대수식으로 표현하는지 불필요한 조건들까지 대수적인 식으로 표현하는지, 즉 요소들 사이의 구조와 관계를 정교하게 부호화하는지에 따라 유형을 구분할 수 있다.

1번 문항에서 암시적 기호를 사용한 학생들은 주어진 조건과 구조를 분명히 파악하지 못했기 때문에 반례를 구성할 수 없었다. 그러나 5번 이후의 문항에서는 대수식 사이의 관계와 구조를 파악하고 정교한 기호를 사용할 수 있었다. 이는 암시적 기호와 대수 관계식을 나열할 때에는 불투명하던 개념이나 구조가, 이후에 다양한 표현을 다루고 집단 담화를 거치면서 투명해졌기 때문이라고 볼 수 있다.

학생들은 각자의 아이디어에 대해서 발표하고 논의하는 과정에서 자신의 표현에 제한받지 않고 모든 가능한 표현을 수용하려는 개방적인 태도를 보였다. 그러나 자신의 목표와 가치가 옳다면 타협하지 않고 자신의 가치를 추구하기도 하였다. 학생 S1은 '질량중심'의 아이디어를 고수하려는 경향을 나타냈다.

S1 : 이거를 실제 생활에서 해볼 수도 있어요. 1차원 상에서 하면요, 구슬 무거운 것을 준비해요. 지원자 수에 비례하는 질량의 구슬이 있어야 해요. 구슬을 모두 이어요. 구슬을 단단하게 이어서 구슬이 서로 멀어지지 않도록 이으면 강체가 되는데. 얘를요 탁 치면요, 회전하잖아요. 이게 질량중심으로 회전하니까. 회전을 하는데 어딘가에 있는 질량중심으로 회전을 해요.
S8 : 구슬이 창의적인 것 같아요.
S4 : 마찰력이 있으면 실생활에서 못 하잖아요.
S1 : $L = I\omega + M$
S3 : 마찰력은 어떻게 할 건데?
S1 : 저 추가 엄청 무겁다고 하면 되죠.

<표 Ⅳ-1> 연구 대상자들이 사용한 기호의 유형

	반 응
1	암시적 기호의 사용, 관계와 구조의 함축성 부족
2	(1) 2개의 학과에 대해서 필요한 조건 (합격자 수, 지원자 수)을 사용하여 기호로 표기
	(2) n개의 학과에 대해서 필요한 조건 (합격자 수, 지원자 수)을 사용하여 기호로 표기
3	(1) 2개의 학과에 대해서 필요한 조건 (합격률, 지원율)만을 사용하여 정교한 기호로 표기
	(2) n개의 학과에 대해서 필요한 조건 (합격률, 지원율)만을 사용하여 정교한 기호로 표기

학생 S1의 독립적인 태도는 다른 학생의 비판을 받아들여 자신의 표현을 수정 보완한다는 점에서 긍정적으로 볼 수 있다. 이와 같이 수학영재 학생들은 대상을 구조적으로 파악하고 아이디어를 체계적으로 발전시키는 정교화 경향을 나타냈다.

4. 정당화 과정

Simpson의 패러독스는 자료를 분석할 때 비교 기준인 변수(성별) 외에 결과에 영향을 주는 다른 변수(지원자 수)를 고려하지 않고 분석한다면 잘못된 분석결과를 얻게 되는 역설을 보여준다. 학생들은 1번 문항에서 이러한 역설적인 상황이 가능함을 인식하였지만 그 이유를 설명하는데 어려움을 겪었다. 패러독스의 원인을 합리적으로 설명해야 하는 도전적인 과제임에도 불구하고 적극적인 성취의욕을 보였고 자발적인 토론이 이루어졌다. 인지갈등 상황이 영재학생들의 지적 탐구에 대한 호기심을 자극한 것이다. 자신의 풀이에 대해 설명하고 다른 학생의 비판을 방어하고 설득하는 토론 과정을 통해서 학생들은 각 표현 도구의 의미에 대해 숙고할 수 있는 기회를 가졌다. 학생 S2와 S3은 벡터 표현이 학과의 개수를 일반적인 n으로 확장하는데 유용함을 지적했고, 학생 S4도 자신이 그린 회전판 표현이 일반적인 경우를 나타낸다는 점에서 효과적인 표현이라고 주장했다.

연구자 : 벡터로 나타내면 뭐가 좋아지는데?
S2 : 벡터가 여러 개, 학과가 여러 개일 때 가정하면 좋잖아요.
S3 : 학과가 여러 개면요, C학과를 붙인다면 꺾어지니까 편할 것 같은데요. 합격률이 변하면 직선의 기울기가 쭉 변하는 거 아니에요.
S4 : [칠판에 그린 회전판 표현을 보며] 진짜 좋네? 여러 개도 할 수 있어!
S3 : 지원자를 추가하고 합격자도 추가하면...
S4 : (여기에서도) 원판이랑, 줄자에요. 떨어뜨리는 것을 추가하면 돼요.

학생 S1은 질량중심 표현이 수직선 표현보다 더 효과적인 표현이라고 언급했다. 자신이 개발한 구슬 모델에서는 구슬의 질량이 지원자 수를 나타내주지만 수직선에서는 지원자 수가 나타나있지 않기 때문이다. 사회적 상호작용을 통한 비판, 입증, 설득의 과정을 경험했기 때문에 표현이 지닌 한계를 인식하고 개선하여 새로운 표현을 제안할 수 있었던 것이다.

S1 : 질량중심으로 생각하면 훨씬 더 간단해요. 저건(수직선) 좀 모호한 면이 있는데요. 구슬을 둔다고 쳤을 때 질량은 A에 지원한 학생 수고, 거리는 합격률이라 해요. A, B 학과에 대해서 각각 여자가 합격률이 더 높으니까 더 오른쪽에 있는 거잖아요. 그런데 이 구슬(남학생, B)이 엄청 무겁고 이 구슬(여학생, A)도 엄청 무거워요. 그럼 질량중심은 상대적으로 이쪽에 있을 수도 있고 이쪽에 있을 수도 있으니까...

학생 S8은 표현의 기본 전제와 가정을 정확히 인식하고 새로운 표현을 구성하였다. 주어진 직선 그래프의 가로 축은 비율적 의미만을 갖고, 학과를 추가하는 순서는 전체 합격률에 영향을 미치지 않는다는 것에 주목하여 전체 합격률을 구하는 재귀적인 방법을 제시하였다. 이 학생이 새로운 개념과 틀을 구성하고 그 구조를 연역적인 순서로 조직한 것은 창의적인 활동으로 볼 수 있다.

S8 : 첫째로 가로축은 숫자적 의미가 아니라 비율적 의미를 갖는다는 거, 둘째로 학과를 추가하는 순서에 관계없이 추가하는 학과

와 합격률이라는 정보가 모두 일치하면 순서 상관없이 최종적으로 나오는 답안은 항상 같다는 거, 이거 두 가지 기억하면 되겠고요. (중략) 아까 가로축은 비율적인 의미밖에 안 갖는다고 말씀 드렸죠. 그러니까 어디든지 상관없이 새로운 학과 축을 잡아요. 그 다음에 아까 두 번째로 말씀드린 게 학과 추가 순서는 최종 결과에 상관을 주지 않는다고 했으니까 이거는 무슨 학과인지 상관은 없고요. (중략) 개인적으로 프로그램 같은 것 할 때는 이런 방법을 쓰는 것으로 알고 있어요. 프로그램 짤 때 편할 것 같아요.

연구자 : S8의 주장에 대해서 어떻게 생각해요?

S1 : 재귀함수! recursive function.

학생들이 마지막 날 기록한 저널에는 "언급되지 않은 조건을 고려해야 하고, 관점에 따라서 문제 해결이 다양할 수 있다."는 공통된 의견이 나타났다. "보통 한 가지의 답만을 생각했는데 공리계에 따라서 또는 데이터를 보는 시각에 따라서 답이 여러 가지가 나올 수 있다는 것을 알게 되었다."(S5), "조건, 경우, 관점에 따라 다른 결론이 나왔다."(S3)라고 대답했다. 다음은 교수 실험의 마지막 날, 수업을 통해 새롭게 깨달은 것이 무엇인가에 대해 물었을 때 학생들이 작성한 기록이다. 확률과제가 다양한 표현을 요구하였고 집단 담화의 과정을 거쳤기 때문에 비판적으로 평가하고 점검해보는 자세를 갖게 되었음을 알 수 있다.

- 원래 풀었던 방법이 있다고 할지라도 이를 의심해보는 자세가 필요한 것 같다. 또한 다른 방법을 연구하고 다른 답이 나온다면 정답을 가려내기 위해 반박하면서 더 많은 지식을 깨닫게 되고 수학적 사고의 폭을 넓힐 수 있는 것 같다. (S2)
- 한 가지 문제를 다양하게 표현하여 풀 수 있다는 것, 기본 공리의 중요성 (S7)
- 다른 답이 나왔다면 스스로 그것을 의심하고 답에 대한 확신을 가지는 일이 매우 중요하다. 그리고 자신에 대한 확신을 가진다면 남들을 납득시켜 보는 것을 통해서 문제에 대해서 더욱 깊은 통찰을 해 볼 수 있다. 모든 문제가 우리에게 창의성을 요구하고 있으며 발상의 전환을 중요시하고 있다. (S6)
- 관점과 모델에 따라서 답이 가장 유동적으로 제시될 수 있는 문제 유형이 바로 확률과 통계 계열인 것 같다. 문제들이 공통적으로 가지고 있는 유사점이라면 관점에 따라서 답이 다르게 도출된다는 점, 덧붙여 논쟁의 여지가 있었다는 점을 들 수 있겠다. (S8)

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 창의성 신장을 위한 세 가지 수업 전략을 도출하고, 이에 적합한 과제를 확률 내용을 소재로 하여 설계하고 중학교 3학년 수학영재 학생들에게 적용하여 결과를 살펴보았다. 세 가지 수업 전략으로 인지갈등 유발, 다양한 표현 방법 권장, 사회적 상호작용을 제안하였고, Simpson의 패러독스 과제를 수업 전략에 맞게 재구성하였다. 학생들의 창의성 발현을 분석하기 위해 사고 과정의 유창성, 독창성, 유연성, 정교성과 정당화 과정으로 나누어 살펴보았다. 본 연구 결과로부터 다음과 같은 교육적 시사점을 확인하였다.

첫째, 과제 내용의 측면에서 Simpson의 패러독스라는 인지갈등 상황은 영재학생들의 지적 호기심과 학습동기를 유발하였고, 집단 담화를 자극하여 창의적인 사고를 가능하게 했다. 이는 그동안 혼란과 오해를 불러일으킬 수 있기 때문에 부정적이었던 패러독스의 지도를 적극적으로 영재교육에서 도입할 수 있는 가능성을 시사한다.

둘째, 표현의 측면에서 이 과제는 창의적 사고를 자극하는 과제였다. 수학적 창의성은 수

학적 대상을 만들고 대상들의 상호 관계를 찾아내는 능력이다. 새로운 표현의 요구는 유추를 유발하였고 수학의 내적 외적 연결을 가능하게 하였다. 학생들은 표현 사이의 수학 내적인 연결을 시도했을 뿐 아니라 수학적 표현을 이전에 학습했던 경험과도 관련시켰다. 표현을 개발하고 다양한 표현들을 전환하는 활동은 대상의 구조에 주목하게 하였으며 조건, 관점, 기본 가정을 고려하게 하였다. 공리화는 수학을 형식화하는 중요한 방법이다. 수학을 하는 궁극적인 목적이 공리화인 만큼, 수학의 본성이 집약되어 있는 것이 공리체계이다. 따라서 공리화의 중요성을 영재학생들이 이해한다는 것은 매우 의미 있는 일이다. 이 연구가 공리체계의 지도를 목적으로 하지 않았음에도 불구하고, 수학적 대상의 구조를 파악하고 기본 가정과 관점을 고려해야 한다는 인식을 한 것은 주목할 만한 부분이다.

셋째, 학생들은 상호작용을 통해서 아이디어를 비판적으로 검토하고 정교화 할 수 있었다. 고정적인 사고방식을 변화시켜서 다양한 아이디어를 산출할 수 있었던 것도 활발한 토론과정을 거쳤기 때문이다. 수학적 아이디어의 생성과 공유에 학생들을 참여하도록 격려하지 않는다면 창의성을 신장시키는데 한계가 있다. 집단 담화의 과정에서 이루어지는 탐구, 비판, 검증, 정당화 과정은 특히 영재학생들이 수학의 창조적인 과정을 깊이 있게 이해할 수 있게 해주었다.

이 연구에서는 창의성 신장을 위한 수업 전략과 이를 적용한 확률과제를 제안하였다. 확률과제는 대수, 기하 영역의 과제에 비해 영재교육 연구에서 많이 다루어지지 않았다. 따라서 영재학생들의 창의성을 신장시키는 도구로서 확률과제의 잠재성을 검토할 필요가 있다. 확률통계 영역에는 자연스러운 직관에 반하여 갈등을 일으키는 상황이 많이 있다. 패러독스 이외에도 갈등이나 불일치 현상을 경험할 수 있게 하는 다양한 영재교육 과제의 개발이 필요하다.

선행연구들은 영재학생이 대수적 표현을 선호하는 경향을 보고하고 있다. 그러나 다양한 표현을 사용하고 표현 간의 번역활동을 강조한 영재교육 연구는 부족하다. 표현의 전환과 번역은 고등 수학적 사고 과정에 속하므로 수학적 표현과 수학적 창의성 개발의 관계에 주목한 후속 연구가 필요하다. 이 연구는 영재교육을 위한 수업 전략과 확률 학습과제를 설계하고 교수 실험을 통해 중등영재 학생들에게 적용해 보았다는 점에서 그 의미를 가진다고 할 수 있다. 본 연구에서 제시한 수업 전략을 보완하고 확률과제를 이용한 영재교육의 방향과 방법을 제시할 수 있는 연구가 더 많이 요구된다.

참고문헌

김부윤 · 이지성(2009). 수학적 창의성 과제에 대한 고찰. **수학교육, 48**(4), 443-454.

나귀수 · 이경화 · 한대희 · 송상헌(2007). 수학영재 학생들의 조건부 확률 문제해결 방법. **학교수학, 9**(3), 397-408.

박만구(2009). 수학교육에서 창의성의 개념 및 신장 방안. **수학교육 논문집, 23**(3), 803-822.

송상헌(2006). **수학 영재의 판별과 선발**. 한국학술정보(주).

신현용 · 김원경 · 신인선 · 한인기(2000). 창의성 신장을 위한 수학 영재교육 개선 방안에 관한 연구. **수학교육 논문집, 10**, 325-342.

우정호(2001). **수학 학습 지도 원리와 방법**. 서울대학교 출판부.

이종희 · 김기연(2007). 창의적 생산력 신장의

교육목표 이해를 위한 수학영재의 수학적 창의성 개념 탐색. **수학교육, 46**(4), 445-464.

최병훈 · 이경화(2007). 초등학교 5학년 수학영재와 일반아의 확률판단 비교. **수학교육학연구, 17**(2), 179-199.

Balka, D. S. (1974). *The development of an instrument to measure creativity ability in mathematics*. UMI.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 42-53). Dodrecht: Kluwer Academic Publishers.

Evans, E. W. (1964). *Measuring the ability of students to respond to creative mathematical situations at the late elementary and early junior high school level*. Doctorial Dissertation, University of Michigan.

Freiman, V. (2008). Problems to discover and to boost mathematical talent in early grades: A challenging situations approach. In B. Sriraman (Ed.), *Creativity, giftedness, and talent development in mathematics* (pp. 155-184). Information Age Publishing.

Hadamard, J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. New York: Dover Publication.

Harel, G., & Kaput, J. (1994). The role of conceptual entities and their symbols in building advanced mathematical concepts. In David Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 82-94). Dodrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hekimoglu, S. (2004). Conducting a teaching experiment with a gifted student. *Journal of Secondary Gifted Education. 16(1)*, 14 - 19.

Hertzog, N. B. (1998). Open-ended activities: differentiation through learner responses. *Gifted Child Quarterly, 42(4)*, 212-227.

Housman, D., & Porter, M. (2003). Proof schemes and learning strategies of above average mathematics students. *Educational Studies in Mathematics, 53*, 139-158.

Kieren, T., & Pirie, S. (1991). Recursion and the mathematical experience. In L. P. Steffe (Ed.), *Epistemological foundations of mathematical experience* (pp. 78 - 102). New York: Springer-Verlag.

Lee, K. H. (2005). Mathematically gifted students' geometrical reasoning and informal proof. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 241-248). Melbourne: PME.

Lesser, L. M. (2001). Representations of reversal: an exploration of Simpson's paradox. In A. Cuoco (Ed.), *The roles of representation in school mathematics. 2001 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 129-145). Reston, VA : The Author.

Lowen, A. C. (1995). Creative problem solving. Teaching Children Mathematics, 2(2), 96-99.

Movshovitz-Hadar, N., & Hadass, R. (1990). Preservice education of math teachers using paradoxes. *Educational Studies in Mathematics, 21*, 265-287.

Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics, 73(2)*, 159-179.

Sriraman, B. (2003). Mathematical giftedness, problem solving, and the ability to formulate generalizations. Journal of Secondary Gifted Education. 14(3), 151 - 165.

______(2004). Gifted ninth graders' notions of proof. Investigating parallels in approaches of mathematically gifted students and professional mathematicians. *Journal for the Education of the Gifted*, 27, 267 - 292.

______(2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? *Journal of Secondary Gifted Education. 17(1)*, 20 - 36.

______(2008). The characteristics of mathematical creativity. In B. Sriraman (Ed.), *Creativity, giftedness, and talent development in mathematics* (pp. 1-31). Information Age Publishing.

Steffe, L. P. (1990). Inconsistencies and cognitive conflict: A constructivist's view. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 12*, 99-109.

A Case Study of Creativity Development Using Simpson's Paradox for Mathematically Gifted Students

Lee, Jung Yeon (Gaepo Middle School)
Lee, Kyeong Hwa (Seoul National University)

Several studies have reported on how and what mathematically gifted students develop superior ability or creativity in geometry and algebra. However, there are lack of studies in probability area, though there are a few trials of probability education for mathematically gifted students. Moreover, less attention has paid to the strategies to develop gifted students' creativity. This study has drawn three teaching strategies for creativity development based on literature review embedding: cognitive conflict, multiple representations, and social interaction. We designed a series of tasks via reconstructing, so called Simpson's paradox to meet these strategies. The findings showed that the gifted students made quite a bit of improvement in creativity while participating in reflective thinking and active discussion, doing internal and external connection, translating representations, and investigating basic assumption.

* **Key Words** : the mathematically gifted students(수학영재), probability(확률), Simpson's paradox(심프슨의 역설), cognitive conflict(인지갈등), representation(표현), social interaction(사회적 상호작용)

논문접수: 2010. 4. 21.
논문수정: 2010. 5. 19.
심사완료: 2010. 5. 22.