

적층방법에 따른 복합적층판의 저속충격거동 조사

Investigation of Low Velocity Impact Behavior of Laminated Composite Plates Considering the Stacking Method

김 승 덕*
Kim, Seung-Deog

권 속 준**
Kwon, Suk-Jun

요 약

복합적층판은 다른 금속재료에 비해 높은 비강도, 비강성 등의 우수한 역학적 특성을 지니므로, 최근 다양한 분야에서 사용하고 있다. 그러나 이러한 복합적층판은 충격에 약하다는 단점이 있다. 그리하여 복합적층판의 충격거동에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다. 충격거동을 조사하기 위해서는 우선 충격체와 복합적층판사이의 접촉력을 계산하여야 한다. 접촉력을 알기 위해서는 충격체의 운동방정식, 복합적층판의 운동방정식 그리고 압입량에 관한 관계식을 동시에 풀어야 한다. 본 연구에서는 고전적인 헤르츠식, 썬식, 썬&양식 그리고 썬&탄식을 포함한 유한요소프로그램을 이용하여 복합적층판의 저속충격거동을 조사한다.

Abstract

Laminated composite plates have shown their superiority over metals in applications requiring high specific strength, high specific modulus, and so on. Therefore, they have used in various industry. However, they have poor resistance to impact compared to typical metal materials. So, many researchers have investigated about impact behavior of laminated composite plate. To investigate impact behavior of laminated composite plate, we have to calculate contact force between impactor and laminated composite plate at the first. Impactor's equation of motion, plate's equation of motion and correlations for indentation were solved to know the contact force at the same time. In this study, low velocity impact behavior of composite plate was investigated using the finite element program which is involved the classical Hertzian law, Sun's law and Sun & Yang's experimental law and Sun & Tan's experimental law considering the stacking method.

키워드 : 유한요소법, 복합적층판, 적층방법, 저속충격, 접촉력

Keywords : Finite element method, Laminated composite plate, Stacking method, Low velocity impact, Contact force

1. 서 론

복합재료는 일반적으로 다른 금속재료에 비해 높은 비강도(High Specific Strength), 높은 비강성(High Specific Modulus), 높은 감쇠(High Damping), 및 열적 특성(Thermal Characteristics)등을 지닌다.¹⁾ 그래서 최근 건축·토목분야뿐만 아니라 자동차산업 및 조선산업, 항공우주산업, 수송기계산업, 방위산업과 각종 스포츠 및 레저용품관련산업 등 폭 넓은 산업분야에서 사용되고 있다. 그러나 이러한 복합재료

는 일반 금속재료와 달리 소성변형이 거의 없다. 만일 외부에서 물체의 탄성영역을 넘어서는 역학적 에너지를 받는다면, 일부 열로 소산되는 에너지를 제외하면 일반 금속재료가 탄성변형 에너지와 소성변형 에너지로 이를 흡수하는데 비해 복합재료는 탄성변형 에너지와 손상발생으로 인한 에너지로써 이를 흡수하게 된다. 그러므로 복합재료는 소성변형을 하는 금속재료에 비해 충격에 대한 저항성이 낮다.²⁾ 따라서 복합재료의 충격에 대한 거동 조사는 매우 중요하다.

충격 손상은 접촉면을 포함하는 작은 영역에 한정되며 손상정도는 외부 물체와 구조물 사이의 접촉력에 의존하므로 이에 대한 이론적인 연구는 오래전부터 수행되어져 왔다. 이론적인 어려움을 해소하고자 Hertz

* 세명대학교 건축공학과 교수, 공학박사

** 세명대학교 건축공학과 석사과정(교신저자)

E-mail : escoleo2002@yahoo.co.kr

Tel: 016-9340-8540 / Fax: 043-649-1326

는 마찰이 없는 타원접촉의 정적 해를 구하여 접촉문제의 공학적 접근을 시도하였다. 이 때 한쪽 구의 반지름을 무한대로 하면 구와 반무한체와의 접촉법칙을 얻게 된다. 이방성재료인 복합적층판의 충격문제 해석에도 충격하중인 접촉력의 해석을 위해 등방성 물체의 정적 접촉문제에 적용할 수 있는 Hertz식을 그대로 또는 수정하여 사용한 연구들이 있었다.^{3,4)}

본 연구에서는 고전적인 Hertz식과 이를 수정한 Sun식, Sun&Yang식 그리고 Sun&Tan식을 유한요소 프로그램에 이용하여, 적층수 및 적층각에 따른 흑연/에폭시(Graphite/Epoxy) 복합적층판의 저속 충격거동을 조사한다.

2. 이론전개 및 수식화

2.1 접촉력에 대한 관계식

고전적인 Hertz의 접촉법칙은 식(1)과 같다.

$$F = k\alpha^{1.5} \tag{1}$$

여기서, F와 α 는 각각 접촉력과 압입량이며, 상수 k는 두 물체의 재료성질과 형태 등에 관계되는 계수이다. Hertz는 상수 k를 식(2)와 같이 정의하였으며, Sun은 Hertz가 정의한 상수 k값을 수정하여 식(3)과 같이 정의하였다.^{3,4)}

$$k = \frac{4}{3} \sqrt{r} / \left\{ \frac{1 - (\nu_r)^2}{E_r} + \frac{1 - (\nu_p)^2}{E_p} \right\} \tag{2}$$

$$k = \frac{4}{3} \sqrt{r} / \left\{ \frac{1 - (\nu_r)^2}{E_r} + \frac{1}{E_p} \right\} \tag{3}$$

여기서, r, ν_r , E_r 은 각각 충격체의 반지름, 포아송비, 탄성계수이고, ν_p , E_p 는 각각 복합적층판의 포아송비, 탄성계수이다.

그러나 이방성 물체인 섬유강화 복합적층판에 위의 식을 그대로 쓸 수 없다는 것이 Sun과 Yang의 정적압입실험에 의해 증명되었고⁵⁾, 이 실험에 의하여 Sun과 Tan은 $[0^\circ / 45^\circ / 0^\circ / -45^\circ / 0^\circ]_{2s}$ 로 적층된 흑연/에폭시 복합적층판에 대하여 식(4)와

같은 접촉력 관계식을 얻었다.⁴⁾

재하 : $F = k\alpha^{1.5} \quad (0 < \alpha \leq \alpha_m)$

비재하 : $F = F_m \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right)^q \tag{4}$

재재하 : $F = k_{re} (\alpha - \alpha_0)^{1.5}$
 $(k_{re} = F_m / (\alpha_m - \alpha_0)^{1.5})$

여기서, F_m 과 α_m 은 각각 비재하를 시작할 때의 접촉력과 압입량이고, α_0 는 영구압입량이다. α_m 이 임계압입량인 α_p 보다 작은 경우에는 영구압입이 생기지 않으나, α_m 이 α_p 보다 클 경우에는 α_m 과 α_p 의 차와 α_0 사이에는 선형적인 관계가 생긴다. 이러한 관계는 식(5)로 표현된다.⁴⁾

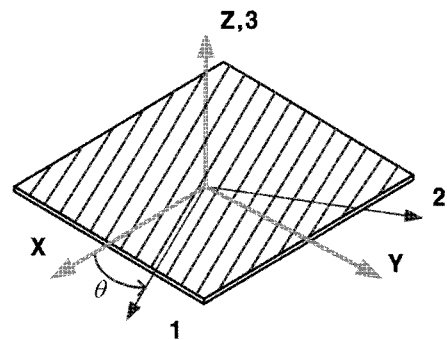
$$\alpha_0 = \beta(\alpha_m - \alpha_p) \quad (\text{if } \alpha_m > \alpha_p)$$

$$\alpha_0 = 0 \quad (\text{if } \alpha_m < \alpha_p) \tag{5}$$

여기서, k, q, β , α_p 는 복합적층판의 적층순서와 충격체의 기하학적 형상에 의해 결정되는 계수이다.

2.2 평판 이론의 가정

복합적층판에서 한 층을 고려할 때, 한 층의 축과 복합적층판의 축을 동시에 표현하면 <그림 1>과 같다. 여기서, X, Y, Z는 복합적층판 축이고, 1, 2, 3은 한 층의 축이며, θ 는 두 축사이의 각도이다.



<그림 1> 복합적층판 축과 한 층의 축
 복합적층판의 평판이론을 전개하는데 다음과 같은 가정을 이용한다.⁶⁾

- 1) 복합적층판은 전체적으로 균질하다.
- 2) 각각의 층 두께는 위치에 변함없이 균일하다.
- 3) 인접한 층은 서로 완전히 접착되고 접착부위는 얇으며, 접착부위에서의 전단변형은 없다.

2.3 구성방정식

2.3.1 복합적층판 한 층의 구성방정식

좌표계를 <그림 1>과 같이 설정하면, 섬유방향과 x 축이 일치할 때의 구성방정식은 식(6)과 같다.⁷⁾

$$\begin{cases} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{cases}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{cases} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{cases}_k$$

$$\begin{cases} r_{23} \\ r_{31} \end{cases}_k = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix}_k \begin{cases} \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{cases}_k \quad (6)$$

여기서, Q_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$ or $4, 5$)는 식(7)과 같다.

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{12}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{44} = G_{23} \quad (7)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{55} = G_{13}$$

k 번째 층의 섬유방향에 x 축에 대해 θ 만큼 회전되었을 때, 그 층의 구성방정식은 식(8)과 같다.

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{cases}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{cases} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{cases}_k$$

$$\begin{cases} \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{cases}_k = \begin{bmatrix} Q_{44} & Q_{45} \\ Q_{45} & Q_{55} \end{bmatrix}_k \begin{cases} \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \end{cases}_k \quad (8)$$

여기서,

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{cases}_k \equiv \begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases}_k \quad \begin{cases} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{cases}_k \equiv \begin{cases} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{cases}_k$$

$$\begin{cases} \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{cases}_k \equiv \begin{cases} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{cases}_k \quad \begin{cases} \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \end{cases}_k \equiv \begin{cases} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{cases}_k \quad (9)$$

이고, $\overline{Q_{ij}}$ ($i, j = 1, 2, 6$ or $4, 5$)는 식(10)과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{Q_{11}} &= Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4 \\ \overline{Q_{22}} &= Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^2 \\ \overline{Q_{12}} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) \\ \overline{Q_{16}} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})m^3n \\ &\quad + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})mn^3 \\ \overline{Q_{26}} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})mn^3 \\ &\quad + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})m^3n \\ \overline{Q_{66}} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})m^2n^2 \\ &\quad + Q_{66}(m^4 + n^4) \\ \overline{Q_{44}} &= Q_{44}m^2 + Q_{55}n^2 \\ \overline{Q_{45}} &= (Q_{55} - Q_{44})mn \\ \overline{Q_{55}} &= Q_{44}n^2 + Q_{55}m^2 \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, m 과 n 은 각각 $\cos\theta$ 와 $\sin\theta$ 를 의미한다.

2.3.2 복합적층판의 구성방정식

Mindlin의 평판이론에서, 변형 후의 변위성분은 횡전단변형을 고려하여 식(11)과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z, t) &= u(x, y, t) + z\psi_x(x, y, t) \\ u_2(x, y, z, t) &= v(x, y, t) + z\psi_y(x, y, t) \\ u_3(x, y, z, t) &= w(x, y, t) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, t 는 시간이고 u_1, u_2, u_3 는 각각 x, y, z 축방향의 변위이다. u, v, w 는 각각 중립면의 x, y, z 축방향의 변위이고, ψ_x, ψ_y 는 각각 x, y 축에 수직 한 단면의 회전을 의미한다. von-Karman의 대처짐 이론을 이용하여 변형도-변위 관계식을 나타내면 식(12)와 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + z \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \equiv \epsilon_1^0 + zk_1 \\ \epsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + z \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \equiv \epsilon_2^0 + zk_2 \end{aligned}$$

$$\epsilon_6 = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial w} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + z \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right) \equiv \epsilon_6^0 + z k_6 \quad (12)$$

$$\epsilon_4 = \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \equiv \epsilon_4^0$$

$$\epsilon_5 = \psi_y + \frac{\partial w}{\partial x} \equiv \epsilon_5^0$$

이것을 k 번째 층에 대해 다시 표현하면 식(13)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix}_k = \begin{Bmatrix} \epsilon_1^0 \\ \epsilon_2^0 \\ \epsilon_6^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_6 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \end{Bmatrix}_k = \begin{Bmatrix} \epsilon_4^0 \\ \epsilon_5^0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

위의 변형도-변위 관계식에서는 von-Karman의 대차집이론의 가정대로 u, v, ψ_x, ψ_y 의 일차미분의 곱항들은 무시된다.⁶⁾ 식(6)에 있는 각 층에 작용되는 응력들을 복합적층판의 두께로 적분하여 복합적층판에 작용하는 힘, 모멘트 그리고 전단력을 구하면 식(14)와 같다.

$$(N_i, M_i) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z) \sigma_i^k dz, \quad (i=1, 2, 6)$$

$$(Q_2, Q_1) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_4^k, \sigma_5^k) dz \quad (14)$$

여기서, N_i, M_i, Q_i 는 각각의 축방향과 연관된 면내력, 휨 모멘트, 전단력이다. 식(14)에 식(8)과 식(12)를 대입하면 식(15)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_j^0 \\ k_j \end{Bmatrix}, \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_4^0 \\ \epsilon_5^0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

여기서, $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, \overline{A}_{ij}$ 는 각각 면내 강성, 면내-휨 연성 강성, 휨 강성, 전단 강성이며 식(16)과 같다.

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\overline{Q}_{ij})_k (1, z, z^2) dz, \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$\overline{A}_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} k_i k_j (\overline{Q}_{ij})_k dz, \quad (i, j = 4, 5) \quad (16)$$

여기서, k_i 와 k_j 는 전단보정계수이다.

2.4 유한요소 방정식

유한요소해석에서 일반화된 변위 U 는 식(17)과 같이 보간(interpolation) 된다.

$$\{\hat{U}\} = \sum_{i=1}^9 \Phi_i [I] \{\Delta_i\} \quad (17)$$

여기서, $\{\Delta_i\} = [u, v, w, \psi_x, \psi_y]^T$ 는 i 절점 변위이다. $[I]$ 는 5×5 의 단위행렬이며, Φ_i 는 시간 t 에서 절점 i 의 유한요소 보간함수이다. 사용한 보간함수는 식(18)과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= (1-\xi)(1-\eta)\xi\eta/4 \\ \Phi_2 &= -(1-\xi^2)(1-\eta)\eta/2 \\ \Phi_3 &= -(1+\xi)(1-\eta)\xi\eta/4 \\ \Phi_4 &= (1+\xi)(1-\eta^2)\xi/2 \\ \Phi_5 &= (1+\xi)(1+\eta)\xi\eta/4 \\ \Phi_6 &= (1-\xi^2)(1+\eta)\eta/2 \\ \Phi_7 &= -(1-\xi)(1+\eta)\xi\eta/4 \\ \Phi_8 &= -(1-\xi)(1-\eta^2)\xi/2 \\ \Phi_9 &= (1-\xi^2)(1-\eta^2) \end{aligned} \quad (18)$$

변위(u, v, w, ψ_x, ψ_y)는 모두 같은 보간함수를 이용했다. 9-절점 아이소파라메트릭 요소를 이용했으며, 각 절점에서의 자유도는 좌표축 방향의 3변위(u, v, w)와 단면의 회전(ψ_x, ψ_y)을 고려하여 총 5개를 갖는다.

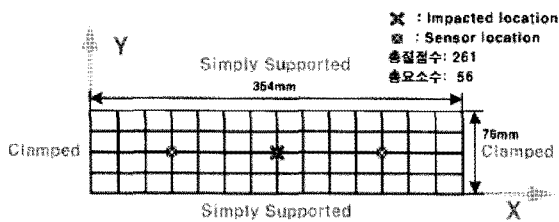
3. 해석 예제

3.1 적층수에 따른 저속충격거동 해석 예제

적층수에 따른 복합적층판의 저속충격거동을 조사하기 위해 사용한 해석모델의 정보는 <표 1>, <그림 2>와 같다. 해석모델은 적층수가 각각 4인 모델 A, 8인 모델 B, 12인 모델 C 그리고 16인 모델 D로 총 4가지이다. 총 요소수는 56개이고 총 절점수는 261개이며, 충격이 가해지는 위치는 복합적층판의 한 가운데인 131번 절점이다. 해석에 이용된 수식별 유형은 총 4가지이다. case 1은 Hertz식, case 2는 Sun식, case 3은 Sun&Yang식 그리고 case 4는 Sun&Tan식을 각각 이용하여 복합적층판의 저속충격거동을 해석하였다.

<표 1> 해석모델

Model	적층방법	적층수	한층 두께(mm)	총 두께(mm)
A	$[0^\circ / 90^\circ]_{1s}$	4	0.235	0.94
B	$[0^\circ / 90^\circ]_{2s}$	8	0.235	1.88
C	$[0^\circ / 90^\circ]_{3s}$	12	0.235	2.82
D	$[0^\circ / 90^\circ]_{4s}$	16	0.235	3.76



<그림 2> 해석모델

해석에 이용한 복합적층판과 충격체의 재료성질은 각각 <표 2>, <표 3>과 같다. 충격하중은 높이가 304.8mm되는 지점에서 충격체를 복합적층판 중앙부에 자유낙하 시킨 것으로 하였다. 해석모델의 경계조건은 <그림 2>에서 보는 바와 같이 단변방향 두 면은 clamped, 장변방향 두 면은 단순지지로 하였다. 해석모델의 가로, 세로는 각각 354mm, 76mm이다. 전체 모델을 해석하였으며, 시간 증분은 $2.0\mu\text{sec}$ 로 하였고, 총 $2000\mu\text{sec}$ 까지 해석하였다.

해석에 이용한 압입법칙의 계수는 <표 4>와 같다. 이는 실험식에 의한 충격해석 시, 접촉력을 구할 때 이용하는 계수이다.

<표 2> 복합적층판의 재료성질

$E_x = E_y$ (GPa)	G_{xy} (GPa)	G_{xz} (GPa)	$\nu_{xy} = \nu_{yx}$	ρ_0 (g/mm ³)
75.8	5.51	4.07	0.05	0.00157

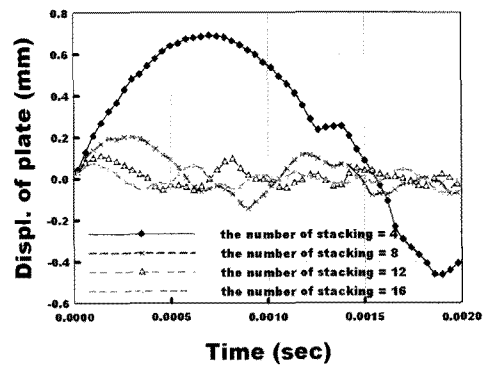
<표 3> 충격체의 재료성질

Mass(g)	Radius(mm)	$E_x = E_y$ (GPa)	ν
75.8	55.1	4.07	0.05

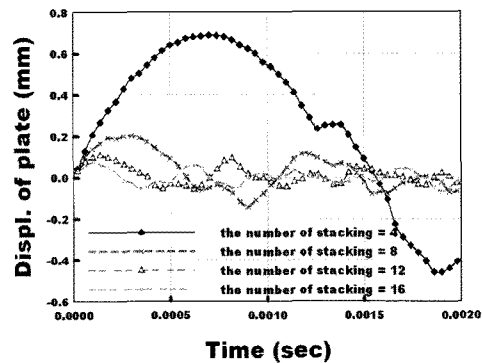
<표 4> 압입법칙의 계수

Contact coefficient (k)	1260800
Power index of loading (n)	1.5
Contact (β)	0.094
Critical indentation (α_p)	0.001667
Power index of unloading (q)	2.5

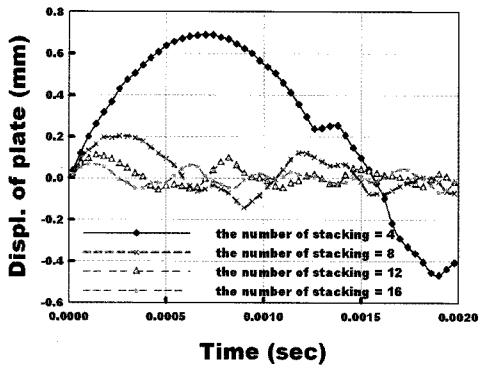
복합적층판의 적층수에 따른 복합적층판의 변위와 접촉력 해석결과는 <그림 3>, <그림 4>와 같다.



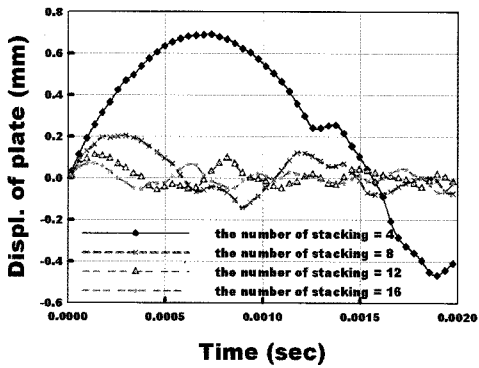
(a) case 1



(b) case 2



(c) case 3



(d) case 4

〈그림 3〉 복합적층판의 변위

〈그림 3〉에서, 복합적층판의 적층수가 많을수록 복합적층판의 변위가 감소하고, 변위응답주기가 짧아짐을 볼 수 있다. 〈그림 4〉에서는 복합적층판의 적층수가 많을수록 접촉력은 증가하고, 접촉시간은 짧아짐을 볼 수 있다.

〈표 5〉 적층수에 따른 case별 최대변위(N)

Model	case 1	case 2	case 3	case 4
A	0.06932	0.06931	0.06931	0.06931
B	0.02047	0.02048	0.02056	0.02052
C	0.01125	0.01125	0.01094	0.01112
D	0.007457	0.007457	0.007242	0.007387

〈표 6〉 적층수에 따른 case별 최대변위오차율(%)

Model	case1,2	case1,3	case1,4	case2,3	case2,4	case3,4
A	0.014	0.014	0.014	0	0	0
B	0.049	0.439	0.244	0.391	0.195	0.195
C	0	2.756	1.156	2.756	1.156	1.645
D	0	2.883	0.939	2.883	0.939	2.002

〈표 5〉와 〈표 7〉에서는 복합적층판의 적층수에 따른 최대변위와 최대접촉력을 나타내었다. 〈표 6〉과 〈표 8〉은 〈표 5〉와 〈표 7〉의 값들을 각각의 case끼리 비교한 오차율이다. 최대변위에 대한 최대오차율은 모델 D에서

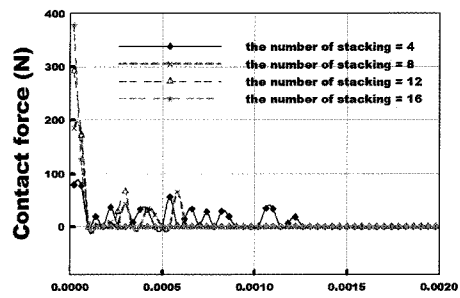
Hertz식과 Sun&Yang식에 대한 결과 비교, 그리고 Sun 식과 Sun&Yang식에 대한 결과 비교에서 2.883%로 최대를 보인다. 최대접촉력에 대한 최대오차율은 〈표 8〉에 나타내었다. 모델 A의 해석 시, Hertz식과 Sun&Yang식의 결과, Hertz식과 Sun&Tan식의 결과, 그리고 Sun식과 Sun&Yang식의 결과, Sun식과 Sun&Tan식의 결과에서 40.07%로 최대를 보인다. 이는 이론식과 실험식을 이용한 접촉력 계산과정이 서로 다르기 때문이다. 즉, 이론식인 고전적인 Hertz식과 Sun 식과는 달리, 실험식인 Sun&Yang식, Sun&Tan식으로 접촉력을 구할 때, 하중경로가 재하, 비재하, 재재하의 과정으로 구분해서 구하기 때문이다.

〈표 7〉 적층수에 따른 case별 최대접촉력(N)

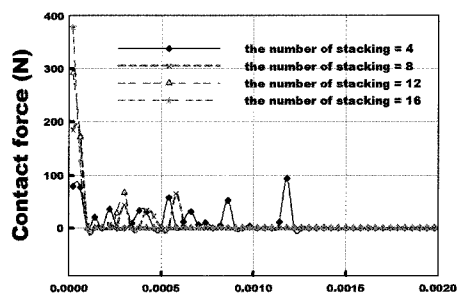
Model	case 1	case 2	case 3	case 4
A	127	127	76.11	76.11
B	212	211.8	144.3	144
C	296.5	296.3	232.9	232.9
D	382.4	382.3	304	304

〈표 8〉 적층수에 따른 case별 최대접촉력오차율(%)

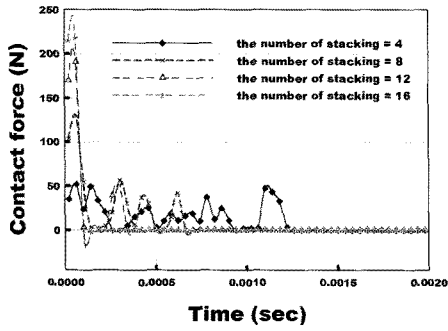
Model	case1,2	case1,3	case1,4	case2,3	case2,4	case3,4
A	0	40.07	40.07	40.07	40.07	0
B	0.09	31.93	32.08	31.87	32.01	0.21
C	0.07	21.45	21.45	21.40	21.40	0
D	0.03	20.50	20.50	20.48	20.48	0



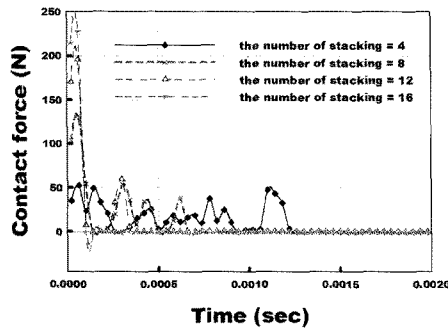
(a) case 1



(b) case 2



(c) case 3



(d) case 4

(그림 4) 적층수에 따른 접촉력

3.2 적층각에 따른 저속충격거동 해석 예제

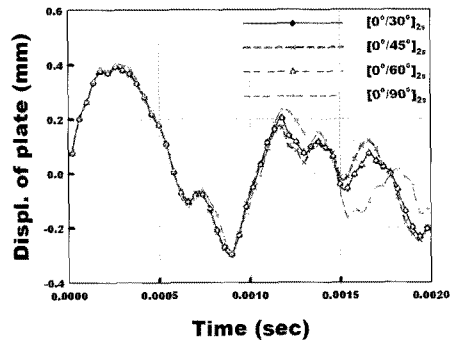
적층각에 따른 복합적층판의 저속충격거동을 조사하기 위해 사용된 해석모델의 형상은 <그림 2>와 같다. 또한, 해석에 사용된 복합적층판과 충격체의 재료 성질은 각각 <표 2>, <표 3>과 같다. 충격하중은 높이가 304.8mm되는 지점에서 충격체를 복합적층판 중앙부에 자유낙하 시킨 것으로 하였다. 적층각에 따른 해석모델은 아래의 <표 9>와 같이 총 4가지로 구분하였고, 적층수, 한층두께는 모든 모델이 동일하다.

<표 9> 해석모델

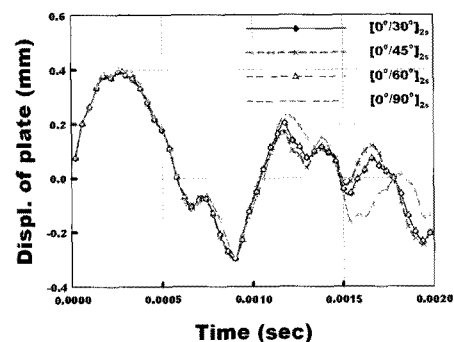
Model	적층방법	적층수	한층두께(mm)	총두께(mm)
E	$[0^\circ / 30^\circ]_{2s}$	8	0.235	1.88
F	$[0^\circ / 45^\circ]_{2s}$	8	0.235	1.88
G	$[0^\circ / 60^\circ]_{2s}$	8	0.235	1.88
H	$[0^\circ / 90^\circ]_{2s}$	8	0.235	1.88

총 요소수는 56개, 총 절점수는 261개이다. 해석결과에 따른 수식별 유형은 총 4가지이다. 전 절과 마찬가지로, case 1은 Hertz식, case 2는 Sun식, case 3은 Sun&Yang식, case 4는 Sun&Tan식으로 각각 구분하였다. 해석에 사용한 압입법칙의 계수는 <표 4>와 같다.

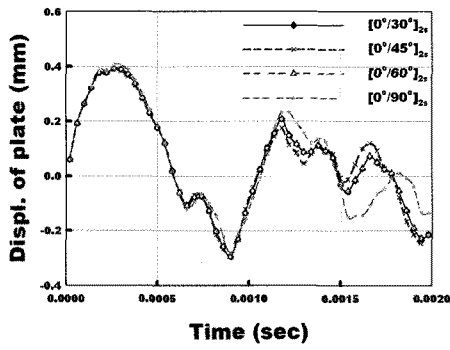
<그림 5>와 <표 10>에서 볼 때, 복합적층판의 적층각이 $[0^\circ / 45^\circ]_{2s}$, $[0^\circ / 30^\circ]_{2s}$, $[0^\circ / 60^\circ]_{2s}$, $[0^\circ / 90^\circ]_{2s}$ 순으로 큰 최대변위값을 갖는다. 또한 <그림 6>과 <표 12>에서 볼 때, 복합적층판의 적층각이 $[0^\circ / 90^\circ]_{2s}$, $[0^\circ / 60^\circ]_{2s}$, $[0^\circ / 30^\circ]_{2s}$, $[0^\circ / 45^\circ]_{2s}$ 순으로 큰 최대접촉력을 갖는다. 그리고 적층각이 $[0^\circ / 30^\circ]_{2s}$ 인 모델 E와 적층각이 $[0^\circ / 60^\circ]_{2s}$ 인 모델 G의 최대접촉력이 일치한다. 이는 복합적층판의 강성이 각 층의 강성의 합으로 계산되므로, 모델 E와 모델 G의 강성이 서로 같다는 것을 의미한다. <표 11>과 <표 13>은 <표 10>과 <표 12>의 값들을 각각의 case끼리 비교한 오차율이다. 복합적층판의 최대변위에 대한 최대오차율은 모델 E에 대한 Hertz식과 Sun&Yang식의 결과 비교, Sun식과 Sun&Yang식의 결과 비교에서 0.682%로 최대를 보인다. 최대접촉력에 대한 최대오차율은 모델 H에 대한 Hertz식과 Sun&Yang식의 결과 비교에서 38.12%로 최대를 보인다. 이러한 오차가 있는 이유는 3.1절에서 언급한 바와 같이 이론식과 실험식사이에 접촉력 계산과정에서 차이가 있기 때문이다.



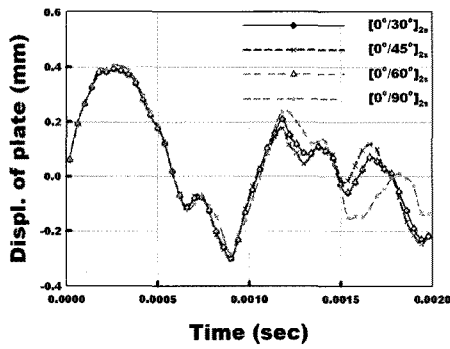
(a) case 1



(b) case 2



(c) case 3



(d) case 4

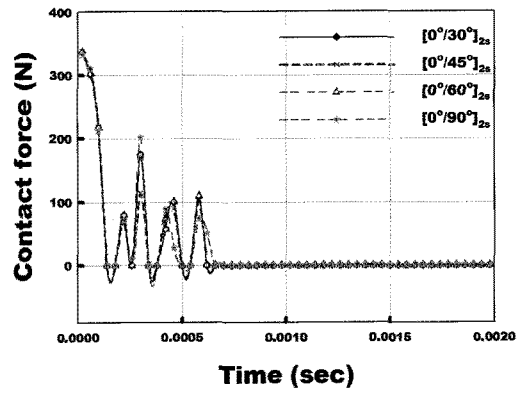
〈그림 5〉 복합적층판의 변위

〈표 10〉 적층각에 따른 case별 최대변위(mm)

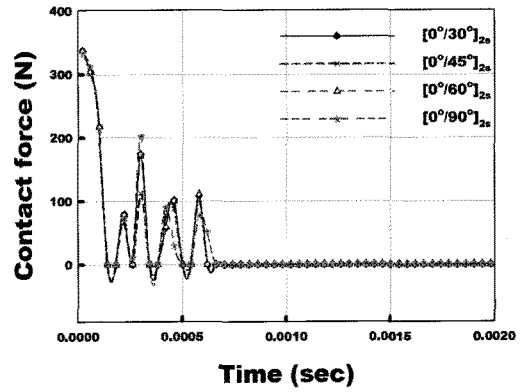
Model	case 1	case 2	case 3	case 4
E	0.3957	0.3957	0.3984	0.3982
F	0.3926	0.3926	0.3940	0.3940
G	0.3959	0.3959	0.3985	0.3984
H	0.4090	0.4090	0.4100	0.4099

〈표 11〉 적층각에 따른 case별 최대변위오차율(%)

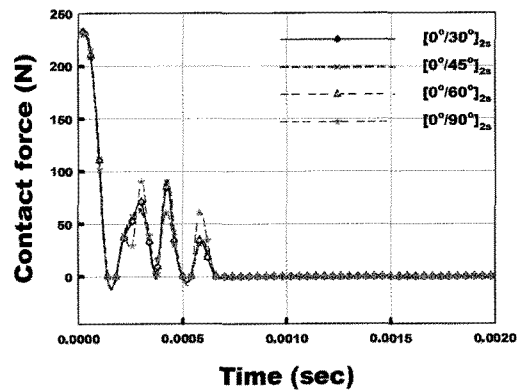
Model	case1,2	case1,3	case1,4	case2,3	case2,4	case3,4
E	0	0.682	0.632	0.682	0.632	0.050
F	0	0.357	0.357	0.357	0.357	0
G	0	0.657	0.631	0.657	0.631	0.025
H	0	0.244	0.220	0.244	0.220	0.024



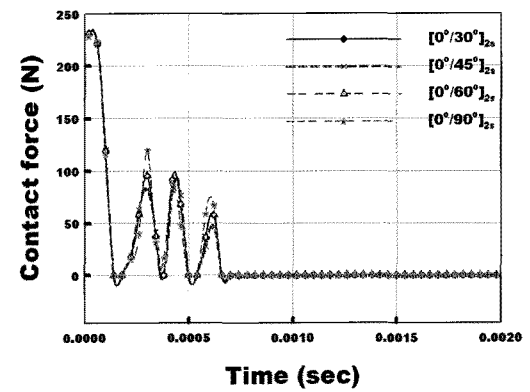
(a) case 1



(b) case 2



(c) case 3



(d) case 4

〈그림 6〉 적층각에 따른 접촉력

〈표 12〉 적층각에 따른 case별 최대접촉력(N)

Model	case 1	case 2	case 3	case 4
E	489	488.3	306.2	306.7
F	489.3	488.7	307.5	308
G	489	488.3	306.2	306.7
H	486.9	486.1	301.3	302.7

〈표 13〉 적층각에 따른 case별 최대접촉력오차율(%)

Model	case1,2	case1,3	case1,4	case2,3	case2,4	case3,4
E	0.14	37.38	37.28	37.29	37.19	0.16
F	0.12	37.16	37.05	37.08	36.98	0.16
G	0.14	37.38	37.28	37.29	37.19	0.16
H	0.16	38.12	37.83	38.02	37.73	0.46

4. 결 론

본 연구에서는 고전적인 접촉력 관계식인 Hertz식과 이를 수정한 Sun식, Sun&Yang식 그리고 Sun&Tan식을 유한요소 프로그램에 이용하여, 적층방법에 따른 흑연/에폭시(Graphite/Epoxy) 복합적층판의 저속충격거동을 조사하였다. 적층수 및 적층각의 변화에 따른 복합적층판의 저속충격거동 조사 결과에 대한 결론은 다음과 같다.

- 1) 복합적층판의 적층수가 많을수록 변위는 감소하는 반면, 접촉력은 증가한다.
- 2) 복합적층판의 적층수가 많을수록 접촉시간과 복합적층판의 변위응답의 주기가 짧아진다.
- 3) 복합적층판의 적층각이 $[0^\circ/45^\circ]_{2s}$, $[0^\circ/30^\circ]_{2s}$, $[0^\circ/60^\circ]_{2s}$, $[0^\circ/90^\circ]_{2s}$ 순으로 큰 최대변위값을 갖으며, 이의 역순으로 큰 최대접촉력을 갖는다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부 첨단도시개발사업의 연구비 지원(과제번호#06 건설핵심 B03)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. 이대길, 정명영, 최진호, 전성식, 장승환, 오제훈, 복합재료, 홍릉출판사, 2007
2. 최익현, "복합적층판의 저속 충격거동에 대한 비선형 해석," 한국과학기술원 석사논문, 1989
3. Werner, Goldsmith., Impact, DOVER, Mineila, New York, 1960
4. T. M. Tan and C. T. Sun., "Wave Propagation in Graphite/Epoxy Lminates Due to Impact," NASA CR-168057, 1982
5. Yang, S. H. and Sun. C. T., "Indentation law for composite lminates," ASTM, STP 787, Ed. I. M. Daniel, 1982, pp. 425-49
6. Fung, Y. C., Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall, 1965
7. Jones, R. M., Mechanics of Composite Materials, Mc Graw-Hill, 1975
8. Kwon, S. J., Jeon, J. H. and Kim, S. D., "A Study on the Dynamic Transient Responses of Composite Laminated Plates Considering Indentation," Symposium of IASS, Venice, 2007.12
9. 권숙준, 전진형, 김승덕, "저속충격을 받는 복합적층판의 두께 변화에 따른 충격거동 조사," 한국공간구조학회 학술발표대회 논문집, 제 5권, 제 1호, 2008.05
10. 권숙준, 김승덕, "적층수에 따른 복합판의 저속충격거동 조사," 한국공간구조학회 학술발표대회 논문집, 제 7권, 제 1호, 2010.05

- ▶접수일자 : 2010년 6월 15일
- ▶심사 완료일자 : 2010년 10월 14일
- ▶게재 확정일자 : 2010년 10월 15일