

복합재료 H형 단면 보의 자유진동 해석

Free Vibration Analysis of Composite H-Type Cross-section Beams

김 성 균* · 송 오 섭†

Sung-Kyun Kim and Ohseop Song

(2010년 3월 15일 접수 ; 2010년 4월 26일 심사완료)

Key Words : Free Vibration(자유 진동), Thin-walled Composite(얇은 벽판 복합재), H-Type Cross-section Beam(H형 단면 보), Primary Warping(1차 와핑), Secondary Warping(2차 와핑), Transverse Shear(횡 전단)

ABSTRACT

Equations of motion of thin-walled composite H-type cross-section beams incorporating a number of nonclassical effects of transverse shear and primary and secondary warping, and anisotropy of constituent materials are derived. The vibrational characteristics of a composite thin-walled beam exhibiting the circumferentially asymmetric stiffness system(CAS) and the circumferentially uniform stiffness system(CUS) are exploited in connection with the bending-transverse shear coupling and the bending-twist coupling resulting from directional properties of fiber reinforced composite materials.

1. 서 론

섬유강화복합재료(fiber-reinforced composites)는 높은 강도(strength) 및 강성(stiffness), 내부식성, 높은 피로수명, 낮은 열팽창율 등의 장점 때문에 토목, 건축, 기계, 항공우주 산업 등에서 광범위하게 사용되고 있다. 특히 개방형 단면(open-section beam, OSB)을 갖는 보는 인공위성 및 우주선에 설치된 붐(boom), 항공기의 날개, 헬리콥터의 로터, 잠수함 및 건축물의 지지 골격 등에서 쉽게 찾아볼 수 있다. 복합재료는 높은 강도의 재료 특성 때문에 얇은 벽판으로 설계되며, 높은 강도로 인해 피로, 파괴보다는 구조물의 동적 안정성 측면을 주로 고려하여 설계되고 있다. 따라서 복합재료의 구조 진동의 정확한 예측은 복합재료 구조물의 설계에 있어 매우 중요하다.

보의 연구는 1940년에 Vlasov⁽¹⁾에 의해 처음 시작되었으며, 그 후 Goodier, Timoshenko, 및 Genre⁽²⁻⁴⁾ 등이 개방형 금속 보에 대한 좌굴 및 진동에 대한 연구를 수행하였다. 그리고 Yu, Beam 및 Murozono⁽⁵⁻⁷⁾는 길이가 긴 붐을 개방형 보로 가정하여 열적 플러터에 관한 연구를 수행하였다.

최근 복합재료에 대한 관심이 증가되면서 Song, Librescu, Choi, Chopra 및 Lee⁽⁸⁻¹³⁾ 등은 복합재료의 구조물의 선형 문제에 대한 연구를 수행하였으며, Savic과 Cardoso^(14,15) 등은 개방형 복합재료 보의 최적설계에 관한 연구를 수행하였다.

현재까지 일반보(metallic beam)와 복합재 판 및 폐단형(closed-section) 얇은 벽판 보에 대해서는 많은 연구가 진행된 반면, 개방형 복합재료 보에 대한 연구는 상대적으로 미진한 상태이다.

따라서 이 연구에서는 개방형 얇은 벽판 복합재 보인 H형 보에 대해 전단효과, 와핑구속 등을 고려한 운동방정식 및 경계조건을 유도하였다. 또한 확장된 Galerkin 방법을 이용하여 운동방정식을 근사화하여 수치해석을 수행하였다. 그리고 수치해석을

† 교신저자; 정회원, 충남대학교 기계공학과

E-mail : songos@cnu.ac.kr

Tel : (042)821-5650

* 정회원, 한국원자력연구원

통해 복합재료 H형 단면 보의 진동특성에 있어 전 단효과, 와핑구속, 연성효과와 영향을 고찰하였다.

2. 운동방정식

2.1 개방형 단면을 갖는 보의 운동방정식

H형 단면 보는 전체좌표계(global coordinate)로 보의 길이 방향 축을 z 축으로 하는 (x,y,z) 좌표계를 설정하였으며, 보의 단면형상을 정의하기 위해 국소좌표계(local coordinate)인 (n,s,z) 를 설정하였다. 여기서 n 과 s 는 각각 윤곽선의 수직 및 접선 좌표를 나타낸다. Fig. 1은 H형 단면 보의 구조적 테일러링 기법에 따라 상판과 하판의 섬유각 방향이 비대칭이면 CAS(circumferentially asymmetric stiffness), 대칭이면 CUS(circumferentially uniform stiffness)인 보의 형상을 나타내고 있다.

얇은 벽판 복합재료 보의 운동방정식을 유도하기 위해 다음과 같은 가정을 사용하였다.

(a) 보의 단면에 대한 윤곽선 평면은 변형되지 않는다.

(b) 1차, 2차 와핑 구속 효과를 고려한다.

(c) 횡 전단 변형을 고려한다.

(d) 원주방향 합응력 N_{ss} 는 다른 방향 합응력에 비해 무시할 정도로 작다.

위의 가정을 기본으로 하여 벽판 보의 3-D 탄성 문제를 1-D 문제로 변형할 수 있다. 따라서 3-D 변위 벡터항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u(x,y,z,t) = u_0(z,t) - y\phi(z,t) \quad (1a)$$

$$v(x,y,z,t) = v_0(z,t) + x\phi(z,t) \quad (1b)$$

$$w(x,y,z,t) = w_0(z,t) + \theta_x(z,t) \left[y(s) - n \frac{dx}{ds} \right] + \theta_y(z,t) \left[x(s) + n \frac{dy}{ds} \right] - \phi'(z,t) [F_w(s) - nr_t(s)] \quad (1c)$$

수식 (1a~1c)에서 $u_0(z,t), v_0(z,t), w_0(z,t)$ 는 x,y,z 축 방향 변위로 횡방향, 종방향, 인장 변위를 나타내며, $\theta_x(z,t), \theta_y(z,t), \phi(z,t)$ 는 x,y,z 축에 대한 회전 변위로 횡전단, 종전단, 비틀림 변위를 나타낸다. 식 (1c)에서 $(\cdot)' = d/dz$ 이다.

또한 $F_w(s)$ 와 $nr_t(s)$ 는 각각 1차 및 2차 와핑을 나타내며 $F_w(s)$ 는 다음과 같이 표현된다.

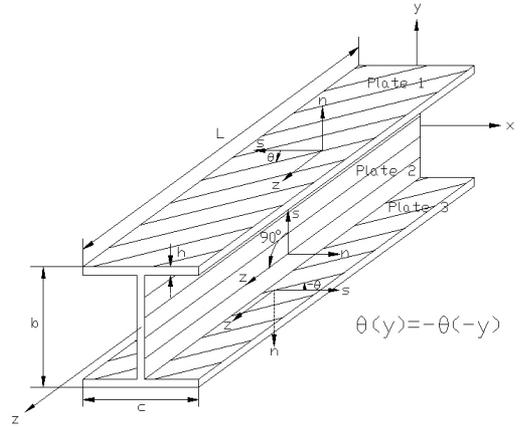
$$F_w(s) = \int_0^s r_n(\bar{s}) d\bar{s} \quad (2)$$

여기서, 적분은 H형 보의 단면 형상을 따라 s 의 함수인 r_n 을 선적분함을 의미하며, \bar{s} 는 적분하기 위한 매개변수이다. r_n 과 r_t 는 다음과 같은 기하학적 관계를 갖는다.

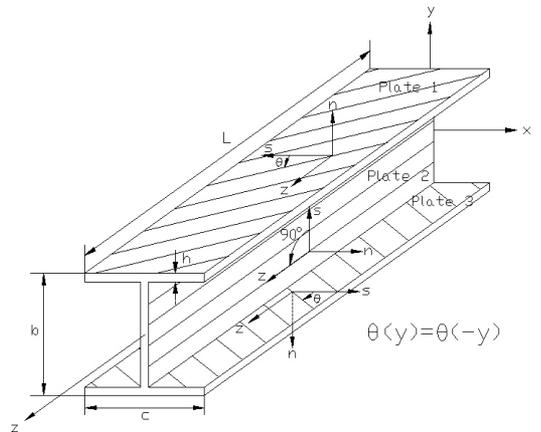
$$r_n(s) = x(s) \frac{dy}{ds} - y(s) \frac{dx}{ds} \quad (3)$$

$$r_t(s) = y(s) \frac{dy}{ds} + x(s) \frac{dx}{ds} \quad (4)$$

식 (1a~1c)를 이용하여 변형율을 구하면 다음과 같다.



(a) CAS



(b) CUS

Fig. 1 Geometry of the H-beam

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_{zz}^{(0)} + n\epsilon_{zz}^{(1)} \quad (5a)$$

$$\gamma_{sz} = \gamma_{sz}^{(0)} + n\gamma_{sz}^{(1)} \quad (5b)$$

$$\gamma_{mz} = \gamma_{mz}^{(0)} \quad (5c)$$

여기서

$$\epsilon_{zz}^{(0)} = w_0' + x(s)\theta_y' + y(s)\theta_x' - \phi'' F_w(s) \quad (6a)$$

$$\epsilon_{zz}^{(1)} = \theta_y' \frac{dy}{ds} - \theta_x' \frac{dx}{ds} + \phi'' r_t(s) \quad (6b)$$

$$\gamma_{sz}^{(0)} = (u_0' + \theta_y) \frac{dx}{ds} + (v_0' + \theta_x) \frac{dy}{ds} \quad (6c)$$

$$\gamma_{sz}^{(1)} = 2\phi' \quad (6d)$$

$$\gamma_{mz}^{(0)} = (u_0' + \theta_y) \frac{dy}{ds} - (v_0' + \theta_x) \frac{dx}{ds} \quad (6e)$$

식(6)에서 $(\cdot) = d/dz$ 이다. 위 식을 Hamilton principle에 대입하여 운동방정식을 구하고 무차원화 하면 CAS와 CUS에 대해 외팔보 경계조건에서의 운동방정식과 경계조건이 얻어진다. 운동방정식에 사용한 강성계수 a_{ij} 와 질량계수 b_j 은 논문의 부록에 기술하였다.

(1) CAS

가. 횡방향 굽힘-축방향 인장-회전단 연성 운동 방정식

$$\delta \bar{w}_0 : \bar{w}_0'' + f_1(\bar{u}_0'' + \theta_y') - g_1 \omega^2 \bar{w}_0 = 0$$

$$\delta u_0 : u_0'' + \theta_y' + f_2 \bar{w}_0'' - g_2 \omega^2 u_0 = 0 \quad (7)$$

$$\delta \theta_y : \theta_y'' - f_3 \bar{w}_0' - f_4(\bar{u}_0' + \theta_y) - g_3 \omega^2 \theta_y = 0$$

$$@\eta = 0 ; \bar{w}_0 = \bar{u}_0 = \theta_y = 0$$

$$@\eta = 1 ; \delta \bar{w}_0 : \bar{w}_0' + f_1(\bar{u}_0' + \theta_y) = 0$$

$$\delta u_0 : u_0' + \theta_y + f_2 \bar{w}_0' = 0 \quad (8)$$

$$\delta \theta_y : \theta_y' = 0$$

여기서 $(\cdot) = d/d\eta$ 를 의미하며, 운동방정식에 사용한 계수는 다음과 같이 정의하였다.

$$\bar{u}_0 = u_0/L, \bar{w}_0 = w_0/L,$$

$$f_1 = \frac{a_{14}}{a_{11}}, f_2 = \frac{a_{14}}{a_{44}}, f_3 = \frac{a_{14}L^2}{a_{22}}, f_4 = \frac{a_{44}L^2}{a_{22}},$$

$$g_1 = \frac{b_1L^2}{a_{11}}, g_2 = \frac{b_1L^2}{a_{44}}, g_3 = \frac{(b_5 + b_{15})L^2}{a_{22}} \quad (9)$$

나. 종방향 굽힘-축방향 비틀림-중전단 연성 운동 방정식

$$\delta \bar{v}_0 : \bar{v}_0'' + \theta_x' - g_4 \omega^2 \bar{v}_0 = 0$$

$$\delta \theta_x : \theta_x'' + f_5 \phi'' - f_6(\bar{v}_0' + \theta_x) - g_5 \omega^2 \theta_x = 0 \quad (10)$$

$$\delta \phi : \phi'''' - f_7 \theta_x'' - f_8 \phi'' + g_6 \omega^2 \phi - g_7 \omega^2 \phi'' = 0$$

$$@\eta = 0 ; \bar{v}_0 = \theta_x = \phi = \phi' = 0$$

$$@\eta = 1 ; \delta \bar{v}_0 : \bar{v}_0' + \theta_x = 0$$

$$\delta \theta_x : \theta_x' + f_5 \phi' = 0 \quad (11)$$

$$\delta \phi : \phi''' - f_7 \theta_x' - f_8 \phi' - g_7 \omega^2 \phi' = 0$$

$$\delta \phi' : \phi'' = 0$$

여기서 운동방정식에 사용한 계수는 다음과 같이 정의하였다.

$$\bar{v}_0 = v_0/L, f_5 = \frac{a_{37}}{a_{33}}, f_6 = \frac{a_{55}L^2}{a_{33}}, f_7 = \frac{a_{37}L^2}{a_{66}},$$

$$f_8 = \frac{a_{77}L^2}{a_{66}}, g_4 = \frac{b_1L^2}{a_{55}}, g_5 = \frac{(b_4 + b_{14})L^2}{a_{33}},$$

$$g_6 = \frac{[b_4 + b_5 + b_{14} + b_{15}]L^4}{a_{66}}, g_7 = \frac{(b_{10} + b_{18})L^2}{a_{66}} \quad (12)$$

(2) CUS

가. 횡방향 굽힘-종방향 굽힘-회전단-중전단 연성 운동방정식

$$\delta \hat{u}_0 : \hat{u}_0'' + \theta_y' + \hat{f}_1 \theta_x'' - \hat{f}_6 \omega^2 \hat{u}_0 = 0$$

$$\delta \bar{v}_0 : \bar{v}_0'' + \theta_x' - \hat{f}_7 \omega^2 \bar{v}_0 = 0 \quad (13)$$

$$\delta \theta_y : \theta_y'' - \hat{f}_2(\bar{u}_0' + \theta_y) - \hat{f}_3 \theta_x' - \hat{f}_8 \omega^2 \theta_y = 0$$

$$\delta \theta_x : \theta_x'' + \hat{f}_4(\bar{u}_0'' + \theta_y') - \hat{f}_5(v_0' + \theta_x) - \hat{f}_9 \omega^2 \theta_x = 0$$

$$@\eta = 0 ; \bar{u}_0 = \bar{v}_0 = \theta_y = \theta_x = 0$$

$$@\eta = 1 ; \delta \hat{u}_0 : \hat{u}_0' + \theta_y + \hat{f}_1 \theta_x' = 0$$

$$\delta \bar{v}_0 : \bar{v}_0' + \theta_x = 0 \quad (14)$$

$$\delta \theta_y : \theta_y' = 0$$

$$\delta \theta_x : \theta_x' + \hat{f}_4(\bar{u}_0' + \theta_y) = 0$$

여기서 운동방정식에 사용한 계수는 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} \hat{f}_1 &= \frac{a_{43}}{a_{44}L}, \quad \hat{f}_2 = \frac{a_{44}L^2}{a_{22}}, \quad \hat{f}_3 = \frac{a_{43}L}{a_{22}}, \quad \hat{f}_4 = \frac{a_{43}L}{a_{33}}, \\ \hat{f}_5 &= \frac{a_{55}L^2}{a_{33}}, \quad \hat{f}_6 = \frac{b_1L^2}{a_{44}}, \quad \hat{f}_7 = \frac{b_1L^2}{a_{55}}, \\ \hat{f}_8 &= \frac{(b_5+b_{15})L^2}{a_{22}}, \quad \hat{f}_9 = \frac{(b_4+b_{14})L^2}{a_{33}} \end{aligned} \quad (15)$$

나. 인장 방향 운동방정식

$$\delta w_0 : \overline{w_0''} - \hat{f}_{10}\omega^2\overline{w_0} = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} @\eta = 0 & ; \overline{w_0} = 0 \\ @\eta = 1 & ; \delta w_0 : \overline{w_0}' = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 운동방정식에 사용한 계수는 다음과 같이 정의하였다.

$$\hat{f}_{10} = \frac{b_1L^2}{a_{11}} \quad (18)$$

다. 비틀림 방향 운동방정식

$$\delta\phi : -\phi'''' + \hat{f}_1\phi'' + \hat{f}_2\omega\phi + \hat{f}_3\omega^2\phi' = 0 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} @\eta = 0 & ; \delta\phi : \phi = \phi' = 0 \\ @\eta = 1 & ; \delta\phi : -\phi'' + \hat{f}_1\phi' + \hat{f}_3\omega^2\phi' = 0 \\ & \delta\phi' : \phi'' = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

2.2 개방형 단면을 갖는 보의 진동방정식

앞 절에서 유도한 운동방정식을 통해 섬유각 변화에 따른 고유진동수를 얻기 위해 확장된 Galerkin 방법을 적용하여 수치해석하였다. 즉, 해밀턴 원리에 의해 유도된 결과 식에 다음의 식을 대입하였다.

$$\begin{aligned} [\overline{u_0}(\eta; t), \overline{v_0}(\eta; t), \overline{w_0}(\eta; t), \\ \theta_y(\eta; t), \theta_x(\eta; t), \phi(\eta; t)] \\ = [U(\eta), V(\eta), W(\eta), Y(\eta), X(\eta), \Phi(\eta)] e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (21)$$

여기에서 $U(\eta), V(\eta), W(\eta), Y(\eta), X(\eta), \Phi(\eta)$ 함수는 식 (22)와 같이 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} U(\eta) &= \sum_{j=1}^N a_j u_j(\eta), \quad V(\eta) = \sum_{j=1}^N b_j v_j(\eta), \\ W(\eta) &= \sum_{j=1}^N c_j w_j(\eta), \quad X(\eta) = \sum_{j=1}^N d_j x_j(\eta), \\ Y(\eta) &= \sum_{j=1}^N e_j y_j(\eta), \quad \Phi(\eta) = \sum_{j=1}^N f_j \phi_j(\eta) \end{aligned} \quad (22)$$

위 식을 해밀턴 원리에 대입하여 다음과 같은 행렬식을 유도하였다.

$$[K] - \omega^2[M] = \{\tilde{0}\} \quad (23)$$

여기서 $[K]$ 는 보의 강성행렬을 나타내고, $[M]$ 는 질량 행렬을 나타내며, ω 는 고유진동수를 나타낸다. 위 행렬식으로 부터 섬유각의 변화에 따른 고유각진동수(rad/s)를 구하게 된다.

3. 수치해석

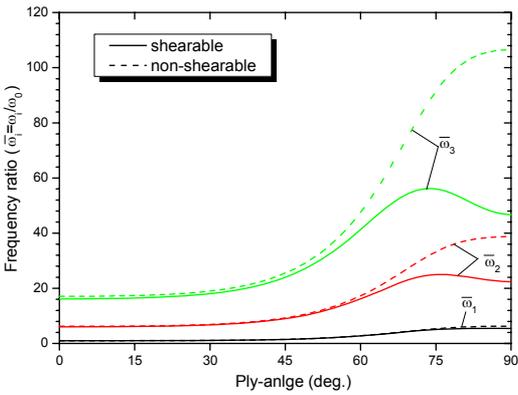
수치해석에 사용한 보의 재질은 T300/5028 graphite-epoxy이며 보의 크기는 0.254(b) × 0.254(c) × 0.01(h) × 2.032(L) m이고, 재질의 물성치는 Table 1과 같다. Fig. 2는 CAS의 수치해석 결과로 Fig. 2(a)는 횡방향 굽힘-축방향 인장 연성의 경우 섬유각의 변화에 따른 가장 낮은 3개의 고유진동수의 변화를 나타내며, Fig. 2(b)는 종방향 굽힘-비틀림 연성의 경우 섬유각의 변화에 따른 가장 낮은 3개의 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 그림에서 섬유각이 낮을 때에는 전단효과가 미미한 반면, 섬유각이 50도를 넘어서면서 전단 효과에 의한 격차가 현격하게 나타나는 것을 알 수 있다.

Fig. 3은 CAS의 횡굽힘-비틀림 연성의 경우, 섬유각의 증가에 따른 와핑 구속의 효과를 나타내고 있다. 그림에서 와핑 구속이 없는 경우에 비해 와핑 구속이 있는 경우 고유진동수의 경향이 크게 차이나는 것을 알 수 있다.

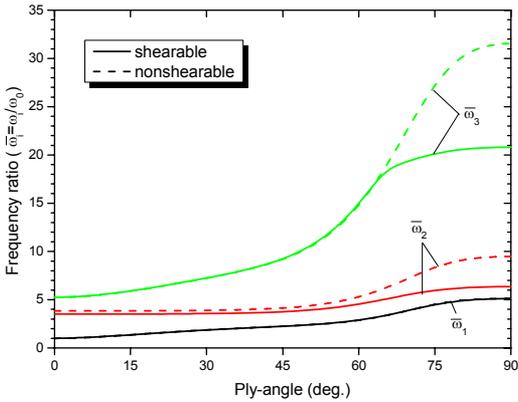
Fig. 4는 CAS의 횡굽힘-인장 연성의 경우, 섬유각의 변화에 따라 굽힘과 인장 방향을 연성시키는 인장-횡전단 강성계수 a_{14} 의 효과를 보여주고 있다.

Table 1 Material properties

Item	Material properties
E_1	206.75 GPa
$E_2 = E_3$	5.17 GPa
G_{12}	3.10 GPa
$G_{13} = G_{23}$	2.55 GPa
$\nu_{21} = \nu_{31}$	0.00625
ν_{32}	0.25
ρ	1528.15 kg/m ³



(a) Lateral bending - extension ($\omega_0=94.7$ rad/s)



(b) Transversal bending - twist ($\omega_0=116.3$ rad/s)

Fig. 2 Effects of the ply-angle and transverse shear on the three coupled frequency ratios $\bar{\omega}_i$ ($\equiv \omega_i/\omega_0$) (CAS)

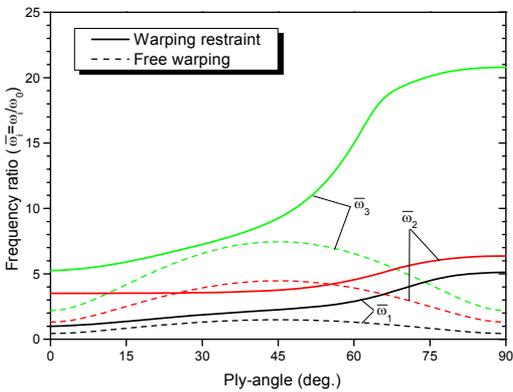


Fig. 3 Effects of ply-angle and warping inhibition on the three coupled transversal bending-twist frequency ratios $\bar{\omega}_i$ ($\equiv \omega_i/\omega_0$, $\omega_0=116.3$ rad/s) (CAS)

그림에서 섬유각이 60도 근방을 넘어서면서 a_{14} 가 0인 경우와 0이 아닌 경우가 차이가 발생하는 것을 알 수 있으며, 연성 효과가 순수 횡 굽힘의 고유진동수를 낮추는 효과를 지니고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5는 Fig. 2(a)에서 섬유각이 45도 일 때 횡방향, 전단방향, 인장방향의 상대적 변위를 나타내고 있으며, 서로 연성된 모드를 나타내고 있다. 이 해석의 경계조건으로 설정한 외팔보 경계조건인 1차, 2차, 3차 모드 형상이 나타나는 것을 알 수 있다.

Fig. 6은 Fig. 5에서 섬유각 변화에 따른 횡방향 모드의 변화를 나타내고 있다. 그림에서 섬유각이 증가할수록 모드의 진폭이 더 커지는 것을 알 수 있다. 이는 섬유각이 증가할수록 강성의 증가하여 저차 모드와 고차 모드가 교차하려는 초기 현상으로 설명할 수 있다. 고차 모드들에서는 섬유각 변화에 따라 모드형상들 간의 교차현상은 자주 발생한다⁽¹⁷⁾.

Fig. 7은 CUS의 경우 섬유각 변화에 따른 가장 낮은 3개의 고유진동수 변화를 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 1차 고유진동수의 경우 전단 효과가 매우 미미한 반면 2차와 3차 고유진동수의 경우 격차가 매우 크게 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 운동방정식 내에 포함되어 있는 전단 항이 고유진동수를 크게 감소시키는 것을 의미한다.

Table 2는 Fig. 7의 해석결과에 대한 검증을 위해 섬유각이 0도 및 90도일 때에 대해 laplace

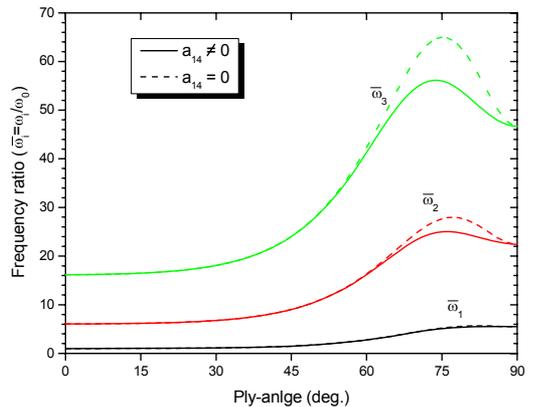
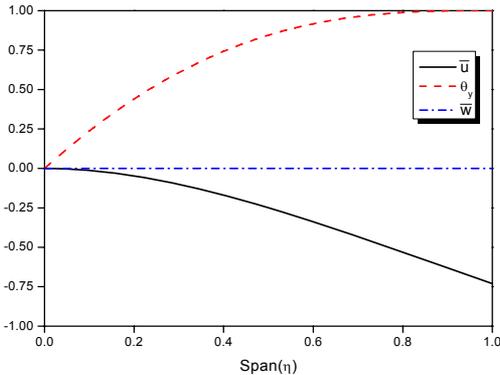


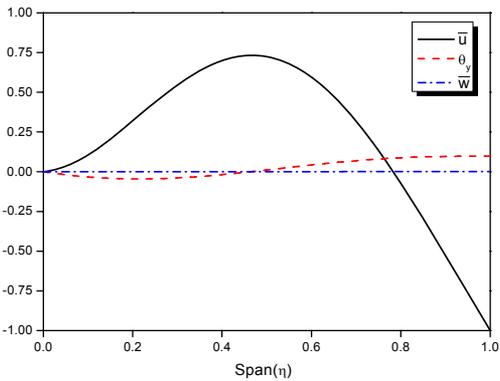
Fig. 4 Effects of ply-angle and the lateral bending-extension coupling stiffness a_{14} on the three coupled transversal bending-twist frequency ratios $\bar{\omega}_i$ ($\equiv \omega_i/\omega_0$, $\omega_0=94.7$ rad/s) (CAS)

transform method(LTM)⁽¹⁷⁾을 사용하여 엄밀해와 확장된 Galerkin 방법(EGM) 통해 구한 결과를 비교하였다. 표에서는 보는 바와 같이 엄밀해와 EGM으로 수치 해석한 결과가 상당히 정확히 일치하는 것을 알 수 있다.

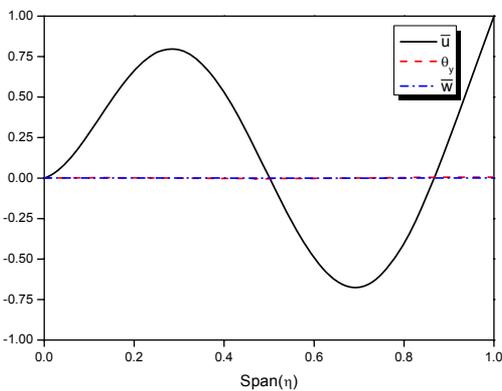
Fig. 8은 섬유각이 45도 일 때 횡방향 굽힘, 종방향 굽힘, 횡방향, 종방향 전단방향의 상대적 변위를 나타내고 있다. Fig. 5의 CAS 모드와 마찬가지로 CUS에서도 1차, 2차, 3차 외팔보 모드 형상이 나타나는 것을 알 수 있다.



(a) 1st mode shapes

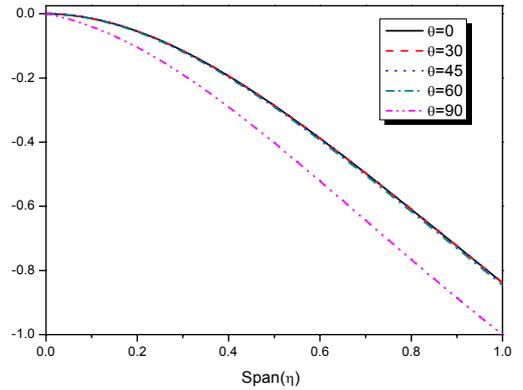


(b) 2nd mode shapes

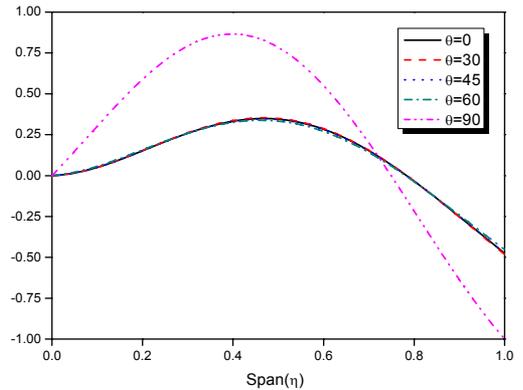


(c) 3rd mode shapes

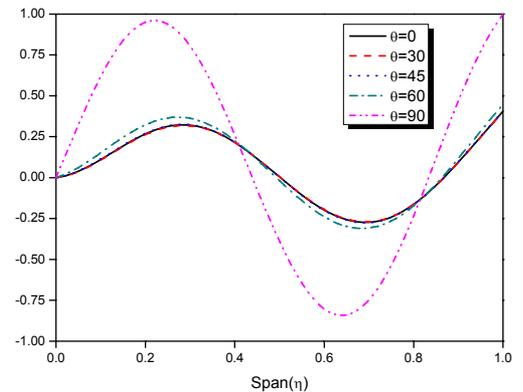
Fig. 5 Mode shapes of lag-extension-transverse share coupling with the ply-angle 45 deg. (CAS)



(a) 1st mode shapes



(a) 2nd mode shapes



(a) 3rd mode shapes

Fig. 6 Mode shapes for each ply-angle (CAS)

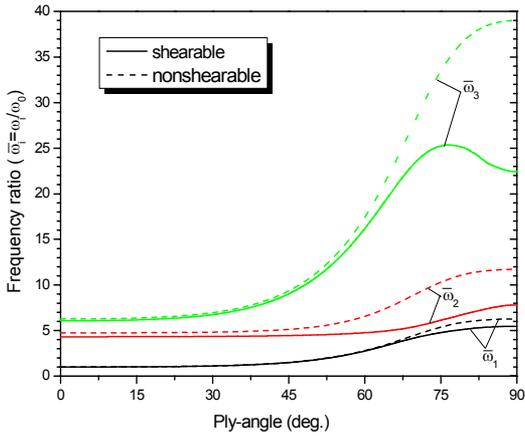
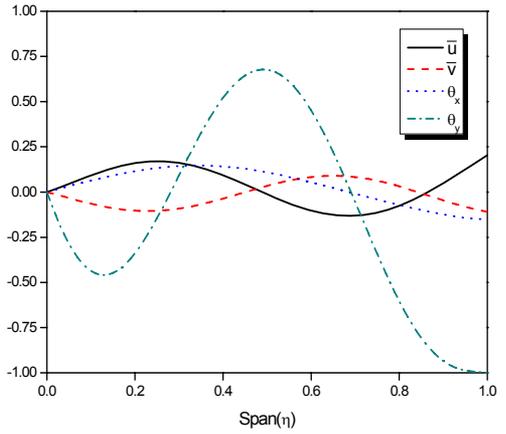
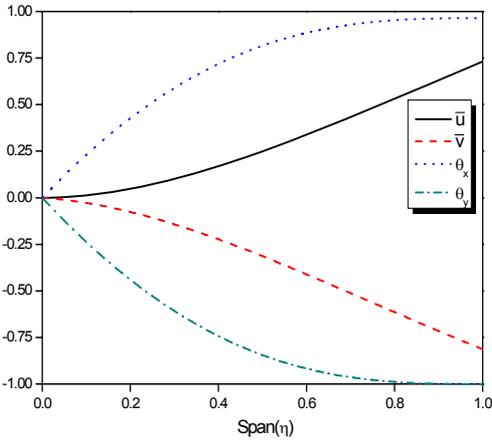


Fig. 7 Effects of the ply-angle and transverse shear on the three coupled frequency ratios (CUS) $\bar{\omega}_i$ ($\equiv \omega_i/\omega_0$, $\omega_0 = 94.7$ rad/s)

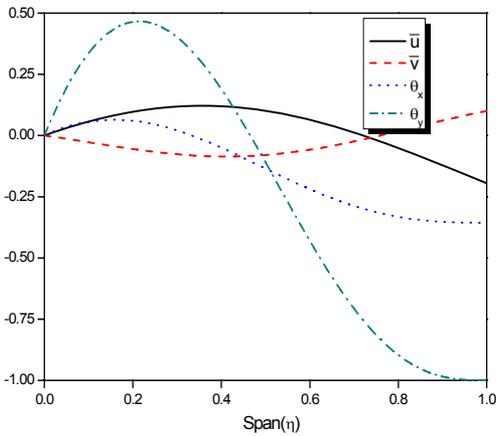


(c) 3rd mode shapes

Fig. 8 Mode shapes of flap-lag-transverse shear coupling with the ply-angle 45 deg. (CUS)



(a) 1st mode shapes



(b) 2nd mode shapes

Table 2 Comparison of bending(flap-lag decoupled) natural frequencies ω_i (rad/s)

ω_i (rad/s)	Solution methods	Ply angle(deg.)	
		0	90
ω_1	EGM	94.7	518.6
	Exact	94.7	518.6
ω_2	EGM	408.9	740.3
	Exact	408.9	740.3
ω_3	EGM	574.0	2123.7
	Exact	574.0	2123.7

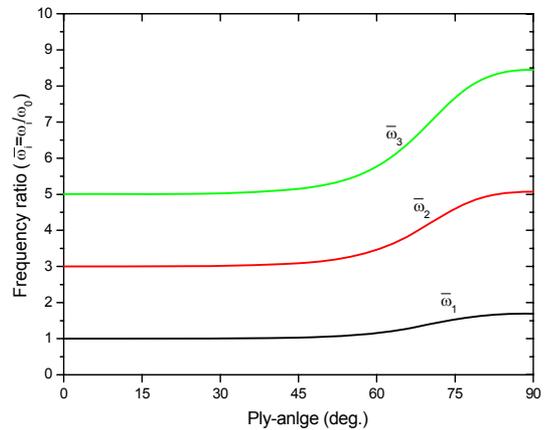
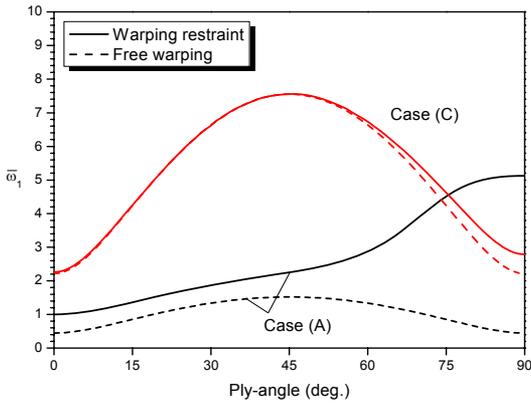
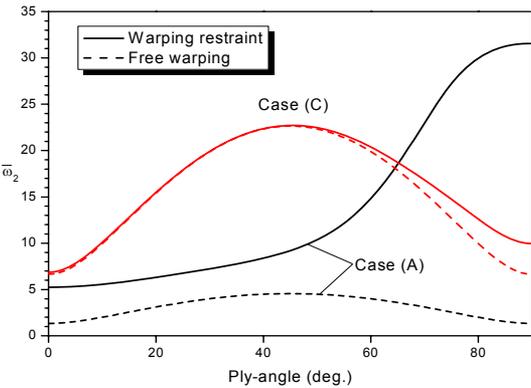


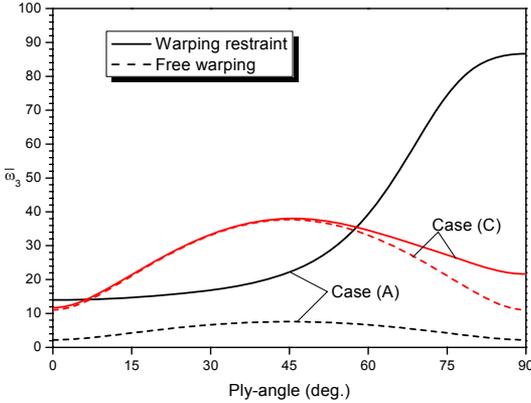
Fig. 9 Variation of the three dimensionless extensional frequency ratios with the ply-angle; $\bar{\omega}_i$ ($\equiv \omega_i/\omega_0$, $\omega_0 = 5320.55$ rad/s) (CUS)



(a) $\bar{\omega}_1$



(b) $\bar{\omega}_2$



(c) $\bar{\omega}_3$

Fig. 10 Variation of the torsional frequency ratios $\bar{\omega}_i$ ($\equiv \omega_i/\omega_0$, $\omega_0=116.3$ rad/s), with the ply-angle (CUS)

Fig. 9는 CUS의 축방향인장에 대해 섬유각 변화에 따른 고유진동수 변화를 나타내고 있다. 그림에서

Table 3 Comparison of extensional natural frequencies ω_i (rad/s)

ω_i (rad/s)	Solution methods	Ply angle(deg.)	
		0	90
ω_1	EGM	5320.55	8996.37
	Exact	5320.55	8996.37
ω_2	EGM	15961.6	26980.1
	Exact	15961.6	26980.1
ω_3	EGM	26603.1	44967.3
	Exact	26603.3	44967.9

섬유각의 증가에 따라 고유진동수가 점차 증가하는데 그 이유는 식 (18)의 인장방향 강성계수인 a_{11} 이 섬유각의 증가에 따라 점차 증가하기 때문이다.

Table 3은 Fig. 9의 해석결과를 검증하기 위해 LTM 방법으로 엄밀해를 구해 해석결과를 비교하였다. 표에서 보는 바와 같이 근사해가 엄밀해와 거의 유사한 결과를 나타내는 것을 알 수 있다.

Fig. 10은 H형 단면 보의 섬유각의 변화에 따른 순 비틀림 고유진동수의 변화를 나타내고 있다. 그림에서 Case (A)는 보의 크기가 0.254(b) × 0.254(c) × 0.01(h) × 2.032(L) m이며 Case (C)는 0.05(b) × 0.05(c) × 0.01(h) × 2.032(L) m의 보를 나타내고 있다. Case (C)의 경우 와핑 구속의 효과가 미미한 반면, Case (A)의 경우에는 와핑효과가 현저하게 나타나는 것을 알 수 있었다. 그리고 와핑 구속의 효과는 섬유각의 클수록 와핑 강성이 더 커지는 것을 확인하였다.

4. 결 론

이 연구에서는 복합재 H형 단면 보에 대해 1차, 2차 와핑효과, 전단변형 효과를 고려한 운동방정식과 경계조건을 유도하였다. 유도한 운동방정식을 Extended Galerkin 방법을 이용하여 수치해석을 수행하였으며 섬유각의 변화에 따른 와핑효과, 전단변형 효과, 구조연성 효과에 대한 영향을 고찰하였다. 해석결과를 통해 두께가 얇은 벽판 복합재의 경우 와핑효과와 전단변형 효과가 무시될 수 없음을 확인하였으며 섬유각을 달리함에 따라 구조물의 고유진동수가 대단히 크게 변화 하였으며 구조물의 중

량, 형상, 크기를 변화시키지 않고도 복합재료의 이방성에 따른 각 거동간의 연성효과를 적절히 이용하여 구조물의 사용조건에 맞게 설계가 가능함을 확인하였다.

이 연구 결과를 통해 무게가 가볍고 높은 강성을 요하는 첨단 건축물이나 항공기 및 우주선을 복합재 보를 이용하여 설계 시 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

이 연구는 2009년도 충남대학교 학술연구비에 의해 지원되었음.

참 고 문 헌

(1) Vlasov, V. Z., 1961, "Thin-walled Elastic Beams," 2nd Edition, Jerusalem, Israel Program for Scientific Translation.(First Edition: Stroizdat, Moscow, 1940.)

(2) Goodier, J. N., 1942, "Torsional and Flexural Buckling of Bars of Thin-walled Open Section Under Compressive and Buckling Loads," Journal of Applied Mechanics, Vol. 64, pp. A-103~107.

(3) Timoshenko, S. P., 1945, "Theory of Bending, Torsion and Buckling of Thin-walled Members of Open Cross-Section," Journal of the Franklin Institute, Vol. 239, No. 3, 4, 5, pp. 201~219.

(4) Gere, J. M. and Lin, Y. K., 1958, "Coupled Vibration of Thin-walled Beams of Open Cross Section," Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 25, pp. 373~378.

(5) Yu, Y. Y., 1972, "Variational Equation of Motion for Coupled Flexure and Torsion of Bars of Thin-walled Open Section Including Thermal Effects," Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 38, No. 2, pp. 502~506.

(6) Beam, R. M. and Yagoda, H. P., 1973, "On the Torsional Static Stability and Response of Open Section Tubes Subjected to Thermal

Radiation Loading," International Journal of Solids and Structures, Vol. 9, pp. 151~175.

(7) Murozono, M., Hashimoto, Y. and Sumi, S., 1985, "Thermally-induced Vibration and Stability of Booms with Open Cross Section Caused by Unidirectional Radiant Heating," Transactions of Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 33, No. 383, pp. 719~727.

(8) Librescu, L. and Song, O., 1992, "On the Static Aeroelastic Tailoring of Composite Aircraft Swept Wings Modelled as Thin-walled Beam Structures," Composite Engineering, Vol. 2, No. 5~7, pp. 497~512.

(9) Choi, J. and Song, O., 2008, "Effect of Boundary Conditions on the Stability Characteristics of Nanopipes," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 10, pp. 1057~1064.

(10) Song, O. and Librescu, L., 1993, "Free Vibration of Anisotropic Composite Thin-walled Beams of Closed Cross-section Contour," Journal of Sound and Vibration, Vol. 167, No. 1, pp. 129~147.

(11) Song, O. and Librescu, L., 1995, "Dynamic Theory of Open Cross-section Thin-walled Beams Composed of Advanced Composite Material," Journal of Thermoplastic Composite Materials, Vol. 8, No. 2, pp. 225~238.

(12) Chandra, R. and Chopra, I., 1991, "Experimental and Theoretical Analysis of Composite I-Beams with Elastic Coupling," AIAA Journal, Vol. 29, No. 12, pp. 2197~2206.

(13) Lee, S. H., Shin, S. H. and Yoo, H. H., 2003, "Flapwise Bending Vibration Analysis of Rotating Cross-ply Composite Beams," Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 994~999.

(14) Savic, V., Tuttle, M. E. and Zabusky, Z. B., 2001, "Optimization of Composite I-sections Using Fiber Angles as Design Variables," Composite Structures, Vol. 53, pp. 265~277.

(15) Cardoso, J. B., Sousa, L. G., Castro, J. A.

and Valido, A. J., 2002, "Optimal Design of Laminated Composite Beam Structures," Structural Multidisciplinary Optimization, Vol. 24, pp. 205~211.

(16) Song, O., Ha, T. and Librescu, L., 2003, "Dynamics of Anisotropic Composite Cantilevers Weakened by Multiple Transverse Open Cracks," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 70, pp. 105~123.

(17) Kim, S. K. and Yoo, H. H., 2001, "Vibration Analysis of Rotating Composite Cantilever Plates," Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 407~413.

참조), (1)은 H형 보의 플랜지(flange)를 의미하며, (2) 보의 웹(web)을 의미한다. 여기서 K_{ij} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_{11} &= A_{22} - A_{12}^2/A_{11} \\ K_{12} &= A_{26} - A_{12}A_{16}/A_{11} = K_{21} \\ K_{43} &= 2(D_{26} - B_{12}B_{16}/A_{11}) \\ K_{44} &= D_{22} - B_{12}^2/A_{11} \\ K_{53} &= 2(D_{66} - B_{16}^2/A_{11}) \end{aligned}$$

위 식에서 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} 는 다음식으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^N \overline{Q_{ij}^k} [n_k - n_{k-1}] \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \overline{Q_{ij}^k} [n_k^2 - n_{k-1}^2] \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \overline{Q_{ij}^k} [n_k^3 - n_{k-1}^3] \end{aligned}$$

부 록

A.1 강성계수(Stiffness coefficients)

$$\begin{aligned} a_{11} &= 2cK_{11}^{(1)} + bK_{11}^{(2)} \\ a_{14} &= -2cK_{12}^{(1)} \\ a_{22} &= \frac{c^3}{6} K_{11}^{(1)} + bK_{44}^{(2)} \\ a_{33} &= \frac{b^2c}{2} K_{11}^{(1)} + \frac{b^3}{12} K_{11}^{(2)} + 2cK_{44}^{(1)} \\ a_{37} &= 2cK_{43}^{(1)} \\ a_{43} &= -bcK_{12}^{(1)} \\ a_{44} &= 2cK_{22}^{(1)} + bA_{44}^{(2)} \\ a_{55} &= bK_{22}^{(2)} + 2cA_{44}^{(1)} \\ a_{66} &= \frac{b^2c^3}{24} K_{11}^{(1)} + \frac{c^3}{6} K_{44}^{(1)} + \frac{b^3}{12} K_{44}^{(2)} \\ a_{77} &= 4cK_{53}^{(1)} + 2bK_{53}^{(2)} \end{aligned}$$

여기서 b 와 c 는 보의 폭과 높이를 의미하며(Fig. 1

A.2 질량계수(Mass coefficients)

$$\begin{aligned} b_1 &= \rho h(2c + b) \\ b_4 &= \rho h \left(\frac{b^2c}{2} + \frac{b^3}{12} \right) \\ b_5 &= \rho h \frac{c^3}{6} \\ b_{10} &= \rho h \frac{b^2c^3}{24} \\ b_{14} &= \rho h^3 \frac{c}{6} \\ b_{15} &= \rho h^3 \frac{b}{12} \\ b_{18} &= \rho h^3 \left(\frac{b^3}{12} + \frac{c^3}{6} \right) \end{aligned}$$

여기서 ρ 는 보의 밀도를 의미한다.