

변형 Moore 교수법을 적용한 수업 비교연구

김 성 아 (동국대학교 경주캠퍼스)

본 연구에서는 몇 연구자들에 의해 대학 강좌에 적용된 변형무어 교수법들을 살펴보았다. 이 교수법들로 실시된 구체적인 수업 형태를 소개, 비교 분석하고, 국내의 수학 관련 전공의 현실에 맞는 변형무어 교수법을 제시하였다.

I. 서 론

오늘날 우리 사회는 대학이 단순히 학문의 전당으로서의 역할뿐만 아니라 전문지식에 대한 자기 주도적 학습 능력을 소유한 유능한 직업인을 양성하도록 요구하고 있다. 이에 부응하여 대부분의 대학에서 독자적 학습 능력을 소유한 인재를 양성하기 위하여 교수학습개발센터를 설치하는 등 교수법 개선에 대한 관심이 고조되고 있다. 그리하여 오랫동안 전통적인 설명식 수업 방법을 고수해오던 수학과 전공 학과에서도 학부 학생들의 능동적 참여를 권장하는 수업으로 소그룹 토론 및 발표를 수반하는 형태의 수업을 시행하여 학생들의 자기주도적 학습 능력을 함양하고자 노력하고 있다. 한옥동·박혜숙(1997)의 표현을 빌면 수학학습에서도 더 이상 학습은 구경하는 것이 아니라 참여하는 것이어야 한다.

이러한 학생의 참여를 이끌어 내는 수업의 시조로 플라톤의 대화편 ‘메논’에 등장하는 소크라테스와 사동과의 문답(우정호, 2000)을 들 수 있다. 이 문답이 우리에게 시사하는 것 중 하나는 학생들이 정답뿐만 아니라 시행착오와 오류도 접해보아야 한다는 것이다. Polya(2004)는 학생들이 가능한 독자적인 과제수행 경험을 많이 해야 한다고 주장하면서, 과하지도 않고 부족하지도 않은 적절한 교사의 도움이 학생의 진보를 가져올 수 있다고 하였다. 그리하여 그는 수학교육의 목적을 학생이 사고하도록 가르치는 것이라고 하였다(Polya, 1987). 중국 고전 사서오경의 하나인 ‘예기’의 제18장 학기(學記)에서도 학생이 편안한 마음으로 잘 사고하도록 가르치는 것이 최고의 교육이라고 하였다(이상옥 역, 2003). 학생이 사고하도록 유도하기 위하여 교사가 더 이상 수업의 주체가 되어서는 안 되며 학생의 참여를 이끌어 내는 수업, 나아가 학생이 주체가 되는 수업이 이루어져야 할 것이다.

* 접수일(2010년 9월 17일), 심사(수정)일(2010년 10월 25일), 게재확정일자(2010년 11월 8일)

* ZDM 분류 : C75

* MSC2000 분류 : 97C70,

* 주제어 : 변형무어교수법, 자기주도적 학습

이러한 학생이 주체가 되는 교수법으로 무어교수법을 제시할 수 있다. 무어교수법은 R. L. Moore 에 의해 시작된 것으로 교육자들에게 심원한 영향을 준 유명한 수학 교수법이다. 무어교수법의 가장 중요한 점은 오래된 교육 관습으로부터 벗어나 그가 강의를 하지 않았다는 것이다. 대신에 그는 학생들에게 증명해야 할 정리들을 제시하고, 옳게 증명할 때까지 학생들이 스스로 증명을 완성하도록 요구했다(Cohen, 1982). 무어교수법의 특징은 학생들이 정리의 증명을 책이나 동료 등 외부 도움 없이 혼자서 해결해야 한다는 것이다. 또한 강의실에서 학생이 자신의 증명을 칠판에 나와 발표할 때 그 누구도 도움이나 힌트를 줄 수 없다는 것이다(권오남, 2009).

무어교수법을 이해하고 있는 여러 수학자들은 이 교수법을 다음과 같이 다양하게 표현하고 있다 “무어방법은, 교수가 학생에게 증명하도록 요구하는, 어떤 기하 교재에서 원전들(originals)로 제시되는 것과 같은 적절한 충분한 공리와 정리들로 이루어진 기하학적 방법이다.” “무어방법은 교수와 학생이 함께 수학을 하는 기회가 제공되는 독일식 세미나의 변형이다.” “무어방법은 소크라테스 방법이다.” “무어방법은 인간 그 자체이다.”(Whyburn, 1970). 이러한 다양한 표현은 무어교수법의 특징을 다양한 관점으로 잘 드러내고 있을 뿐만 아니라, 수업의 주체가 교사에서 학생으로 옮겨가야함을 말해주는 무어의 철학을 내포하고 있다.

무어의 강좌를 수강한 많은 대학원 학생들이 연구능력을 갖춘 우수한 수학자가 되었지만(이상구 외, 2008), 무어의 새 교수법은 학부강의에서 그리 성공적이지 못하였다고 한다. 1970년대 말에 이르러, 무어교수법은 다양한 교수방법과 연합하여 변형되어 학부 강의에서도 성공을 보기 시작했다(Page, 1979). 무어의 무어교수법과 변형무어교수법의 전개와 발전에 대하여 권오남(2009)이 그 개요를 소개한 바 있고, 이상구·이상욱·김덕선(2008)의 연구에서는 무어와 무어교수법에 대한 수학사적인 연구를 통하여 무어 교수법이 미국수학사에서 갖는 의미를 분석하였다. 또한 최근 국내에서 변형무어교수법을 적용한 다변수미적분학 수업의 사례로 김성아·김성욱(2010)의 연구를 들 수 있다. 변형무어교수법이 무어교수법과 다른 점은 학생들에게 적합한 문제와 학습자료를 제시하고 토론할 수 있는 시간을 충분히 준다는 것이다(권오남, 2009). 학습자가 정의의 뜻을 이해하고 관련 정리를 증명할 수 있도록 교사가 적절한 자료를 제시한다는 점에서 Freudenthal의 안내된 재발명(김연식 외, 1997)을 관련시킬 수 있다. Freudenthal(1993)은 학습 경험 또는 과정으로서 의미를 갖는 수학적 지식의 재발명을 학습자 스스로 하도록 안내하는 것이 보다 의미 있는 지도 방법이라 주장하였다.

본 연구는 문헌연구로 변형무어교수법을 적용한 Chalice와 Cohen 그리고 김성아·김성욱의 연구를 조사하고 소개한 후, 이 연구자들의 구체적인 수업 형태를 비교 분석하고, 국내의 수학 및 수학교육 학자들이 대학 강좌의 수업에서 강좌의 특성에 맞게 변형하여 적용해볼 수 있도록 적절한 변형을 제시하고자 한다.

II. 변형무어교수법의 비교와 분석

이 장에서는 세 연구(Chalice, 1995; Cohen, 1982; 김성아·김성옥, 2010)에서 적용한 변형무어교수법의 개요를 소개하고 비교하여 논의한 후, 이 연구자들이 연구결과로 주장하는 변형무어교수법의 장점들을 살펴본다. 또한 Jones(1977)가 무어교수법을 적용한 수업에서 사용한 명제(정리)를 다루는 구체적인 기술을 간략히 소개한다.

1. Chalice, Cohen, 김성아·김성옥의 변형무어교수법 비교

<표1> 변형무어교수법을 적용한 수업 개요 비교

연구자	D. Chalice	D. Cohen	김성아·김성옥
강좌	중급 해석학, 고급 미적분학, 측도론 등	모든 수준의 강좌-일반적인 중급 수준의 강좌들은 물론, 비수학 전공자를 위한 “무한(The Infinite)”에 관한 강좌와 수학기초론 4학년 우등반 학생들을 위한 힐버트 공간에 관한 강좌 등	다변수미적분학 (여름계절학기)
수강생수	최대 24명으로 제한함. 14-18명 정도 크기를 이상적으로 봄.	최소 5명에서 최대 25명의 반에서 효과적으로 적용되었음. 25명을 초과한 경우는 어려울 것으로 생각함.	15명
수업시간	학부는 매주 4시간, 대학원은 매주 3시간-강좌에 따라 4시간	매주 한번, 90-110분 정도	매주 5회의 150분 수업을 3주간 실시함.
질문시간	교수가 담당, 수업 시간과 같은 정도의 질문시간이 적절, office hours로 칭함.	교수가 담당, 매주 사흘 간격으로 한 시간씩 2회 지도시간 실시, 문제별 지도, 같은 문제를 할당 받은 팀들을 함께 지도, coaching session이라 칭함.	수업조교(4학년 학생) 2명이 담당, 월요일부터 목요일까지 매일 1시간, office hours로 칭함.
팀 구성	개별학습, 각자의 증명을 발표	수강학생을 2-3명으로 구성된 팀으로 나눔(3명이 가장 적합), 학기중간에 팀 구성원을 교체, 팀별로 과제 배당, 매주 2회의 팀 모임	4명이 한 팀을 구성, 학기중간에 팀 구성원을 교체, 연습과제에 대하여 수업 전에 팀별로 토론하는 것 허용, 수업 중 1-2회 팀별 토론

수업자료	노트(정의, 정의 관련 연습문제, 증명해야할 정리), 관련 서적 참조를 금함, 수업에서 증명된 정리들의 기록은 도서관에 비치하여 참고하도록 함.	기초내용(정의, 공리) 노트, 주별 팀별 과제문제, 각 팀이 작성한 과제풀이 복사본, 참고서적	예습과제, 참고자료, 전 시간에 학생들이 제출한 강의일지, 수업시간에 학생과 교수가 전자 칠판에 쓴 모든 수업내용을 저장한 파일을 교내 인트라넷에 올림.
수업 진행 방식 (수업규칙)	동시에 3명씩 정리의 증명을 칠판에 서술한 후에 차례대로 발표, 실수를 발견하는 경우 5분 이내에 해결하도록 함, 성공하지 못하는 경우 일단 멈춤.	지정된 팀이 과제문제(정리 증명도 포함)의 풀이 발표, 학생이 우선적으로 질문, 학생들의 힘으로 해결 못하는 경우에만 교수가 질문으로 개입, 한 주에 2-3 문제를 다룸(첫 주, 시험 주는 제외).	전 시간 강의일지에 대한 교수의 보충설명, 준비해온 예습과제에 대한 팀별 토론, 발표, 교수의 보충설명, 강의일지 작성
평가요소	학기당 3회 시험, 발표에 대한 평가는 언급하지 않았으나 평가에 포함시켰을 것이라 예측됨.	팀별 과제, 개별 구두발표, 학기중간과 학기말에 종합적인 필기시험으로 개별시험 2회 실시	3회의 시험, 과제 및 퀴즈, 수업참여(발표)

Chalice는 학생들이 수업 전 개별학습으로 해결해야할 정의 관련 문제나 정리 증명에서 관련서적 참조를 금하고 학생 상호간 어떤 의견 교환도 허용하지 않은 대신(고급강좌에서는 때로 예외를 허용함), 교수와의 충분한 질문시간을 통하여 문제해결을 유도하였다. 이것은 무어교수법을 그대로 따른 부분이다. 변형한 부분으로, 그는 수업시간에 정리증명을 하기 전에 이의 예비과정으로 정의관련 연습문제를 중요시하였다. 왜냐하면, 정의에 대한 명확한 이해 없이는 증명을 계속해나갈 수 없기 때문이다. 이것은 이 교수법의 가장 기초적인 요건이다. 정의관련 연습문제를 해결하기 위하여, 동시에 5-7명의 학생이 같은 문제 또는 다른 문제를 칠판에 풀고 발표하도록 하여 학기 동안 마쳐야할 내용들을 모두 다룰 수 있었다고 한다. 또한 그는 학생이 발표할 때 맡은 문제를 중단 없이 마칠 수 있도록 허용하면서, 다른 학생들이 발표 내용을 이해하였는지 살펴보고 그렇지 않은 경우에 학생들에게 되물게 하였다. 이 때 발표 학생이 해결을 못하면, 교수가 개입하여 개선 방향을 제시하여 문제해결에 도움을 주었다.

때로 학생이 칠판에 나가 문제를 풀 때, 오류를 범한 사실을 깨닫지 못하고 계속 진행할 수 있다. 이 순간에 많은 교사들이 학생의 문제풀이를 중단시켜야 된다고 생각할 수 있다. 그러나, Chalice가 시행한 것처럼, 중간에 오류를 지적하여 멈추게 하는 것보다 오류를 통하여 배울 수 있는, 즉 오류를 발견하고 수정하는 가운데 문제를 더욱 깊게 이해할 수 있는 기회를 마련해주는 것이 학생의 자기주도적 학습 능력을 키워주는 길이라 볼 수 있다. 문제를 푸는 도중 오류로 인하여 중단을 당한 학생

이 느끼는 당혹감은 때때로 학생을 더 이상 아무 생각을 할 수 없는 상태로 만들 수도 있다. 학생의 수준에서 할 수 있는 그 마지막 단계까지 풀어보도록 교수와 나머지 학생들이 기다려 주는 일은 아주 중요한 일일 것이다. 서두른다고 항상 일찍 도착하는 것은 아니기 때문이다.

Cohen은 한 학기(13주) 동안 한 강좌에서 첫 주 오리엔테이션과 시험 주간을 제외하고 나머지 10주 동안 매주 2-3 문제를 다루었다. 한 강좌에서 다룰 주제와 그 주제가 적절히 반영된 문제를 선정하는 것에 Cohen의 교수법의 성공 여부가 달려있다고 볼 수 있다. Cohen은 매 수업시간 끝날 때에 다음 주 수업시간에 다룰 과제 문제를 팀별로 할당하였다. 이 때 여러 팀에게 같은 문제를 할당하기도 하였다. 각 팀은 다음 수업시간이 시작될 때까지 문제를 이해하고 해결해야 할 뿐만 아니라, 이를 문서로 작성하여 수업시간에 교수와 학생들에게 복사본을 배포하고 발표해야 한다. 이러한 학습활동이 성공적으로 이루어지기 위해서 수업 외의 지도시간이 매우 중요하게 된다.

지도시간은 한 번에 한 시간씩 사흘 정도의 간격을 두고 매주 두 차례 진행된다. 첫 번째 지도시간에 앞서서 각 팀은 팀 모임에서 문제를 이해하고 해답에 관한 아이디어를 구상하도록 한다. 첫 번째 지도시간에는 같은 문제를 할당받은 팀들이 함께 모여서 한 문제에 20-30분 동안 교수의 지도를 받는다. 학생들의 문제 이해나 해결 정도에 따라서 이 시간은 교수가 학생들이 발견한 해답을 듣는 시간이 될 수도 있고, 학생들과의 소크라테스식 문답을 통해서 교수가 문제의 핵심을 학생들에게 이해시키는 시간이 될 수도 있다. 두 번째 지도시간을 갖기 전에 각 팀은 과제문제를 함께 해결하고 다음 수업시간에 제시할 해답문서의 초고에 관해서 의논한 후에 각자 초고를 쓰도록 한다. 그리고 두 번째 지도시간에는 팀별로 팀원들이 각자 써온 초고를 서로 검토하고 평가한다(peer-review). 그리고 교수는 임의로 한 학생의 초고를 뽑아 팀원들에게 전문적으로 검토해 주는 시간을 갖는다.

Cohen이 자신의 변형무어교수법에서 대단히 강조한 또 한 가지는 과제문제 풀이를 정리하여 문서로 작성하는 과정이다. 문서는 핵심아이디어를 드러내는 두, 세 문장으로 된 초록으로 시작해서 적절한 스타일, 문법, 통상적인 수학 기호의 정확한 용법 등에 세심한 주의를 기울여 명확하고 간결하며 설득력 있게 구성되도록 요구되었다. 수업시간에는 팀별로 준비한 해답문서의 복사본을 배포하고 발표하며 질문을 받는 시간도 주어진다. 교수는 발표내용에서 명확하지 않은 부분이 있어도 학생들이 질문할 때까지 기다린 후 아무도 묻지 않을 때에만 직접 학생들에게 질문하였다. 수업이 끝난 후에는 각 팀이 제출한 해답문서를 세심하게 검토하고 교정하여 다음 날에 돌려주었다.

Cohen은 매주 한 번의 수업시간 외에 2회의 지도시간에 문제별 지도를 실시하였다. 그는 한 강좌의 수강생들의 수가 15명(팀당 3명씩 모두 5팀) 이내인 경우, 그의 교수법이 부분적으로 소크라테스식의 교수학습을 시행할 수 있는 좋은 교수법이라 생각하였다. Cohen의 교수법에서는 교수는 학생과 매주 최소 210분(90분 수업 + 120분, 문제별로 20분씩 2회 지도시간)간 만나게 된다. 한 주에 3 문제를 할당한 경우에 대한 계산이다. 우리나라 대부분의 수학과 공학 학과에서 학부 전공과목 한 강좌 당 매주 150분의 수업(75분씩 2회 또는 100분, 50분 수업으로 2회)이 배당되고, 교수들에게 매주 150분(50분씩 주 3회) 정도의 지도시간을 배정하도록 요구한다. 이런 경우 한 강좌 당 교실 내외에서 학생

들과 만나는 최대 시간은 300분 정도가 된다. 이러한 사실을 고려해보면, Cohen의 변형무어교수법에서 한 강좌 당 학생들과 만나는 시간은 결코 긴 시간이 아니다. 단지 주 2회의 수업시간을 한 번은 전체 수업으로 나머지 시간은 팀별로 지도하는 식으로 수업시간을 자유롭게 조절할 수 있도록 교수의 재량에 대한 제도적 장치가 마련되기만 하면 우리에게도 실현가능한 교수법이다. 사실 우리나라 학부 수업에서 정규 수업 시간을 Cohen의 경우에서와 같이 조절할 수 있도록 교수에게 재량권을 주는 경우는 흔하지 않다.

의과대학의 대부분의 강좌와 일반대학의 학제간 통합 강좌에서 팀티칭이 제도화되어 있다. 한 교수가 학기 내내 전체 학생을 대상으로 교실수업을 실시하는 대부분의 전공에서 지켜야 하는 규칙에서 벗어나 강좌의 특성을 고려한 수업 형태이다. 오늘날 다양성이 존중되고 있는 교육현장에서 학생의 수준과 강좌의 특성에 맞게 다양한 수업형태를 더욱 개발할 필요가 있으며, Cohen의 이런 수업시간 형태가 많은 강좌에서 적절히 수용될 수 있도록 제도적 장치가 마련되어야 할 것이다.

김성아·김성옥(2010)이 공학전공 학생들에게 개설된 여름계절학기 강좌에 적용한 변형무어교수법의 특징은 학생들이 시험이나 Matlab 실습이 있는 특별한 며칠을 제외하고는 매 수업시간 종료 시에 강의일지를 작성하여 제출하였다는 것이다. 학생들에게 수업 활동 제반에 관련된 것들을 내용 제한 없이 강의일지에 자유롭게 기술하도록 하였다. 학생들은 강의일지에 이해하지 못한 강좌내용에 대한 질문뿐만 아니라 새롭게 발견한 내용, 토론이나 발표에 대한 자신의 태도 변화, 수업 전에 과제를 통하여 예습을 함으로써 깨닫게 된 효율적 학습에 대한 의견과 심지어 자신의 당일 컨디션도 기재하였다. Chalice와 Cohen의 수업에서 교수가 담당하는 질문시간이 김성아·김성옥의 연구에서는 조교가 담당하는 질문시간으로 대체되고, 교수는 학생들의 강의일지에서 파악한 학생들의 질문과 의견을 종합하여 다음 수업 준비를 위하여 사용하였다. 학생들은 강의일지 작성을 통하여 수업 내용에 대한 반성과 아울러 글쓰기 훈련도 받았다고 볼 수 있다.

위 세 연구 모두에서, 학생들에게 수업 전에 교수의 지도 또는 수강학생 간의 토론을 통하여 정의를 명확히 이해하고 정리 증명에 도움을 받을 수 있는 기회가 주어졌다. 변형무어교수법의 성공여부는 이 사전 준비에 달려있다고 해도 과언이 아니다. Cohen은 모든 팀들을 수업 전 질문시간(지도시간)에 문제별로 지도하여 질문시간에 강제성을 부여한 셈이다. Chalice의 경우는 무어교수법에 좀 더 가까운 방법으로 개인별로 과제를 부여하여 교제나 동료학생 간의 도움 없이 해결하도록 하였는데, 수업 전에 해결하지 못한 과제에 대하여 학생이 도움을 받을 수 있는 유일한 길은 교수와의 질문시간을 이용하는 것이었다. 교수의 개별지도를 활성화한 방법으로 볼 수 있다. 김성아·김성옥의 연구에서는 예습과제에 대하여 동료학생과의 토론 또는 조교의 도움을 받아 해결할 수 있게 하였는데, 학생들은 거의 조교의 도움을 받지 않은 것으로 나타났다. 이것은 예습과제의 문제들을 약간의 힌트나 상세한 단계를 설정하여 제시함으로써 혼자서 수업준비를 해낼 수 있도록 유도한데 기인한 것으로 볼 수 있다. 학생들의 강의일지를 보면 때로 예습을 하지 않은 학생이 있어, 수업 시간 과제 발표 전에 팀별 토론을 갖도록 하여 과제 내용에 대하여 명확히 할 수 있는 기회를 주었다.

본 연구자는 3학년 전공수업에서 모든 학생에게 개별적으로 과제를 배당하여 학기 중에 한 번씩 수업에서 발표하도록 한 적이 있다. 그 때, 사전지도를 받는 학생에게 가산점을 주어 반드시 사전지도를 받도록 유도하였는데, 사전지도를 받은 학생은 발표내용에 대하여 자신감을 갖고 다른 학생들에게 보다 명확하게 논리적으로 설명할 수 있었고 강의계획 대로 차질없이 모든 강좌내용을 마칠 수 있었다. 수업시간에 교수의 추가설명 없이 학생의 설명으로 과제를 마치기 위하여 어느 정도 강제성을 띤 사전 준비가 필요함은 더 이상 강조할 필요가 없을 것이다.

2. Chalice, Cohen, 김성아·김성옥의 변형무어교수법의 연구결과

아래 표는 세 연구의 연구결과들을 비교한 것이다.

<표 2> 세 연구에서의 연구 결과 비교

	연구결과 요약
Chalice	<ul style="list-style-type: none"> - 보통의 강의식 강좌에서 취급했던 양(몇몇 경우에는 그보다 더 많은 양)만큼의 내용을 다룰 수 있었다. - 더 중요한 것은 학생들과 교수가 훨씬 더 활기차고, 즐거우며, 지적으로 자극을 받는 방식으로 내용을 다루었다. - 평균 수준 학생들로 이루어진 학급과 평균이상의 우수한 학생들로 이루어진 학급에서 모두 비슷하게 성공을 거두었다. - 20년 간 이 방법이 단순한 설명식 강의에 비해 훨씬 우월한 방법임을 확인하였다.
Cohen	<ul style="list-style-type: none"> - 변형 무어교수법으로 학생들이 숙달한 전체 내용의 양은 최소한 그들이 강의식 강좌에서 숙달해온 양만큼 많았다. - 이 교수법은 학생들의 의사소통 수준을 효과적으로 올려주었다. - 학생들이 매주 소논문을 작성하고 그 논문에 대해 신속한 평가를 받았기 때문에, 학생들의 글쓰기 실력은 상당히 향상 되었다. 또한 학생들은 주제개념을 이해하는 것과 이해한 것을 글로 표현하는 것 사이에 상호 연관성이 있음을 깊이 깨닫게 되었다. - 대부분의 학생들은 이 교수법이 자신들에게 부과한 책임을 잘 감당하였다. 그리고 동료들의 능동적으로 변화된 학습 태도에 서로 자극을 받았다.
김성아· 김성옥	<ul style="list-style-type: none"> - 이 교수법은 성적이 평균 이하인 학생들에게는 오히려 개념 이해에 어려움을 일으킬 여지가 있다. - 강좌에서 계획한 모든 내용을 마칠 수 있었다. - 학생들은 수학하는 즐거움을 느끼며 자기주도적 학습 능력을 기를 수 있었다. - 학생들의 사고력과 발표력, 특별히 의사소통 능력이 함양되었다. - 학습자 중심 수업에 대한 연구 참여 교수의 인식에 변화를 가져올 수 있었다. - 다변수미적분학 강좌에서는, 설명식 강의방법보다 이 교수법이 학생들의 개념이해와 전공에의 적용에 있어 훨씬 효율적인 방법이라고 본다.

위 표에서 알 수 있듯이, 세 연구 모두에서 각기 적용한 변형무어교수법으로 강의 진도, 즉 학기 동안 다루어야 할 분량을 마치는데 문제가 없었다. 다른 두 연구와는 달리 김성아·김성옥의 연구에서 그들의 변형무어교수법은 성적이 평균 이하인 학생들에게는 오히려 개념이해에 어려움을 일으킬 여지가 있다고 하였다. 김성아·김성옥의 연구에서 강좌 내용은 수학이었지만 연구대상은 공학전공 학생이었다. 수학을 전공하고자 하는 학생들은 수학에 흥미가 있고 타 과목에 비하여 수학을 잘 할 것이라 기대할 수 있어 더 좋은 결과를 예측할 수 있다. 따라서 비수학 전공 학생들에게 변형무어교수법을 적용하여 수학 관련 강좌를 시행할 때, 수강생들의 수학수준 차이와 수학에 대한 흥미의 차이가 더 클 수 있으므로 이로 인해 유발될 수 있는 문제점을 고려해야 할 것이다. 김성아·김성옥의 연구에서 Chalice나 Cohen의 연구보다 소그룹 토론을 통한 학생들의 협력학습과 수업 중 교수의 개입이 더 많았던 것은 연구대상이 비수학 전공 학생들이라는 사실에 기인한다고 볼 수 있다.

위 연구결과들을 종합해보면, 변형무어교수법이 성공적으로 수행된 강좌에서 밝혀진 장점은 다음과 같다.

- (1) 적극적인 탐구 자세와 자기주도적 학습 능력을 키울 수 있다.
- (2) 보다 깊이 있는 개념 이해에 도달할 수 있다.
- (3) 발표력 향상, 의사소통능력 신장을 가져올 수 있다.
- (4) 활기차고 생기 있는 수업을 경험할 수 있다.
- (5) 한 학기 분량의 내용을 마치는데 어려움이 없다.

3. Jones의 명제를 다루는 구체적인 기술(techniques)

Jones(1977)가 학부 위상수학(General Topology) 강좌에서 적용한 무어교수법에서 사용한 명제(정리)를 다루는 몇 가지 기술을 다음과 같이 소개한다.

- (1) 마치 옳은 명제를 제시하는 것처럼 하면서 옳지 않은 명제를 학생들에게 증명하도록 한다.
- (2) 일련의 정의들을 주면서 정리를 만들어보게 한다.
- (3) 예와 반례들을 찾아보게 한다(개념을 이해하고 새로운 명제를 만드는데 동기를 부여할 수 있으므로).
- (4) 유용하면서 누구나 증명할 수 있는 정리들을 나열하도록 한다. 예로 연결 집합의 기본성질들을 이런 정리들의 나열로 구성해보게 한다.
- (5) 결론을 약화시키거나 가정을 강화시키면서 정리를 변형시켜보고 그 정당성을 증명해보게 한다.

이 기술은 변형무어교수법 및 기타 탐구지향(Kwon, 2007) 수학전공 수업에서도 유용하게 사용될 수 있을 것이다. 수강생의 수준 차이가 큰 경우에는 한 문제를 단계별 문제로 나누어 제시하는 것이 더 나을 것이다.

III. 결론 및 제언

무어교수법 또는 변형무어교수법을 적용한 많은 수학자들이 동의하겠지만 이 교수법을 적용함에 있어 교수에게 필요한 것은 '인내심'이다. 학생들은 때로 아이디어가 흐릿하고 논리적이지도 않은 증명과정을 칠판에 나열하기도 할 것이다. 중요한 것은 학생 자신의 논리와 자기 자신의 언어표현으로 증명을 시도했다는 것이다. 이러한 시도가 존중받고 격려 받을 때에 학생은 용기를 갖고 이런 작은 시도들을 계속할 수 있을 것이고 점점 명료하고 세련된 증명으로 나아가게 될 것이다. 변형무어교수법이 근거로 두고 있는 기본적인 세 원리들(Cohen, 1982)을 염두에 두고 학기말의 학생들의 모습을 기대하며 인내해야 할 것이다. 그 원리는 다음과 같다. 학생들은 스스로 발견한 내용을 훨씬 오래 기억하고 더 깊게 이해하게 되며, 다른 사람에게 가르칠 때 그 내용을 가장 철저하게 다루게 되고, 효과적인 서술은 명백한 사고로부터 나온다.

본 연구자는 변형무어교수법을 적용한 수업 연구에 참여한 경험과 앞의 문헌연구를 토대로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

1. 강좌 전에 수강학생의 수준(지난 학기 수학적성적으로 조사)을 파악하여 이미 설정해놓은 교수법이라도 적절히 변형하는 것이 성공할 확률이 더 높을 것이다. 또한 첫 시간에 새로운 교수법에 대하여 충분히 설명하고, 수업을 진행하는 동안 필요하면 설문조사를 시행하여 교수법을 적절히 조절해 나가는 것이 필요하다고 본다.

2. Polya(2004)는 모방과 연습을 문제해결의 전략으로 들었는데 학생들이 상식적으로 자연스럽게 시도할 수 있는 전략이다. 학기 초 처음 2-3회 수업에서, 첫 장(chapter)의 내용으로 교수가 연출자가 되어 학생과 함께 시범수업을 할 것을 권한다. 교수법에 대하여 이론적 설명만으로 학생들을 충분히 이해시키는 것은 쉽지 않다. 학생들이 동영상 자료를 통하여 시각적으로 확인하고 모방하면서 시작할 때 새로운 교수법에 대하여 자신감을 갖는 경우를 종종 보았다. 다른 방법으로 학기말쯤 학생들이 변형무어교수법에 익숙해졌을 때, 수업내용을 비디오 촬영해 둔다. 이것은 다음 학기 수업 초기에 새로운 학생들에게 강좌에 적용하고자 하는 변형무어교수법을 이해시키는데 유용한 시청각 자료가 될 것이다.

3. 일반대학원이 설치되지 않은 소규모 대학에서 수강인원이 30명 이상이든지 교수의 담당 수업시간이 9시간 이상인 경우, 이러한 변형무어교수법을 대학원생 조교의 도움 없이 담당교수 혼자서 준비하고 시행하는 것은 결코 쉬운 일이 아닐 수도 있다. 그러나, Chalice나 Cohen의 경우를 보면 수업 보조 조교를 두었다는 말이 없다. 쉬운 일은 아니겠지만 그런 상황에 맞는 적절한 교수법 설계가 가능할 수 있을 것이다. 이러한 점을 고려하여 본 연구자는 아래와 같은 방법을 제안한다.

(1) 한 학기 수업 전체를 변형무어교수법으로 진행하지 않고, 특정한 장(chapter)을 선별하여 시행해볼 것을 권한다. 또는 중간고사 이후의 수업에 국한하여 적용해볼 수 있다. 대학 1학년 수학의 합

수의 미분법이나 적분법과 같은 기계적인 계산이 많은 장(chapter)보다 개념이해를 요구하는 장을 선택하는 것이 이 교수법의 교수효과를 더 느낄 수 있을 것이다.

(2) 수강인원이 30명 이상인 경우 한 교수가 모든 학생들의 활동을 관찰하기가 어려우므로, 두 그룹으로 나누어 번갈아 가며 이 교수법이 요구하는 사전 학습을 해오도록 한다. 혹은, 4-5명으로 한 팀을 구성해볼 것을 제의한다. 열 그룹보다 여섯 그룹을 통제하는 일이 더 쉬울 것이다. 또한, 우리나라 자연계열 학생들이 토론에 익숙하지 않아 3명보다 4-5명인 경우에 적어도 한 명이 의견을 낼 확률이 더 높다. 각 팀에서 토론을 시작할 학생이 필요하다. 동료학생이 의견을 낼 경우 자극을 받아 팀의 다른 구성원들도 의견을 내는 것을 종종 관찰할 수 있었다. 김성아·김성욱의 연구에서도 4명이 한 팀을 이루게 하였다.

(3) 학생의 강의일지를 매 수업마다 받아서 파악하고 종합하기 어려우면 매주 1회만 받도록 한다. 대신에 교수가 매 수업마다 강의일지를 쓴다. 즉 매 수업 후에 자신의 수업에 대하여 자기평가를 하는 것이다. 이 자료는 다음 번 수업의 개선에 도움이 될 것이고, 다음 학기 또는 다음 학년도에 동일 과목을 가르칠 때 유용한 자료가 될 것이다. 본 연구자는 이런 강의일지를 4학년 수리논리 및 논술 강좌의 수업에서 매 수업 바로 직후에 쓴 경험이 있다.

본 논문에서 몇 연구자들의 변형무어교수법을 적용한 수업을 자세히 비교 분석하면서 연구자들이 그들의 교수법을 성공적으로 수행할 수 있었던 요건들을 자세히 살펴보았다. 그리고 이러한 문헌 조사와 본 연구자의 경험과 우리나라 대학 실정을 고려하여 우리 현실에 맞는 변형무어 교수법에 대하여 몇 가지 제언을 하였다.

본 논문에서 변형무어교수법을 적용한 수업의 많은 사례를 비교한 것은 아니지만, 이 교수법의 효과는 경험적으로 입증되었다고 본다. 오늘날 우리나라 대학의 여건 또한 다양한 교수법에 대한 시도를 열어주고 있고, 대학입시 준비에 급급한 중등교육 하에 단순 암기식 학습에 익숙해져온 학생들에게 창의적 사고력 함양이 절실하게 요구되는 이때, 대학의 수학전공 강좌에서 이 교수법을 적절히 변형하여 과감히 적용해볼 것을 권한다. 오늘날의 바람직한 교수학습 방법이 학생이 사고하도록 유도하여 자기주도적 학습을 하도록 유도하는 것이라면 변형무어교수법은 수학전공 뿐만 아니라 타 전공에서도 학생의 수준과 전공의 성격에 맞게 변형하여 적용해볼 수 있는 교수법일 것이다. 대학을 졸업한 후에도 사회가 끊임없이 요구하는 전문지식의 학습을 자기주도적으로 수행할 수 있는 인력을 변형무어교수법으로 배양할 수 있을 것으로 기대한다.

참 고 문 헌

- 권오남 (2009). 무어교수법, 대한수학회소식 126, 24-28.
 김성아·김성욱 (2010). Modified Moore 교수법을 적용한 다변수미적분학 수업에서 학습에 대한

- 학생들의 인식변화, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 24(1), 257-280.
- 김연식·정영옥 (1997). Freudenthal의 수학적 학습-지도론 연구, 수학교육학연구 7(2), 1-23.
- 우정호 (2000). 수학학습지도원리와 방법, 서울대학교 출판부.
- 이상구·이상욱·김덕선 (2008). Robert Lee Moore의 교수법과 한국에서의 의미, 한국수학사학회지 21(1), 79-96.
- 이상욱 역, 공자 (2003). 예기(중), 서울: 명문당.
- 한옥동·박혜숙 (1997). 수학과 학습에의 문제제기 이론의 적용 효과 분석- 협력학습법을 중심으로, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> (36)1, 77-87.
- Chalice, Donald R. (1995). How to teach a class by the Modified Moore Method, *The American Mathematical Monthly*, 102(4), 317-321.
- Cohen, David W. (1982). A Modified Moore Method for teaching undergraduate mathematics, *The American Mathematical Monthly*, 89(7), 473-490.
- Freudenthal, H. (1993). Thought on Teaching mechanics: Didactical Phenomenology of the Concept of Force, *Educational Studies in Mathematics* 25, 71-87.
- Jones, F. Burton (1977). The Moore Method, *The American Mathematical Monthly* 84(4), 273-278.
- Kwon, Oh Nam (2007). Towards Inquiry-Oriented Mathematics Instruction in the University. *CBMS Issues in Mathematics Education* 14, 87-96.
- Page, Warren (1979), A small group strategy for enhanced learning, *The American Mathematical Monthly* 86(10), 856-858.
- Polya, G. (1987). On learning, teaching and learning teaching, In F. R. Curcio (ed), *Teaching and Learning: A Problem-Solving Focus*, Reston, VA: NCTM.
- Polya, G (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*, Expanded Princeton Science Library Edition, Princeton University Press.
- Whyburn, Lucille S. (1970). Students oriented teaching--The Moore Method, *The American Mathematical Monthly* 77(4), 351-359.

A Study on the Comparison of Classes Conducted by Modified Moore Method

Seong-A Kim

Department of Mathematics Education, Dongguk University, Gyeongju 780-714, Korea

E-mail : sakim@dongguk.ac.kr

We have examined the modified Moore methods that were applied to college mathematics courses in several researches. We introduce, compare and analyze the concrete teaching methods that the researchers conducted in various modified Moore methods, and propose the appropriate form of modified Moore method most suitable for the present situations of the mathematics and related departments in Korea.

* ZDM Classification : C75

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C70

* Key Words : Modified Moore method, Self-directed learning