한국수학사학회지 제23권 제1호(2010년 2월), 41 – 52

고대 인도수학의 특징

관동대학교 수학교육과 김종명
jmkim@kd.ac.kr

고대의 인도수학은 산스크리트어로 쓰여 있고, 수학의 법칙이나 문제들은 구전되었거나 필사본의 형태로 경전 속에 포함되어 있으며, 학생들이 암기를 쉽게 할 수 있도록 아주 간결하게 정리되어 있다. 고대 인도의 많은 수학자들은 일찍이 십진법, 계산법, 방정식, 대수학, 기하학, 삼각법 등의 연구에 공헌하였다.

이 논문은 고대 인도수학과 다른 문명권의 수학발전을 비교하였다. 고대 그리스 수학이 공리적이고 연역적이라면, 인도수학은 양적이며 계산적이지만 원리를 가지고 문제를 해결하는 특성이 있다. 고대 인도와 타 문명권의 수학을 비교하는 것은 오늘날 수학교육과 수학사 연구에 의미가 있는 것으로 사료된다.

주제어 : 산스크리트, 술바수트라스(Sulbasūtras), 싯단타(Siddhānta), 인도아라비아의 수

0. 들어가기

고대 인도인들은 수학을 천문학에 필요한 도구로 연구하고 사용하였다. 그들이 인도아라비아 숫자를 발명하였기 때문에, 오늘날 우리가 간단하고 편리하게 산수를 배울 수 있는 것이다. 현대의 산수와 대수학의 밑뿌리는 대부분 산수, 대수학, 삼각법을 주로 연구하였던 인도의 것들이다.

고대 인도의 수학은 기원전 3000년경 인더스 계곡에 자리 잡았던 하랍파(Harappa)와 모헨조다로(Mohenjo Daro) 문화에서 시작되었다. 이 문명은 벽돌로 이루어진 가옥과 도로, 하수시설 등 계획된 도시를 이루고 있었고, 발견된 문서에는 교역상황, 무게와 길이, 벽돌제작 방법 등이 있다. 하랍파 문화는 쇠퇴하기 시작하여 기원전 1500년경에 북쪽의 아리안족(Aryans)에 의해서 지배되었다. 아리안족은 인도 유럽어를 사용하였고, 목축을 하였다. 기원전 4세기경에 처음으로 그들의 언어가 기호로 기록되었다. 그 시대의 문법학자 파니니(Panini, BC 520-460년경)는 산스크리트어를 다듬어 놓아서 오늘날 까지 그들의 생각을 알 수 있게 되었다.

고대 문명의 발상지에서 수학은 사회적으로 필요한 현실적인 문제를 해결하기 위한 문제들로부터 시작되었다. 이 중에 특히 고대 인도의 수학은 종교와 언어학에 의해서 많은 영향을 받아 특유한 수학의 내용이 구성되었다.

1. 기원전 9세기 인도수학

B.C. 800 – 600년경, 베다(Vedas)시대 최초의 베다문헌은 종교적인 의례에 관한 것이고, 수학에 관련된 내용은 베다의 부록인 베단가(Vedanga)이다. 베단가는 산스크리트 문헌으로 짧은 시적(詩的) 경구(警句)형태로서 기억하기 쉬운 압축적 형태로 핵심 내용을 전달하고 있다. 천문학에 관한 베단가는 지오티수트라스(Jyotisutras)라 하고, 의례규칙에 관한 것은 칼파수트라스(Kalpasutras)라 하고, 성스러운 제단을 다루는 부분은 술바수트라스(Sulbasūtras)라 한다. 이것은 '끈(자)의 법칙'으로 알려진 지식체계인데 '술바'(sulba)는 측정용 끈을 말하고, '수트라'(Sūtra, 經)는 종교적 의식이나 과학지식에 관한 법칙이나 격언을 적은 책을 뜻한다. 노끈을 사용하는 법은 이집트 기하학의 기원이었다. 인도에서도 기하학은 베다경전에 전해진 사원의 설계, 제단의 크기, 형태, 방향을 끈으로 정확히 측량하여 경전의 규정을 지켜야 할 필요성 때문에 발달했다([6]).

베다 문헌의 술바수트라스((BC 800년경)는 시문(詩文)으로 애매하고 신비적인 언어로 쓰여 있다. 바우다야나(Baudhayana, BC 800년경)는 술바수트라스의 저자 중에서 최초의 사람으로 알려져 있다. 다른 후대의 저자들과 마찬가지로 그는 베다의 성직자이고, 수학에 관심을 갖게 된 것은 종교적인 의식에 대한 규정을 제정하고, 제물을 바치기 위한 제단을 정확히 세우기 위해서였다. 그는 수학을 활용하여 수준 높은 희생제단을 세우는 숙련된 기술자이면서 성직자였다. 제물을 바치는 희생제단은 제사의 목적에 따라 매(falcon), 거북(tortois꿡로 그리고 마름모라스양으로 만들었다. 이 스양을들과 마찬쌓아 만들었기 때문에 정확한 넓이의 계산이 필요falco바우다야나의 책대한 다음과 같을 박호 만붙 쓰여하학의 법칙다을 정확([18]).

"1.9. 한 정사각형의 대각선으로 만든 정사각형의 넓이는 본래 정사각형 넓이의 두 배이다.
1.12. 한 직사각형의 대각선 길이의 밧줄이 만드는 정사각형의 넓이는 직사각형의 수평 변과 수직변이 만드는 두 정사각형의 면적의 합과 같다.
1.13. 다음과 같은 변을 갖는 직삼각형이 관찰된다. 3과 4, 12와 5, 15와 8, 7과 24, 12와 35, 15와 36."

또한 한 정사각형의 넓이를 각각 직사각형, 등변 사다리꼴, 이등변 삼각형, 마름모꼴 그리고 원의 넓이와 근사적으로 같게 만드는 법칙[2.9]과 한 원의 넓이와 같은 정사각형을 근사적으로 만드는 법칙[2.10]이 있다. 여기서 원주율 π가 근삿값 $\frac{676}{225}=3.004$, $\frac{900}{289}$, $\frac{1156}{361}=3.202$ 등으로 나타난다. 이 값은 제단의 원모양을 만드는데 별 문제가 되지 않는다. 그리고 다음과 같이 $\sqrt{2}$의 근삿값을 시적으로 표현했다.

> "2.12. 이 값은 주어진 길이에서 1/3만큼 늘이고, 다시 이 1/3을 1/4만큼 늘리는데, 그 늘린 1/4의 1/34만큼 작게 하면 이것이 정사각형의 대각선의 값이 된다."

이것을 기호로 표현하면,

$$\sqrt{2} \fallingdotseq 1/3+(1/3)(1/4)-(1/3)(1/4)(1/34)=\frac{577}{408}=1.414215686.$$

이 계산은 $\sqrt{2}$의 값과 비교해 볼 때, 소수 다섯째 자리까지 정확하다. 이런 계산은 기원전 15세기의 바빌로니아인이 60진법으로 표현한 계산과는 다르다는 것을 보여준다. 그리고 나중에 12세기의 이슬람 수학자가 계산한 값과 같다. 또한 미지수가 한 개(個)인 선형방정식을 기하학적으로 해를 구했다. 2차 방정식 $\boldsymbol{ax^2=c}$, $\boldsymbol{ax^2+bx=c}$ 등도 있다.

베다의 술바수트라스 문서로 아파스탐바(Apastamba, BC 600년경)의 것이 있다. 그는 3개의 장으로 되어 있는 바우다야나의 책에 있는 수학내용을 6장으로 확대하여 구성하였다. 수학의 내용은 그들의 직관과 계산 의해서 얻은 결과들로써 증명은 제시되지 않았다. 세 수의 짝인, {3, 4, 5}, {5, 12, 13}, {8, 15, 17}, 그리고 {12, 35, 37}로 이루어진 길이를 가진 세 개의 끈을 이용하여 직각삼각형을 만드는 법칙이 있다([6]). 정4각형과 직4각형의 작도, 대각선과 변의 관계, 같은 면적을 가진 직4각형과 정4각형의 관계, 같은 면적을 가진 원과 정4각형에 대한 수학적 규칙과 작도법이 설명되었다. 또한 직각삼각형에서 $3^2+4^2=5^2$, $12^2+16^2=20^2$, $15^2+36^2=39^2$의 경우가 알려져 있다([7]). 또 다른 베다의 술바수트라스 문서로는 마나바(Manava, BC 750-650년경), Katyayana(BC 200년경) 등이 있다.

기하학의 발전은 그들의 종교에서 엄격한 사원의 설계와 제단의 크기를 정확히 만들어야했기 때문이었다. 베다 경전에는 기하학의 정리와 다양한 형태의 제단 건축과정에 관련된 계산법이 있다.

언어학자 파니니(Panini, BC 520-460년경)는 산스크리트어의 문법을 과학적이고 수학적인 방법으로 기본적인 1700개의 언어들을 명사, 동사, 모음, 자음으로 분류하고, 종교적인 문서와 일상적인 언어와 구별하고, 공식적인 언어들의 규칙과 정의를 만들었다. 그리스의 유클리드 기하학과 같이 체계적이고 구조적으로 구성하였다. 언어를 수학에서 함수를 정의한 것과 같은 방법으로 기본적인 구조의 틀을 가지고 잘 정돈된

규칙의 작용으로 설명하였다. 이것은 문장과 복합명사들의 구성 등을 현대적인 방법으로 기술한 것이다. 산스크리트어의 언어학상의 발전으로 수학의 발전에도 많은 영향을 주었고, 또한 확실한 기록을 남길 수 있었다.

기원전 326년에는 알렉산더 대왕이 북서 인도를 일시적으로 정복하여 인도와 그리스의 문물들이 교류할 수 있는 길이 열리게 되었다. 그 후 인도는 통일국가로 마우리아(Maurya) 제국이 세워졌다. 이 제국의 전성기에 통치한 아쇼카(Asoka, BC 269-232) 왕 시대에는 인도의 중요한 도시마다 커다란 돌기둥을 세웠다. 이 돌기둥에는 가장 오래된 인도아라비아 숫자와 기호가 새겨져 있다.

이 시대에 무한에 대한 연구로 자이나교(Jaina)의 수학이 있다. 그들은 모든 수를 셀 수 있는 수, 셀 수 없는 수 그리고 무한(infinite)으로 분류하였다. 무한은 다섯 가지 다른 형태로 인식하였다. 한 방향 무한, 양 방향 무한, 넓이로 무한, 어디서나 무한 그리고 영구(永久)적인 무한으로 나누었다. 또한, 기호를 고안하고 처음으로 영(zero)을 의미하는 'shunya'(void)를 사용하였다. 기초적인 지수 법칙, π의 계산($\pi=\sqrt{10}$), 4차 방정식, 대수(logarithm)의 계산, 수열, 파스칼의 삼각형, 그리고 순열과 조합 등의 내용이 있다([18]).

2. 전통적 고전시대의 인도수학자들

A.D. 320-480년경 굽타(Gupta) 왕조시대는 산스크리트의 황금시대를 열었다. 학문, 예술, 의약이 연구되고, 대학과 풍요로운 도시가 발전했다. 이 시대에는 천문학자가 종교보다는 천문학에 필요한 도구로 방정식과 해석학을 연구하고, 관측한 사실을 기록하여 천문학의 지식을 쌓아서 수리천문학을 구성하였으나, 수학을 독립적인 학문으로는 발전시키지는 못하였다. 인도인들이 열심히 연구했던 천문학은 후세의 사람들에게 별 도움을 주지 못하였으나, 아이러니하게 천문학을 위해서 연구했던 수학이 오늘날의 인류에게 많은 도움을 주게 되었다.

천문학 책인 <수우르야 싯단타, Sūrya Siddhānta, 태양에 관한 지식>가 5세기 초에 나왔고, 여기에 삼각함수가 세계 최초로 자세하고 정확하게 표현되어 있다. 순환하는 우주론적 시간에 대한 설명이 있고, 별자리의 1년 길이의 평균은 365.2563627일로 현대시간과 1.4초 차이가 난다. 마찬가지로 회귀년의 값을 매우 정확하게 구했으며, 수학적인 과학, 점성술 그리고 점치는 내용 등이 있다([18]).

아리아바타(Āryabhata, 476-550)는 그 시대까지 발전되어온 수학과 천문학을 요약하여 집대성한 책으로 <아리야바티야, Aryabhatīya, 499>를 저술하였다. 이것은 그리스의 <유클리드 기하학>이나 중국의 <구장산술> 같이 인도의 대표적인 수학책이다. 수학의 중요한 내용과 법칙을 외우기 쉽도록 시의 형태로 쓰였다. 전체 4장으로 모두 121련의 운문으로 된 서사집 형식으로 천문학과 구적법에 이용되는 계산방법을 설명

하였으며, 이중 33련의 운문은 수학공식에 관한 것이다. 독특한 기호를 사용하고, 십진법과 위치기수법으로 계산하고 있으며, 역산(逆算)법, 10의 거듭제곱의 열 번째 자리까지 이름을 나열하고, 정수의 제곱근과 세제곱근을 구하는 방법이 있다.

필산(筆算)법에서 십진법과 위치기수법으로 큰 수들을 계산하고, 제곱근까지 계산하려면 자릿수 개념으로 영(zero)을 알았을 것으로 주장하고 있다([17]).

삼각형과 원 그리고 사각형의 넓이와 피라미드와 구의 부피를 설명하고 있으며, 원 둘레를 구할 때 쓰는 원주율 π값은 3.1416으로 매우 정확히 계산하고 있다. 등차수열에서 수열의 합을 구하는 문제와 수열 첫 항과 공차와 합이 주어졌을 때 항의 수를 구하는 문제, 제곱과 세제곱 급수의 합을 구하는 공식도 있다.

이차방정식의 풀이 법, 정수에서 부정 방정식($\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}\ \boldsymbol{y}$)의 해, 연립2차 방정식의 해, 선형방정식의 해. 복리 계산, 시간의 계산, 삼각법, 세계 최초로 사인(sine) 함수표를 만들었다. 그러나 정확하지 않은 구면 삼각법 등이 수록되어 있고 거의 증명이 없어서, 정확하고 꼼꼼한 책이 아니라는 평가가 있다([6, 17]). 천문학에서는 지구는 둥글며 자체의 축을 중심으로 회전한다고 주장하고, 지구는 태양의 주위를 타원 궤도로 돌고 있으며 하루의 시간을 매우 정확히 계산했다. 또한, 미적분학의 기초 개념을 창안하고, 달의 운동에 적용하여 일식과 월식을 정확히 계산하였다.

천문학자인 바라하미히라(Varāhamihira, 505-587)는 <수우르야 싯단타>를 기초로 해서 <판챠 싯단티카, Panca Siddhāntikā, 575>를 저술하였다. 이 책에는 삼각법의 몇 가지 공식과 정확한 사인(sine) 함수표가 있고, 파스칼 삼각형의 공식과 4차 마방진 등이 있다.

천문학 책인 <싯단타, Siddhānta>는 다섯 가지 종류가 있는데 모두 산스크리트어의 시로 쓰여 있고, 설명은 거의 없고 증명 없이 수수께끼 같은 법칙으로 된 천문학 개요서이다([6]). 여기에는 결혼의 택일이나 전쟁터에 나가는 왕의 운세 등에 관한 내용뿐만 아니라 천체의 운행과 그것이 인간에 미치는 영향, 지리, 건축, 신상(神像)의 제작, 정원의 설계, 여러 형태의 인간과 동물의 성격 등을 기록하였다([4]).

브라마굽타(Brahmagupta, 598-670)는 우자인(Ujjain) 천문대장으로 당시 천문학 연구의 성과를 집대성하여 <브라마 스프타 싯단타, Brama Sphuta Siddhānta, 우주의 개벽, 628>을 저술했다. 그는 다음과 같은 여러 가지 법칙들을 발견하였다([18]).

• 원에 접하는 사각형의 대각선이 서로 수직이면 대각선의 교점에서 한 변에 수직으로 직선을 그으면 그 대변을 반으로 나눈다.

• 원에 접하는 사각형에서 네 변의 길이를 a, b, c, d라 하면, 이 사각형의 넓이는

$$A=\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

이다. 여기서, s는 사각형 둘레의 반이다.

• 유리수 길이의 삼각형에서 변의 길이가 a, b, c이고 유리수 넓이를 가지면, 유리수 u, v, w가 있어 다음 형태로 표현된다.

$$a=\frac{w^2}{v}+v,\ b=\frac{u^2}{w}+w,\ c=\frac{u^2}{v}+\frac{u^2}{w}-(v+w).$$

• 계산 방법으로 영(zero)과 음수를 포함하고 있다. 여기에는 0+0=0, 0-0=0, $a+0=a$, $a\times0=0$ 등이 있고, $\frac{0}{0}=0$ 으로 잘못된 식도 있다.

• 2차 방정식 $ax^2+bx=c$에 대한 근의 공식을 활용하고 있다.

• 다음 형태의 방정식 $ax^2\pm c=y^2$에서 정수 답을 내는 계산법을 제시했다. 기하학적으로 쌍곡선을 그리는 이 방정식은 유럽에서 펠(Pell) 방정식으로 알려지게 된다([9]). 펠 방정식의 예로 $8x^2+1=y^2$의 해는 (x, y)=(1, 3), (6, 17), (35, 99), (204, 577), (1189, 3363)이고, $61x^2+1=y^2$의 해답을 순환적 계산법으로 가장 작은 해를 찾았다. 그 답은 x=226,153,980이고, y=1,766,319,0493), 1(6, 1이 답은 백년 후 라그랑주가 발견하게 된다.

역법계산과 천문학에서 발생하는 부정해석 등도 다루었다.

그 후 바스카라 I (Bhāskara, 600-680)의 시대에 와서 수학에서 법칙들의 결과를 증명하는 중요성을 알게 되었다. 이 때 부터 법칙에 대한 의미 있는 유도과정이 있는 공식만을 사용하였다. 따라서 어떤 공식의 결과는 검증까지 확장되었고, 더욱 정확한 논리로 수학을 전개하였다. 그는 아리아바타의 업적을 확장하고, 기호와 숫자, 고차방정식의 해, 부정 방정식의 해, 사인 함수의 근삿값, 사인 함수표를 더욱 정확하게 계산하였다.

자이나교의 마지막 수학자로 기초수학을 저술한 마하비라(Mahāvira, 800-870)는 영, 제곱, 세제곱, 제곱근, 세제곱근, 급수, 평면과 입체 기하학, 원의 내부에 접하는 사각형과 타원의 넓이를 계산하는 공식, 고차 방정식의 해, 부정 2차, 3차와 고차 방정식의 해 등을 연구했다. 음수의 제곱근은 존재하지 않는다고도 주장했다.

방정식의 연구로 잘 알려진 Prthudakasvami(830-890)는 기호를 사용하여 부정방정식을 표현하여 해를 구하였다. 예로 $10x+8=x^2+1$ 을

yava 0 ya 10 ru 8
yava 1 ya 0 ru 1

로 표현하였다. 여기서 ‘yava’는 미지양의 제곱을 의미하고, ‘ya’는 미지양이고 ‘ru’는 상수항을 의미하는 단어의 약자이다([16]).

스리다라(Shridhara, 870-930)는 <계산의 진수, Pati Ganita>를 저술하였다. 여기에는 기초적인 계산, 제곱근과 세제곱근 구하기, 분수, 영을 포함하는 계산, 등차급수와 등비급수의 합 등이 있다. 그는 공의 부피를 찾기 위한 법칙과 4차 방정식의 해에 대한 공식을 연구하였다.

한편, 천문학자 Shripati Mishra(1019-1066)는 스리다라의 업적을 기초로 하여 <Ganita Tilaka>를 저술하였으며, 그는 순열과 조합, 연립 부정선형방정식의 일반해,

일식과 월식, 행성의 경도 계산, 행성의 운동까지 연구하였다.

인도수학의 역사에서 가장 널이 알려진 수학자로는 <릴라바티(Lilavati)>를 저술한 바스카라챠리아(Bhāskaracharya, 1114-1185)를 꼽는다. 그는 천문기관의 책임자로 일하면서 '아름다운 것'이란 뜻의 수학책 <릴라바티>을 저술하였는데 인도 산술에 관한 대부분의 지식들이 기록된 기념비적인 책이다. 그 외에 <싯단타 쉬로마니, Siddhānta Śiromani, 천체계의 왕관, 1150>와 <비쟈카니타, Vijaganita, 종자산술>를 저술하였다([7]). 그의 저술들은 번역되어 중동과 유럽에 전해졌다고 한다.

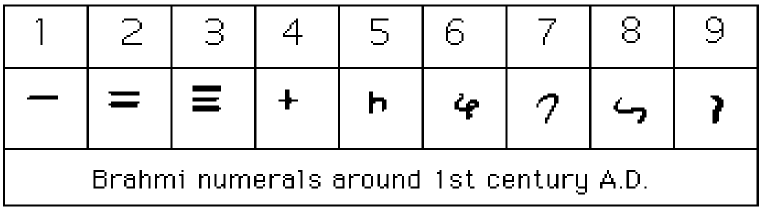
그의 저작에는 다음과 같은 내용들이 있다. 산술에서는 이자계산, 등차 및 등비수열, 평면 및 공간 기하학, 피타고라스 정리, 순열 조합 등이 있고, 영으로 나누면 무한이 됨을 증명 하였다. 대수학 분야에는 두 제곱근을 갖는 양수를 알았고 무리수, 여러 개의 미지수 계산, 고차방정식, 일반적인 펠(Pell) 방정식 $\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{x}^2 \pm \boldsymbol{c} = \boldsymbol{y}^2$의 해를 구하였다. 예로는 $\boldsymbol{a}=8$, 11, 32, 61, 67일 때 각각 해들을 구하였고, 미지수가 많은 2차 방정식, 일반적인 부정 2차 방정식, 부정 고차 방정식의 해를 구했으며, 피타고라스의 정리를 증명하였다.

달의 움직임에 대한 연구와 일식이나 월식의 시간을 예측하기 위해서는 극도로 정밀한 계산이 필요하였고, 이런 계산을 하기 위하여 미적분학의 기초개념을 가지고 문제를 풀었다. 그는 사인(sine) 함수의 미분까지 발견하였고, 미분 단위가 무한소가 되는 1초를 33750로 나누는 시간까지 계산하였다. 따라서 미분계수의 발견, 도함수의 발견, 특별한 평균값 정리와 Roll의 정리를 언급하고 있다. 또한 π의 정확한 계산, 지구의 자전의 길이 계산, 구면 삼각법, 삼각함수의 공식 등을 연구하여 집대성하였다([18]).

3. 인도아라비아(Hindu-Arabic)의 수 체계와 계산

인도인들이 발명한 수 체계와 숫자를 서유럽으로 전파한 이는 아라비아 상인들이었다. 상행위에 편리한 시스템을 알아차렸기 때문이다. 인도아라비아 수 체계와 기호의 역사는 기원전 4세기의 비문에서 발견된 카로스치(Kharosthi) 수(數)로부터 시작된다. 1과 4, 10과 20을 나타내는 특별한 기호가 있었고 덧붙이는 방법으로 100까지 표현하였다.

기원전 250년경에는 아쇼카 왕 시대의 돌기둥에 새겨져있는 브라흐미(Brahmi)수([그림 1])가 있다. 이 기호는 한층 발전된 표현으로 10, 100 등 10의 거듭제곱수를 위한 표현이 있었다([16]).



[그림 1] 부라흐미 숫자

구자라트 지방의 한 비문은 595년에 만들어진 것으로 346이라는 날짜가 십진법의 위치 수체계로 표기되어 있다. 이는 그들이 영의 개념을 분명히 알고 있었던 것을 입증하는 증거가 된다([4]). 기호 0을 표기하였던 바크샬리(Bakhshali)수의 발생 시기는 기원후 7세기이고, 이 때 0의 표기법이 따로 있어 수 체계를 확립하였다. 인도 숫자가 서방에서 언급된 것은 662년 시리아의 주교 세베루 세보크트(Severus Sebokt)의 책인데, 캄보디아의 크메르 비문에서도 683년 0의 표기가 발견된다([6], [9]).

9세기의 그왈리오(Gwalior)수는 오늘날 수 체계와 비슷하다. 그 후 우리의 기본 필산법(筆算法)은 아라비아인들에 의해서 사용하게 되었다. 페르시아 수학자 알콰리즈미(al-Khwarizmi, 780-850)는 825년 발간한 그의 저서에서 위치 값으로 0을 사용하여 완전한 인도아라비아 수 체계를 다루고 있다. 그리고 아랍의 상인들에 의해서 서유럽으로 전해지게 되었다.

덧셈의 방식은 우리가 선호하고 있는 오른쪽에서 왼쪽으로 더해가는 것이 아니라 왼쪽에 오른쪽으로 더해가는 것이다. 예를 들면 고대 인도에서, 643과 978을 더하기를 하여보자. 모래나 혹은 분필로 쓸 수 있는 셈판의 아래쪽에 한 수 643를 쓰고 그 밑에 다른 한 수 978를 쓴 다음 계산을 하는데, 맨 앞쪽의 두 수 6+9=15이므로 15를 맨 왼쪽 줄 위에 쓰고 다음에 4+7=11이므로 5는 6으로 고치고 그 다음 자리는 1이 된다. 따라서 5는 지워지고 161이 쓰였다. 즉 5위에 사선을 긋고 그 위에 6을 쓰거나 5를 지우고 6을 썼다. 다음 맨 마지막 자리 3+8=11이므로 1은 2로 바뀌며 그 다음 수는 1이 된다. 따라서 두 수의 합은 1621이 된다. 곱셈도 덧셈과 마찬가지로 왼쪽에서 오른쪽으로 계산하였다.

그 후 A.D. 7세기 경 바크샤리의 사본에서는 분수를 사용했음이 발견되고, 등호(=)대신 phalam이란 용어를 pha로 축약하여 표현했고, 덧셈은 yuta를 yu로 축약하여 기호화하였다. 예를 들면,

$$\text{pha} \quad 12 \quad \begin{matrix} 8 & 4 \\ 1 & 1 \end{matrix} \quad \text{yu} \qquad (\Leftrightarrow \quad \frac{8}{1}+\frac{4}{1}=12\ )$$

와 같이 기호화 하였다. 미지량(未知量)은 sunya라 하고, 그 뜻은 공(空)인데 두 가지 뜻 모두 나타내는 기호를 점(•)으로 표시했다. 문제를 푸는 방법 중의 하나로는 역산법(逆算法)이 있는데, 주어진 정보로부터 거꾸로 계산하여 답을 구하게 된다. 또 가정법(假定法)으로 푸는 방법도 있다([7]). 이처럼 인도인들은 간단한 숫자를 사용하여 계

산식을 축약기호로 표현하여 계산법과 대수학을 일찍이 탁월하게 발전시켰다.

4. 인도수학의 특징

인도인들은 기원전 4세기에 문자를 만들고 기수법에서도 십진법과 위치기수법, 그리고 문자와 숫자를 활용하여 계산하였다. 인도 초기 수학 내용은 시적 경구 형태로 기억하고 암송하기 쉬운 운문(韻文)으로 되어 있다. 최초의 수학책인 술바수트라스는 천문학을 위하여 수학이 연구되었음을 보여주고 있다. 기하학은 사원의 설계와 건립 규정을 지켜야 할 필요성 때문에 발달했다. 전해 내려오는 수학 내용에는 불분명하고 부정확한 내용도 포함되어 있다. 아마 이것은 수학의 학문성보다는 실용성을 강조했기 때문일 것이다.

인도의 문화가 독자적인 것처럼 인도수학 역시 독자적인 수학을 구축하였다. 인도인들의 종교적이고 명상적인 기질은 그들의 특성으로 그들의 방법대로 수학을 계승하여 표현하였으며 현대수학에 많은 영향을 주었다. 천문학과 수학의 지식을 함께 저술하면서 운문의 형식을 빌어서 작성하였다. 수학의 내용을 전통적으로 계승하였으나 전통에 얽매여 연속적으로 수학의 내용을 현대화 하지 못한 것이 단점이자 한계였다.

인도인들은 메소포타미아와 헬레니즘 세계와 교류를 하면서도 그들의 영향을 그대로 받아들이지 않고, 독자적으로 그들의 문화와 수학지식을 구축하여 전통적인 방법으로 발전시켰다. 인도수학은 고대로부터 근대에 이르기까지 많은 학자들이 엄청난 양의 수학지식을 생산해 내었다.

인도는 카스트 제도의 사회에서 승려들에 의해서 전통적으로 수학이 계속 연구되고 수학적 지식을 축적할 수 있었다. 또한 그들은 문자와 기호를 발명하여 사고를 구체화할 수 있고 보다 정확하게 표현하게 되어 논리적 사고를 도와주었다. 계산방법으로는 간단한 기호의 숫자와 계산에 필요한 도구가 아주 편리하였다. 그들은 조그마한 칠판에 대나무로 만든 펜과 흰 잉크로 숫자를 썼다. 인도인들이 수와 양을 같이 사용하였다. 그리고 인도 사회에는 일찍부터 상업과 측량이 발달하고 있어서 실제로 계산기술이 필요하였다.

그러나 중세 이후 인도수학이 계속 발달하지 못한 이유는, 카스트 제도로 신분이 엄격하게 구별되어 있어서 승려나 왕족들만이 수학을 독점적으로 연구했기 때문이었다.

또한 수학이 학문으로 계속 발전하려면 엄격한 계산과 증명을 명확하게 나타내고 표현해야만 하고 학문적인 체계와 구조에 관심을 가져야 한다. 그러나 인도 사람들은 수학의 법칙이나 공식과 비법 등에 관심을 가지고, 자신들의 생각을 시(詩)의 형식으로 외우기 쉽게 하여 그것을 암송하도록 하였다. 운문 형식의 시는 수학적인 내용을 자세하게 표현할 수 없게 되어 의미가 명확하지 않았다. 또한 다른 고대 문명의 수학과 마찬가지로 필사본 형태로 전수(傳受)된 수학은 증명이나 공식의 유도과정이 자세

하게 제시되지 않은 개인지도 형태로 경험적이고 전통적인 방법으로 수학적 지식이 계승되었다.

5. 결론

고대의 인도수학은 산스크리트어로 쓰여 있고, 수학의 법칙이나 문제들은 필사본의 형태로 경전 속에 포함되어 있거나 구전되었다. 그들의 독특한 운문형식의 표현은 수학을 암기하기 쉽도록 했으며 또 간결한 방법으로 정리되었다.

인도 수학자들은 일찍이 수학을 독자적으로 구축하면서, 십진법, 계산법, 방정식, 대수학, 기하학, 삼각법 등의 연구로 수학에 공헌하였다. 그들은 다른 문화권의 영향을 받았음에도 불구하고 인도수학의 전통을 크게 벗어나지 않으면서 독창성을 유지할 수 있었던 것은 어느 문화권보다도 종교철학과 천문학 그리고 언어학적인 영향을 강력하게 받았기 때문이다. 이러한 영향은 수많은 수학자들이 수학을 계승 발전시킬 수 있었다. 그 결과 인류에 유용한 아라비아 수 체계와 계산법을 창안할 수 있었다.

고대 그리스 수학이 자연현상에 대한 진리를 탐구하기 위하여 공리적이고 연역적인 방법에 의해서 학문으로 발전하였다면, 고대 인도수학은 종교와 언어학적인 영향으로 양적이며 계산적이지만 원리와 법칙을 가지고 문제를 해결하는 특징을 가지고 발전하였다. 이러한 특징의 장점들은 우리의 수학교육에 필요한 시사점을 제공한다.

참고 문헌

1. 김용운・김용국, 수학사대전, 우성문화사, 1986.
2. 김종명, 고대 그리스 수학과 동양 수학, 한국수학사학회지 20(2007), No2, 47-58.
3. 김주영, 김성숙, 영의 역사와 영에 얽힌 오류들, 한국수학사학회지 14(2001), No1, 101-108.
4. 조길태, 인도사, 민음사, 1994.
5. 최명자, 東洋數學이 西洋數學에 미친 影響, 이화여자대학교, 교육대학원 석사논문, 1976.
6. Boyer, Merzbach(양영호, 조윤동 역), 수학의 역사 상・하, 경문사, 2000.
7. Cajori(정지호 역), 수학의 역사, 창원사, 1983.
8. Eves(이우영, 신항균 역), 수학사, 경문사, 1995.
9. Mankiewicz(이상원 역), 문명과 수학, 경문사, 2002.
10. Kanigel(김인수 역), 수학이 나를 불렀다, 사이언스북스, 2000.
11. Bronkhorst, J., Panini and Euclid: Reflections on Indian Geometry, *J. Indian Philos.* Vol.29(2001), No.1-2, 43-80.
12. Burnett, C., The Semantics of Indian Numerals in Arabic, Greek and Latin, *J. Indian Philos.* Vol.34(2006), No.1-2, 15-30.
13. Narasimha, R, Epistemology and Language in Indian Astronomy and Math., *J. Indian Philos.* Vol.35(2007), No.5-6, 521-541.
14. Staal, F., Greek and Vedic Geometry, *J. Indian philos.* Vol.27(1999), No.1-2, 105-127.
15. Wujastyk, D., Science and Vedic Studies, *J. Indian philos.* Vol.26(1998), No.4, 335-345.
16. http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Indian_mathematics.html
17. http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/~history/Projects/Pearce/index.html
18. http://en.wikipedia.org/wiki/Indian_mathematics

The Characteristics of Mathematics in Ancient India

Department of Mathematics Education, Kwandong Univ. **Kim, Jong Myung**

Ancient Indian mathematical works, all composed in Sanskrit, usually consisted of a section of sturas in which a set of rules or problems were stated with great economy in verse in order to aid memorization by a student. And rules or problems of the mathematics were transmitted both orally and in manuscript form.
Indian mathematicians made early contributions to the study of the decimal number system, arithmetic, equations, algebra, geometry and trigonometry. And many Indian mathematicians were appearing one after another in Ancient.
This paper is a comparative study of mathematics developments in ancient India and the other ancient civilizations. We have found that the Indian mathematics is quantitative, computational and algorithmic by the principles, but the ancient Greece is axiomatic and deductive mathematics in character. Ancient India and the other ancient civilizations mathematics should be unified to give impetus to further development of mathematics education in future times.

Key word: Sanskrit, Sulbasūtras, Siddhānta, Hindu-Arabic numerals.

2000 Mathematics Subject Classification : 01A13, 01A32
ZDM Classification : A30

접수일 : 2009년 12월 6일 수정일 : 2010년 1월 28일 게재확정일 : 2010년 1월 30일