단조함수에 대한 불확실성 중요도 측도의 평가†

(Evaluation of Uncertainty Importance Measure for Monotonic Function)

조 재 균*
(Jae-Gyeun Cho)

요 약 시스템의 민감도 분석을 위한 불확실성 중요도 측도란 어떠한 입력변수의 불확실성이 반응변수의 불확실성에 미치는 영향의 정도를 평가하여, 반응변수의 불확실성을 감소시키기 위해서는 어떤 입력변수들의 불확실성을 감소시키는 것이 효과적인지를 밝히는데 사용된다. 본 논문에서는 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 단조함수일 때, 어떤 입력변수의 불확실성이 제거될 때 반응변수 분산의 기대되는 감소량을 백분율로 측정하는 측도를 평가하기 위한 방법을 제안한다. 제안된 평가 방법은 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 선형 및 비선형 단조함수 모두에 적용될 수 있으며, 입력변수의 분포에 제한이 없으며, 입력변수의 분포를 이산형 분포로 근사화하는 기법을 사용함으로써 불확실성 중요도 측도의 안정적인 추정치를 얻을 수 있다. 반면에 제안된 평가 방법은 몬테칼로 시뮬레이션을 기반으로 하기 때문에 계산량이 많은 단점이 있다.

핵심주제어 : 불확실성 중요도 측도, 단조함수

Abstract In a sensitivity analysis, an uncertainty importance measure is often used to assess how much uncertainty of an output is attributable to the uncertainty of an input, and thus, to identify those inputs whose uncertainties need to be reduced to effectively reduce the uncertainty of output. A function is called monotonic if the output is either increasing or decreasing with respect to any of the inputs. In this paper, for a monotonic function, we propose a method for evaluating the measure which assesses the expected percentage reduction in the variance of output due to ascertaining the value of input. The proposed method can be applied to the case that the output is expressed as linear and nonlinear monotonic functions of inputs, and that the input follows symmetric and asymmetric distributions. In addition, the proposed method provides a stable uncertainty importance of each input by discretizing the distribution of input to the discrete distribution. However, the proposed method is computationally demanding since it is based on Monte Carlo simulation.

Key Words : Uncertainty Importance Measure, Monotonic Function

1. 서 론

시스템의 반응변수 (즉, 시스템 특성치)는 입력변수 (즉, 시스템 구성요소)들의 함수로써 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$Y = g(X_1, X_2, \cdots, X_n) \tag{1}$$

이때 입력변수 X_i는 내재된 불확실성(uncertainty)으로 인해 확률변수로 나타내어지며, X_i의 불확실성

† 이 논문은 2009학년도 동의대학교 교내연구비에 의해 연구되었음(과제번호 2009AA078)

* 동의대학교 e비즈니스학과

은 함수 g를 통하여 반응변수 Y의 불확실성으로 전달된다. 그리고 함수 g는 단조함수(monotonic function)이거나 비단조함수(non-monotonic function)이다. 단조함수는 함수 g가 입력변수 X_i의 임의의 두 값 a와 b $(a < b)$에 대해 항상 $g(b) \geq g(a)$이거나 $g(b) \leq g(a)$이다.

시스템의 민감도 분석을 위하여 다양한 불확실성 중요도 측도(uncertainty importance measure)들과 평가 방법들이 제안되었다. 불확실성 중요도 측도란 어떠한 입력변수의 불확실성이 반응변수의 불확실성에 미치는 영향의 정도를 평가하여, 반응변수의 불확실성을 감소시키기 위해서는 어떤 입력변수들의 불확실성을 감소시키는 것이 효과적인지를 밝히는데 사용된다. 현재까지 제안된 다양한 불확실성 중요도 측도들은 다음의 세 가지 종류로 분류된다[1].

(a) 입력변수와 반응변수 간의 상관관계를 이용한 불확실성 중요도 측도(nonparametric uncertainty importance)[2-4]

(b) 반응변수의 분산을 이용한 불확실성 중요도 측도(variance-based uncertainty importance)[5-13]

(c) 반응변수의 분포를 이용한 불확실성 중요도 측도(moment-independent uncertainty importance)[14-16]

측도 (a)는 입력변수와 반응변수 간에 피어슨 상관계수(Pearson correlation coefficient), 표준화된 회귀계수(standardized regression coefficient), 편상관계수(partial correlation coefficient) 또는 스피어만 상관계수(Spearman correlation coefficient) 등을 계산한 후, 계수값이 가장 큰 입력변수가 반응변수의 불확실성에 가장 큰 영향을 미치는 것으로 평가하는 측도이다. 측도 (b)는 다음의 두 가지 유형으로 세분된다. 식(2)의 측도는 입력변수가 반응변수에 선형적인 효과를 가질 때 (즉, 식(1)이 선형 단조함수일때) 적용 가능하며[7], X_i의 분산 v_i가 백분율 단위로 한 단위 변화될 때 Y의 분산 V의 변화량을 평가하며, v_i가 αv_i $(0 < \alpha < 1)$로 감소될 때 V는 $(1-\alpha)(\partial V/\partial v_i)v_i$가 된다[5,6,7]. 식(3)의 측도는 식(1)이 비선형 단조함수일 경우에도 적용 가능하며, X_i가 어떤 고정된 값을 가질 때 (즉, X_i의 불확실성이 제거될 때) V의 기대되는 감소량을 백분율로 평가하는 측도이다[8,13].

$$\mathrm{UI}_i = \frac{\partial V}{\partial v_i} \cdot \frac{v_i}{V} = \mathrm{E}\left\{\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right)^2\right\} \cdot \frac{v_i}{V} \tag{2}$$

$$\mathrm{UI}_i = \frac{\mathrm{Var}\left[\mathrm{E}(Y|X_i)\right]}{V} \times 100\,(\%) \tag{3}$$

측도 (c)는 입력변수의 분포적인 변화(모수의 변화 또는 분포 형태의 변화)가 반응변수의 분포적인 변화에 미치는 영향을 평가하는 측도로서, 입력변수의 분포가 변화되기 전의 반응변수의 누적분포함수와 입력변수가 변화된 후의 반응변수의 누적분포함수 간의 메트릭 거리(metric distance)를 계산한다.

위에서 언급된 불확실성 중요도 측도들 중 현재까지의 많은 연구가 보여주듯이 측도 (b)가 보편적이고 현재 가장 빈번히 사용되고 있다. 식(2)의 측도를 계산하기 위해서는 $\mathrm{E}\{(\partial Y/\partial X_i)^2\}$와 V를, 식(3)의 측도를 계산하기 위해서는 $\mathrm{Var}[\mathrm{E}(Y|X_i)]$와 V를 해석적인 방법이나 몬테칼로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation)을 사용하여 계산해야 한다. 그러나, 입력변수의 수가 많은 대규모 모형에 대해서 V의 해석적인 표현식은 2^n-1 (n은 입력변수의 수)개의 항을 포함하기 때문에, V를 해석적인 방법으로 계산하는 것은 매우 복잡하다[5,17]. 반면에, 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 V와 $\mathrm{E}\{(\partial Y/\partial X_i)^2\}$ 그리고 $\mathrm{Var}[\mathrm{E}(Y|X_i)]$를 추정하고자 할 때, 심하게 비대칭이거나 꼬리부분이 두텁고 긴 분포 (예를 들면, error factor가 10보다 큰 대수정규분포)를 갖는 입력변수가 포함되면 샘플링되는 이상점(outlier)에 의하여 큰 영향을 받기 때문에 V와 $\mathrm{E}\{(\partial Y/\partial X_i)^2\}$ 그리고 $\mathrm{Var}[\mathrm{E}(Y|X_i)]$의 안정적인 추정치들을 얻는 것은 매우 어렵게 된다[9,18].

조재균과 정석찬[19]은 식(1)이 선형 단조함수로 표현되는 결점나무(fault tree) 문제에 대해 식(2)의 불확실성 중요도 측도를 평가하는 방법을 제안한다. 결점나무 분석에서, 입력변수(basic event 확률) X_i는 반응변수(top event 확률) Y와 $\partial Y/\partial X_i$에 선형적인 효과를 가지기 때문에, 대수정규분포를 따르는 X_i를 2개의 수준값과 대응되는 가중치를 가지는 이산형 분포로 근사화한 후, 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여

V와 $\mathrm{E}\{(\partial Y/\partial X_i)^2\}$를 추정함으로써 식(2)의 측도를 평가한다. 제안된 방법에 의하면 기존의 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 V와 $\mathrm{E}\{(\partial Y/\partial X_i)^2\}$를 추정할 때 발생되는 불안정성 문제점을 극복할 수 있어, 식(2)의 안정된 추정치를 얻을 수 있게 된다. 또한, 제안된 방법에 의해 구해진 식(2)의 추정치는 해석적인 방법으로 얻어진 결과와 비교해볼 때 상당히 정확함을 알 수 있다.

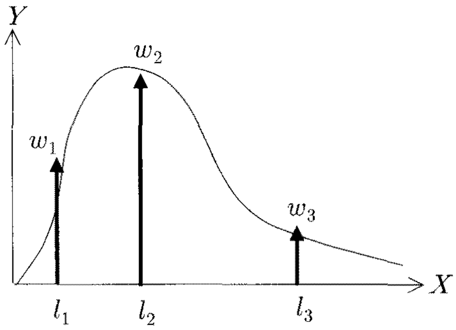
본 논문에서는 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 비선형 단조함수일 때 식(3)의 불확실성 중요도 측도를 평가할 수 있는 방법을 제안한다. 2절에서는 3절에서 제안되는 평가 절차의 이론적 근거로써, 입력변수를 이산형 분포로 근사화하기 위해 필요한 수준값과 대응되는 가중치를 결정하는 방법을 설명한다. 3절에서는 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 비선형 단조함수일 때 식(3)에 있는 측도를 평가하기 위한 절차를 제안한다. 4절에서는 제안된 평가 방법을 예증하고, 그 결과를 몬테칼로 시뮬레이션에 의해 얻어진 결과와 비교분석한다. 마지막으로 5절에서는 본 연구에 대한 결론을 맺는다.

2. 입력변수의 이산형 분포 근사화

통계적 허용차 설계(statistical tolerance design)란 시스템 구성요소의 변동(variability) (즉, 허용차 또는 불확실성)이 시스템 특성치의 변동에 미치는 효과를 결정하고, 시스템 특성치의 변동을 감소시키기 위하여 어떤 시스템 구성요소의 허용차를 감소시켜야 하는지를 밝히는 기법이다. 허용차 설계를 위한 방법들 중 가장 흔히 사용되는 실험계획법은 시스템 구성요소(실험계획법에서 인자라 부름)의 값을 체계적으로 변화시키면서 시스템 특성치(실험계획법에서 반응변수라 부름)에 대한 효과를 평가하게 된다. 실험계획법에서 시스템 구성요소는 2개 또는 3개의 수준값을 취하게 된다. 시스템 구성요소가 시스템 특성치에 선형적인 효과를 갖는다면 시스템 구성요소는 2개의 수준값을 취하게 되며, 반면에 곡선적(curvature) 효과를 갖는다면 시스템 구성요소는 3개의 수준값을 취하게 된다. 그리고 체계적으로 구성된 시스템 구성요소들의 수준값 조합(실험계획법에서 run이라 부름)에서 시스템 특성치를 측정하게 된다. 본 연구에서의 입력변수 X_i는 시스템 구성요소에 대응되며, 반응변수 Y와 X_i값이 주어졌을 때 Y값인 $Y|X_i$는 시스템 특성치에 대응된다.

허용차 설계에서는 시스템 구성요소들의 허용차들이 주어졌을 때 시스템 특성치의 확률분포를 정확하게 추정하는 것이 중요한 문제가 된다. 시스템 특성치의 확률분포를 얼마나 정확하게 추정할 수 있는가 하는 것은, 시스템 구성요소의 확률분포가 주어졌을 때 이 분포를 이산형 분포로 근사화하기 위한 수준값(<그림 1>에서 $\{l_1, l_2, l_3\}$)과 대응되는 가중치(<그림 1>에서 $\{w_1, w_2, w_3\}$)를 어떻게 결정하는가에 달려있다.

D'Errico and Zaino[20]는 시스템 구성요소가 대칭분포인 정규분포를 따를 경우에 시스템 구성요소의 3개의 수준값과 가중치를 결정하는 방법을 제안하고 있다. 그리고 Seo and Kwak[21]은 D'Errico and Zaino의 방법을 확장하여 시스템 구성요소가 대칭 분포 뿐만 아니라 비대칭 분포를 따르는 경우에도 적용가능한 3개의 수준값과 가중치의 결정 방법을 제안하고 있다.



<그림 1> 연속형 분포의 이산형 분포 근사화

본 절에서는 3절에서 제안되는 평가 절차의 이론적 근거로써, 입력변수의 분포를 이산형 분포로 근사화할 때 필요한 수준값 및 대응되는 가중치의 결정 방법을 논의한다.

2.1 비선형 단조함수의 입력변수 수준값 및 가중치 결정

비선형 단조함수는 입력변수가 반응변수에 비선형적인 효과를 가지므로, 입력변수의 확률분포는 3개의 수준값과 대응되는 가중치를 가지는 이산형 분포로 근사화한다. 이때, 3개의 수준값 $\{l_1, l_2, l_3\}$과 대응되는 가중치$\{w_1, w_2, w_3\}$는 다음과 같이 결정된다[21].

입력변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)$이고, 평균, 분산, 첨도, 왜도를 각각 μ, σ^2, $\sqrt{\beta_1}$, β_2라 할 때, 다음의 식(4)를 만족하도록 $\{w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$를 결정하면 된다.

$$\begin{aligned} M_k &= \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)\,dx \\ &= w_1(\alpha_1\sigma)^k + w_2(\alpha_2\sigma)^k + w_3(\alpha_3\sigma)^k \\ &\quad (k=0,1,2,3,4,5) \end{aligned} \tag{4}$$

단, M_k는 X의 평균에 관한 k차 적률(moment)이다. 식(4)에서 $\mu+\alpha_i\sigma$를 l_i로 대체하면 식(4)는 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & w_1 + w_2 + w_3 = 1 \\ & w_1 l_1 + w_2 l_2 + w_3 l_3 = \mu \\ & (l_1-\mu)^2 w_1 + (l_2-\mu)^2 w_2 + (l_3-\mu)^2 w_3 = \sigma^2 \\ & \frac{(l_1-\mu)^3 w_1 + (l_2-\mu)^3 w_2 + (l_3-\mu)^3 w_3}{\sigma^3} = \sqrt{\beta_1} \\ & \frac{(l_1-\mu)^4 w_1 + (l_2-\mu)^4 w_2 + (l_3-\mu)^4 w_3}{\sigma^4} = \beta_2 \\ & (l_1-\mu)^5 w_1 + (l_2-\mu)^5 w_2 + (l_3-\mu)^5 w_3 = M_5 \end{aligned} \tag{5}$$

식(5)의 연립방정식을 풀어 $\{w_1, w_2, w_3, l_1, l_2, l_3\}$를 구하는 것은 매우 복잡하다. 이를 해결하기 위한 대안으로서, 식(5)에서 5차 모멘트 조건인 마지막 등식을 삭제하고, l_2를 $\mu+\Delta$라 둔후, 연립방정식을 풀게 되면 수준값 $\{l_1, l_2, l_3\}$과 가중치 $\{w_1, w_2, w_3\}$는 식(6) 및 식(7)과 같이 결정된다.

$$\{l_1,\ l_2,\ l_3\} = \begin{bmatrix} \mu + \frac{\sqrt{\beta_1}\,\sigma}{2} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1} \\ \mu \\ \mu + \frac{\sqrt{\beta_1}\,\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

$$\{w_1, w_2, w_3\} = \begin{bmatrix} \frac{(4\beta_2 - 3\beta_1) + \sqrt{\beta_1}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1}}{2(4\beta_2 - 3\beta_1)(\beta_2 - \beta_1)} \\ \frac{\beta_2 - \beta_1 - 1}{\beta_2 - \beta_1} \\ \frac{(4\beta_2 - 3\beta_1) - \sqrt{\beta_1}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1}}{2(4\beta_2 - 3\beta_1)(\beta_2 - \beta_1)} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

2.2 선형 단조함수의 입력변수 수준값 및 가중치 결정

선형 단조함수는 입력변수가 반응변수에 선형적인 효과를 가지므로, 입력변수의 확률분포는 2개의 수준값과 대응되는 가중치를 가지는 이산형 분포로 근사화한다. 이때, X의 평균에 관한 k차 적률 $M_k = w_1(\alpha_1\sigma)^k + w_2(\alpha_2\sigma)^k$ $(k=0,1,2,3)$에서 $\mu+\alpha_i\sigma$를 l_i로 대체하면 다음의 식(8)을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & w_1 + w_2 = 1 \\ & w_1 l_1 + w_2 l_2 = \mu \\ & (l_1-\mu)^2 w_1 + (l_2-\mu)^2 w_2 = \sigma^2 \\ & \frac{(l_1-\mu)^3 w_1 + (l_2-\mu)^3 w_2}{\sigma^3} = \sqrt{\beta_1} \end{aligned} \tag{8}$$

식(8)을 풀게 되면 수준값 $\{l_1, l_2\}$와 가중치 $\{w_1, w_2\}$는 식(9) 및 식(10)과 같이 결정된다.

$$\{l_1, l_2\} = \left\{\mu - \sigma\sqrt{\frac{1-w}{w}},\ \mu + \sigma\sqrt{\frac{w}{1-w}}\right\} \tag{9}$$

$$\{w_1, w_2\} = \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\beta_1}{4+\beta_1}},\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\beta_1}{4+\beta_1}}\right\} \tag{10}$$

3. 불확실성 중요도 평가 절차

2절에서의 논의를 바탕으로, 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 단조함수일 때 식(3)에 있는 불확실성 중요도 측도를 평가하기 위한 절차는 다음과 같다. X_i $(i=1,\cdots,n;\ n$은 입력변수의 수)의 1수준값, 2수준값, 3수준값을 각각 l_{i1}, l_{i2}, l_{i3}라 하고, 대응되는 가중치를 각각 w_{i1}, w_{i2}, w_{i3}라 할 때,

단계 1. 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 비선형 단조함수이면 입력변수 X_i의 수준값과 가중치를 식(6) 및 식(7)과 같이 결정하고, 선형 단조함수이면 입력변수 X_i의 수준값과 가중치를 식(9) 및 식(10)과 같이 계산한다.

단계 2. 특정한 X_i값과 X_j $(j \neq i)$값들을 다음과 같이 결정한다. 균등분포 $U(0,1)$로부터 확률변수값 u를 발생하여,

3개의 수준값일 경우:

$u \le w_{i1}$이면 $X_i = l_{i1}$

$w_{i1} < u \le w_{i1} + w_{i2}$이면 $X_i = l_{i2}$

$w_{i1} + w_{i2} < u \le 1$이면 $X_i = l_{i3}$

2개의 수준값일 경우:

$u \le w_{i1}$이면 $X_i = l_{i1}$

$w_{i1} < u \le 1$이면 $X_i = l_{i2}$

그리고 X_i값이 주어졌을 때 Y값인 $Y|X_i$를 계산한다. X_i값은 고정시켜 두고 X_j값들의 결정 및 $Y|X_i$값의 계산을 N회 반복하여 $E(Y|X_i)$를 계산한다.

단계 3. 위의 단계 2를 K회 반복하여 $Var[E(Y|X_i)]$를 계산한다.

단계 4. 위의 단계 2와 동일한 방법으로 X_i $(i = 1, \cdots, n)$값들을 결정하고 Y를 계산한다. 이러한 과정을 N회 반복하여 반응변수의 분산 V를 계산한다.

단계 5. 각 X_i의 불확실성 중요도 측도의 추정치를 식(3)과 같이 계산한다.

4. 수치 예제 및 결과 분석

D'Errico and Zaino[20]에 있는 간단하지만 비선형성이 강하고 분산이 해석적으로 정확히 계산될 수 있는 다음과 같은 함수를 생각해본다.

$$Y = \exp(X_1 + X_2)$$

이때, X_i $(i = 1,2)$는 독립적이고 평균이 0이고 분산이 0.4214^2인 정규분포를 따른다고 가정한다. 3절의 불확실성 중요도 측도 평가 절차는 다음과 같다.

단계 1. 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 비선형 단조함수이므로 3개의 수준값과 가중치를 사용한다. $\mu = 0$, $\sigma^2 = 0.4214^2$, $\sqrt{\beta_1} = 0$, $\beta_2 = 3$. 따라서, X_i에 대해 $(l_{i1}, l_{i2}, l_{i3}) = (-0.7298, 0, 0.7298)$, $(w_{i1}, w_{i2}, w_{i3}) = (1/6, 4/6, 1/6)$.

단계 2. X_j값들의 결정 및 $Y|X_i$값의 계산을 N=5,000회 반복하여 $E(Y|X_i)$를 계산한다.

단계 3. 위의 단계 2를 K=5,000회 반복하여 $Var[E(Y|X_i)]$를 계산한다.

단계 4. X_i $(i = 1, 2)$값들의 결정을 5,000회 반복하여 얻어진 $V = 0.5969$

단계 5. 제안된 방법에 의하여 계산된 X_i의 불확실성 중요도 측도는 <표 1>과 같다.

본 예제에서 $Y = \exp(X_1)\exp(X_2)$이고 X_i는 평균이 0이고 분산이 0.4214^2인 정규분포를 따른다고 가정하였으므로, Y는 median이 0이고 error factor가 2인 대수정규분포를 따르는 $\exp(X_i)$의 곱으로 나타난다. error factor가 큰 대수정규분포를 따르는 입력변수를 포함하지 않기 때문에, 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 V와 $Var[E(Y|X_i)]$를 추정할 때, 심하게 비대칭이거나 꼬리부분이 두텁고 긴 분포를 갖는 입

<표 1> 불확실성 중요도

X_i	제안된 방법*		MCS**	
	$Var[E(Y\|X_i)]$	UI_i	$Var[E(Y\|X_i)]$	UI_i
1	0.2728	45.7%	0.2850	45.2%
2	0.2763	46.3%	0.2822	44.8%

* $V = 0.5969$, ** $V = 0.6307$, 해석적인 방법으로 구한 $V = 0.6081$

력변수가 포함됨으로 인하여 V와 $\mathrm{Var}[\mathrm{E}(Y|X_i)]$의 불안정적인 추정치들을 얻게 되는 문제점은 발생하지 않게 된다. 그러므로 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 반응변수의 분산 V와 불확실성 중요도 UI_i를 구해봄으로써, 제안된 방법에 의한 결과의 정확성을 입증할 수 있다. <표 1>로부터 제안된 방법에 의한 결과가 몬테칼로 시뮬레이션에 의해 구해진 결과와 비교해볼 때 매우 정확함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 단조함수일 때, 어떤 입력변수의 불확실성이 제거될 때 반응변수 분산의 기대되는 감소량을 백분율로 측정하는 측도를 평가하기 위한 방법을 제안하였다.

제안된 평가 방법은 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 선형 및 비선형 단조함수 모두에 적용될 수 있으며, 입력변수의 분포에 제한이 없다. 또한 입력변수의 분포를 이산형 분포로 근사화하는 기법을 사용함으로써 불확실성 중요도 측도의 안정적인 추정치를 얻을 수 있다. 반면에 평가 방법이 몬테칼로 시뮬레이션을 기반으로 하기 때문에 계산량이 많은 단점이 있다.

본 논문에서 제안된 방법을 수정 확장하여 입력변수와 반응변수 간의 관계식이 비단조함수일 때 (예를 들면, 주기성을 가지는 Ishigami 함수[15,16])에도 적용 가능한 평가 방법을 개발하는 것이 추후의 연구과제이다.

참 고 문 헌

[1] Borgonovo, E., "Measuring uncertainty importance: investigation and comparison of alternative approaches," Risk Analysis, vol 26, no 5, pp.1349-1361, 2006.

[2] Saltelli, A. and Marivoet, J., "Non-parametric statistics in sensitivity analysis for model output: A comparison of selected techniques," Reliability Engineering and System Safety, vol 28, pp.229-253, 1990.

[3] Helton, J. C., "Uncertainty and sensitivity analysis techniques for use in performance assessment for radioactive waste disposal," Reliability Engineering and System Safety, vol 42, pp.327-367, 1993.

[4] Frey, C. H. and Patil, S. R., "Identification and review of sensitivity analysis methods," Risk Analysis, vol 22, no 3, pp.553-571, 2002.

[5] Nakashima, K. and Yamato, K., "Variance-importance of system components," IEEE Trans. Reliability, vol R-31, pp.99-100, 1982.

[6] Bier, V. M., "A measure of uncertainty importance for components in fault trees," Transactions of the 1983 Winter Meeting of the American Nuclear Society, vol 45, no 1, pp.384-385, 1983.

[7] Pan, Z. J. and Tai, Y. C., "Variance importance of system components by Monte Carlo," IEEE Trans. Reliability, vol 37, pp.421-423, 1988.

[8] Iman, R. L., "A matrix-based approach to uncertainty and sensitivity analysis for fault trees," Risk Analysis, vol 7, pp.21-33, 1987.

[9] Iman, R. L. and Hora, S. C., "A robust measure of uncertainty importance for use in fault tree system analysis," Risk Analysis, vol 10, pp.401-406, 1990.

[10] Sobol, I. M., "Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models," Mathematical Modeling and Computational Experiment, vol 1, no 4, pp.407-414, 1993.

[11] Saltelli, A., Tarantola, S., and Chan, K. P. S., "A quantitative model-independent method for global sensitivity analysis of model output," Technometrics, vol 41, no 1, pp.39-56, 1999.

[12] Sobol, I. M., "Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates," Mathematics and Computers in Simulation, vol 55, no 1, pp.271-280, 2001.

[13] Saltelli, A., "Sensitivity analysis for importance assessment," Risk Analysis, vol 22, no 3, pp.579-590, 2002.

[14] Park, C. K. and Ahn, K. I., "A new approach for measuring uncertainty importance and distributional sensitivity in probabilistic safety assessment," Reliability Engineering and System Safety, vol 46, pp.253-261, 1994.

[15] Chun, M. H., Han, S. J. and Tak, N. I., "An uncertainty importance measure using a distance metric for the change in a cumulative distribution function," Reliability Engineering and System Safety, vol 70, pp.313-321, 2000.

[16] Borgonovo, E., "A new uncertainty importance measure," Reliability Engineering and System Safety, vol 92, pp.771-784, 2007.

[17] Rushdi, A. M., "Uncertainty analysis of fault-tree outputs," IEEE Trans. Reliability, vol R-34, pp.458-462, 1985.

[18] Cho, J. G. and Yum, B. J., "Development and evaluation of an uncertainty importance measure in fault tree analysis," Reliability Engineering and System Safety, vol 57, pp.143-157, 1997.

[19] 조재균, 정석찬, "결점나무 분석에서 불확실성 중요도 측도의 평가," 정보시스템연구, 제17권, 3호, pp.25-37, 2008.

[20] D'Errico, J. R. and Zaino Jr., N. A., "Statistical tolerancing using a modification of Taguchi's method," Technometrics, vol 30, no 4, pp.397-405, 1988.

[21] Seo, H. S. and Kwak, B. M., "Efficient statistical tolerance analysis for general distributions using three-point information," International Journal of Production Research, vol 40, pp.931-944, 2002.

조 재 균 (Jae-Gyeun Cho)

- 정회원
- 연세대학교 응용통계학과 학사
- 한국과학기술원 산업공학과 석사
- 한국과학기술원 산업공학과 박사
- 한국전자통신연구원 선임연구원
- 현재 : 동의대학교 e비즈니스학과 교수
- 관심분야 : 프로젝트 관리, e비즈니스 모델 및 전략