

우리나라 초등학교 수학에서 사각형의 상호 관계 지도 변천 재음미¹⁾ - 1차에서 3차 교육과정까지의 변화를 중심으로 -

조영미*

이 논문에서는 사각형의 상호 관계가 우리나라 교육과정에 어떻게 자리 잡게 되었는지를 살펴보고자 하였다. 이를 위해 1차, 2차, 3차 교육과정기에 발행된 국가수준 교육과정 문서, 교과서는 물론 당시 발간된 교사용 지도서, 교육과정 해설서, 실험용 교사용 지도서 등을 고찰하였다. 사각형의 상호 관계는 3차 교육과정에서 본격적으로 교육내용을 자리 잡았으며, 집합의 포함 관계를 지도할 수 있는 소재로서 주목을 받았다. 특히 사각형의 정의를 바탕으로 상호 관계를 이해하도록 하였는데, 이는 수학적 정의의 중요한 학문적 기능인, 범주화와 그를 통한 논증의 용이성과 관련시킬 수 있다. 이 논문의 연구결과는, 국가수준에서 수학교육내용으로서 사각형의 상호 관계의 적정성을 판단할 때 기초적인 참조 자료가 될 것으로 기대한다.

I. 서론

현행 초등학교 도형 영역 내용 중 3·4학년에서 다루는 ‘여러 가지 사각형’은 해방 이후 우리나라 초등수학 교육과정사에서 지속적으로 교육내용으로 다루어져 왔다. 오늘날 ‘여러 가지 사각형’에서는 각 사각형의 정의와 성질들을 주로 다루며, 그와 함께 여러 가지 사각형 사이의 상호 관계를 지도하고 있다. 이 논문에서는 특별히 여러 가지 사각형 사이의 상호 관계에 주목하였다.

‘사각형 사이의 상호 관계’는 지적으로 상당히 높은 수준의 내용이다. 반힐레는 그의 기하학 수준 이론에서 ‘정사각형을 직사각형이라고 할 수 있다’와 같이, 도형 사이의 관계를 아는 것을 다섯 수준 중에서 세 번째 높은 수준인 2수준으로 삼았다(우정호, 1998). 이 2수준이 우리나라 교과서에서는 주로 4학년에서 등장하

고 있다. 낮게는 유치원이나 초등학교 저학년 부터, 높게는 대학교 수준까지 포함하여 반힐레의 다섯 수준이 제시된 것으로 볼 때, 세 번째 수준이 초등학교 4학년에 등장한다는 것은, 상대적으로 지적 수준이 높은 내용이 초등학교에 등장하는 것으로 볼 수 있다.

초등학생들이 사각형의 상호 관계를 이해하는데 어려움을 겪고 있음을 보고하는 연구들이 있다. 대표적으로 장영은(2003)은 5·6학년 230명에 대해 반힐레 수준 검사를 실시하였으며, 그 결과 0수준 36.3%, 1수준 33.0%, 2수준 25.6%로 보고하였다. 또한 직사각형과 관련된 문항에서 46%의 학생들이 정사각형을 직사각형에 포함시키지 못하였다. 또 다른 연구로, 노영아(2007)는, 초등학생들이 사각형 사이의 상호 관계를 이해하는 과정에서 겪는 어려움을 여러 사례들과 함께 제시하면서 개념이미지와 개념정의에 비추어 그 현상을 분석하였다.

* 공주교육대학교 (ymcho@gjue.ac.kr)

1) 이 논문은 2007년도 공주교육대학교 교수학술 연구비 지원에 의한 것임

우리나라, 일본, 싱가포르의 사각형 지도 내용을 비교 분석한 박선영(2009)의 논문에 따르면, 싱가포르와 일본에서는 사각형의 정의와 성질은 가르치지만, 사각형의 상호 관계는 거의 지도하지 않는다. 그에 반해 우리나라는 앞서 언급한 대로, 사각형의 상호 관계를 4학년에서 중요한 지도 내용으로 교과서에 제시하고 있다. 공교육 영역에서는 사각형의 상호 관계를 벤다이어그램으로까지 형식화하여 지도하는 것을 금하고는 있지만, 사설 학원이나 학습지 등을 통해 우리나라 초등학생들은 그러한 내용 까지 학습하고 있는 상황이다.

사각형의 상호 관계가 이론적으로 높은 수준의 내용이라는 점, 초등학생들이 이해하는데 어려움을 겪는 사례들, 가까운 이웃나라에서 지도하지 않는다는 점 등을 고려해 볼 때, 지금보다도 사각형의 상호 관계 지도 내용은 약화, 삭제되거나 좀더 상위 학년으로 올라가야 할 것이라고 주장할 수 있다. 실제로 임재훈 외(2005)는 여러 관련 자료들을 모아 우리나라 수학 교육과정의 내용 적정성을 분석하고 평가하면서, 오늘날의 사각형의 상호 관계 지도는 재고의 여지가 있다고 지적하였다.

그런데 우리나라에서는 왜, 어떻게 해서 사각형의 상호 관계를 오늘날과 같은 모습으로 가르치게 되었을까? 국가수준의 교육과정이 이런저런 이유로 변화하면 그 속의 교육내용에도 변화가 있기 마련이다. 사각형의 상호 관계라는 교육내용 역시 역사와 함께 변화가 있었을 것이며, 과연 우리나라 교육과정사에서 어떤 과정을 거쳐 자리를 잡게 되었고 오늘로까지 이어졌을까? 이 질문에 대한 답을 찾는 것이 이 논문의 주된 연구 주제였다. 이 질문에 대한 답은, 앞서 제시한 여러 요소들과 더불어, 장차 국가수준에서 사각형의 상호 관계를 현재와 같은 모습으로 지도하는 것이 적절한지 여

부를 판단하는 논의가 이루어질 때, 기초적인 참조자료가 될 수 있을 것이다.

이를 위해, 이 논문에서는 주로 1차, 2차, 3차 교육과정에서의 변화를 살펴보았다. 본문을 통해 밝혀지겠지만, 사각형의 상호 관계는 3차 교육과정에서 본격적인 의미에서 교육내용으로 자리 잡게 되었다. 1, 2차와 3차를 대비해 보는 것으로도, 사각형의 상호 관계가 어떤 과정을 거쳐 자리를 잡게 되었고 오늘로까지 이어졌는지 등에 관한 그 의도를 분명히 드러내는데 충분하다고 보았다.

연구 방법으로 주로 문헌을 고찰하였는데, 국가수준의 교육과정 문서와 교과서는 물론, 당시에 발간된 교사용지도서, 교육과정 해설서 등을 참조하였다. 그동안 국내에서 이루어진 수학교육과정사(史) 연구는 주로 교과서나 교육과정문서를 위주로 진행되었다. 이에 대해 이 논문에서는, 필자가 국내 여러 도서관을 통해 수집한 오래된 교사용지도서, 교육과정 해설서, 실험용교재 등을 적극 참조하였다.

II. 사각형의 상호 관계와 아리스토텔레스의 정의의 규칙

학교수학에서 다루는 사각형의 상호 관계를 집합으로 표현하면, {사각형} ⊃ {사다리꼴} ⊃ {평행사변형} ⊃ {마름모} ⊃ {정사각형} 또는 {사각형} ⊃ {사다리꼴} ⊃ {평행사변형} ⊃ {직사각형} ⊃ {정사각형}이다. 이 상호 관계는 용어의 정의에 기초하여 이루어진다. 예컨대, 평행사변형을 사다리꼴로 볼 수 있는 까닭은, 사다리꼴의 정의가 ‘한 쌍의 대변이 평행한 사각형’이고, 평행사변형이 그 정의를 만족하기 때문이다. 따라서 사각형의 상호 관계의 의미를 이해하는 한 방편으로, 정의에 대해 살펴볼 필요가 있다.

일찍이 아리스토텔레스는 학문으로서의 용어의 정의가 갖추어야 할 규칙들을 제시하였으며, 그 중 가장 중요한 규칙은, ‘정의는 종의 본질적 속성을 기술하여야 한다’와 ‘정의는 류와 종차로 이루어져야 한다’로 볼 수 있다. 이 규칙의 의미를 좀더 상술해 보면 다음과 같다.

첫째, 용어의 정의는 사물의 본질(essence)을 담고 있어야 한다. 그의 ‘본질’에 대한 생각은 대략 다음과 같다. 대상(thing)은 흔히 여러 가지 성질들을 지니고 있다. 예를 들어, 어떤 대상이 P_1, P_2, P_3, \dots 등의 성질을 지니고 있다고 하자. 이 성질에 논리적 순서를 매기는 것이 중요한데, 다른 성질을 연역해내는 근거가 되는 성질일수록 우위에 서게 된다. P_1, P_2, P_3, \dots 들 중에서 $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3 \dots$ 로 연역이 된다면, P_1 이 정의에 사용되는 성질이 된다. 한 대상이 가지고 있는 여러 가지 성질을 설명할 수 있는 원인을 본질로 보고, 정의에는 이 본질이 담겨져야 한다는 것이다. ‘본질’은, 한 대상이 지닌 성질을 논증할 수 있도록 하는, 곧 논리적 원인으로 삼을 수 있는 성질을 가리킨다(Bayer, G. D., 1995, pp.80-126).

다음으로, 정의는 류와 종차로 이루어져야 한다는 두 번째 규칙을 주장한 Aristotle의 의도를 살펴보자. 류(類)는 어떤 대상(種)이 속하고 있는 집단에 해당하며, ‘종차(種差)’는 그 집단 내에서 그 대상과 다른 대상들을 구별 짓는 속성을 가리킨다. 이를테면, ‘인간은 이성적 동물’이라고 정의할 때, ‘동물’은 류, ‘이성적’은 종차에 해당한다. 류와 종차 중에서 Aristotle가 보다 강조하는 것은 류이다. 이렇게 류를 강조하는 이유는, 그의 관심이 범주학에 있기 때문이다. Aristotle에 따르면, ‘어떤 것이 무엇이다’라고 말하는 것은 그것을 범주화하는 것이다.²⁾

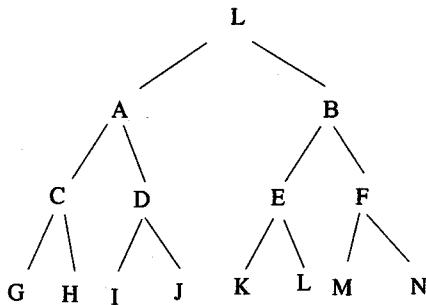
어떤 것이 무엇이라고 말하는 것은 때로는 실체(substance)를, 때로는 質(quality)을, 때로는 다른 범주 중에서 하나를 말하는 것이다. 당신 앞에 사람이 서 있을 때 당신이 당신 앞에 있는 그 대상을 사람 또는 동물이라고 말하는 것은, 그것이 무엇인지를 말하고 있는 것이며 실체를 말하고 있는 것이다. 당신 앞에 하얀 색이 놓여 있을 때 이 색이 하얗다거나 색깔이라고 말하는 것은, 그것이 무엇인지를 말하고 있는 것이며 質을 말하고 있는 것이다(Bayer,G.D., 1995, p.53).

정의에서 범주화와 직접적으로 관련 있는 것이 바로 류이다. 류만이 종을 보다 높은 분할 내에, 그리고 절대적인 카테고리 속에 위치시켜준다. 이를테면, ‘동물’이라는 류로 확정함으로써 인간을 실체로 파악하게 되며, 여러 가지 속성들이 부여되어 있는 독자적인 대상으로서의 인간의 존재성에 주목하게 된다. 일단 어떤 대상을 카테고리 속에 위치 지우는 일이 끝나게 되면, 예를 들어, 인간을 실체로 범주화하게 되면, 실체의 속성들이 모두 이 인간에게 있다는 것은 당연한 귀결이다. 또한 이 류는, 그것을 포함하고 있는 모든 류들을 논리적으로 가정하게 된다. 이 류는 암묵적으로 그 정의에 좀더 높은 류들을 포함하고 있기 때문이다. 같은 방식으로, 종은 이보다 높은 모든 류들을 논리적으로 가정하게 된다.

이러한 류와 종차에 의한 정의는 비단 용어의 뜻을 밝히는 데 그치지 않고 설명, 또는 논증의 기능까지 보유하게 된다. 예를 들어, [그림I]과 같은 위계가 있다고 하자. 종 H를 택했을 때 H가 특정한 속성 C를 갖는다고 하면, 위의 도식은 C의 범위를 결정하게 될 것이다. 만약 H만이 C를 갖고 있다면, H 그 자체에만 관련시켜 왜 H때 H가 C를 갖는지를 설명하기만 하면 된다. 그런데, H와 G 모두 C를 가지

2) Aristotle는 대상에 관한 진술의 형식을 10종의 범주-실체, 분량, 성질, 관계, 장소, 시일, 상태, 소유, 능동, 소동-로 구별하였다.

고 있다면, 류인 C를 고찰해야 할 것이다. 위의



[그림 II-1] 류와 종차에 의한 정의

도식이 있기 때문에 우리는 설명을 하는 데 필요한 적절한 일반화 수준을 결정할 수 있는 것이다(Bayer, G.D., 1995, p.63).

여기에서 우리는 다음과 같은 한 가지 설명 양식을 생각할 수 있다. 먼저 모든 H는 C이며 모든 C는 속성 C를 가지고 있기 때문에, 모든 H는 속성 C를 가지고 있다고 설명할 수 있다. 이를테면, ‘이등변삼각형은 왜 내각의 합이 180도인가?’를 설명하려 한다고 하자. 그 설명은 다음과 같은 식으로 표현될 수 있을 것이다.

모든 삼각형은 내각의 합이 180도이다. [모든 C는 속성 C를 가지고 있다]

이등변삼각형은 삼각형이다. [모든 H는 C이다] 따라서 이등변삼각형의 내각의 합은 180도이다. [모든 H는 속성 C를 가지고 있다]

여기서 ‘왜 이등변삼각형은 내각의 합이 180도이지?’라고 누군가가 물어올 때, 삼각형의 사정을 잘 아는 사람이라면, ‘이등변삼각형도 삼각형이니까’라고 대답할 것이다. 이것이 류와 종차의 정의에 따른 설명인 것이다.

Aristotle에 따르면, 이 자연에는 우리가 끊임 없이 발견해야 할, 절대적 순서와 명료함을 갖춘 체계가 있다. 새로운 대상이 우리 앞에 나타났을 때 우리는 그 절대적 순서와 명료함에 비추어 그 대상이 그 체계 속에서 차지하는 제

자리를 찾아야 한다. 류와 종차에 의한 정의를 강조한 이유, 특히 종차보다 류를 강조한 이유가 여기에 있다. 또한, 류와 종차에 의한 정의는 설명이나 논증을 용이하게 하는 데 기여한다. 절대적 위계 속에 정의의 대상을 위치 짓음으로써 위계의 어느 수준에서 설명이 필요한지를 알 수 있게 해준다(Bayer, G. D., 1995, p.48-49). Aristotle가 이 규칙을 제시할 때의 의도는 ‘범주화’와 ‘논증의 용이성’이다.

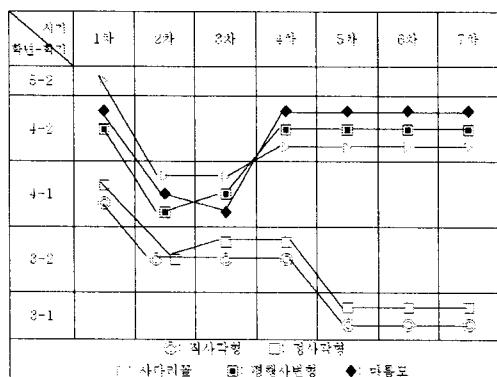
요컨대, 학문적인 입장에서 볼 때, 즉 아리스토텔레스의 정의의 규칙에 입각하여 볼 때, ‘사각형의 상호 관계’는 ‘범주화’와 ‘논증의 용이성’을 부각시킬 수 있다는 점에서 가치를 갖는다고 할 수 있을 것이다.

III. 교육과정과 교과용 도서를 통해 본 사각형의 상호 관계 지도

김현미(2007)는 ‘초등학교 수학 교과서에 나타난 사각형 지도 방법에 대한 분석’ 연구에서 1차 교육과정에서 7차 교육과정기까지 사각형의 지도 변천을 살펴보았다. 그가 제시한 [그림 III-1]을 보면, 생활중심교육과정인 1차 교육과정을 제외한 나머지 교육과정에서, 정사각형과 직사각형은 3학년에서, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모는 4학년에서 지도하였다. 4학년에서 7학년까지는 일관된 모습을 보이고 있는 반면에, 2학년, 3학년, 4학년 교육과정 사이에는 여러 변화가 있었음을 알 수 있다. 한편 김현미는 교과서만을 참조하였으며, 그러한 변화의 배경에 대해서는 자세한 분석을 하지 않았다.

필자는 ‘사각형의 상호관계’라는 지도 내용이 초기에 어떤 식으로, 왜 도입되었는지에 관심을 가지고 있다. 따라서 본론에서는 사각형의 지도에 있어 일관된 모습을 보이기 이전인,

1차에서 3차까지의 변화의 배경을 중점적으로 살펴보기로 하였다. 이를 위해 교과서는 물론, 국가수준 교육과정 문서, 당시에 발간된 교사용지도서, 3차 교육과정부터 등장한 교육과정 해설서, 실험용 교사용 지도서 등을 적극 참조하였다.



[그림 III-1] 사각형의 종류에 따른 지도 시기 및 순서의 변화

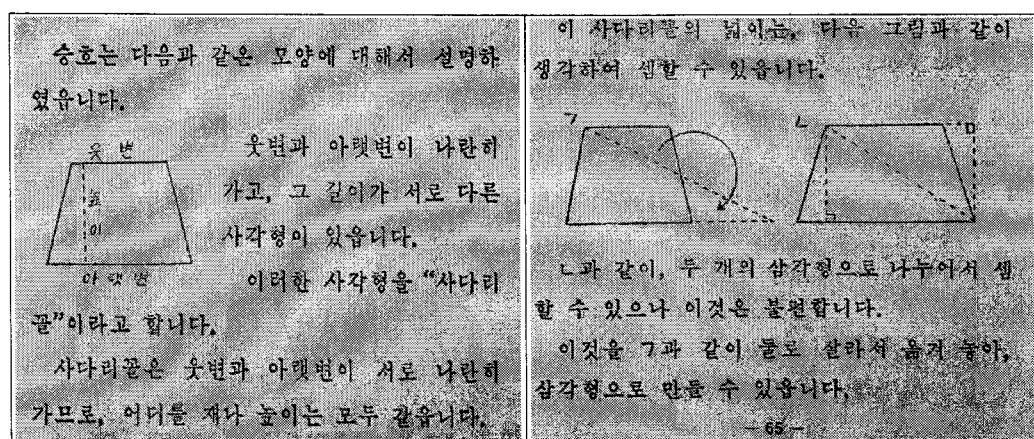
1. 제 1차 교육과정 : 1955~1963

먼저 이 시기에 사각형의 상호 관계와 연관이 있는 ‘도형’ 영역이 어떤 식으로 다루어

졌는지를 알아볼 필요가 있다. 첫째, 도형 영역은 상당히 간단하게 구성되었다. 흔히 생활중심교육과정으로 알려져 있는 이 시기에는, 오늘날의 입장에서의, 수와 연산 영역과 측정 영역에 속하는 내용들이 비중 있게 다루어졌다. 생활 장면과 수학을 연계시키고자 할 때, 그 두 영역이 강조될 수밖에 없었을 것이다. 생활과 연결시키기 어려운 도형 영역은 그만큼 비중이 낮았다. 둘째, 당시 영역명은 ‘형과 도형’이었으며, 내용 영역 제시 순서에서 가장 마지막이었다. 오늘날 ‘수와 연산’ 다음에 ‘도형’ 영역이 오는 것과는 매우 다르다. 셋째, ‘형과 도형’ 영역 안에 담긴 내용들은 측정 영역을 위한 보조의 기능이 강하였다. 예컨대, [그림 III-2]를 보면, 사다리꼴을 다루고, 그 내용 이후에 곧 전개되는 것은 사다리꼴의 넓이를 구하는 방법이다. 사다리꼴 자체의 탐색 보다는 그 넓이를 구하는데 초점이 있었다.

가. 국가수준 교육과정 문서

국가수준의 교육과정 문서에서는 사각형의 상호 관계나 그에 준하는 내용에 대한 언급이 없었다³⁾.



[그림 III-2] 1차 초등학교 교과서 5-2학기 p.65

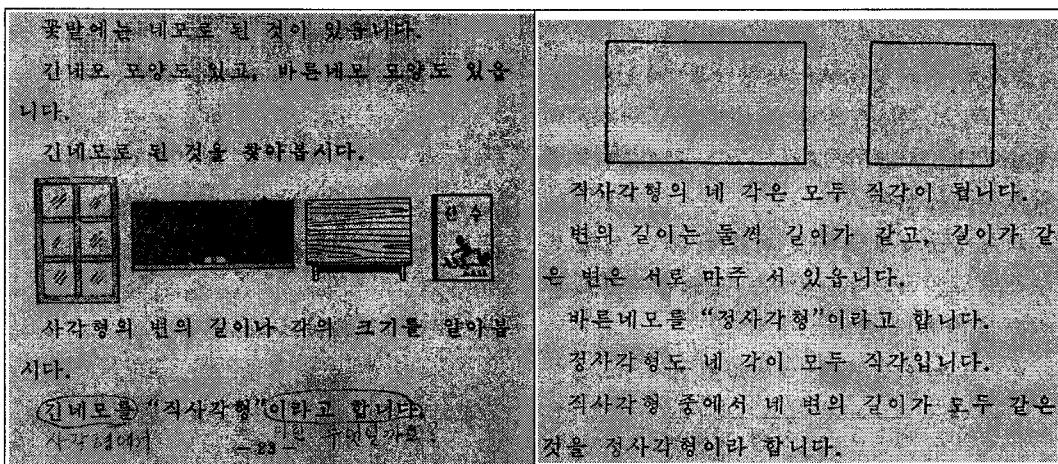
3) 교육과정 문서에 제시된 ‘형과 도형’ 영역의 내용은 다음과 같다.

나. 초등학교 수학교과서

[그림III-3]의 왼쪽과 같이, 4학년 1학기 초등학교 수학교과서에서 직사각형과 정사각형을 도입하였다. 용어의 정의를 살펴보면, 직사각형을 ‘진네모’로, 정사각형을 ‘바른네모’로 정의하였다. 여기서 ‘바른’ 네모는 네모반듯한 것으로 볼 수 있는데, 그럴 경우, ‘바른’ 네모는

‘진’네모가 아니기 때문에, 정사각형을 직사각형이라고 말할 수 없다. 따라서 정의 문장만을 두고 볼 때에는, 직사각형이 정사각형을 포함하는 것으로 지도하지 않은 것이다.

그런데 반드시 그런 것은 아님을 교과서에서 금방 알아챌 수 있다. 오늘날 직사각형의 정의에 사용하는 ‘네 각이 모두 직각’이



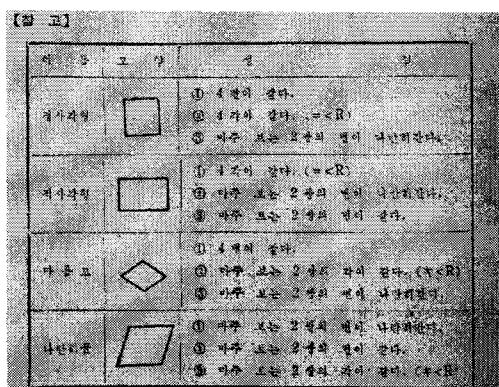
[그림 III-3] 1차 초등학교 교과서 4-1학기

학년	학년 목표	지도 내용
1	8. 물건의 모양이나 도형에 대한 이해를 주기 위한 기회를 만든다.	1. 물건의 모양을 보고 간단한 도형을 알아내는 능력 2. 간단한 도형의 크기의 비교 3. 삼각형, 사각형, 원 등의 평이한 도형의 모양과 이름 4. 모양에 따른 간단한 용어
2	10. 물건의 모양이나 도형에 대한 이해를 주기 위한 좋은 기회를 준다.	1. 입체적인 모양을 알아보기 2. 간단한 입체 도형의 개념 3. 도형의 평이한 용어의 이해
3	12. 일상생활과 관련하여 물건의 모양이나 도형에 대한 이해를 주며, 이것들을 그림으로 표시하는 능력을 기른다.	1. 직각인 것을 알고 각에 대한 기초를 풍부히 함 2. 원에 대한 기본적인 성질의 이해 3. 평이한 그림지도의 읽기 4. 도형에 대한 평이한 용어 및 기구를 쓰는 능력 콤파스 삼각자
4	12. 일상생활에 관계시켜서 평이한 평면적인 도형을 이해하고, 이것을 그리는 능력을 기른다.	1. 평이한 도형의 이해와 그리기 2. 평행의 위치 관계를 이해하고 쓰는 능력 3. 평이한 안내도의 읽기와 그리기 4. 평이한 평면도형을 쓰는 능력
5	15. 일상생활에 관계시켜서 입체적인 물건의 모양을 알고 이것을 그림으로 표시하는 능력을 기른다.	1. 평이한 평면도형의 이해와 그리기 2. 평이한 입체도형에 대한 이해와 그리기 3. 평이한 입체 도형의 전개도 4. 수직, 수평면, 연직선 등의 위치 관계를 이해한다. 5. 간단한 축도나, 지도를 읽고 활용하는 능력
6	13. 평이한 평면도형, 입체도형에 대하여 이해하고 또 입체적인 모양에 대하여 표시하는 능력을 기른다.	1. 평이한 평면도형과 입체도형 2. 거리나 방향을 축도에 의해서 알아보는 능력 3. 간단한 축도를 그리는 능력 4. 기초적인 평이한 닮은꼴 5. 맞선꼴(對稱形)이나 맴돌이(回轉體)에 대한 개념

라는 성질을 당시에는 정의에 사용하지 않고, 정사각형 역시 ‘네 각이 모두 직각’이기 때문에 직사각형의 성질을 가지고 있다고 하면서, 마지막 문장 ‘직사각형 중에서 길이가 모두 같은 것을 정사각형이라고 한다’에서 보듯이, 직사각형이 정사각형을 포함한다는 것을 지도하였다. 한편 여기서 ‘직사각형 중에서 길이가 모두 같은 것’이라는 표현을 보자. ‘길이가 모두 같은 직사각형’이라는 문구와 비교해 볼 때, 초등학생인 학습자를 고려하여, 류 ‘직사각형’을 ‘직사각형 중에서’와 ‘것’으로 대체하여 표현한 것으로 보인다([그림 III-3]의 오른쪽 참조).

다. 교사용지도서

남겨진 문헌 가운데 이 시기에 발간된 교사용 지도서로는 1957년 『초등학교 국어·산수·사생·자연 교수지도서』(교학사), 1959년 『국민학교 교수지도요령』(새교육연구회), 1963년 『국민학교 산수 교사용』 등 세 종류를 찾아 볼 수 있다. 그 중 1957년과 1959년에 발간된 두 지도서에서는 사각형의 상호 관계를 언급하고 있지 않다. 이에 대해 1963년⁴⁾의 지도서에는 사각형의 상호 관계가 다음과 같이 ‘참고’의 형태로 등장한다.



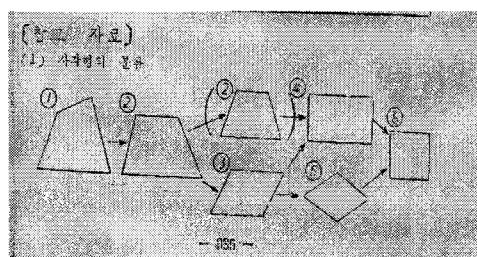
[그림 III-4] 1차 국민 학교 산수 교사용 5
(1963, p.308)

4) 필자는 여러 경로를 통해 이 지도서를 찾아보았는데, 4학년을 제외한 나머지 학년에 대해서만 지도서를 구할 수 있었다.

위에서 마름모와 나란히꼴을 다룬 내용을 보면, 마름모와 나란히꼴의 각이 ‘직각이 아님($\neq R$)’이라고 하여 직사각형(정사각형)을 마름모와 나란히꼴에서 배제하였음을 알 수 있다. 따라서 당시 ‘참고’에 제시된 도형 사의 상호관 계를 도식으로 나타내면 위와 같다.

한편 같은 책 다른 쪽에는 다음과 같은 내용이 ‘참고 자료’로 제시되었다.

①



②

일반적인 사각형 ①에서 한 쌍의 맞변이 나란히 간다는 조건이 붙으면 사다리꼴 ②가 된다. 이 사다리꼴의 특수한 것, 즉 나란히 가지 않는 변의 길이가 같은 것이 등각사다리꼴 ③(Equilateral Trapezoid)이다. 다시 사다리꼴 ②에서 다른 한 쌍의 맞변도 나란히 간다는 조건이 붙으면 나란히꼴 ③이 된다. 즉, 나란히꼴은 사다리꼴의 특수한 것이어서, 사다리꼴에 포함된다. 또, 나란히꼴 ③에서 각각(角)이 같다는 조건이 붙으면 직사각형 ④가 된다. 즉, 직사각형은 나란히꼴의 특수한 것이어서, 나란히꼴에 포함된다. 한편, 나란히꼴 ③에서 각변의 길이가 같다는 조건이 붙으면 마름모 ⑤가 된다. 즉, 마름모도 나란히꼴의 특수한 것이어서, 나란히꼴에 포함된다. 직사각형 ④에서 각변이 같다는 조건이 다시 붙으면 정사각형 ⑥이 된다. 또

마름모 ⑤에서 각 각(角)이 같다는 조건이 다시 붙어도 정사각형이 된다. 즉, 정사각형은 직사각형이나, 마름모의 특수한 것이어서, 직사각형이나 마름모에 포함된다. 즉, 앞의 그림표에서 화살표 시작이 고위 개념(高位概念), 화살표 끝이 저위 개념이 되어 있다.

③

이 점에 주의하면, 다음과 같은 문제는 혼란을 면할 수 있다.

“둘레가 24cm인 직사각형 중에서 넓이가 가장 큰 것은?”

답 : 가로, 세로가 같이 6cm인 정사각형
답이 정사각형이서 물음의 직사각형과 어긋나는 것 같이 생각되나, 정사각형은 직사각형의 특수한 것이어서 답은 물음에 맞다.

위의 인용문에서, 먼저 ①의 내용은 오늘날의 것과 매우 유사하며, 다만 ‘등변사다리꼴’이 도식에 자리 잡고 있다는 점이 독특하다. 그런데 이는 앞서 살펴본 ‘참고’의 내용과 다르다. 같은 책에서 몇 쪽을 사이에 두고 두 종류의 상호 관계가 등장하고 있는 것이다. 둘 다 ‘참고’, ‘참고자료’로 제시하고 있어 지도 여부는 교사의 재량에 맡겼다고 볼 수 있다. ②에서는 사각형의 상호 관계를 일반에서 특수로의 방향으로 설명하고 있다. ③에서는, 사례와 함께, 사각형의 상호 관계에 주목하는 이유가 제시되어 있다. 즉, 정사각형을 직사각형의 특수한 것으로 보지 않을 경우, 직사각형 중에서 넓이가 가장 큰 것을 구할 수 없다는 것이다. 이는 Ⅱ장에서 살펴본, ‘범주화’를 통한 ‘논증의 용이성’과 관련이 있다고 할 수 있다. 이처럼 그 당시에는 사각형의 상호 관계의 이점이 소개되어 있었다.

마지막으로, 1963년 교사용 지도서에 위와 같은 내용이 담겨지게 된 배경을 생각해 보자. 미국에서 1950년대 중반부터 일어난 새수학운동은 20여 년 동안 지속되었는데, 1963년 전후

로 우리나라에서도 새수학운동을 받아들이기 위해 학계를 중심으로 연구가 활발히 이루어졌으며, 그 결과들도 속속 발표되었다. 따라서 우리나라 수학교육계 전반적으로 새수학운동의 주요 내용을 적극 받아들이려는 경향이 있었다. 그런 연유로, 1963년에 발간된 1차 교사용 지도서에는, 이후 3차 교육과정에서 본격적으로 들어올 내용이 ‘참고’ 또는 ‘참고자료’의 형태로나마 삽입된 것으로 보인다.

라. 종합

생활중심교육과정인 1차 교육과정에서는 도형 영역이 상대적으로 비중이 낮은 가운데, 국가수준의 교육과정 문서에서 사각형의 상호 관계를 공식적으로 언급하고 있지 않다. 수학교과서에서는, 이후의 교육과정과 달리, 한 학년 높은 4학년에서 정사각형과 직사각형을 다루면서, 직사각형이 정사각형을 포함한다는 것을 다루고 있으며, 5학년에서는 여러 가지 사각형을 지도하지만 그들 사이의 상호 관계까지 지도하지 않았다. 남아 있는 교사용 지도서로는 세 종류를 찾아 볼 수 있었는데, 1950년대에 나온 지도서에는 사각형의 상호 관계에 관한 내용이 없는데 반해 1963년에 나온 지도서에는 참고의 형태로 사각형의 상호 관계를 상세하게 언급하고 있다. 특히 사각형의 상호 관계를 도식화하여 나타낸 점, 사각형의 상호 관계가 어떤 유용한 점이 있는지 언급한 점 등은 독특하다. 국가수준 교육과정 문서나 수학교과서에 비해, 교사용 지도서는 출판 시기를 결정하거나 내용을 구성하는 데 자유로울 수 있다. 1963년 지도서의 사각형의 상호 관계 언급은, 1973년의 3차 교육과정보다 훨씬 앞선 시기에 교육계에서 수학교육현대화운동의 아이디어를 적극 받아들이고자 한 혼적으로 볼 수 있을 것이다.

2. 제 2차 교육과정: 1963~1972

이 시기에는 수학 내용 영역을 ‘수’, ‘계산’, ‘양과 측정’, ‘도형’, ‘수량관계와 응용’으로 분류하였다. 1차 교육과정의 ‘형과 도형’을 ‘도형’으로 수정한 것이다. 그렇게 수정한 이유로는, ‘형’이 ‘도형’에 속하고, ‘형’을 삭제함으로써 ‘도형’ 영역의 수준 상승을 폐하기 위함으로 보인다. ‘형과 도형’이 맨 끝에 위치했던 1차 교육과정과 달리 2차 교육과정에서는 한 단계 앞으로 나아갔다. 그만큼 비중이 달라졌다고 할 수 있다. 하지만 여전히 ‘양과 측정’ 뒤에 위치하고 있어, 수, 계산, 측정 등에 비해서는 비중이 낮았다고 볼 수 있다.

가. 국가수준 교육과정 문서

사각형의 상호 관계와 관련된 내용이 전혀 없었던 1차 교육과정과는 달리, 4학년의 지도 내용인 정사각형과 직사각형이 3학년으로 내려감과 더불어 정사각형과 직사각형의 상호 관계를 언급하고 있다. 다루고 있는 방식을 보면, 팔호 안에 들어 있어, 지도 지침으로서의 성격을 지니고 있다.

제 3 학년

4. 도형

(1) 기본이 되는 도형(정사각형, 직사각형, 직각 삼각형)

(2) 높이의 이해

(3) 정사각형과 직사각형(각과 변에 유의하여 정 사각형은 직사각형의 일종으로 지도하고...)

4학년에서 다루는 다른 사각형들에서는 특별히 상호 관계를 언급하고 있지 않다.

제 4 학년

4. 도형

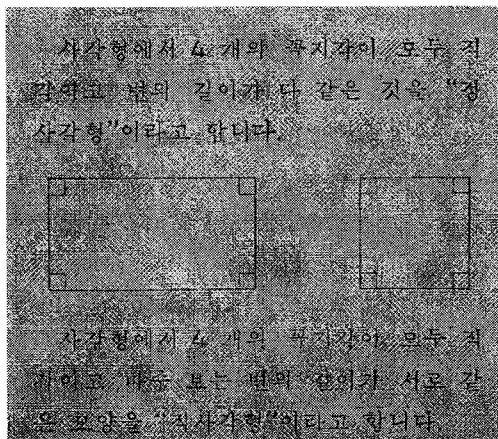
(1) 2등변삼각형, 정삼각형, 평행사변형, 사다리

꼴, 마름모의 이해(변, 평행, 수직, 높이 등에 착안)

따라서 제2차 국가수준 교육과정 문서에서는 사각형의 상호 관계를 명시적으로 제시하지 않았다고 볼 수 있다.

나. 교과서와 교사용지도서

3학년 2학기 교과서 단원 ‘3. 점과 선’에서 정사각형과 직사각형을 다룬다. 본문을 따라가 보면, ‘사각형에서 4 개의 꼭지각이 모두 직각이고 변의 길이가 다 같은 것을 정사각형’, ‘사각형에서 4개의 꼭지각이 모두 직각이고 마주보는 길이가 서로 같은 모양을 직사각형’으로 정의하고 있다.



[그림 III-5] 2차 교과서에 제시된 정사각형과 직사각형의 정의 (3학년 2학기)

오늘날과 대비해 보면, 직사각형을 정의할 때, ‘네 각이 모두 직각이다’라는 성질만을 사용하지 않고, ‘마주 보는 변의 길이가 같다’는 성질까지 사용한 점이 눈에 띈다. 이는 1968년 『국민 학교 교사용 교과용 도서 산수교사용 지도서』(이하 산수교사용 지도서)의 다음 내용에 따르면, ‘개념의 차원을 낮게’ 하기 위한 조치였다.

3학년 2학기 p.54에 정사각형은 사각형에서 4개의 꼭지각이 모두 직각이고, 변의 길이가 모두 같다. 또, 직사각형은 사각형에서 4개의 꼭지각이 모두 직각이고 마주보는 변의 길이만 서로 같은 것으로 정의하고 있다. 마주보는 변의 길이만 서로 같은 것은 과잉 조건이나 직사각형과 정사각형의 개념의 차원을 낮게 하기 때문이다. 즉, 직사각형은 4개의 꼭지각이 같다는 것 외에 4변의 길이가 같다는 조건이 추가되어 정사각형이 되는 관계에 있는 것이다. 차이점은 직사각형의 4변은 일반적으로 같지 않은 것이고 같은 점은 4각이 직각이라는 사실이다(p.157).

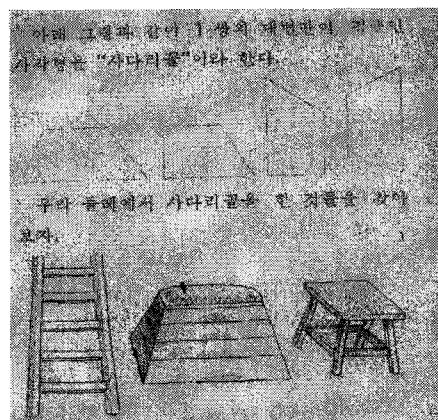
4학년 1학기 교과서에서 여러 사각형이 지도되는 가운데, 각 사각형을 그리고 그 성질을 탐색하는 활동은 여러 가지로 이루어지지만, 상호 관계를 직접 언급하지 않았다.

반면에 ‘산수교사용 지도서’(1968)에는 사각형의 상호 관계를 지도하는 것이 ‘바람직하다’고 제시하고 있다.

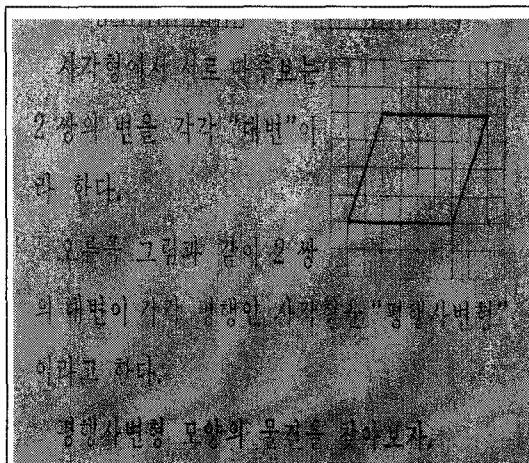
실지 지도상에서 마름모와 평행사변형을 비교하게 하여 마름모는 평행사변형의 어떤 특수한 것인지를 확인하도록 이끄는 것이 바람직하겠다. 따라서 학생 스스로가 마름모를 구별해서

말하려면 어떤 사실을 말해야 되는지를 발견하도록 하여야 할 것이다.

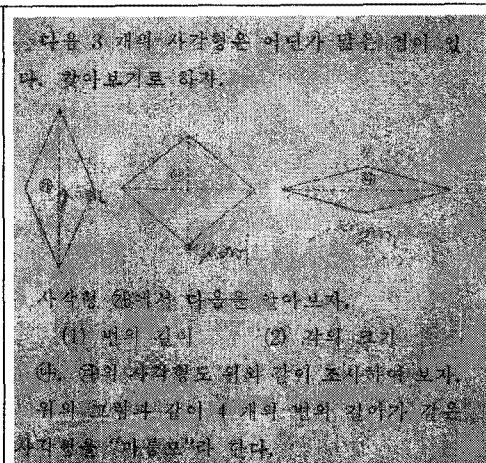
즉, 마름모의 성질을 살펴보는 방법으로 알아보면
 ① 두 쌍의 대변은 평행이다. / ② 두 쌍의 대변은 길이가 같다. / ③ 두 쌍의 대각의 크기가 같다.
 ④ 대각선은 서로 다른 점의 중점에서 교차한다. / ⑤ 4변의 길이가 같다.
 ⑥ 대각선은 서로 수직으로 교차한다.
 인데 그 중에서 4변까지의 성질은 평행사변형의 성질이고 ⑤, ⑥의 성질이 추가됨을 이해시킨다(p.151).



[그림 III-8] 2차 교과서에 제시된 사다리꼴의 정의(4학년 1학기 p.120)



[그림 III-6] 2차 교과서에 제시된 평행사변형의 정의 (4학년 1학기 p.115)



[그림 III-7] 2차 교과서에 제시된 마름모의 정의 (4학년 1학기 p.117)

다음으로, 사다리꼴을 지도하는 교과서의 내용은 오른쪽과 같다. 사다리꼴을 ‘1쌍의 대변만이 평행인 사각형’으로 정의하고 있어, 평행사변형을 사다리꼴에 포함시키지 않고 있다. 이와 관련해 ‘산수교사용 지도서’(1968)를 살펴보면, ‘일반적인 정의’가 아님을 알고 있지만, ‘국민 학교에서 사고의 포함 관계의 복잡성을 피하기’ 위함이라고 적고 있다. 앞서 직사각형을 정의함에 있어 ‘마주보는 변의 길이가 같다’라는 과잉 조건을 사용한 것이 ‘개념의 차원을 낮추기’ 위함이었음을 살펴보았다. 이와 같이, 당시 ‘국민 학교’라는 수준을 감안하여 정의에 여러 변화를 주었다는 것을 알 수 있다. 한편 정의 자체로는 사다리꼴이 평행사변형을 포함하지 않지만, 실제 지도할 때는 사다리꼴이 평행사변형을 포함한다는 점을 가르치도록 하였다.

평행사변형에서 마름모로 온 과정은 일반적인 것에서 특수한 것으로 오는 계통이었으나 여기서는 반대로 특수한 사각형을 생각한다. 즉 일반적인 사각형으로 가는 계통으로 되어 있음을 볼 수 있다. 정의에서 한 쌍의 대변만이라 하여 ‘만’이라는 말을 넣은 것은 일반적인 정의가 아니나, 국민 학교에서 사고의 포함 관계의 복잡성을 피하기 위한 것이다. 그러나 지도상에서는 평행사변형, 직사각형, 정사각형, 마름모들도 한 쌍의 대변이 평행이므로 그들은 사다리꼴의 특수한 것이라는 개념이 길러져야 할 것이다(p.153).

한편 ‘상호 관계에 대한 종합적인 정리’를 하고 있는데, 그 내용은 다음과 같다. 특히

밀줄 친 부분처럼, 포함 관계나 상호 관계를 학교, 학년, 반을 비유로 하여 제시하였다. 그 내용은 II장에서 살펴본, 범주화를 통한 논증의 용이성과 관련지울 수 있다.

포함 관계를 보면, (일반사각형) ⊃ (사다리꼴) ⊃ (평행사변형) ⊃ (정사각형), (평행사변형) ⊃ (마름모) ⊃ (정사각형)인 관계가 있으므로, 이런 개념을 알아두면 좋겠다. 여기서 ()는 그 속의 사각형의 집합을 뜻하고 그는 포함 기호이다. … 포함 개념은 일상생활에서도 중요한 개념의 하나로 이때부터 철저히 길러 주어야 하고 포함 개념을 갖고 사고 처리하는 태도를 길러야 될 것이다. 포함되어 있는 사항은 그것을 포함하고 있는 사항의 모든 성질을 갖고 특히 특수한 성질로서 묶어지게 된다. A 국민 학교 B 학년 C 반 남학생이라 하면, 그 남학생은 A, B, C가 갖는 모든 일반적인 성질을 갖고 있는 것이고 C 반의 여학생과 구별되는 특수한 성질을 갖고 있는 것이다. 도형에서도 똑같은 관계에 놓여 있는 것이고 이런 개념을 확실히 하여야 할 것이다. 즉, 평행사변형이라는 학교에 직사각형이라는 학년이 있고, 정사각형이라는 반이 있는 것과 같은 것이다. 따라서 A학교 학생 하면 전교생이 대상이 되는 것과 같이 평행사변형 속에도 직사각형, 정사각형, 마름모 등이 포함됨을 이해하게 하여야 할 것이다(p.156).

지금까지 3학년과 4학년에서 여러 사각형이 어떻게 다루어졌는지를 살펴보았다. 여기서 한 가지 짚고 갈 점은, 정의 문장의 구조이다. 3학년 2학기에서는 류로 ‘것’, ‘모양’을 사용하면서 문장 맨앞에 ‘사각형에서’라는 제한 문구가 있는 반면에 4학년 1학기에서는 류로 ‘사각형’을

2차	3-2	<ul style="list-style-type: none"> · <u>사각형에서</u> 4개의 꼭지각이 모두 직각이고 변의 길이가 다 같은 것을 정사각형이라고 합니다. · <u>사각형에서</u> 4 개의 꼭지각이 모두 직각이고 마주 보는 변의 길이가 서로 같은 모양을 직사각형이라고 합니다.
	4-1	<ul style="list-style-type: none"> · 오른쪽 그림과 같이 2 쌍의 대변이 각각 평행인 <u>사각형</u>을 평행사변형이라고 한다. · 아래 그림과 같이 한 쌍의 대변만이 평행인 <u>사각형</u>을 사다리꼴이라고 한다.
1차	4-1	<ul style="list-style-type: none"> · ‘<u>직사각형</u> 중에서 길이가 모두 같은 것을 정사각형이라고 한다’

사용하고 있다. 3학년 2학기와 4학년에서 이와
같이 달리 류를 사용한 이유는, ‘국민학교’라는
수준을 고려한 것으로 보인다. 이는 앞서 직사
각형에서 과잉조건을 사용하거나 사다리꼴에서
‘만’과 같이 일반적이지 않은 정의를 사용한 것
과 맥락이 통한다고 볼 수 있을 것이다.

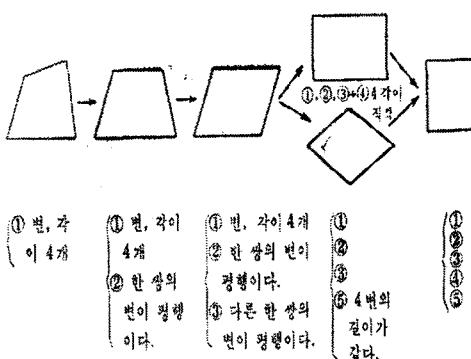
한편 1970년에 발간된 『국정 교과용 도서 준거 국민 학교 학습 지도서 산수 4』(이정실, 교학도서주식회사)를 보면, 사각형의 상호 관계와 관련하여 다음 내용을 찾아 볼 수 있다. 이는 2차 교과서의 지도 내용과 다르고, 이하에서 보겠지만, 3차 교사용지도서의 아이디어와 매우 유사하다. 수학교육현대화의 영향이 반영된 것으로 볼 수 있다.

단원 7. 각과 다각형

4. 사각형의 지도

(1) 교재 연구 및 자료

① 교재의 배열
사각형의 지도 순서는 일반 \rightarrow 특수의 원칙에 따라 성질이 점은 점부터 많은 점으로 배열된다.



(2) 학습활동

제1차시 : [주안점]…일반사각형의 정의 및 그 성질을 작업을 통하여 똑똑히 깨닫게 한다.

제2차시 : [주안점]…사다리꼴의 정의 및 성질
을 작업을 통하여 똑똑히 깨닫게 한다.

제3차시 : [주안점]…평행사변형의 정의 및 성질을 작업을 통하여 똑똑히 깨닫게 한다.

제4차시 : [주안점]…마름모의 정의 및 성질을
작업을 통하여 똑똑히 깨닫게 한다.

일찍이 산수교사용지도서(1968)에서는, 교과서 편찬의 기본 취지로 '산수 교육의 현대화를 위한 새로운 개념의 삽입을 시도하였다'라고 적고 있으며, 다음과 같이 상세하게 그 의도를 적고 있다. 이러한 흐름은 지속적으로 유지되어, 고스란히 1970년의 위의 지도서에 반영되었다고 볼 수 있을 것이다.

전술한 바 시의적인 급격한 요구로 산수·수학 교육의 현대화가 시급히 요청되고 있다. 교과 과정을 개편하고 교과서를 집필하는 동안에도 이런 요구가 부단히 계속되고 있었으므로 교과 과정이 허용하는 최대한의 범위에서 새로운 개념의 삽입이 시도되었고, 새로운 개념뿐만 아니라 새로운 지도 체계나 지도 방법의 삽입도 시도하여 전반적인 양상의 변모를 볼 수 있게 했다. 결과적으로 이러한 시도는 어디까지나 혁학습 현장의 특수성을 고려한 것이므로 획기적인 변모를 가져온 것은 아니며 앞으로의 방향을 제시하고 바람직한 방향으로 이끌기 위한 준비 단계로서의 시도라고 볼 수 있다(p.8).

다. 종합

제통중심교육과정인 2차 교육과정에서 수와 연산이나 측정 영역에 비해 도형의 비중은 약하였다. 이 시기에도 국가수준 교육과정 문서에서는 명확하게 사각형 사이의 상호 관계를 제시하고 있지 않다. 교과서에서는 사각형을 정의함에 있어 일부러 과잉 조건(직사각형)을 사용하거나 제한된 조건(사다리꼴)을 사용하거나 정의 문장의 구조도 얼마나 느슨한 형태를 취했는데, 이는 모두 국민학교라는 수준을 감안한 것으로 보인다. 이는 아리스토텔레스 이후로 제안된 학문으로서의 정의가 갖추어야 할

기본 규칙들에서 벗어난 것이다. 이로부터 초등학교에서 등장하는 사각형의 정의를 다름에 있어, 학문적 입장을 강조하지 않았음을 알 수 있다. 한편 교과서에서는 상호 관계를 거의 언급하지 않은 것에 반해, 교사용 지도서에서는 사각형의 상호 관계를 지도할 것을 권하고 있다. 상호 관계를 집합 사이의 포함 관계의 입장에서 정리하고 그 유용성도 언급하고 있다. 또한 교사용 지도서에서는 수학교육현대화운동을 적극 받아들이고자 했음을 명시하고 있다.

3. 제 3차 교육과정: 1973~1981

수학교육현대화운동에 기반 하여 조직된 이 교육과정에서 빈번하게 등장하는 단어는 상등 관계, 대소 관계, 포함 관계, 합수 관계, 상호 관계, 일대일 대응 관계, 비례 관계 등으로, 공통적으로 ‘관계’라는 용어를 쓰고 있다. 내용 영역명도 ‘수’, ‘연산’, ‘관계’, ‘도형’, ‘측도’로 바뀌었는데, 그중 ‘관계’라는 영역명은 새롭게 등장한 것이다.

내용 영역명의 순서에서 이전 교육과정과 달리 ‘도형’이 ‘측도’(이전 교육과정의 측정)보다 앞서고 있음을 알 수 있다. 2차 교육과정까지만 하더라도 측정이 도형보다 앞섰다. 아래 본문에서 드러나겠지만, 3차 교육과정에서는 ‘도형’이 초등학교 수학의 교육내용으로서 새로운 조명을 받게 된다. 그러면서 ‘도형’에는 ‘관계’로 볼 수 있는 내용 요소들이 새롭게 들어오며, 그 대표적인 예가 바로 ‘도형 사이의 상호 관계’이다.

가. 국가수준 교육과정 문서

잘 알다시피, 3차 교육과정에서는 ‘집합’이 매우 중요하게 다루어졌다. 초등학교 저학년에서부터 집합 내용이 지도되었고, 다른 영역 역

시 집합의 옷을 입었다. 집합의 중요한 내용 요소는 포함관계였다. 예를 들어, 3학년의 지도 내용을 보자.

<제 3학년>

(1) 수

- (가) 포함 관계가 있는 두 집합 사이에 부분 집합을 알아보기
① 집합 기호로서 | |의 사용과 집합 기호 속에 낱낱이 원소를 나타내기
② 집합의 원소가 그 집합에 속하는 관계와 집합과 집합 사이의 포함 관계를 나타내는 기호로서 ∈, ⊂, ⊃를 사용하기

도형 영역에서 이와 같은 포함 관계를 지도할 수 있는 소재가 바로 사각형의 상호관계이다.

<제 3학년>

(4) 도형

- (가) 평면 도형의 기본 성질을 알아보기
⑤ 직사각형, 정사각형의 상호 관계 알아보기

<제 4학년>

(4) 도형

- (가) 평행, 수직 등에 착안하여 여러 가지 기본 도형의 상호 관계를 알아보기
③ 평행사변형, 사다리꼴, 마름모의 상호 관계 알아보기

당시 교육과정 문서에 제시된 ‘지도상의 유의점’에서는 다음과 같이 ‘사각형의 상호 관계를 명백히 다룰 것’을 언급하였다.

- (10) 도형의 영역을 지도함에 있어서는, 도형의 가장 기본적인 구성 요소를 점으로 보고, 도형에서의 용어나 상호 관계를 명백히 다루어야 한다.

제3차 국가 수준 교육과정 문서에서 사각형의 상호관계는 본격적인 교육내용으로 자리 매

김하였다.

나. 교육과정 해설서

3차 교육과정에서 처음으로 교육과정 해설서가 등장하였다. 당시 발간된 『국민 학교 교육과정 해설』을 보면, 2차와 3차 교육과정 사이에는 ‘매우 큰 차이’가 있다고 적고 있다 (p.211). ‘매우 큰 차이’로 인한 학교 현장과 교육계의 혼란을 줄이기 위해서 교육과정 해설서가 편찬되었다.

교육과정과 교육과정 해설서의 내용을 대비해 보면, 첫째, 사각형의 포함 관계와 집합의 아이디어를 분명하게 연결 짓고 있음을 알 수 있다. 둘째, 3학년에서는 직사각형, 정사각형을, 4학년에서 평행사변형, 사다리꼴, 마름모를 지도하는데, 4학년에서는 다시 직사각형과 정사각형을 다루면서 전체적으로 사각형의 상호 관계를 지도하도록 하였다. 이전 교육과정까지는

이와 같이 4학년에서 다시 정사각형과 직사각형을 지도하지는 않았다. 셋째, 상호 관계와 포함 관계라는 두 용어의 사용이다. 오늘날에 우리는 여러 연구에서 사각형의 상호 관계와 포함 관계를 혼용하여 사용하고 있는 것에 반해, 당시에는 “상호 관계를 집합의 포함 관계 등에서 비교하게 된다”고 하여 그 의미를 명확히 구분하였음을 알 수 있다.

다. 교과서와 교사용 지도서

1973년 개정 교육과정을 공포하기에 앞서, 1971년 1월 31일에 국민 학교 교육 과정 개정 시안을 발표하였으며(문교부, 1973), 이후 ‘교육 과정 실험학교에서의 실험’을 실시하였다. 전국의 교대와 사대의 부속 초등학교 14교, 일반 국민 학교 16교를 선정하여 교육과정 시안에 따라 제작된 1, 2, 3학년의 실험용 교과서를 72학년도에, 4, 5, 6학년의 실험용 교과서를 73학년도에 실험하여 그 결과를 참작 마지막으로

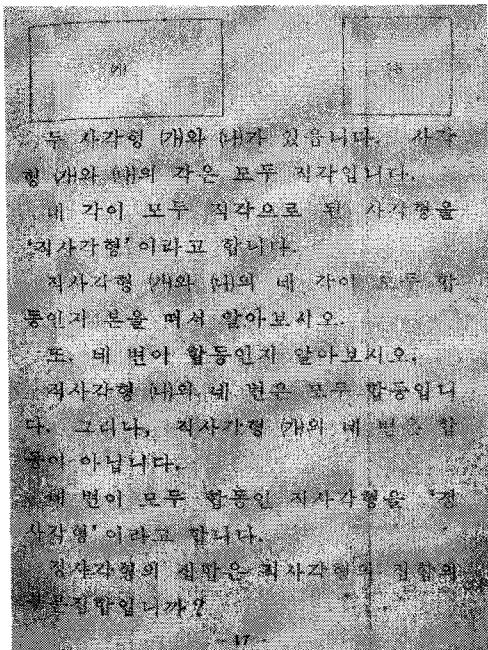
<표III-1> 3차 교육과정과 교육과정해설서 내용 대비

교육과정		교육과정해설서
3학년	(4) 도형 (가) 평면 도형의 기본 성질을 알아보기 (5) 직사각형, 정사각형의 <u>상호 관계</u> 알아보기	4. 도형 (1) 도형의 성질 …직사각형은 일반 사각형의 특수 직사각형임을 이해되고, 또한 정사각형은 직사각형의 특수한 조건임을 이해하게 된다. 따라서 일반 사각형의 집합과 직사각형의 집합, 정사각형의 집합의 구성 조건은 포함 관계가 이루어진다. 즉, {일반사각형} ⊃ {직사각형} ⊃ {정사각형} 이다(p.233).
4학년	(4) 도형 (가) 평행, 수직 등에 치안하여 여러 가지 기본 도형의 <u>상호 관계</u> 를 알아보기 (3) 평행사변형, 사다리꼴, 마름모의 <u>상호 관계</u> 알아보기	4. 도형 (1) 도형의 성질 사각형에 있어서는 평행사변형, 사다리꼴, 마름모를 정의하고 전 학년까지 정의된 일반사각형, 직사각형, 정사각형을 합쳐서 그들의 <u>상호 관계</u> 를 <u>집합의 포함 관계</u> 등에서 <u>비교하게 된다</u> (p.237).

수정하여 교육 과정을 확정 공포하였다. 이 실험학교의 운영은 우리나라에서는 최초의 시도였다(교육과정연구회, 1973).

당시 실험학교 운영에 사용하였던 ‘실험용 국민 학교 교사용 교과용 도서’(이하 실험용 교사용 도서)를 통해 사각형의 상호 관계가 처음에 어떤 아이디어로 들어오게 되었는지를 짐작해 볼 수 있다.

3학년 2학기에서부터 본격적으로 상호 관계가 지도되었다고 볼 수 있다. 당시 ‘2. 다각형과 원’ 단원의 5-6차시 수업에서 다음과 같이 ‘직사각형과 정사각형’을 지도하였다. 먼저 직사각형을 ‘네 각이 모두 직각으로 된 사각형’으로 정의하였다. 이는 2차에서 ‘사각형에서 4 개의 꼭지각이 모두 직각이고 마주 보는 변의 길이가 서로 같은 모양을 직사각형’으로 정의한 것과 완전히 다른 모습이다. 3차에서는 직사각형의 핵심 성질만을 사용하였으며, 류 역시 ‘모양’ 대신 ‘사각형’으로 최근류를 제시하였다.



그리고 정사각형을 ‘네 변이 모두 합동인 직사각형’으로 정의하였는데, 류에 ‘직사각형’을 사용하여, 논리적 정의의 제시 방법을 그대로 따르고 있다. 직사각형이 정사각형을 포함한다는 것을 정의 자체에 담았다.

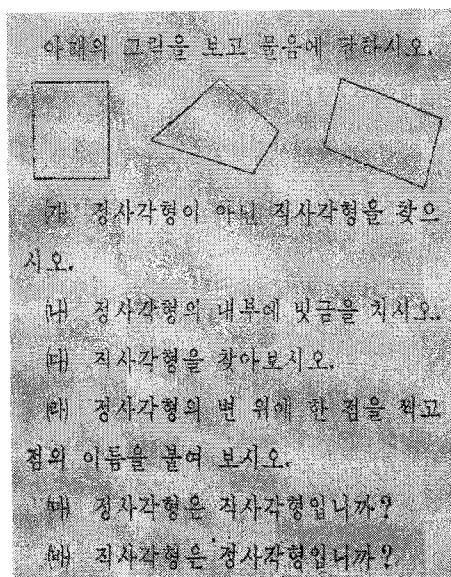
실험용 교사용 도서의 본론에 제시된 주요 내용은 다음과 같다.

② 지도의 관점

사각형의 부분집합인 직사각형과 정사각형에 대한 이해를 깊게 하고, 정의를 바탕으로 해서 그들 사이의 관계를 이해할 수 있도록 한다.

③ 지도의 전개

사각형 중에서 가장 특수한 사각형은 정사각형이다. 그리고 정사각형과 직사각형은 어린이들에게 매우 친근감을 주는 모양이다. 그러나 여기에서는 그들의 정의를 바르게 이해시켜 정의를 바탕으로 해서 도형을 변별할 수 있도록 해야 한다./ 직사각형은 네 각이 모두 합동인 사각형이다. 그런데 정사각형도 네 각이 모두 합동인 사각형임에는 틀림없으므로, 직사각형의



[그림 III-8] 3차 교과서에 제시된 직사각형과 정사각형의 지도 내용 (3학년 2학기 p.47-48)

집합의 원소인 것이라는 점을 강조하여야 한다./



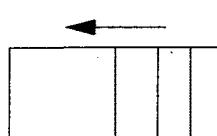
직사각형의 집합의 원소는 모두 네 각이 합동인 사각형이다. 그러나 직

사각형 중에서 변에 좌안한다면 네 변이 모두 합동인 직사각형을 찾아 볼 수 있다는 것을 이해시켜서, 이와 같은 특수한 직사각형의 집합에 정사각형이라는 이름을 붙인다는 것을 인식할 수 있도록 한다. / 따라서 직사각형과 정사각형 사이의 관계를 용이하게 파악할 수 있도록 다음과 같이 정사각형을 정의하는 것이 바람직하다. '직사각형' 중에서 네 변이 모두 합동인 직사각형을 정사각형이라고 한다. (p.52)

위의 내용에서 특기할 점은, 정의를 바탕으로 하여 직사각형과 정사각형의 관계를 이해하도록 하는 것이다. 반 힐레의 기하학습수준 이론에 따르면, 세 번째 수준인 제2수준이 도형 사이의 관계를 파악하는 것으로, 이는 정의에 기반 하여 이루어지는 것이다. 이 점에 비추어 볼 때, 위의 내용은 반 힐레의 세 번째 수준인 제2수준에 해당한다. 이전 교육과정까지는 사각형 간의 상호 관계를 어떻게 알아보라는 점이 분명하지 않았던 것에 반해, 3차 교육과정에서는 '정의를 바탕으로 해서' 살펴볼 것을 분명하게 언급하였다.

한편 위의 지도 내용이 초등학생들에게 어렵다는 것을 고려하여 '지도상의 유의점'에 다음과 같이 적고 있다. 정사각형은 직사각형이 아니라고 생각해버리는 경우가 많으므로, 정의에 바탕 하여 명확하게 이해하도록 하며, 다른 한편으로 다음의 보조 그림을 사용하여, 직사각형의 변이 연속적으로 변하여 정사각형이 됨을 보여주는 것이다.

④ 지도상의 유의점



어린이들은 직사각형의 변이 모두 합동이 되는 순간에 직사각형은 아니고, 정사각형이라고 생각해버리는 경우가 많다. /따라서 정사각형의 네 각도 모두 합동임에는 틀림없으므로 직사각형인 것이나, 그 중에서도 네 변이 합동이므로 정사각형이라는 이름을 붙인 것이라는 것을 명확하게 이해할 수 있도록 하여야 한다. 직사각형의 변이 연속적인 변화를 통해서 그들 사이의 관계를 이해시키는 것도 효과적이다.

4학년 1학기의 'IV. 도형'에서는 다음과 같은 내용을 찾아 볼 수 있다(p.95).

1. 단원의 목표와 교재의 구성

① 단원의 목표

(7) 여러 가지 도형의 집합을 알아보고, 이들 사이의 포함 관계를 이해할 수 있게 한다.

② 교재의 구성

(8) 여러 가지 사각형의 집합을 만들고, 이들 집합 사이의 포함 관계를 이해할 수 있게 하였다.

2. 시간 배당

차시	시간	지도내용	교과서	지도의 중점
8-10	3	여러 가지 사각형	100-106	여러 가지 사각형의 요소를 알고 또 그들 사이의 포함 관계를 이해할 수 있게 한다.

모두 7페이지에 걸쳐 사각형의 상호 관계가 다루어졌다. 2차까지의 지도내용에 비해 대폭 늘어난 것이다. 교과서에 제시된 내용들의 지도목표는 <표 III-2>와 같다.

지도 내용을 상세히 살펴보면, 첫째 이전 학기에서 배운 정사각형과 직사각형을 포함 관계 관점에서 다시 다루며, 이 때 '정의를 재인식'

할 것을 강조하였다.

교과서의 그림 중에서 직사각형을 찾아보게 하여 사각형 (가)와 (나)임을 알게 한다. 여기서 사각형 (가)는 직사각형이지마는 정사각형은 아니고, 사각형 (나)는 정사각형이면서 또 직사각형이기도 함을 알게 한다. 그리하여 직사각형과 정사각형의 정의를 재인식하여 그들의 집합 사이의 포함 관계를 이해하도록 지도한다. …앞 페이지의 결론으로서, 정사각형의 집합 ②가 직사각형의 집합 ④에 포함된다는 것을 이해시킨다(p.108).

둘째, 사각형 A와 B를 다를 때, ‘A가 B에 포함되는가?’와 ‘B가 A에 포함되는가?’를 모두 다루어, 말 그대로 두 사각형 사이의 ‘상호’ 관계를 다루었다.

네 변의 길이가 같은 것을 마름모라고 함을 알게 되었다. 그런데 정사각형의 네 변의 길이도 같다는 것을 아동들에게 상기시킨다. 그래서

<표 III-2> 3차 교과서 4학년 1학기의 사각형 지도 목표

교과서 페이지	지도서 페이지	지도목표
100	108	사각형을 그려 보고 여러 가지 사각형의 요소를 알아본다. 그리고 직사각형과 정사각형의 관계를 이해하게 한다.
101	109	마름모를 실제 조작을 통하여 알아보고, 그에 대한 여러 가지 요건을 이해한다. 그리고 마름모의 집합과 정사각형의 집합 사이의 관계를 이해하여 그들의 포함 관계를 알아본다.
102	110	정사각형의 집합과 마름모의 집합 사이의 포함 관계를 이해하게 하고 사각형에서 대변과 대각을 알아보게 한다.
103	111	평행사변형을 알아보고 평행사변형의 여러 가지 성질을 이해한다. 그리고 평행사변형의 집합과 직사각형의 집합의 포함 관계를 알아본다.
104	112	사다리꼴을 알아보고, 그의 성질을 이해한다. 그리고 평행사변형의 집합과 사다리꼴의 집합 사이의 포함 관계를 알아본다.
105	113	여러 가지 사각형의 조건을 조사하여 그들의 계열표를 만들어 포함관계의 소지를 마련한다.
106	114	다각형, 사각형, 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 집합 사이의 포함관계를 알아보고 그것을 그림으로 나타낼 수 있게 한다.

정사각형도 네 변의 길이가 같으므로 마름모라고 말할 수 있는가를 물어 보고 그 이유를 말하여 보게 한다. 그리고 교사는 결론을 지어 네 변의 길이가 같으면 마름모인데 정사각형도 네 변의 길이가 같으므로 마름모라고 말할 수 있다는 것을 그림을 그려 구체적인 관계를 보여 주면서 설명해 준다. 그리고 이번에는 마름모도 정사각형이라고 말할 수 있는가를 물어본다. 그리고 그림을 그려서 아동들의 사고에 도움을 준다. 그리하여 정사각형은 네 변과 네 각이 모두 같은 것이라야 한다는 것을 재인식시키고, 마름모는 네 변은 같으나 네 각이 같지 않으므로 정사각형이 될 수 없음을 이해시킨다. 마름모가 되지마는 마름모는 정사각형이 반드시는 되지 않음을 알게 하여 정사각형의 집합이 마름모의 집합에 포함된다는 것을 이해시킨다(p.109).

셋째, 초등학생들이 상호 관계를 이해하기 어려워한다는 점을 감안하여 몇 가지 보조 장치를 두었다. 위의 인용문에서처럼 정사각형과 마름모의 상호 관계를 다룰 때 ‘그림을 그려서 아동들의 사고에 도움을 주기도 하였으며’, 평행사변형과 사다리꼴의 상호 관계를 다룸에 있

어서는 다음과 같았다.

이와 같이 한 쌍의 대변이 평행인 사각형을 사다리꼴이라고 함을 말한다. 그리고 평행사변형을 여러 가지 모양으로 나누어 여러 가지 사다리꼴을 만들어 보게 한다. 그리고 다시 평행사변형에서 한 쌍의 대변이 나란하다고 말할 수 있는지를 알게 한다. 이는 두 쌍의 대변이 나란하므로 한 쌍이 나란하다는 것은 당연한 것이다. 이 단계의 어린이에게는 ‘한 쌍만이’란 것과 ‘한 쌍이’의 뜻을 논리적으로 구별하기 어려우므로 간단히 생각해서는 안 된다. 이 경우는 다음과 같이 지도하는 것도 바람직하다. 그림과 같이 평행사변형의 한 쌍의 대변만 보이게 하고 나머지 한 쌍의 대변은 보이지 않게 가려주고 아동들에게 보이는 한 쌍의 대변이 나란함을 인식시킨다. 그리고 한 쌍이 나란하면 나머지 한 쌍의 대변은 여하간 사다리꼴임을 알게 하고 가렸던 종이를 떼어본다. 그 결과 나머지 한 쌍의 대변도 나란하므로 평행사변형도 되지만 사다리꼴임에는 틀림없음을 이해시켜 평행사변형의 집합이 사다리꼴의 집합에 포함됨을 이해시킨다(p.112).

넷째, 7쪽에 걸쳐 등장하는 사각형의 순서는, (직사각형, 정사각형), 마름모, 평행사변형, 사다리꼴 순이었으며, 이는 특수한 경우에서 일반의 방향을 취한 것이다.

지도상의 유의점

지금까지 사각형의 지도를 정사각형에서 출발하여 직사각형, 마름모, 평행사변형, 사다리꼴, 일반사각형으로 차차 확대시켜 나갔던 것이다. 다시 말하면, 사각형의 지도는 특수한 경우에서 일반적인 것으로 지도하였다. …그리고 이 교재의 도형 지도가 폐곡선에서 시작하여 다각형, 특수각형으로 발전하여 연역적 방법을 택하고 있는 반면 한 도형, 즉 사각형이나 삼각형 안에서의 관계를 조사하는 것은 귀납적 방법을 택하고 있음을 교사가 알아 두는 것이 좋겠다.

다섯째, 사각형의 종류와 그 상호 관계가 모

두 지도된 후에는 성질들 사이의 관계와 집합의 조건이라는 관점에서 앞서 배운 내용을 재조직하였다.

먼저 여러 가지 다각형 중에서 네 변으로 된 다각형을 찾고 이것이 곧 사각형의 집합임을 알게 한다. 그리고 이 집합의 원소가 되기 위한 조건은 네 변을 가진다는 것이다. 이 조건을 ①이라고 한다. 그리고 ①의 조건을 만족하는 도형 중에서 한 쌍의 대변이 평행(이것을 조건 ②라고 함)인 것을 생각하고, 이것이 사다리꼴임을 알게 한다. 다음 조건 ①, ②를 만족하고, 또 다른 한 쌍의 대변도 평행(이것을 조건 ③이라고 함)인 것을 생각하고 이것이 평행사변형임을 알게 한다. 다음은 ①, ②, ③의 조건을 만족하고, 또 4각이 모두 직각인 것(이것을 조건 ④라고 한다)과 4변이 합동(이것을 조건 ⑤라고 한다)인 것을 생각하게 한다. 그리하여 전자는 직사각형이고, 후자는 마름모임을 알게 한다. 그리고 조건 ①, ②, ③, ④, ⑤를 모두 만족하는 도형을 생각하게 하여 이것이 정사각형임을 알게 한다. 이와 같이 하여 사각형에서 조건을 하나씩 더해갈수록 점점 특수한 사각형이 되어 감을 이해시키고 이들 조건에 따라서 사각형의 계열을 교과서에서와 같이 그림으로 나타내고 일목요연하게 알 수 있게 한다. 그리하여, 각 사각형 사이의 관계를 더욱 분명하게 이해할 수 있게 하여 여러 가지 사각형들 사이의 포함 관계에 대한 소지를 마련할 수 있도록 지도한다(p.113).

지금까지 여러 가지 사각형을 알았고 그들 사이의 조건을 보았다. 그것이 여기서는 집합의 조건이란 입장에서 생각하여 집합의 포함관계를 생각하기로 한다. 다각형의 집합을 사라하고 집합 사를 전체집합으로 한다. 물론 4학년에서는 전체집합을 배우지 않고 있으므로 그것을 말할 필요도 없고 다만 교사만이 이것을 고려하면서 지도하면 좋다. 그림과 같이 여러 가지 다각형으로 된 구체물의 집합에서 사각형의 집합을 만들어 집합 바라 한다. 그리고 그림에서 집합 바가 집합 사의 부분집합임을 쉽게 알아볼 수 있도록 조작한다. 마찬가지로 집합 바의 부분집합으로 사다리꼴의 집합 마를 만들고, 또

집합 마의 부분집합으로 평행사변형의 집합 라를 만들고, 또 집합 라의 부분집합으로 마름모의 집합 다를 만든다. 그런데 집합 라의 부분집합은 마름모의 집합 이외에 직사각형의 집합 나도 있음을 이해할 수 있게 하고 마름모와 직사각형의 공통부분으로 이루어지는 집합이 곧 정사각형의 집합 가임을 알게 한다. 그리하여 교과서에서 볼 수 있는 것과 같은 집합의 그림을 그려 그들 사이의 포함관계를 더욱 깊이 이해할 수 있도록 한다(p.114).

한편 『실험용 국민 학교 교사용 교과용 도서 산수 4-2』의 ‘4. 양과 측정’에서 다음과 같은 내용이 제시되어 있는데, 사각형의 상호 관계가 수학 내적인 설명을 할 때 어떻게 사용되는지의 예를 보여준다.

③ 지도의 전개

(5)⁵⁾는 정사각형의 집합은 직사각형의 집합의 부분집합임을 알게 하여 정사각형은 직사각형이 될 수 있음을 알게 한다. 또 정사각형의 넓이도 직사각형의 넓이의 공식 (가로의 길이) × (세로의 길이)로 구할 수 있음을 알게 한다.

라. 종합

수학교육현대화운동에 기반을 둔 3차 교육과정 와서야 도형 영역이 측정 영역보다 비중 있게 다루어졌다. 당시 집합 관련 내용이 교육과정에 새롭게 들어오는데, 도형 영역에서도 그 집합과 연관된 내용, 특히 집합 사이의 포함관계를 지도할 수 있는 소재가 있었으며, 그것이 바로 ‘사각형의 상호 관계’였다. 이는, 당시 처음 등장한 교육과정해설서에 제시되어 있는 내용이다.

3학년에서 처음으로 사각형의 상호 관계를 지도할 때, 즉 한 사각형 집합이 다른 사각형 집합에 포함될 수 있는지 여부를 판단할 때, 정

의를 바탕으로 할 것을 명시하고 있다. 이는 앞선 교육과정에서는 없던 내용이다. van Hieles는 기하학습수준이론에서 세 번째 수준인 제2수준에 이르러야 정의를 이해하고 도형과 도형 사이의 관계를 이해할 수 있다고 하였다. 제2수준이 3차 교육과정에서의 3학년의 지도 내용과 대응된다.

당시 교사용지도서 저자들은, 정의를 바탕으로 해서 사각형의 상호 관계를 이해하는 것이 초등학생들에게는 어렵다는 점을 고려하여 곳곳에 유의할 점이나 대처 지도 방안 등을 제시해 놓았다.

마지막으로, ‘정사각형이 직사각형이기 때문에 직사각형의 넓이 공식을 정사각형의 넓이 공식으로 그대로 사용할 수 있다’와 같이, 사각형의 상호 관계가 수학 내적으로 설명을 할 때 어떤 유용함이 있는지를 보여주는 사례를 발견할 수 있었다.

IV. 맷음말

초등학교 수학교육 내용 영역 중에서 비중이 높은 두 영역을 꼽으라고 하면, 오늘날에는 대부분이 수와 연산 영역과 도형 영역을 꼽을 것이다. 그런데 우리나라 교육과정사에서 처음부터 그러했던 것은 아니다. 생활중심교육과정인 1차 교육과정에서는 분명히 수와 연산 영역과 측정 영역이 우세하였고, 2차 교육과정에서도 적어도 도형 영역이 측정 영역보다 우세하지는 않았다.

도형 영역이 비중이 높아진 시기는 3차 교육과정이다. 수학교육현대화에 기초한 이 교육과정에서는 집합과 관련된 내용들이 대폭 교육내

5) 교과서의 본문 내용은 “(5) 직사각형과 정사각형은 어떤 관계가 있느냐? 정사각형의 넓이를 구하는 방법을 알아보아라.”이다.

용으로 들어왔다. 특히 집합과 관련해서는 도형 영역에서 다루는 사각형의 상호 관계가 중요한 교육 소재로 조명 받게 되었다. 집합에서는 포함 관계를 지도하였다. 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형 등 여러 사각형을 사용하여 포함 관계를 지도할 수 있게 된 것이다. 더불어 도형 영역의 비중도 높아졌다.

3차 교육과정에서는 수학적 구조와 더불어 논리적 사고를 강조하였다. Ⅱ장의 ‘사각형의 상호 관계와 아리스토텔레스의 정의의 규칙’에 서 보았듯이, 사각형의 상호 관계는 논리적 사고, 즉 류와 종차에 의한 정의를 기반으로 이루어지는 범주화를 통한 논증의 용이성을 지도 할 수 있는 좋은 소재였다. 실제로 3차 교육과정에서는 정의를 바탕으로 사각형의 상호 관계를 이해하도록 하였다. 더불어 범주화를 통한 논증의 용이성이라고 볼 수 있는 사례도 제시되었다. 3차 교육과정에서는 사각형의 위계 지도를 통하여, 수학교육현대화운동이 목표로 하였던, 논리적 사고의 육성을 도모하고자 한 것이다. 그러면서도 초등학생들이 사각형의 상호 관계를 이해하는데 어려움을 겪는다는 것을 주지하고, 도움을 주기 위한 여러 보조 장치도 제시되었다.

4차 교육과정 이후로 우리나라 교육과정에서는 지속적으로 집합 관련 내용을 약화시키거나 삭제해 왔다. 그래서 7차 교육과정에서는 초등 학교에서 집합과 관련된 일체의 용어가 모두 삭제되었다. 2006 개정 교육과정에서도 그 기조는 유지되었다.

집합의 포함 관계와 사각형의 상호 관계는 매우 긴밀한 관련이 있다. 3차 교육과정에서 사각형의 상호 관계는 도형 영역에서 집합의 포함 관계를 지도할 수 있는 적절한 소재라는 판단에서 적극적으로 도입된 점이 적지 않다.

그렇다면, 오늘날 집합의 포함 관계는 지도하지 않으면서 사각형의 상호 관계는 교육내용으로 남아 있는 것이다.

이 지점에서, 한편으로는, 집합의 포함 관계를 지도하지 않기 때문에 학생들이 어려워하는 사각형의 상호 관계를 지도하지 않는 것이 바람직하다는 주장이 있을 수 있다. 다른 한편으로 집합의 포함 관계를 떠나, 사각형의 상호 관계가 초등학교 수학에서 갖는 교육적 가치를 찾아야 한다는 주장도 있을 수 있다. 이 논문에서는 특별히 그 두 주장 또는 그것을 넘어서 어떤 주장을 펼치지 않았다.

다만 이 논문에서 얼마간 보여준, 우리나라 교육과정사를 통해 재조명한 사각형의 상호 관계의 변천의 역사는, 앞으로 국가수준에서 교육과정의 내용 적정성을 논의할 때 기초적인 참조 자료가 될 수 있을 것으로 기대한다.

참고문헌

- 교육과정연구회(1973). **국민학교 교육과정 해설**. 서울: 교학도서주식회사.
- 교육부(2000). **초중고등학교 수학과 교육과정 기준**.
- 교학사(1957). **초등학교 국어, 산수, 사생, 자연 교수지도서**.
- 김현미(2007). **초등학교 수학 교과서에 나타난 사각형 지도 방법에 대한 분석**. 서울교대 교육대학원 석사학위논문.
- 노영아(2007). **도형 영역의 오류 유형과 원인 분석에 관한 연구: 초등학교 4학년을 중심으로**. 광주교대 교육대학원 석사학위논문.
- 문교부(1963). **국민 학교 산수 교사용**.
- 문교부(1962). **산수 4-1. 국정교과서주식회사**.
- 문교부(1962). **산수 4-2. 국정교과서주식회사**.

- 문교부(1962). 산수 5-1. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1962). 산수 5-2. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1964). 산수 3-1. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1964). 산수 3-2. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1964). 산수 4-1. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1964). 산수 4-2. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1968). 국민 학교 교사용 교과용 도서
 산수교사용 지도서.
- 문교부(1972). 산수 3-1. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1972). 산수 3-2. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1972). 산수 4-1. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1972). 산수 4-2. 국정교과서주식회사.
- 문교부(1972). 국민 학교 교육과정 해설. 국정
 교과서주식회사.
- 문교부(1973). 실험용 국민 학교 교사용 교과
 용 도서 산수.
- 박선영(2009). *사각형의 지도에 관한 초등학교
 교과서 비교 연구: 우리나라, 일본, 싱가포
 르를 중심으로*. 공주교대 교육대학원 석사학
 위논문.
- 새교육연구회(1959). *국민 학교 교수지도요령*.
- 우정호(1998). *학교수학의 교육적 기초*. 서울:
 서울대학교 출판부.
- 이정실(1970). *국정 교과용 도서 준거 국민 학
 교 학습 지도서 산수 4. 교학사*.
- 임재훈 외(2005). *수학교육내용 적정성 평가
 연구*. 한국교육과정평가원 연구 보고서.
- 장영은(2003). *도형과 관련된 문제해결과정에
 서 초등학생의 오류 유형과 원인 분석 연
 구*. 전주교대 교육대학원 석사학위논문.
- Bayer, G. D.(1995). Definition in Aristotle. Doctral
 Dissertation, University of Texas at Austin.

A Study on the Mutual Relation of Quadrilateral in History of Mathematics Education of South Korea

Cho, Young Mi (Gongju National University of Education)

In this paper we examined the mutual relation of quadrilateral for the purpose to know the reason why we taught the mutual relation of quadrilateral in elementary school. We looked through the several materials, for example,

national curriculum, textbooks, guide books for teachers in 1st, 2nd, 3rd curriculums. Finally we found that the mutual relation of quadrilateral was deeply involved in the concept of sets, or the concept of inclusion.

* key words : mutual relation of quadrilateral, mathematics textbooks, guide books for teachers

논문접수 : 2010. 8. 10

논문수정 : 2010. 9. 4

심사완료 : 2010. 9. 11