

소음/진동을 고려한 함포용 Synchro System의 다단 기어 구동장치 개발

이형우[†] · 허남수¹ · 김인환¹ · 이동환²

(원고접수일 : 2010년 9월 29일, 원고수정일 : 2010년 11월 5일, 심사완료일 : 2010년 11월 16일)

Development of the Multi-Gear Train Devices of Synchro System for the Guns of a Warship which Considered the Noise/Vibration

Hyoungh-woo Lee[†] · Nam-soo Hur¹ · In-hwan Kim¹ · Dong-hwan Lee²

요 약 : 다단 기어연쇄, 베어링, 축, 로터로 구성되는 함포용 synchro system의 구동장치를 개발하기 위하여, AGMA규격에 의한 기어 굽힘강도, 면압강도해석, 기어치형설계를 포함한 정적설계를 수행하였다. 또한 전달행렬법을 효과적으로 적용시킬 수 있는 Hibner's branch법과 자유도가 큰 경우에도 계산 오차 없이 고유특성치를 빠뜨리지 않고 산출할 수 있는 λ -matrix법을 도입하여 함포용 Synchro system의 좌우 선회용과 상하 고각형의 위험속도 해석 및 평가를 하였고, 운전속도 범위 내에 위험속도가 존재하지 않았다.

주제어 : 함포, 싱크로 시스템, λ -matrix법, 캠벨선도, 위험속도

Abstract: Vibration and noise analysis as well as strength of gear teeth, gear profile design are considered in order to develop the multi-gear train devices of synchro system for the guns of a warship.

A new approach to the critical speed calculation of practical industrial multi-mesh geared system is presented. A transfer matrix model based on Hibner's branch method is developed and the natural properties of the branched rotor system are calculated with using the λ -matrix formulation.

A Campbell diagram, in which the excitation sources caused by the mass unbalance of the rotors and the transmitted errors of the gearing are considered, shows that, at the operating speed, there are not the critical speed.

Key words: Guns of a warship, Synchro system, λ -matrix, Campbell diagram, critical speed

1. 서 론

서보제어용 synchro system은 탱크, 자주포, 함포 등 방산 장비의 포탑 좌우선회 및 상하 고각 위치를 정밀 제어하는 시스템으로 미사일, 어뢰 등의 첨단 장비에도 응용되는 기술이다. 특히, synchro system에 사용되는 기어트레인 구동장

치는 각각의 synchro 서보모터에 동력 및 회전수를 전달해주는 역할을 하며, 10개 이상의 소형기어가 연속적으로 물려서 돌아가게 되어 있기 때문에 소음 및 진동에 아주 민감하다. 따라서 복잡한 다단 치차계에 대한 진동해석 기술 개발이 필요하다. 회전기계의 진동 해석기법으로는 전달행렬법과

[†] 교신저자(부산대학교 기계기반융합부품소재인재양성센터, E-mail: leehwoo@pusan.ac.kr, Tel: 051-510-2598)

¹ 진주산업대학교 기계공학과

² 한국기계연구원 시스템엔지니어링연구본부

유한요소법으로 대별되는데, 전달행렬법은 M.A. Prohl[1]에 의해서 처음 제안되어 축계 강제진동 해석에 유용한 기법으로 널리 사용되어 왔다. 전달행렬법은 유한요소법에 비하여 자유도를 훨씬 작게 잡을 수 있는 장점이 있으나 고유치해석을 위해서는 직접탐색법으로 고유진동수를 구해야 하는 번거로움 때문에 일부 간단한 축계에만 적용하여왔다.

Lund[2]와 Bansal, Kirk[3]는 유막 베어링에 지지되는 유연 축계의 고유치 해석과 시스템의 안정성을 평가하기 위하여 전달행렬법을 적용하였다. 그러나 전달행렬 모델링에 의한 고유치 해석 알고리즘은 축계의 자유도가 많아질수록 계산오차가 크며, 일부의 고유진동수를 빠뜨릴 염려가 있다. D.Kim, J.W. David[4]는 직접탐색법에 의한 고유치 해석의 단점을 개선하기 위하여 유연 로터-베어링계 특성방정식의 멱급수 항의 계수를 직접 유도하였고, 다시 특성방정식을 고유치 문제로 바꾸어서 모든 자유도에 대하여 모드해석을 했다.

치차가 포함된 로터-베어링 축계는 가지점(branch point)이 존재하는데, J.Goodoin[5], J.S.Rao[6]는 가지(branch)마다 전달행렬을 각각 유도하여 통합된 특성방정식을 구하였다. 반면에 L.D.Mitchel[7]은 가지점에서의 관계식 유도의 번거로움을 피하기 위하여 Hibner's branch를 도입한 전달행렬법을 제안하였는데 이 방법은 국부 전달행렬식을 다축에 대하여 동시에 고려한 것으로서 가지점의 수와 가지점의 위치에 상관없이 일반성있게 전달행렬법을 적용할 수 있다. N.G.Park[8]은 치차계의 강제진동 해석에 이 방법을 적용하여 그 효용성을 보인 바 있다.

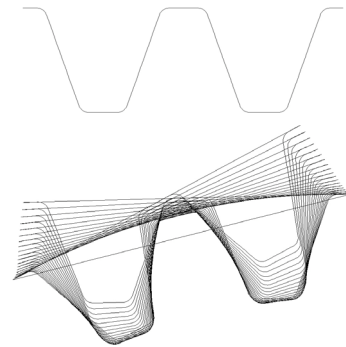
본 연구에서는 다단 기어연쇄, 베어링, 축, 로터로 구성되는 합포용 synchro system의 구동장치를 개발하기 위하여, AGMA규격에 의한 기어 굽힘강도, 면압강도해석, 기어 치형설계를 포함한 정적설계를 수행하였다. 또한 전달행렬법을 효과적으로 적용시킬 수 있는 Hibner's branch법과 자유도가 큰 경우에도 계산오차 없이 고유특성치를 빠뜨리지 않고 산출할 수 있는 λ -matrix법[9]을 도입하여 합포용 Synchro system의 좌우 선회용과 상하 고각형의 위험속도 해석 및 평가를 하였다.

2. Synchro system 정적 설계

2.1 기어 치형 설계

2.1.1 기어 치형 설계 기본 개념

기어의 기초제원인 모듈, 잇수, 백래시, 압력각, 비틀림각, 전위량 등을 입력하게 되면 **Figure 1**과 같이 기어 가공용 랙 커터 프로파일이 생성되고 이것을 토대로 Mapping technique를 거쳐 각각의 기어와 피니언을 창성하게 된다. 그리고 기어2는 기어1의 기준 좌표계로 변환함으로써 실제 기어쌍의 물림상태를 확인을 가능하도록 하였다.



(랙 커터 프로파일) (mapping technique)
Figure 1: Creation of gear profile using mapping technique

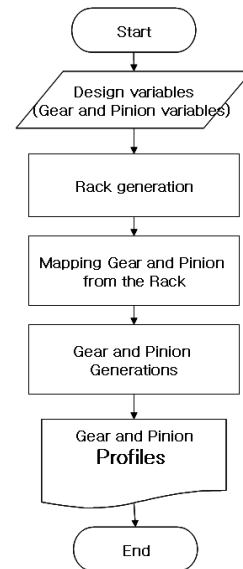


Figure 2: Flow chart of gear profile design

2.1.2 기어 치형 설계 전용 프로그램

본 연구에서는 Synchro system의 기어 치형 설계를 위한 Mapping technique을 이용한 전용 프로그램을 개발 하였다.

프로그램을 가동하여 기초제원을 입력하면 Figure 2의 순서를 통하여 치형 설계 결과를 산출하며 그 내용은 Figure 3, Figure 4로 나타난다.

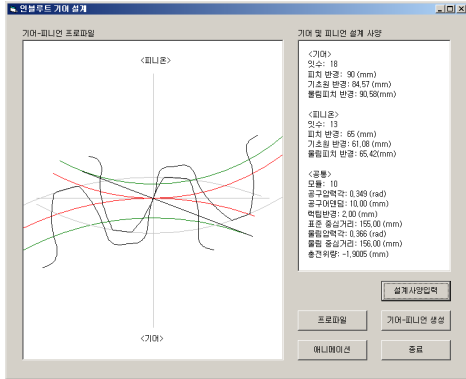


Figure 3: Contact of a gear pair

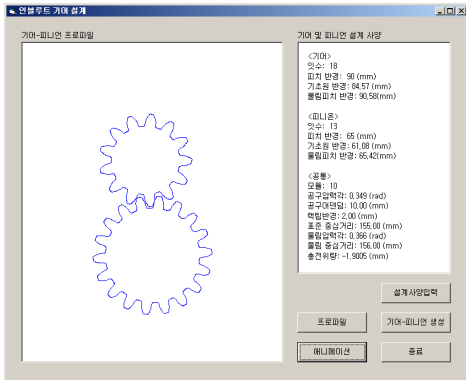


Figure 4: Gear profile which is designed

2.2 기어 강도 설계

본 연구에서는 Synchro system의 강도설계를 위해서 AGMA 2001규격[10]에 의한 굽힘강도, 면압강도 해석을 수행하였다.

2.2.1 굽힘강도 설계

AGMA 2001에서, 굽힘강도 식은 기어 치가 기

초에 단단하게 고정되었을 때 최대응력은 이뿌리의 필렛(fillet)에서 발생한다는 가정에 기초하고 있다.

기어의 전달하중에 의한 이뿌리의 굽힘강도는 치면에 작용하는 하중의 접선 방향 성분 이외에도 반경방향 성분에 의한 이뿌리의 압축응력, 이 중심선에 대한 하중 작용선의 경사에 의한 이에서의 불균일한 모멘트 분포, 이뿌리 필렛에서의 곡률 변화에 의한 응력 집중과 하중을 받는 이와 인접한 이의 하중 분담 등을 고려한다.

$$s_t = \frac{W_t K_a}{K_v} \frac{1.0}{F m} \frac{K_s K_m}{J} \quad (1)$$

여기서,

- s_t : Bending Stress Number (MPa)
 - K_a : Application Factor for bending strength
 - K_s : Size Factor for bending strength
 - K_m : Load distribution factor for bending strength
 - K_v : Dynamic factor for bending strength
 - J : Geometry factor for bending strength
 - m : Nominal metric module in plane of rotation (mm)
 - ψ : Helical over factor
 - $J = \frac{Y C_\psi}{K_f m_N}$
 - Y : Tooth form factor
 - K_f : Stress correction factor
 - C_ψ : Helical overlap factor
 - m_N : Load sharing ratio
- 이다.

기어 굽힘 강도는 아래의 식을 만족 할 때 안전하다고 할 수 있다.

$$s_t \leq s \quad (2)$$

$$s = s_{at} \frac{K_L K_H}{K_T K_R} \quad (3)$$

- s_{at} : Allowable bending stress number
- K_L : Life factor for bending strength
- K_H : Hardness ratio factor for bending

strength

K_T : Temperature factor for bending strength r

K_R : Reliability factor for bending strength

이상의 식에 의거하여 본 연구에서 적용한, 동력 0.005HP, 구동축 회전속도 500 rpm인 Synchro system의 굽힘강도 설계 계수는 다음과 같다.

Table 1: AGMA bending strength(turning of left and right)

Gear Factor	Pair #1		Pair #2		Pair #3		Pair #4		Pair #5	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
모듈 (mm)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
치폭 (mm)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
잇수	45	72	48	72	35	70	28	84	24	120
회전 속도 (rpm)	500	313	469	313	469	234	234	78	78	16
Sat (MPa)	430	430	430	430	430	430	430	430	430	430
St (MPa)	15	15	15	15	18	18	46	44	170	167
S (MPa)	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360

Table 2: AGMA bending strength(circling of above and below)

Gear Factor	Pair #1		Pair #2		Pair #3		Pair #4		Pair #5	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
모듈 (mm)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
치폭 (mm)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
잇수	48	72	31	62	29	71	28	84	28	84
회전 속도 (rpm)	750	500	750	375	375	153	153	51	51	17
Sat (MPa)	430	430	430	430	430	430	430	430	430	430
St (MPa)	13	13	15	15	28	27	70	68	209	202
S (MPa)	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360

Table 1, Table 2에 의거하면 굽힘강도는

$S > S_t$ 일 때 안전하므로, 본 연구의 Synchro system은 굽힘강도에 대해서 모두 안전하다.

2.2.2 면압강도 설계

기어치의 피팅(pitting) 현상은 피로 현상으로 고려된다. 초기 피팅은 국부적으로 과대응력이 작용하는 부분에서 일어나며 점차적으로 과응력 작용점이 많아 없어지거나 하중이 재 분포됨에 따라 피팅은 중지된다. 면압강도 식의 목적은 설계 수명시간 내에는 현저한 피팅이 발생하지 않는 하중을 결정하기 위해서다. 면압강도 식은 곡률을 가진 두 개의 표면사이의 접촉 압력을 계산하는 Hertz응력 식을 기본으로 해서 이빨간의 하중 분담의 효과 등을 반영하여 수정한 식이다.

$$s_c = C_p \sqrt{\frac{W_t C_a C_s C_m C_f}{C_v d F I}} \tag{4}$$

여기서,

s_c : Contact Stress Number (MPa)

C_p : Elastic coefficient ($N^{\frac{1}{2}} / mm$)

W_t : Transmitted tangential load (N)

C_a : Application Factor for pitting resistance

C_s : Size Factor for pitting resistance

C_m : Load distribution factor for pitting resistance

C_f : Surface condition factor

C_v : Dynamic factor

d : Operating pitch diameter of pinion

$$d = \frac{2 C}{m_G + 1.0}$$

C : Operating Center Distance (mm)

m_G : Gear Ratio

F : Net Face width of narrowest member (mm)

I : Geometry factor for pitting resistance 이다.

면압의 기하계수 I 는 압력각, 나선각, 기어비등에 따른 접촉이 형상의 곡률반경을 평가한다.

$$I = \frac{C_c C_x C_\psi^2}{m_N}$$

C_c : Curvature factor at pitch line

C_x : Contact height factor

C_ψ : Helical overlap factor

m_N : Load sharing ratio

기어 면압 강도는 아래의 식을 만족 할 때 안전하다고 할 수 있다.

$$s_c \leq s \tag{5}$$

$$s = s_{ac} \frac{C_L C_H}{C_T C_R} \tag{6}$$

s_{ac} : Allowable contact stress number

C_L : Life factor for pitting resistance

C_H : Hardness ratio factor for pitting resistance

C_T : Temperature factor for pitting resistance

C_R : Reliability factor for pitting resistance

이상의 식에 의거하여 본 연구에서 적용한 Synchro system의 면압강도 설계 계수는 다음과 같다.

면압강도는 $S > S_c$ 일 때 안전하므로, Synchro system의 면압강도는 **Table 3, Table 4**에 의거하여 모두 안전함을 알 수 있다.

Table 3: AGMA pitting resistance (turning of left and right)

Gear Factor	Pair #1		Pair #2		Pair #3		Pair #4		Pair #5	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
모듈 (mm)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
치폭 (mm)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
잇수	45	72	48	72	35	70	28	84	24	120
회전 속도 (rpm)	500	313	469	313	469	234	234	78	78	16
Sac (MPa)	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
Sc (MPa)	194	192	191	189	231	226	387	371	773	726
S (MPa)	1349	1349	1349	1349	1341	1341	1335	1335	1331	1331

Table 4: AGMA pitting resistance(circling of above and below)

Gear Factor	Pair #1		Pair #2		Pair #3		Pair #4		Pair #5	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
모듈 (mm)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
치폭 (mm)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
잇수	48	72	31	62	29	71	28	84	28	84
회전 속도 (rpm)	750	500	750	375	375	153	153	51	51	17
Sac (MPa)	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
Sc (MPa)	145	145	145	145	214	214	293	293	468	468
S (MPa)	1356	1356	1341	1341	1335	1335	1332	1332	1327	1327

3. Synchro system의 진동/소음을 고려한 설계

Synchro system은 기어연쇄부, 로터부, 회전축부, 베어링부로 된 구성요소들로 구분할 수 있다. 역학모델을 세우기 위하여 각 요소에 대해 다음과 같은 가정을 하고자 한다. 한쌍의 기어는 운동에너지 저장요소인 두 회전체와 탄성에너지 저장요소인 치접촉부로 구성되어 있다. 로터는 6 자유도 강체운동을 하는 운동에너지 저장요소이며 자이로 효과를 고려하였다. 베어링 요소는 모두 선형 스프링으로 그리고 회전축은 모두 무질량(massless)의 탄성축으로 간주한다. 탄성축에 있는 관성효과는 양쪽의 회전관성에 집중질량화 시켜 양쪽으로 배분하기로 한다.

3.1 다단 치차계의 전달행렬 모델링

3.1.1 로터부 전달행렬

운동에너지 저장요소와 관계하는 디스크의 자유물체도는 **Figure 5**와 같다. 디스크는 자이로효과를 고려하였고 운동방정식을 유도하여 정리하면 다음 식을 얻는다.

Station (i+1)과 station (i) 사이의 관계식은

$$\begin{bmatrix} g \\ f \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I T_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ f \end{bmatrix}_i \tag{7}$$

이다. 여기서 I 는 단위행렬이고

$$T_D = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -CB & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \psi \\ \phi \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

$A = m\lambda^2$, $B = I_d\lambda^2$, $C = \Omega_{rs} I_p \lambda$, $D = I_p \lambda^2$ 이다.

m 은 질량, I_d 는 병진방향 질량관성모멘트, I_p 는 극관성 질량모멘트, Ω_{rs} 는 회전속도이고 C 는 자이로효과와 관계하는 항이다.

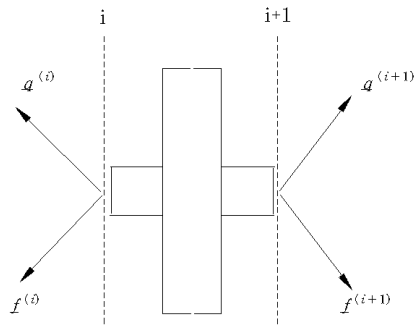


Figure 5: Rotor element

3.1.2 축 부 전달행렬

축의 자유물체도는 Figure 6과 같다. 회전축은 모두 무질량의 탄성축으로 가정하고 관성효과에 의한 운동에너지는 양쪽의 로터에 집중 질량화 시켜 양쪽으로 배분하여 보정한다. 축의 자유물체도로부터 위치에너지 저장요소에 대한 운동방정식을 유도하여 정리하면 다음 식을 얻는다.

Station (i+1) 과 station (i) 사이의 변위함수는 정적 변형함수로 유도되고 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} g \\ f \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} I_\alpha & T_s \\ I_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ f \end{bmatrix}_i \tag{8}$$

여기서,

$$[I_\alpha] = \begin{pmatrix} 100 & 0 & L_i & 0 \\ 010 & -L_i & 0 & 0 \\ 001 & 0 & 0 & 0 \\ 000 & 1 & 0 & 0 \\ 000 & 0 & 1 & 0 \\ 000 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad [I_f] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & L_i & 0 & 1 & 0 \\ -L_i & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[T_s] = \begin{pmatrix} -A & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & -A & 0 & -B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 & D & 0 & 0 \\ -B & 0 & 0 & 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{L_i^3}{6EI}, \quad B = \frac{L_i^2}{2EI}, \quad C = \frac{L_i}{AE}, \quad D = \frac{L_i}{EI}, \quad F = \frac{L_i}{GJ}$$

이다. L_i 는 축의 길이, E 는 횡탄성계수, I 는 면적 관성모멘트, G 는 종탄성계수, J 는 극관성 면적모멘트이다.

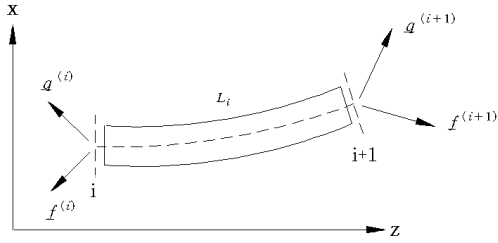


Figure 6: Shaft element

3.1.3 베어링 부 전달행렬

베어링에 대한 힘의 평형조건을 적용하여 정리하면 다음과 같다.

Station (i+1)과 station (i) 사이의 관계식은

$$\begin{bmatrix} g \\ f \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ T_B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ f \end{bmatrix}_i \tag{9}$$

이다. 여기서,

$$[T_B] = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\theta_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.1.4 기어 쌍의 전달행렬

Figure 7은 헬리컬 기어 쌍의 수학적모델 및 절점에서의 일반화된 작용힘과 일반화된 변위를 나타낸다. 전달행렬모델의 양절점에서의 병진변위벡터 \underline{u} 와 회전변위벡터 $\underline{\theta}$ 로 구성된 일반화된 변위 벡터는

$$g = \begin{pmatrix} \underline{u} \\ \underline{\theta} \end{pmatrix}, \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \underline{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix} \quad (10)$$

로 표시하고 절점에 작용하는 힘벡터 \underline{F} 와 모멘트 벡터 \underline{M} 으로 구성된 일반화된 힘벡터는

$$f = \begin{pmatrix} \underline{F} \\ \underline{M} \end{pmatrix}, \quad \underline{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}, \quad \underline{M} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \quad (11)$$

로 표시한다.

헬리컬 기어쌍의 좌표축은 구동기어의 중심을 원점으로 하고, x축은 기어 반경방향의 수평축이고, y축은 기어 반경방향의 수직축, z축은 회전축 방향과 평행하고 입력축에서 진행되는 방향을 (+)로 한다. 치접축부의 진동모델은 치탄성 변형을 고려하여 치면에 수직방향으로 등가 단일 스프링으로 가정하였다. 전달되는 치접축력의 방향벡터 \underline{n} 은 다음과 같다.

$$\underline{n} = e_t \cos \psi + e_z \sin \psi \quad (12)$$

$$e_t = e_x \cos \alpha + e_y \sin \alpha \quad (13)$$

$$\underline{n} = e_x \cos \alpha \cos \psi + e_y \sin \alpha \cos \psi + e_z \sin \psi \quad (14)$$

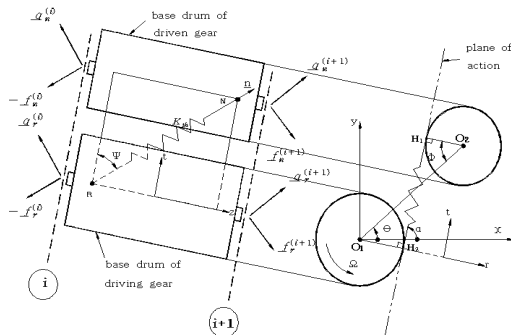


Figure 7: A schematic of the mathematical model on a pair of helical gear

여기서, ψ 는 비틀림각, α 는 작용면의 경사각으로 구동기어가 반시계방향으로 돌 때는 $\alpha = \frac{\pi}{2} - \phi + \theta$ 이고, 구동기어가 시계방향으로 돌 때는 작용면이 반전되므로 $\alpha = \phi + \theta - \frac{\pi}{2}$ 가 된다. 여기서, ϕ 는 양기어의 축직각 물림 압력각, θ 는 중심선 경사각이다.

Figure 7의 모형에서 구동기어와 종동기어 각각에 대한 자유 물체도를 그리고 강제 힘의 평형 방정식을 적용하면 다음과 같은 12개의 평형방정식이 얻어진다.

$$F_{x_1}^{i+1} = F_{x_1}^i + N_t \cos \psi \cos \alpha \quad (15)$$

$$F_{y_1}^{i+1} = F_{y_1}^i + N_t \cos \psi \sin \alpha \quad (16)$$

$$F_{z_1}^{i+1} = F_{z_1}^i + N_t \sin \psi \quad (17)$$

$$M_{x_1}^{i+1} = M_{x_1}^i - N_t r_1 \sin \psi \cos \alpha \quad (18)$$

$$M_{y_1}^{i+1} = M_{y_1}^i - N_t r_1 \sin \psi \sin \alpha \quad (19)$$

$$M_{z_1}^{i+1} = M_{z_1}^i - N_t r_1 \cos \psi \quad (20)$$

$$F_{x_2}^{i+1} = F_{x_2}^i - N_t \cos \psi \cos \alpha \quad (21)$$

$$F_{y_2}^{i+1} = F_{y_2}^i - N_t \cos \psi \sin \alpha \quad (22)$$

$$F_{z_2}^{i+1} = F_{z_2}^i - N_t \sin \psi \quad (23)$$

$$M_{x_2}^{i+1} = M_{x_2}^i - N_t r_2 \sin \psi \cos \alpha \quad (24)$$

$$M_{y_2}^{i+1} = M_{y_2}^i - N_t r_2 \sin \psi \sin \alpha \quad (25)$$

$$M_{z_2}^{i+1} = M_{z_2}^i - N_t r_2 \cos \psi \quad (26)$$

여기서, 하첨자 1, 2는 각각 구동기어, 종동기어이고 상첨자는 전달모델의 상태번호이다. N_t 는 치접축 압축력으로서 다음과 같이 구해진다. 헬리컬 기어의 치접축부의 진동모델을 그림21과 같이 치면에 수직인 단순 스프링으로 가정하면,

$$N_t = K_{th} \Delta \quad (27)$$

로 정의된다. 여기서 K_{th} 는 치접축부의 치강성계수이고 Δ 는 치면과 수직방향의 치변형량이다. 기어의

치폭을 무시할때, Δ는 구동기어와 종동기어의 중심 점에서 일반화된 변위벡터 g_r 과 g_n 의 함수로 정의 된다. 이들의 관계식을 구동기어와 종동기어의 평형방정식 식 (15)~(26)에 대입하여 정리하면, 헬리컬 기어쌍의 강성행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \underline{g}_r \\ \underline{f}_r \\ \underline{g}_n \\ \underline{f}_n \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{rr} & \mathbf{I} & \mathbf{T}_{rn} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{nr} & \mathbf{0} & \mathbf{T}_{nn} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{g}_r \\ \underline{f}_r \\ \underline{g}_n \\ \underline{f}_n \end{bmatrix}_i \quad (28)$$

여기서, \mathbf{T}_{rr} , \mathbf{T}_{rn} , \mathbf{T}_{nr} , \mathbf{T}_{nn} 은 기어 접촉부의 강성이 고려된 부 전달행렬로, 다음과 같이 헬리컬 기어쌍의 제원에 따라 정의된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{rr} &= K_{th} \underline{A}_r \underline{A}_r^T \\ \mathbf{T}_{rn} &= K_{th} \underline{A}_r \underline{A}_n^T \\ \mathbf{T}_{nr} &= K_{th} \underline{A}_n \underline{A}_r^T \\ \mathbf{T}_{nn} &= K_{th} \underline{A}_n \underline{A}_n^T \end{aligned}$$

$$\underline{A}_r = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \alpha \\ \cos \psi \sin \alpha \\ \sin \psi \\ -r_1 \sin \psi \cos \alpha \\ -r_1 \sin \psi \sin \alpha \\ r_1 \cos \psi \end{pmatrix}, \quad \underline{A}_n = \begin{pmatrix} -\cos \psi \cos \alpha \\ -\cos \psi \sin \alpha \\ -\sin \psi \\ -r_2 \sin \psi \cos \alpha \\ -r_2 \sin \psi \sin \alpha \\ r_2 \cos \psi \end{pmatrix}$$

3.2 Synchro system 고유진동 해석

3.2.1 latent equation

상태 벡터 $\underline{S}_i = \underline{N}_i e^{\lambda t}$ 로 놓을 때, λ - Domain에서의 station (i+1) 과 station (i) 사이의 전달행렬관계식은 다음과 같다.

$$\underline{S}_{i+1} = \underline{L}_i \underline{S}_i \quad (29)$$

여기서, \underline{L}_i 는 국부 전달행렬로서, 일반적으로

$$\underline{L}_i = \underline{L}_{i0} + \underline{L}_{i1} \lambda + \underline{L}_{i2} \lambda^2 \quad (30)$$

으로 정리된다.

$$\underline{S}_i = [\underline{A}_q \lambda^q + \underline{A}_{q-1} \lambda^{q-1} + \dots + \underline{A}_1 \lambda + \underline{A}_0] \underline{S}_1 \quad (31)$$

이 되므로 최종적으로 얻어지는 특성방정식은

$$\underline{D}_p(\lambda) \underline{r} = \underline{0} \quad (32)$$

여기서

$$\underline{D}_p(\lambda) = \underline{E}_p \lambda^p + \underline{E}_{p-1} \lambda^{p-1} + \dots + \underline{E}_1 \lambda + \underline{E}_0$$

$$\underline{r} = \underline{B}_L \underline{S}_1$$

\underline{B}_L 은 station ① 에서의 경계조건을 적용한 행렬이다.

3.2.2 latent equation 의 선형화

$\underline{D}_p(\lambda) \underline{r}_i = 0$ 을 일반화된 고유치문제로 바꾸면,

$$(\lambda \mathbf{A} - \mathbf{B}) \underline{r} = \underline{0} \quad (33)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & E_p \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & E_p & E_{p-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & E_{p-1} & E_{p-2} \\ 0 & 0 & E_p & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & E_p & E_{p-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ E_p & E_{p-1} & E_{p-2} & \cdot & \cdot & \cdot & E_1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & E_p & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & E_p & E_{p-1} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & E_{p-1} & E_{p-2} & 0 \\ 0 & E_p & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & E_3 & 0 \\ E_p & E_{p-1} & \cdot & \cdot & \cdot & E_3 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & -E_0 \end{pmatrix}$$

이다.

3.3 Synchro system의 진동/소음원

Synchro system의 가진원은 회전 불평형에 의한 가진, 기어접촉부의 치형오차에 의한 가진, 치형 피치오차로 인한 가진, 베어링과 회전축의 설치오차로 인한 가진 등이 있으며 그 밖에 치형강성계수의 시간적 변화로 인한 자러가진과 구름베어링 부에서의 유격 및 비선형 변형으로 인한 가진 등이 있다.[11]

회전불평형에 의한 가진진동수는 회전속도(ω)와 같다. 베어링과 회전축의 설치오차로 인한 가진은 회전속도의 정수배(2ω, 3ω etc)로 나타난다. 기어 접촉부에서 치형가공오차, 피치오차와 구동시의 부

하에 의한 치접촉부의 변형으로 인해 치합전달오차를 발생시킨다. 이것으로 인해 기어 화인소음을 발생시킨다. 이 때의 가진진동수는 축의 회전각속도에 기어 잇수를 곱한 소위 치통과 주파수(Ω)가 된다. 또, 치접촉부의 강성계수는 접촉위치에 따라 주기적으로 변하므로 이에 대한 자려가진력은 회전축 진동수와 치통과 주파수 및 그의 정수배의 side bands($k\Omega \pm \omega$, $k = 1, 2, 3$ etc) 주파수가 된다. 기어접촉부에서의 백래시 효과 및 베어링의 간격에 의한 비선형특성이 큰 경우는 회전수의 1/2, 1/3 등에서 공진이 일어나는 소위 분수조화진동을 일으킨다[11].

베어링과 회전축의 설치오차, 치형강성계수의 시간적 변화, 구름베어링 부에서의 유격 및 비선형 변형등에 의한 이차적가진은 일차적 가진원의 조합에 의해 나타난다.[11]

Synchro system의 진동/소음은 Synchro system의 가진진동수와 고유진동수가 일치 할 때 발생한다. 가진 진동수를 γ_i , $i = 1, 2 \dots$ 라 하고 Synchro system 고유진동수를 λ_i ,

$i = 1, 2, \dots, N$ 이라 하면,

$$\gamma_i = \lambda_i \tag{34}$$

일 때 공진 떨림이 발생하는데, $\gamma_i = c_i \omega_{cr}$ 로 놓으면 위험속도는

$$\omega_{cr} = \lambda_i / c_i \tag{35}$$

가 된다. 여기서 c_i 는 가진 진동수의 계수이다.

3.4 Synchro system의 진동/소음을 고려한 설계

Figure 8은 좌우선회용 Synchro system을 나타내고 있다. Synchro system은 Figure 8과 같이 함포용 포탑을 좌우로 선회하거나 상하로 회전하기 위해 필요한 장치이다.

설계 단계에서의 Synchro system 가진원은 Table 8, Table 9에 요약했다. Figure 9는 좌우선회용 Synchro system의 고유진동수와 가진원과의 관계를 나타내는 위험선도 선도이다.

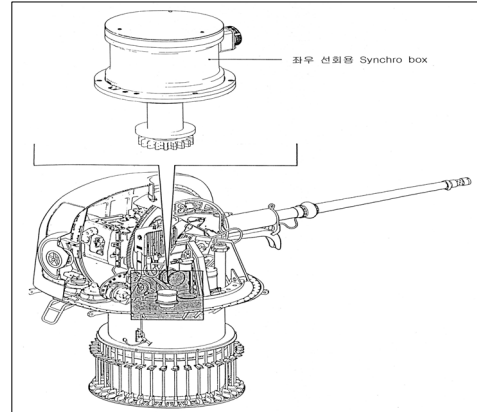


Figure 8: Synchro System for the Guns of a Warship (turning of left and right)

Table 8: Forcing Frequency of run speed (turning of left and right)

Self Exciting Source	Equation	Forcing Frequency(Hz)
Mass Unbalance ω_1	1X	8.33
Mass Unbalance ω_2	0.63X	5.21
Mass Unbalance ω_3	0.94X	7.81
Mass Unbalance ω_4	0.47X	3.91
Mass Unbalance ω_5	0.16X	1.30
Mass Unbalance ω_6	0.03X	0.26
Gear Profile Error Ω_1	45X	375
Gear Profile Error Ω_2	32.81X	273.43
Gear Profile Error Ω_3	13.13X	109.38
Gear Profile Error Ω_4	3.75X	31.25

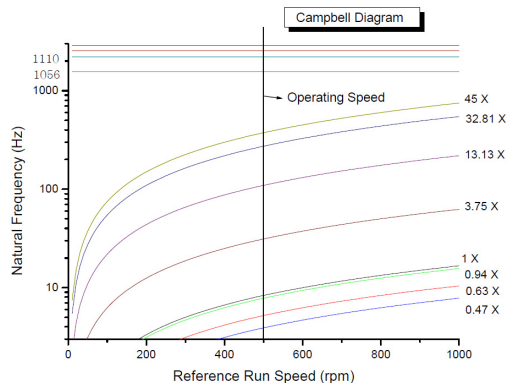


Figure 9: Campbell diagram(turning of left and right)

Figure 9는 1차 가진원인, 입력축 회전불평형(1X), 중간축 회전불평형(0.16X, 0.47X, 0.63X, 0.94X), 출력축 회전불평형(0.03X), 기어의 치합 전달오차에 의한 소음원(3.75X, 13.13X, 32.81X, 45X)에 대해 고유진동수와 위험속도의 관계를 나타내고 있다. 운전속도 500rpm에 대해 위험속도가 존재하지 않도록 설계되었다.

회전불평형(1X), 중간축 회전불평형(1.5X, 0.75X, 0.306X, 0.102X), 출력축 회전불평형(0.034X), 기어의 치합전달오차에 의한 소음원(78X, 46.5X, 21.75X, 8.57X, 2.86X)에 대해 고유진동수와 위험속도의 관계를 나타내고 있다. 운전속도 500rpm에 대해 위험속도가 존재하지 않도록 설계되었다.

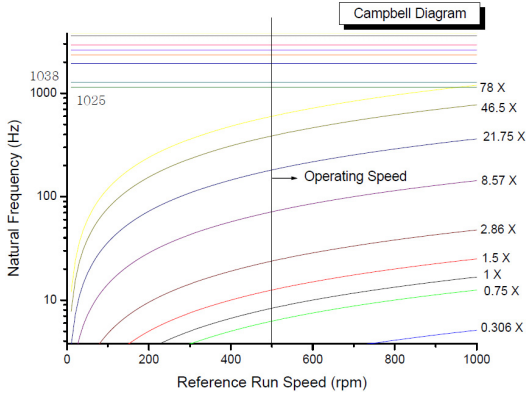


Figure 10: Campbell diagram(circling of above and below)

Table 9: Forcing Frequency of run speed (circling of above and below)

Self Exciting Source	Equation	Forcing Frequency(Hz)
Mass Unbalance ω_1	1X	8.33
Mass Unbalance ω_2	1.5X	12.50
Mass Unbalance ω_3	0.75X	6.25
Mass Unbalance ω_4	0.306X	2.55
Mass Unbalance ω_5	0.102X	0.85
Mass Unbalance ω_6	0.034X	0.28
Gear Profile Error Ω_1	78X	650
Gear Profile Error Ω_2	46.5X	387.5
Gear Profile Error Ω_3	21.75X	181.25
Gear Profile Error Ω_4	8.57X	71.42
Gear Profile Error Ω_5	2.86X	23.83

Figure 10은 상하 고각형 Synchro system의 고유진동수와 가진원과의 관계를 나타내는 위험선도 선도이다. Figure 10은 1차 가진원인, 입력축

4. 결 론

(1) 입력축의 동력이 0.005HP, 회전속도 500rpm인 함포용 synchro system의 다단 기어 구동장치를 개발하기 위하여, AGMA규격에 의한 기어 굽힘강도, 면압강도, 기어치형설계를 안전하게 설계하였다.

(2) 전달행렬법을 효과적으로 적용시킬 수 있는 Hibner's branch법과 자유도가 큰 경우에도 계산오차 없이 고유특성치를 빠뜨리지 않고 산출할 수 있는 λ -matrix법을 도입하여 함포용 Synchro system 구동장치의 진동모델을 정식화 하였다.

(3) 함포용 Synchro system 구동장치의 자려 가진원인 질량불평형, 치합전달오차 등을 고려하여 위험속도 평가를 한 결과, 운전속도 범위 내에 위험속도가 존재하지 않았다.

후 기

이 논문은 2009년도 진주산업대학교 기성회 연구비 지원에 의하여 수행된 연구결과입니다. 지원에 감사드립니다.

참고문헌

[1] M. A. Prohl, "A general method for calculating critical speeds of flexible rotors," ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 12, pp. A-142-A-148, 1945.

[2] J. W. Lund, "Stability and damped critical speeds of flexible rotor in fluid-film bearings," ASME Journal of Engineering for Industry, vol. 96, no. 2, pp. 509-517, 1974.

- [3] P.N. Bansal and R.G. Kirk, "Stability and damped critical speeds of rotor-bearing systems," ASME Journal of Engineering for Industry, pp. 1325-1332, 1975.
- [4] D. Kim and J.W. David, "An improved method for stability and damped critical speeds of rotor-bearing systems," ASME Journal of Vibration and Acoustics, pp. 112-118, 1990.
- [5] M.J. Goodwin, "Dynamics of rotor-bearing system," Principle Lecture, Dept. of Mech. and Computer-Aided Engineering, Staffordshire polytechnic, Staffordshire Polytech., 1989.
- [6] J.S. Rao, "Rotor Dynamics," 2nd edition, John Wiley & Sons, 1991.
- [7] L.D. Mitchell, "A new branching technique for the static and dynamic analysis of geared system," Vibration in Rotating Machinery, I Mech E Conference Publication 1980.
- [8] N.G.Park, "An analysis investigation of geared system dynamics containing spur and helical gears," Ph.D, North Carolina State University, Raleigh, 1987.
- [9] C.W. Lee, Vibration Analysis of Rotors, Kluwer Academic publishers, 1993.
- [10] ANSI-AGMA 2001-D04, "Fundamental Rating Factors Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth," 2001.
- [11] H.W. Lee, S.H. Park, M.W. Park and N.G. Park, "Vibrational characteristics of automotive transmission," International Journal of Automotive Technology, vol. 10, no. 4, pp. 459-467, 2009.

저 자 소 개



이형우(李炯佑)

1966년생, 1991년 부산대학교생산기계공학과졸업, 1999년 부산대학교 대학원 생산기계공학과 졸업(공학박사)
2007년~현재 부산대학교 기계공학부 기계기반융합부품소재인재양성센터 교수



김인환(金仁煥)

1959년생, 1982 부산대학교 기계공학과 졸업, 한국해양대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사), 1992년~현재 진주산업대학교 기계공학과 교수



허남수(許南秀)

1952년생, 1978년 부산대학교 기계설계공학과 졸업, 부산대학교 대학원 기계공학과 졸업(공학박사), 1981년~현재 진주산업대학교 기계공학과 교수



이동환(李東桓)

1958년생, 1980년 부산대학교 화학기계공학과 졸업, 1999년 부산대학교 대학원기계공학부 졸업(공학박사), 1982년~현재 한국기계연구원 시스템엔지니어링 연구본부