

비와 비율 영역에 대한 우리나라와 싱가포르 교육과정 및 교과서 비교

-TIMSS 평가목표와 공개문항을 중심으로

김 경 희* · 백 희 수**

TIMSS 2007에서 싱가포르는 우리나라에 비해 전반적인 성취도는 낮았지만, 싱가포르가 보여준 우수한 성적은 여러 국가에서 싱가포르의 교육을 연구하는 계기를 만들어주었다. 이 논문에서는 싱가포르가 우리나라에 비하여 높은 정답률을 나타낸 ‘분수와 소수’, ‘비, 비례식, 백분율’, ‘측정’의 3가지 주제 중 ‘비, 비례식, 백분율’의 영역을 비교 분석하였다. TIMSS 2007의 공개문항을 4가지의 평가 목표에 따라 살펴본 후 우리나라와 싱가포르 교과서에서 이를 어떻게 다루고 있는지 비교 분석하여 다음과 같은 차이점이 있음을 알 수 있었다. 첫째, 싱가포르 교과서가 비 개념을 1년 먼저 도입하고 있었다. 둘째, 싱가포르 교과서는 ‘비, 비례식, 백분율’의 주제에 대하여 학년별로 반복 심화하여 다루고 있으며 그 양적인 면에서도 많았다. 셋째, 비 개념의 도입과 정의에 차이가 있었다. 넷째, 비례식을 도입하는 방식이 달랐으며, 싱가포르는 이를 실생활에서 활용할 수 있는 문제를 많이 제시하고 있었다. 이러한 차이점을 바탕으로 우리나라 교육과정과 교과서에 적용해 볼 수 있는 시사점을 제시하였다.

1. 서론

2008년 12월 TIMSS(trends in international mathematics and science study) 2007의 결과가 발표되었다. 세계 60여 개국이 참가한 가운데 우리나라는 수학 교과에서 2위를 고수하며, 높은 성취도 우위를 차지하고 있다.

싱가포르는 TIMSS 1999, TIMSS 2003에서 1위를 차지하였으나 TIMSS 2007에서는 3위에 머물렀고, 우리나라와 유의한 성취도 차이를 보였다(김경희 외, 2008). 이번 주기에서 우리나라에 비해 전반적인 성취도가 하락하였지만, 싱가포르는 여전히 국제적으로 우수한 수학 성취도를 보이고 있다. TIMSS의 최근 결과에서 싱가포르가 보여준 우수한 성적은 여러 국가에

서 싱가포르의 교육을 연구하는 계기를 만들어 주었다. 이에 수학 평가영역의 각 주제에 대하여 우리나라와 싱가포르의 정답률을 구하여 그 차이를 <표 I-1>에서 통계적으로 살펴보았다.

TIMSS 2007의 결과에서 각 주제별로 정답률을 비교했을 때, 우리나라는 싱가포르에 비해 정수, 패턴, 대수식, 방정식/식 그리고 함수, 도형, 위치와 이동, 자료 조직과 표현, 가능성의 주제에서 정답률이 유의하게 높았다. 하지만 정답률이 유의하게 낮은 주제도 있었는데, ‘분수와 소수’, ‘비, 비례식, 백분율’, ‘측정’의 3가지 주제이다.

이에 본 연구는 위의 세 가지 주제 중 정답률이 가장 차이가 있는 ‘비, 비례식, 백분율’의 주제를 싱가포르와 우리나라의 교육과정과 교과서를 비교하고자 한다. TIMSS 2003에서도

* 한국교육과정평가원 (khee@kice.re.kr)

** 고려대학교 강사 (jasmin47@hanmail.net)

<표 I-1> 주제별 정답률 비교

내용영역	주제	대한민국	싱가포르
수	범자연수	74.2	73.9
	분수와 소수	74.9	77.6***
	정수	70.6	67.5*
	비, 비례식, 백분율	73.5	78.3***
대수	패턴	67.0	62.9***
	대수식	75.0	73.5*
	방정식/식 그리고 함수	71.4	63.2***
기하	도형	72.7	66.4***
	측정	70.0	73.6***
	위치와 이동	76.0	69.2***
자료와 가능성	자료 조직과 표현	87.0	83.8***
	자료 해석	64.8	63.8
	가능성	82.8	69.9***

* p<.05, **p<.01, *** p<.001

내용 영역별 평균 정답률을 보면, 우리나라는 수영역에서 싱가포르보다 낮았는데, 특히 ‘비, 비율, 백분율’의 차이가 컸다(김선희, 김경희, 2008). 이러한 결과를 평가해 볼 때, 이 주제의 싱가포르 교육과정과 교과서를 분석하고 우리나라 교육과정과 교과서에 적용해 볼 수 있는 시사점을 제시해 보고자 한다.

TIMSS 2007의 우리나라 결과는 중학교 2학년 학생들을 대상으로 산출된 것이다. TIMSS는 4학년을 대상으로도 평가를 실시하고 있다. 8학년 학생들의 결과를 살펴볼 것이므로, 교육과정과 교과서는 5~8학년에 해당하는 것만 대상으로 할 것이다.

II. 싱가포르 교육과정의 이해

우리나라와 싱가포르의 교육과정을 교육목표, 교육과정 틀, 수준별 교육과정의 측면에서 살펴본다. TIMSS 2007 결과에 대한 분석과 관련지으려는 목적이기 때문에, 싱가포르는 2008년 최근 교육과정 대신 2001년의 교육과정을, 우리나라는 7차 교육과정을 중심으로 살펴볼 것이다.

1. 교육목표

싱가포르의 수학 교육목표는 다음과 같다.

수학교육은 학생들이 다음을 할 수 있게 하는 것을 목표로 한다.

- 생활에서 만나는 수학적 상황에서 수, 측정, 공간과 관련된 지식과 기술을 익히고 적용한다.
- 수학과 다른 학문을 더 공부하는 데 필요한 수학적 개념과 기술을 익힌다.
- 수학 문제 해결을 통해 수학적 사고와 추론 기술을 전개할 뿐 아니라 논리적 연역과 귀납을 하는 능력을 발전시킨다.
- 수학적 아이디어와 주장을 정확하고 간결하고 논리적으로 의사소통하기 위해 수학적 언어를 사용한다.
- 자신감, 흥미, 인내심을 포함하여 수학에 대한 긍정적인 태도를 기른다.
- 규칙성과 관계를 포함하여, 수학의 힘과 구조를 인정하고 지적 호기심을 증진시킨다.

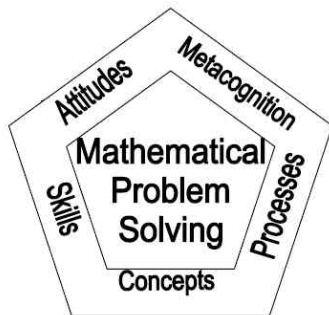
우리나라는 수학의 개념, 원리, 법칙의 이해, 문제해결, 흥미와 관심 및 문제해결 태도의 3가지를 교육 목표로 삼고 있는데 반해, 싱가포르는 6가지를 교육목표로 삼고 있다. 처음 두 가지는 우리나라와 마찬가지로 수학의 개념, 원리, 법칙에 대한 이해를 말하고 있다. 하지만 그것을 배우는 목적이 명시되어 있는데, 첫 번째는 일상의 삶에서 필요한 지식과 기술을 학습하는 것이고, 두 번째는 학업을 지속하는 데 필요한 수학을 학습하는 것이다. 세 번째 목표는 수학적 사고와 추론에 대한 것으로 우리나라 개정 교육과정에서 수학적 사고를 강조한 것을 연상하게 한다. 네 번째 목표는 수학에서의 의사소통을 강조한 것으로, 의사소통을 수학교육 목표로 삼는 것은 세계적인 추세이다(NCTM, 2000). 다섯째와 여섯째의 교육목표는 정의적 영역과 관련된 것으로 수학에 대한 긍정적인 태도와 가치 인식을 말하고 있다.

TIMSS에서는 수학, 과학 성취도 외에 배경 변인으로 수학에 대한 관심, 호기심, 가치 인식을 조사하고 있는데, 싱가포르의 수학에 대한 가치 인식이 높은 편이다. 수학을 학습하는 것이 무엇을 위한 것인지가 처음 두 가지 목표에 제시되고, 수학의 가치 인식을 마지막 목표로 삼고 있는 만큼 그에 대한 교육이 어떤 내용과 방법으로든 이루어졌을 것임을 짐작케 한다.

2. 교육과정 틀

우리나라의 7차 교육과정은 수학과와 성격, 목표, 학년별 내용영역, 교수·학습, 평가의 5개 파트로 나누어져 있다. 교육목표는 국민공통기본교육과정의 전체 목표와 각 단계별 목표가 내용 중심으로 기술되어 있고, 내용영역은 수와 연산, 문자와 식, 규칙성과 함수, 도형, 측정, 확률과 통계의 6개로 나뉜다. 교수·학습 방법에서는 교육과정 운영, 심화 보충학습, 다양한 교수 학습 방법, 문제해결의 교수 학습, 내용 영역별 교수 학습, 교육 기자재의 활용이 소개되어 있다.

싱가포르는 수학 교육과정의 개념틀을 [그림 II-1]과 같이 제시하고 있다(Ministry of Education, 2001a, 2001b).



[그림 II-1] 싱가포르의 수학 교육과정 틀

수학적 문제해결(Mathematical Problem Solvi-

ng)을 중심에 두고, 개념(Concepts), 기술(Skills), 태도(Attitudes), 메타인지(Metacognition), 과정(Processes)의 5가지 요소를 오각형으로 나타낸 것이다. 궁극적인 교육 목표를 수학 문제해결 능력의 신장으로 보고, 그와 관련된 요소를 기초로 문제해결 능력 신장을 내세우고 있는 것이다.

개념은 수치적, 기하적, 대수적, 통계적 개념을 포함하며, 수학 문제해결에 필요한 기본적인 수학 지식을 말한다. 기술은 어림과 근사, 암산, 의사소통, 수학적 도구의 사용, 산술 조작, 대수 조작, 자료 다루기와 같이 문제를 해결할 때 수행하리라 기대되는 조작 기술을 말한다. 과정은 사고 기술과 문제해결 발견술로 구분된다. 사고 기술은 분류하기, 비교하기, 열거하기, 부분과 전체 분석하기, 패턴과 관계 확인하기, 귀납, 연역, 공간 시각화를 포함하며, 발견술은 실행하기, 다이어그램/모형 활용하기, 체계적인 리스트 만들기, 패턴 찾기, 거꾸로 하기, 전후 개념 활용하기, 추측하고 확인하기, 가설(supposition) 세우기, 다른 방법으로 문제 재진술하기, 문제 단순화하기, 문제의 일부 풀기이다. 태도는 수학 학습의 정의적 측면을 말하며, 수학을 하는 것을 즐기기, 수학의 아름다움과 힘을 인정하기, 수학을 사용하는 데 있어 자신감 보여주기, 문제를 해결하는 인내심 갖기를 포함한다. 메타인지는 문제 해결 동안 자신의 사고 과정을 모니터링하는 능력을 말한다. 과제를 수행하는 데 사용되는 전략과 사고 과정을 일관되고 호기심 있게 모니터링하고, 과제를 수행하는 대안의 방법을 찾고, 해의 적절성과 타당성을 확인하는 것이다.

이렇게 상세한 틀은 수학교육에서 추구하는 목표를 재확인시켜주며, 교육 내용의 구성에 대한 근거가 되고 있다.

3. 수준별 교육과정

우리나라는 7차 교육과정에서 단계형 수준별 교육과정을 시행하였다. 우리나라의 수준별 교육과정은 각 단계를 이수해야만 다음 단계로 진행하는 것이 가능하며, 이수하지 못했다는 판정을 받을 때는 특별보충과정을 거치게 되어 있다. 각 단계 내에서는 심화, 보충 과정이 운영되도록 되어 있다.

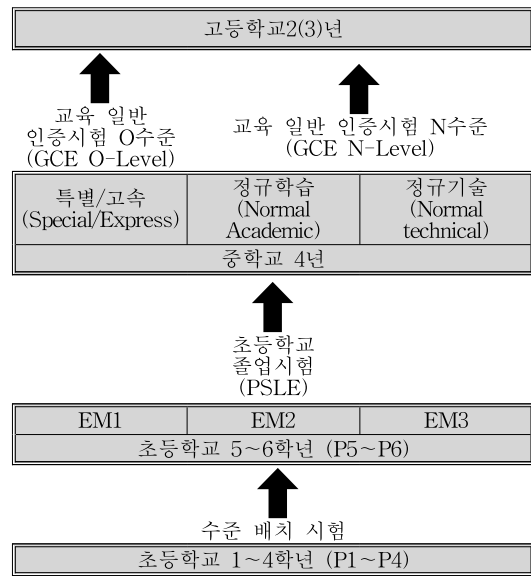
이에 비해 싱가포르의 학생의 능력에 따라 트랙(track)이 정해진다. 1~4학년까지의 기초 단계는 공통으로 정해져 5학년부서는 EM1, EM2, EM3의 세 수준으로 계열화가 시작된다. 수학 교육과정 상에서 EM1과 EM2의 내용은 4학년 이후의 학습에 필요한 내용으로 위계적으로 구성되고 내용이 차별되지 않는다. 그러나 EM3은 EM1과 EM2의 내용 중 쉬운 것을 학습하도록 하면서, 4학년까지의 내용을 일부 반복하여 학습하도록 되어 있다([그림 II-2]). 초등학교 졸업시험을 치르면 특별/고속과정(special/express course), 정규학습과정(normal academic course), 정규기술과정(normal technical course)로 구분하여 중학교 과정을 학습하게 된다. 중학교의 세 가지 트랙의 교육 내용은 수준에 따라 차별적으로 분화되어 있다.

III. 비와 비율에 대한 교육과정 내용

우리나라와 싱가포르의 교육과정 틀은 서로 상이하므로 TIMSS 2007의 내용영역 평가들에 따라 교육내용을 비교해 본다.

비와 비율의 주제는 수영역의 내용에 포함된다. 우리나라 7차 교육과정과 싱가포르의 교육과정에서 학년별 내용을 살펴보면 <표 III-1>과 같다.

5학년 EM1과 EM2에서는 비율, 비, 백분율의



[그림 II-2] 싱가포르의 학제 및 시험

개념이 다루어지는데, 이는 우리나라보다 1년 앞선 것이다. 6학년에서는 비 개념이 확대되어 정비례를 다루며, 이 또한 우리나라에 비해 1년 앞선 것이다. 6학년에서 다루어지는 수영역의 내용은 모두 비, 비율, 비례식에 대한 것이다.

싱가포르의 7학년에서는 범자연수, 분수와 소수, 어렵과 근삿값, 비, 비율, 비례, 백분율 내용이 반복하여 다루어지는 나선형 구조를 보인다. 우리나라 교육과정은 비, 비율, 비례, 연비의 내용이 각 단계에서 한 번씩 제시되고 있는 반면, 싱가포르의 교육과정은 비와 비례에 대한 내용을 초등학교 5학년에서 중학교 1학년 까지 매 학년마다 확장, 심화되도록 제시하고 있다.

‘비, 비례식, 백분율’ 주제의 학습 내용의 조직 및 계열성의 차이를 살펴보면, 우리나라에서 비와 비례단원이 규칙성과 함수 영역의 하위 항목인 반면, 싱가포르는 비와 비례, 비율, 백분율 영역은 독립적인 내용체계를 구성하고 있다. 또한 앞에서 언급한 바와 같이 우리나라

는 6-가 단계의 비와 비율 단원에서 처음으로 비 개념을 제시하고 있으나 싱가포르는 초등학교 5학년 1학기에 비 단원을 통해 처음으로 비 개념을 제시하고 있다.

우리나라의 경우 정비례의 개념은 함수 개념 도입을 위하여 7-가 단계에서 다루지만, 싱가포르의 경우 초등학교 과정에서 비, 비율, 비례식과 함께 정비례의 내용을 다루고 있다. 즉, 비례개념의 학습이 보다 체계적으로 연계되어 제시되고 있음을 알 수 있다.

IV. 비와 비율 영역의 교과서 비교

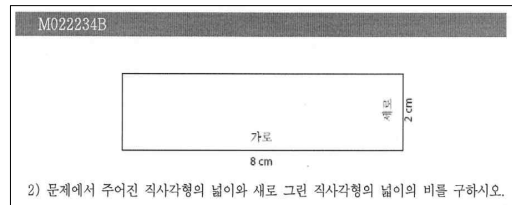
TIMSS 2007의 평가틀에서 비, 비례식, 백분율에 대한 평가목표는 4가지이다. 각 평가목표와 TIMSS 2007의 공개문항을 살펴본 후 우리나라와 싱가포르 교과서에서 이를 어떻게 다루고 있는지 비교 분석하여 본다.

1. 첫 번째 평가목표와 교과서 비교

첫 번째 평가 목표는 다음과 같다.

동치인 비를 구별하고 찾아낸다;
비를 표현한다.

TIMSS 2007의 공개문항 중 M022234B는 M022234A의 문항과 연계된 것으로 문제에 주어진 직사각형의 넓이와 새로 그린 직사각형의 넓이의 비를 구하는 것이다. 우리나라의 정답률은 49.5%로 56.0%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 유의하게 낮았다.



TIMSS 2007의 공개문항 중 M032142는 주어진 표에서 여학생 수에 대한 남학생 수의 비율을 구하여 같은 것을 찾는 문항이다. 우리나라

<표 III-1> 우리나라 7차 교육과정과 싱가포르의 교육과정에서 비와 비율

TIMSS 2007 평가틀	우리나라 7차 교육과정		싱가포르 교육과정	
	내용	학년	내용	학년
· 동치인 비를 구별하고 찾아낸다; 비를 표현한다.	두 수량 사이의 비와 비율의 의미를 이해한다.	6-가	· 비율 · 비	5학년(EM1/2) 6학년(EM3) 7학년
	연비의 뜻을 알고, 세 양의 관계를 연비로 나타낼 수 있다.	6-나		5학년(EM1/2) 7학년
· 양을 주어진 비에 따라 분할한다.	비례배분의 뜻을 알고, 주어진 양을 비례배분할 수 있다.	6-나		
· 백분율을 분수나 소수로, 분수나 소수를 백분율로 바꾼다.	비율을 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있다.	6-가	· 다른 것의 백분율로서의 양	6학년(EM1/2)
· 백분율과 비례식을 포함하는 문제를 해결한다.	비례식을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	6-가	· 정비례	6학년
	정비례와 반비례	7-가	· 속력 · 비와 정비례	6학년(EM1/2) 7학년(정규기 술과정)
			· 백분율의 개념 · 양의 백분율	5학년(EM1/2) 6학년(EM3) 7학년

M032142

반	남학생	여학생
1	12	9
2	14	11
3	16	12
4	18	15

위 표는 네 반의 남학생 수와 여학생 수를 나타낸 것이다. 여학생 수에 대한 남학생 수의 비율이 같은 두 반은?

① 1반과 2반
 ② 1반과 3반
 ③ 2반과 3반
 ④ 2반과 4반

의 정답률은 82.8%로 83.8%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 다소 낮았다.

비 개념을 처음 도입하는 과정과 비를 표현하는 활동을 두 나라의 교과서를 통하여 살펴 보았다. 우리나라 교과서 6-가 단계에서는 [그림 IV-1]에서 보듯이 ‘비’는 두 양을 비교하기 위한 개념이란 측면에서 비교하는 방법을 알아보도록 도입하고 있다. 활동 1에서 남학생, 여학생 수만큼 ○와 △를 그리게 하고 이것을 수 3과 5를 가지고 비교를 할 수 있다고 생각하는지를 묻고 있다. 그러나 우리나라 교과서에서 비 개념 도입 시 3과 5라는 숫자를 통해 기대되는 반응은 여학생이 남학생보다 2명 더 많다는 가법적인 비교를 더 드러내고 있다고 할 수 있다. 여학생이 남학생의 $\frac{5}{3}$ 배이다라는 대답을 하기에는 힘들어 보인다. 하지만 이런 방법은 만일 여학생의 수를 6명으로 했다면 여학생이 남학생보다 2배 많다는 승법적 관계를 더 쉽게 찾아 낼 수 있을 것으로 생각된다.

Piaget et al.(1977)는 아동들의 비례관계의 발달을 비수량적 사고 단계, 서수적 단계, 초서수적 단계, 비례적 단계의 4단계로 구분하였다. 즉 학생들의 비례 개념은 가법적 사고 이후에 발달한다는 것이다. 다른 연구에서도 학생들이 비례개념에 앞서 가법적으로 추론함을 보고하였다(Karplus et al., 1983; Lesh et al., 1988). 그러나 학생들은 가법적 사고에서 배 개념에 근

거한 비례적 추론으로 발달해가는 데서 어려움을 겪는다는 것이다. 즉 많은 학생들이 비례적이 추론을 해야 하는 상황에서 비례적 추론을 하지 못하고 여전히 덧셈적 추론을 한다는 것이다(Karplus et al., 1983; 유현주, 1995).

그러므로 우리나라 교과서의 비와 비율을 처음 도입하여 학생들을 지도할 때, 가법적 사고를 곱셈을 중심으로 한 승법적 사고로 전환시킬 수 있는 개념 도입이 필요하다.

두 수의 비를 알아보자.

생활에서 알아보기

칠수네 모둠에는 남학생이 3명, 여학생이 5명이다. 남학생 수와 여학생 수를 비교하는 방법을 알아보자.

활동 1 남학생 수와 여학생 수를 여러 가지 방법으로 비교해보자.

● 표에 남학생 수만큼 ○, 여학생 수만큼 △를 그려라.

남학생	여학생

● 숫자만 가지고 비교할 수 있다고 생각하는가?

● 왜 그렇게 생각하는가?

약속 남학생 수와 여학생 수를 비교하기 위하여 기호 :을 사용한다. 남학생 수 3명과 여학생 수 5명을 비교하는 것은 3:5로 나타내고, 3대 5라고 읽는다. 이것을 5에 대한 3의 비 또는 3의 5에 대한 비라 하고 간단히 3과 5의 비라고 한다.

82

[그림 IV-1] 우리나라 교과서의 비 개념 도입 방식(6-가, 82쪽)

반면에 [그림 IV-2]의 싱가포르의 교과서를 살펴보면, 실생활에서 친숙한 소재를 통해 비 개념을 도입하고 곧바로 비의 기호적인 표현에 대해 설명하고 있다. 우리나라 교과서에서는 3과 5라는 숫자를 통해 비를 처음 배우는 데 비해 싱가포르는 가장 간단한 정수비 2:1을 통해 비를 도입하기 때문에 가법적으로 비를 비교할

소지가 더 적다.

즉, 싱가포르 교과서에서는 비 개념에서 핵심적인 사고 방식인 승법적 사고를 유도하고 있는 것으로 보인다. 비 개념은 수학적 사고에 있어서 가법적 사고가 아닌 승법적 사고와 연관되어 있다(Piaget et al., 1977; NCTM, 2000). 이러한 관점에서 싱가포르 교과서는 학생들의 사고에 혼란을 주지 않으면서 비 개념에서 가장 중요한 사고를 발전시키는 방향으로 도입을 하고 있음을 알 수 있다.



[그림 IV-2] 싱가포르 교과서의 비 개념 도입 방식(5-A, 148쪽)

비 개념에 대하여는 시대에 따라 나라에 따라 학자에 따라 차이가 있으며 그 의미를 명확히 하는 것은 어려워 보인다. 따라서 비 지도에 대해 문제가 있는 것은 우리나라 뿐 아니라 전 세계적으로 공통적인 현상일 것이라고 생각된다.

그럼에도 불구하고 비의 진정한 의미를 생각

해 보면, 단순히 두 양을 비교한 정적인 결과만을 생각하는 것이 아니라, 상황이나 크기가 바뀌어도 그 안에 내재하는 관계가 같다는 구조의 불변성을 인식하는 것이다(정은실, 2003).

비와 관련하여 Freudental(1976)은 교수현상학적 분석에 의해 엄밀한 알고리즘적인 접근에 앞서야 하는 교수 과정을 ① 사상(mapping)에 의한 비의 보전과 비보존(non-preservation) 인식 ② 비 보존 사상 구성 ③ 비 보존 사상 구성에서 갈등 해결 ④ 비 보존에 대한 준거 다루기 ⑤ 비 보존에 대한 준거 형식화 ⑥ 그 준거의 필요충분조건 결정 등으로 구분하고 있다.

비를 효율적으로 지도하려는 노력은 오래전부터 있어 왔다. 비의 개념 지도에 있어서 비 개념의 본질을 인식하게 하는 사고 교육보다는 비 그 자체의 외형적 표현과 기계적 알고리즘에 치우쳐 있지 않나를 살펴보아야 할 것이다. 비에 대한 학습지도가 알고리즘에 지나치게 집중되어 있다면 학생들은 비록 계산은 능숙하게 할 수 있다 해도 그 개념의 진정한 의미를 제대로 파악할 수 없다.

2. 두 번째 평가목표와 교과서 비교

비, 비례식 백분율의 두 번째 평가 목표는 다음과 같다.

양을 주어진 비에 따라 분할한다.

TIMSS 2007의 공개문항 중 M022106은 승객의 수를 주어진 비로 나누는 비례배분 관련 내용이다. 우리나라의 정답률은 75.4%로 80.4%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 유의하게 낮았다.

M022106

버스 안에 36명의 승객이 있다. 이 중 어린이와 어른의 비는 5 : 4이다. 버스에 타고 있는 어린이의 수를 구하시오.

답: _____

TIMSS 2007의 공개문항 중 M032160은 주어진 양을 그 안에 들어있는 성분의 비율을 이용하여 각 성분의 양을 구하는 문항이다. 우리나라 정답률은 60.4%로 51.8%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 유의하게 높았다.

M032160

금 1g 당 은 4g의 비율로 섞은 합금이 있다. 합금 40g에는 은이 몇 g 들어 있는가?

① 8
② 10
③ 30
④ 32

TIMSS 2007의 공개문항 중 M042055는 주어진 학생 수를 남학생과 여학생의 비로 나누는 비례배분에 해당하는 문항이다. 우리나라 정답률은 85.7%로 87.4%의 정답률을 보인 싱가포르에 비해 다소 낮았다.

M042055

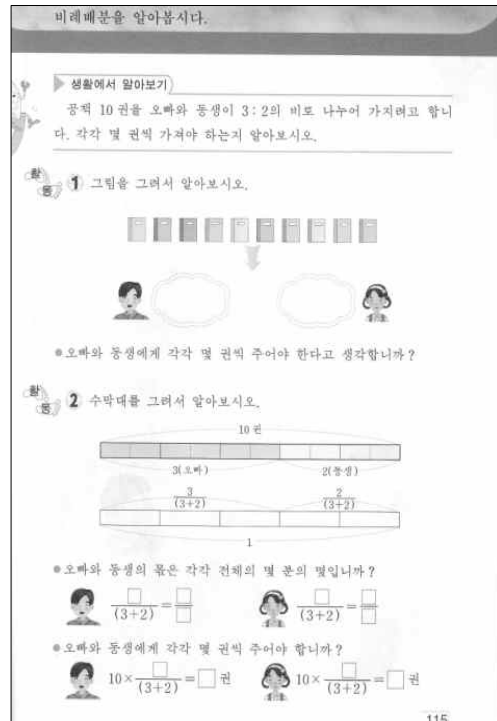
어떤 학급에 30명의 학생들이 있다. 이 학급의 남학생과 여학생의 비는 2:3이다. 이 학급의 남학생 수는?

① 6
② 12
③ 18
④ 20

양을 주어진 비에 따라 분할하는 학습은 우리나라의 경우 6-나 단계에서 이루어지며, 싱가포르의 경우 5학년 1학기에서 다루어 도입 시점에서 차이가 있음을 알 수 있다.

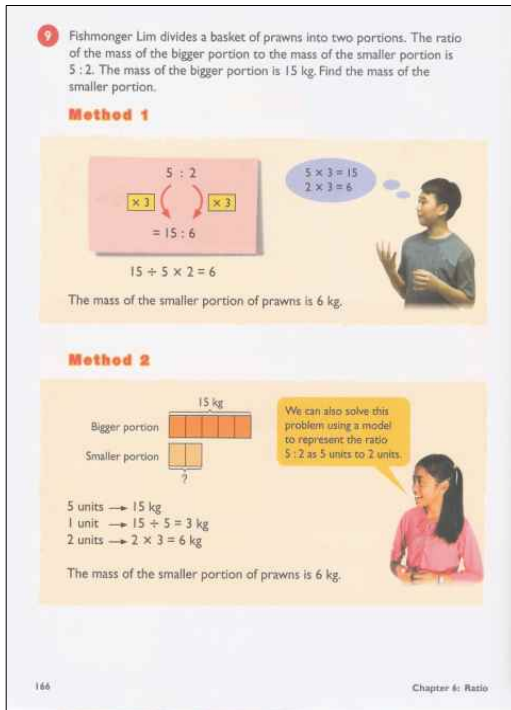
우리나라 6-나 단계에서는 연비를 다룬 후 [그림 IV-3]과 같이 비례배분을 다룬다. 공책 10권을 3:2의 비로 나누는 상황을 제시하여 비례배분의 필요성을 알게 하고 먼저 그림을 그려서 3:2의 비로 나눈 양을 직관적으로 알아보도록 한다. 그 후 10권의 공책을 띠 모양의 모델에 나타내고, 비례배분 하는 방법을 제시하고 있다.

[그림 IV-4]는 싱가포르 5학년 1학기 교과서에서 비례배분을 다루는 부분이다. 전체의 양이 주어진 문제는 아니지만 전체를 5:2로 비례



[그림 IV-3] 우리나라 교과서의 비례배분 개념 도입 방식(6-나, 113쪽)

배분 했을 때, 큰 부분의 양이 주어지고 이를 바탕으로 작은 부분의 양을 구해야 하는 문제를 제시하고 있다. 싱가포르 교과서에서는 두 가지 방식으로 이 문제의 해결방법을 제시하고 있다. 첫 번째 방법은 동치비를 이용하는 것이고, 두 번째 방법은 비례식의 풀이 방법에서 사용했던 한 단위 전략을 사용하는 것이다. 한 단위를 계산하여 주어진 비에 해당하는 양을 계산하기 때문에 우리나라 교과서에서 제시하는 전체를 주어진 비로 나누는 비례배분에 대하여 추가적으로 교과서에서 제시하지 않고 있다. 다만, 한 단위 전략을 사용할 경우 한 단위를 구하기 위하여 나누는 과정이 필요하므로 주어진 문제 상황이 정수비 관계에 있지 않을 경우 분수를 사용하여 문제를 해결하는 방법을 지도하는 것이 필요할 것이다.



[그림 IV-4] 싱가포르 교과서의 한 단위 전략을 이용한 비례배분 제시 방식(5-A, 166쪽)

3. 세 번째 평가목표와 교과서 비교

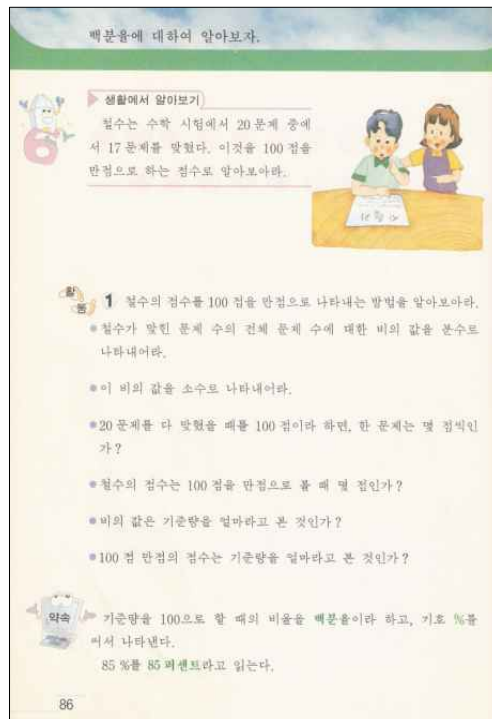
세 번째 평가 목표는 다음과 같다.

백분율을 분수나 소수로, 분수나 소수를 백분율로 바꾼다.

이 목표에 관련된 TIMSS 2007 공개문항은 없었으나 두 교과서의 내용 분석을 위하여 백분율과 관련한 부분을 어떻게 제시하고 있는지 살펴보고자 한다.

우리나라 교과서 6-가 단계에서는 비와 비율이라는 단원에서 3페이지에 걸쳐 백분율을 다루고 있다. 즉, 우리나라 교과서에서는 백분율을 단지 3페이지에 걸쳐 다루고 있는 것이 전부이다. 그러나 싱가포르는 5학년 2학기 교과서에서 백분율이라는 단원이 독립적으로 있으며 26페이지 분량으로 다루고 있다. 또한 6학

년 1학기 교과서에서도 백분율이라는 단원이 있으며 27페이지에 걸쳐 앞서 배운 내용을 복습하고 심화시키고 있음을 알 수 있다. 뿐만 아니라 7학년 2학기 교과서에도 백분율을 20페이지 분량으로 다루고 있으며, 일상생활에 밀접한 할인율, 세금 계산 등 일관성을 가지고 지속적인 복습과 심화를 하고 있었다.

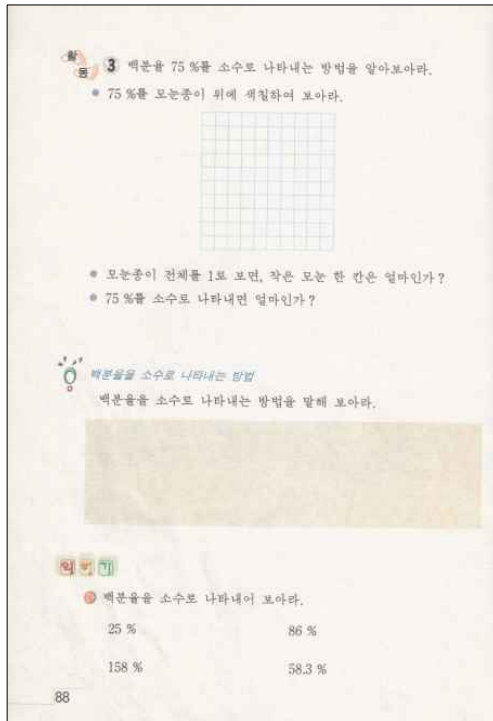


[그림 IV-5] 우리나라 교과서의 백분율 개념 도입 방식(6-가, 86쪽)

[그림 IV-5]는 우리나라 6-가 단계에서 백분율을 도입하고 설명하는 부분이고, [그림 IV-6]은 백분율을 100모형 모델을 이용하여 소수로 바꾸는 활동을 보여준다. [그림 IV-7]은 싱가포르 5학년 2학기 교과서에서 백분율의 개념을 도입하고 있는 장면이다. 우리나라 교과서에서는 100점 만점인 시험점수를 이용하여 백분율을 도입하고 있었지만, 싱가포르는 100송이의 꽃을 이용하여 도입하고 있다. 이후 모눈종이

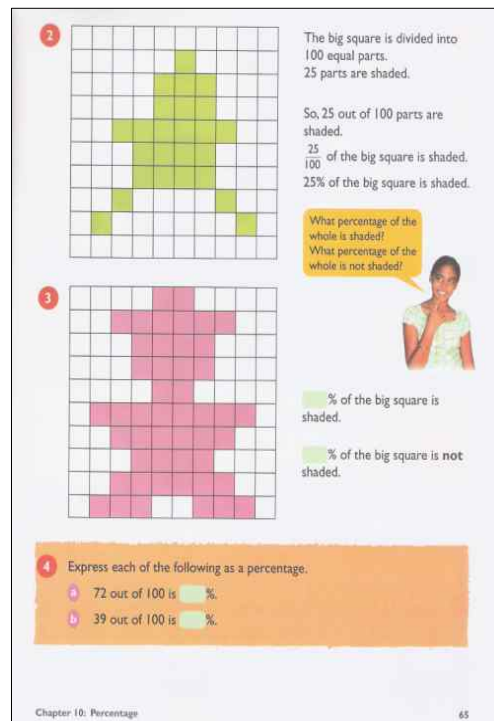
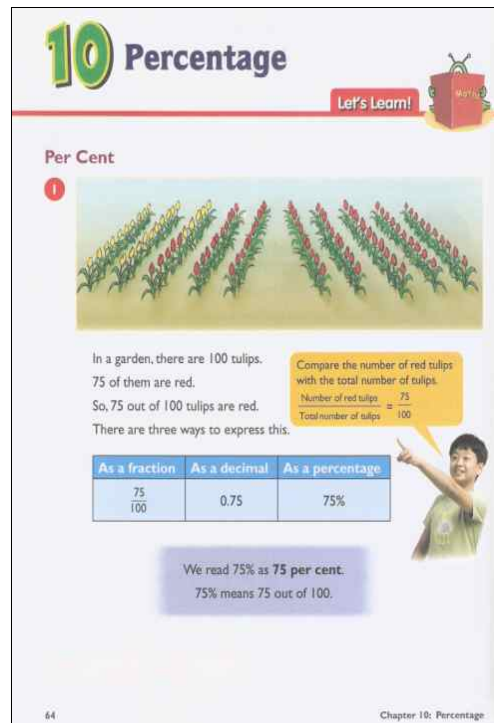
를 이용하여 활동을 제시하고 있는 것은 우리나라와 비슷하다.

[그림 IV-8]은 싱가포르 7학년 2학기 교과서에서 제시하고 있는 백분율을 소수나 분수로 바꾸어 문제를 해결하는 과제이다. 실생활 장면에서의 문제를 다루고 있어 학생들의 흥미와 백분율의 의미를 이해하는 데 도움이 될 뿐 아니라, 문제를 해결하는 과정에서 학생들 스스로 백분율을 분수나 소수로 바꾸어야 하는 필요성에 대하여 경험할 수 있다.



[그림 IV-6] 우리나라 교과서의 백분율을 소수로 바꾸는 활동 제시 방식(6-가, 88쪽)

백분율은 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 주제로서 그 개념과 활용도가 높은 주제라고 할 수 있다. 우리나라 교과서에서는 6-나 단계에서 단편적으로 제시하고 있으나 싱가포르 교과서의 경우 다양한 개념제시와 문제해결을 제시하고 이러한 활동을 7학년에 이르기까지 반복 심



[그림 IV-7] 싱가포르 교과서의 백분율 개념 도입 방식(5학년-B, 64, 65쪽)

화하는 과정을 가지고 있음을 알 수 있다.

싱가포르는 백분율의 내용을 3개 학년에서 많은 양으로 다루고 있다. 정리해보면, 5학년 2학기 백분율에서 백분율의 개념을 도입하여 분수를 백분율로 바꾸는 활동을 두 가지 모델을 사용하여 다양한 방식으로 자세히 설명하고 있고, 실생활에서 볼 수 있는 할인율이나 세금 관련한 문제들을 제시하여 백분율이 생활에서 다양하게 응용되고 있음을 제시하고 있다. 6학년 2학기에서는 5학년 2학기의 내용을 심화함과 동시에 소수를 백분율로 바꾸는 활동과, $\frac{79}{120}$ 과 같이 백분율로 나타내기 힘든 분수를 계산기를 활용하여 근사한 백분율로 나타내는 활동을 제시하고 있다. 5학년 2학기 내용을 심화하여 실생활에서 의 응용문제도 계속적으로 다루고 있다. 7학년 2학기에는 5학년과 6학년에서 학습한 내용을 계속적으로 심화시키면서 백분율의 증가와 감소와 같은 개념을 포함한 문장제 문제를 다루고 있다.

또한 [그림 IV-8]에서 보듯이 9.99 나 $3\frac{3}{8}$ 과 같이 다소 복잡한 소수와 분수의 백분율 표현을 다루고 있으며, 12% 인상된 월급을 제시하고 인상되기 전의 월급을 구하게 하는 등 실생활에서의 백분율 문제를 많이 다루고 있음을 알 수 있다.

Streefland(1985)는 비와 비율을 지도하기 위한 대부분의 프로그램이 현실과 관련 있는 것처럼 보이는 인위적인 문제를 하나 제시한 후에, 수에 의하여 연습을 하고 있다고 비판하였다. 우리나라의 교과서의 경우 이러한 비판에서 피할 수 없어 보인다. 100점을 만점으로 하는 시험 점수를 가지고 백분율을 도입한 이후 계속적으로 백분율을 소수와 분수로 변환하여 보는 수를 조작하는 문제를 제시하고 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 싱가포르 교과서에서 제시하고 있는 상황을 바탕으로 다음과

Solution

(a) The sale price of the shirt is $(100\% - 30\%)$, or 70% of the usual price.
 \therefore sale price = $70\% \times \$40$
 $= \frac{70}{100} \times \40
 $= \$28$

(b) Let P be the usual price. The sale price is $(100\% - 15\%)$, or 85% of the usual price.
 \therefore sale price = $85\% \times P$
 $\$170 = 0.85 \times P$
 $P = \$170 \div 0.85$
 $= \$200$

The sale price is 30% less than the usual price.

The sale price is 15% less than the usual price.

Practice 6.3

- The price of a cup of coffee is increased by 6.25%. If one cup of coffee usually costs 80c, how much will it cost after the increase?
- The night temperature at the town of Yakka is 14 °C. When the reading increases by 105% during the day, what is the new temperature?
- The usual price of a diamond ring was \$720. At a sale, it was sold at a discount of $33\frac{1}{3}\%$. What was its sale price?
- The pictures below show the price tags and the items on display at a shop.
 - How much must a customer pay for the digital camera?
 - What is the original price of the computer monitor (without GST)?

Percentage 18

Exemple 8 A problem involving percentage increase

After an increment of 12%, Jaitani's salary is now \$2016. What was his original salary?

Solution 1

Let S be the original salary.
 So, 112% of $S = \$2016$
 $\frac{112}{100} \times S = \2016
 $1.12 \times S = \$2016$
 $\therefore S = \$2016 \div 1.12$
 $= \$1800$

Solution 2

We can use a diagram to help us solve this problem.

Take Jaitani's original salary as 100%. Then, his new salary of \$2016 is 112% of his original salary.

112% of Jaitani's salary = \$2016
 1% of his salary = $\frac{2016}{112}$
 100% of his salary = $\frac{2016}{112} \times 100$
 $= \$1800$

Let's Try It Now

8. After a 30% reduction in price, a magazine costs \$8.40. Find its original price.

Let's Try It Now

9. (a) The usual price of a shirt is \$120. At a sale, it was sold at a discount of 25%. What was the sale price?
 (b) Henry paid \$108 for a pair of jeans. If he was given a discount of 10%, how much did the jeans cost originally?

Exemple 9 A problem involving discount

(a) The usual price of a shirt is \$40. During a clearance sale, the shirt was sold at a discount of 30%. What was the sale price?
 (b) At another sale, Mary bought a dress for \$170. If she was given a 15% discount, find the usual price of the dress.

Chapter 6

[그림 IV-8] 싱가포르 교과서의 백분율을 분수로 소수로 바꾸어 문제를 해결하는 학습활동 제시 방식(1학년-B, 14, 15쪽)

같은 사항을 제안할 수 있다. 첫째, 학생들이 흥미를 가질 수 있는 상황을 설정하여 도입하되 현실성이 있는 소재로 도입하여야 한다. 현실과 관련없이 백분율을 계산하고 소수나 분수로 바꾸어 보는 문제들을 과도하게 연습시키는 것은 의미가 없다. 둘째, 백분율의 개념을 이해하였다면 어떻게 응용될 수 있는지 지도해야 한다. 백분율의 개념을 다른 수학적 주제와 연결지어 생각해 볼 수 있는 상황이 필요하다. 백분율이 단지 수의 조작을 통한 또 다른 하나의 표현에 그치지 않고 도형의 닮음이나 측정 영역과의 연계를 통하여 다양한 사고가 가능할 수 있도록 지도되어야 할 것이다.

4. 네 번째 평가목표와 교과서 비교

마지막으로 네 번째 평가 목표는 다음과 같다.

백분율과 비례식을 포함하는 문제를 해결한다.

TIMSS 2007의 공개문항 중 M022057은 주어진 백분율만큼 줄어든 판매량을 구하는 문항이다. 우리나라 정답률은 77.9%로 83.5%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 유의하게 낮았다.

M022057

어떤 회사가 1년에 1426 톤의 비료를 판매하였다. 다음 해에 이 회사의 판매량이 15% 줄었다면, 그 해에 판매한 비료의 양에 가장 가까운 양은 다음 중 어느 것인가?

① 200
② 300
③ 1200
④ 1600
⑤ 1700

TIMSS 2007의 공개문항 중 M032529는 할인된 가격을 보고 할인율을 구하는 문항이다. 우리나라의 정답률은 57.5%로 81.4%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 유의하게 낮았다.

M032529

어떤 가게에서 120 zed인 코트를 할인 기간 동안 84 zed에 팔았다. 이 코트 가격의 할인율은 몇 %인가?

① 25
② 30
③ 35
④ 36

TIMSS 2007의 공개문항 중 M032701은 비례식을 이용하여 해결할 수 있는 문항으로 우리나라의 정답률은 97.3%로 94.7%의 정답률을 나타낸 싱가포르에 비하여 유의하게 높았다.

M032701

어떤 학교에서 수학여행을 가는 데 학생 12명 당 교사 한 명을 배정하기로 하였다. 수학여행을 가는 학생이 108명이라면, 필요한 교사는 모두 몇 명인가?

① 7
② 8
③ 9
④ 10

TIMSS 2007의 공개문항 중 M032704 역시 비례식을 이용하여 해결하는 문항으로 우리나라의 정답률은 89.2%로 90.5%의 정답률을 나타낸 싱가포르 보다 다소 낮았다.

M032704

어떤 버스가 일정한 속도로 달리고 있다. 이 버스가 5시간 동안 120 km를 달린다면, 8시간 동안 달린 거리는 몇 km인가?

① 168 ② 192
③ 200 ④ 245

TIMSS 2007의 공개문항 중 M032755는 백분율과 비례를 이용한 추론문항으로서 우리나라의 정답률은 23.6%로 38.9%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 유의하게 낮았다.

M032755

정호네 반 학생 전체의 총 비용은 500 zed를 넘을 수 없다. 정호네 반 학생의 수는 모두 30명이며, 각 도시를 방문하는 데 드는 비용은 다음과 같다.

<p>A도시 또는 C도시 방문 학생 요금 왕복표 : 25 zed 25명 이상 $\frac{1}{3}$ 할인</p>	<p>B도시 또는 D도시 방문 학생 요금 왕복표 : 20 zed 15명 이상 10% 할인</p>
--	---

정호네 반 학생들은 어떤 도시들을 방문할 수 있겠는가? 그 이유를 쓰시오.

TIMSS 2007의 공개문항 중 M042039는 백분율로 표현된 할인율이 주어지고 실제 할인 받는 가격을 원래 가격을 이용하여 구하는 문항으로 우리나라의 정답률은 61.9%이다. 66.7%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 유의하게 낮았다.

M0423039

어떤 코트의 원래 가격은 60 zed이다. 진수는 이 코트를 30% 할인된 가격에 구입했다. 진수는 코트를 얼마나 더 싸게 구입하였는가?

① 18 zed
 ② 24 zed
 ③ 30 zed
 ④ 42 zed

TIMSS 2007의 공개문항 중 M042304B는 속력은 시간에 대한 거리의 비율임을 적용하는 문항이다. M042304B는 M042304A, M042304C, M042304D와 연계된 문항으로 우리나라의 정답률은 36.9%로 50.2%의 정답률을 나타낸 싱가포르에 비하여 유의하게 낮았다.

M042304B

철인3종경기
 2) 경미는 사이클에서 가장 빨랐고 40km를 평균 시속 30km로 달렸다. 은주는 경미보다 10분이 더 걸렸고, 민지는 경미보다 15분이 더 걸렸다.

이 정보를 이용하여 사이클에 대한 다음 표를 완성하십시오.

사이클	경미	은주	민지
걸린 시간(분)			

M042304C는 M042304A, M042304B와 연계된 문항으로 우리나라의 정답률은 42.4%로 59.4%의 정답률을 보인 싱가포르에 비하여 유의하게 낮았다.

M042304C

철인3종경기
 3) 민지는 마라톤에서 가장 빨랐고 15km를 평균 시속 7.5km로 달렸다. 은주는 민지보다 10분이 더 걸렸고, 경미는 은주보다 5분이 더 걸렸다.

정보를 이용하여 마라톤에 관한 다음 표를 완성하십시오.

마라톤	경미	은주	민지
걸린 시간(분)			

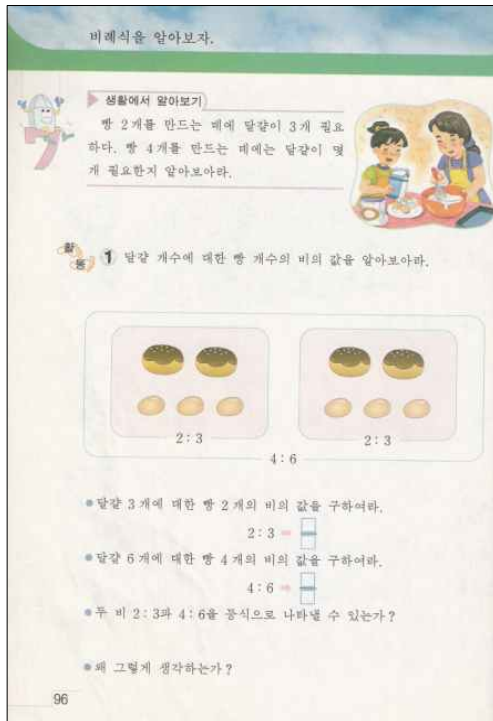
우리나라와 싱가포르의 교과서에서 비례식을 활용하여 문제를 해결하는 것을 비교 분석하기 전에 비와 비율, 비의 값을 어떻게 정의하는지 비교해 볼 필요가 있다. 우리나라의 교과서에서는 비와 비의 값을 구분하여 사용하고 있으나 싱가포르의 경우 비와 비의 분수표현 즉, 비의 값을 동일시한다. 따라서 비율에 대한 정의도 달라지는데, 우리나라의 경우 비는 양의

순서쌍을 포함하는 이항관계로서 비율은 기준량에 대한 비교하는 양의 크기로 정의한다. 싱가포르의 경우 비는 같은 성질을 갖는 양 사이의 비교이고 비율은 다른 종류의 양사이의 비교로 정의하고 있다. 즉 내적 비와 외적 비의 개념을 구분하는 것이다.

[그림 IV-9]에서 제시하고 있는 2:3과 4:6은 각각 빵을 2개 만드는 상황과 빵을 4개 만드는 상황에서의 비를 제시하는 것으로 외적비를 의미한다.

Freudenthal(1983)은 등속운동을 예로 들어 내적비와 외적비를 설명하였다. 그의 설명을 통하여 내적비와 외적비를 살펴보면, 등속운동에서 두 가지의 비례식 $t_1 : t_2 = s_1 : s_2$ 와 $t_1 : s_1 = t_2 : s_2$ 를 사용할 수 있다. 첫 번째 비례식은 시간과 시간 사이에서 비와 거리와 거리사이의 비, 즉 동일한 체계사이의 비인 내적비로 이루어졌으며 두 번째 비례식은 시간과 거리 사이의 비로 두 체계사이의 외적인 비로 이루어져 있다. 이 때 비를 뒀으로 바꾸어 해석을 하면, 내적비는 수이고, 외적비는 양이 된다. 또한 등속운동에서 $t_1 : t_2 = s_1 : s_2$ 는 ‘같은 시간동안 같은 거리를 움직인다’ 라는 것을 뜻하며 ‘거리는 시간에 비례한다’ 라는 의미를 지닌다. $t_1 : s_1 = t_2 : s_2$ 는 ‘거리는 시간의 선형함수이다’ 라는 것을 뜻하며 ‘속도는 일정하다’ 라는 의미를 지닌다.

Freudenthal(1983)은 비례 관계에 대한 인식은 ‘한 대상에서의 곱셈적인 변화(내적비)’만큼 ‘다른 대상에서의 곱셈적인 변화(외적비)’가 있다는 것을 인식하는 것, 다시 말해 두 내적비간의 불변성을 인식하는 것으로부터 시작되어 외적비의 일정성으로 나아간다고 본다(유현주, 1995). 이러한 입장에서 본다면 두 내적비간의



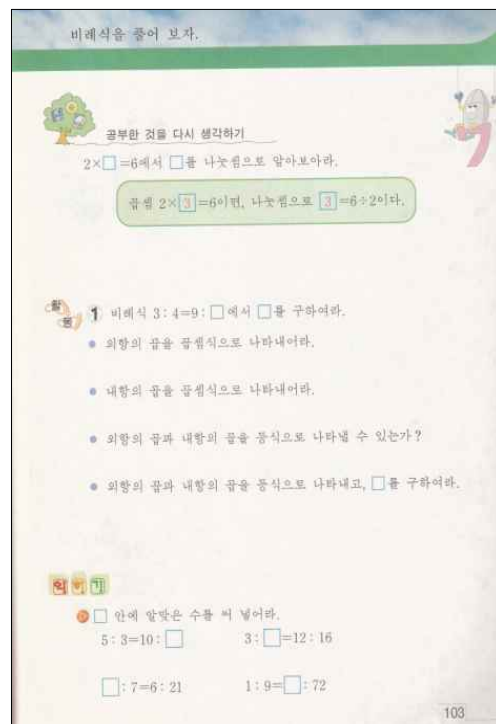
[그림 IV-9] 우리나라 교과서의 비례식 개념 도입 방식(6-가, 96쪽)

불변성을 인식하는 것으로부터 시작되어 점차 외적비의 일정성을 인식하는 것이 보다 자연스럽다. 하지만 우리나라의 교과서에서는 외적비가 일정함을 먼저 제시하고 있음을 알 수 있다. 따라서 학생들로 하여금 내적비의 불변성을 인식하고 여러 맥락에서 충분히 그것을 경험할 기회를 주지 않고 있기 때문에 비례식의 진정한 의미를 파악하지 못하고 알고리즘을 사용하는 문제해결로 치우치기 쉽다.

[그림 IV-10]은 우리나라 교과서 6-가 단계에서 비례식을 도입하여 비례식의 풀이과정을 전개한 것이다. 우리나라 교과서에서는 비례식을 현재 기준량과 비교하는 양의 비의 값이 이후의 기준량과 비교하는 양의 비의 값이 같다는 방식으로 도입되고 있다. 따라서 비의 값이 같은 두 비를 등식으로 나타낸 식을 비례식이라


고 부른다. 비례식에서 미지항을 찾기 위한 방법으로 비례식을 세워 내항의 곱과 외항의 곱이 같다는 것을 이용하여 문제를 해결하도록 하고 있다.

우리나라 교과서에서 비의 값이 같은 두 비를 등식으로 나타낸 식을 비례식이라고 부른다 면, 싱가포르의 교과서에서는 이러한 비례식을 동치비(equivalent ratios)라 부른다. [그림 IV-11]은 싱가포르 5학년 1학기 교과서 비례식을 도입하는 활동과 비례식을 푸는 방법을 제시하는 장면이다. 싱가포르 교과서에서는 기준화 과정을 통해 두 비가 동치임을 인식하게 하고 있음을 알 수 있다.




[그림 IV-10] 우리나라 교과서의 비례식 학습활동 제시 방식(6-가, 103쪽)

또한 [그림 IV-12]에서 싱가포르의 교과서는 비례식에서 미지의 항을 찾기 위해서 한 대상의 곱셈적인 변화가 동치비를 쌍에서 다른 대


Let's Learn! 

Equivalent Ratios

1 Jack has 4 red apples and 8 green apples. The ratio of the number of red apples to the number of green apples is 4 : 8. Jack puts 2 apples of the same colour on each plate.





2 plates of red apples
4 plates of green apples



There are 2 plates of red apples and 4 plates of green apples.
The ratio of the number of red apples to the number of green apples is 2 : 4.

Chapter 6: Ratio 155

Next, he puts 4 apples of the same colour on each plate.

1 plate of red apples
2 plates of green apples

There is 1 plate of red apples and 2 plates of green apples.
The ratio of the number of red apples to the number of green apples is 1 : 2.

All the three ratios 4 : 8, 2 : 4 and 1 : 2 compare the same number of red apples and green apples.
These ratios are **equivalent ratios**:
 $4 : 8 = 2 : 4 = 1 : 2$

1 : 2 is a ratio in its **simplest form**.
Which ratio shows the actual number of red apples and green apples?

Chapter 6: Ratio 156


[그림 IV-11] 싱가포르 교과서의 비례식 개념 도입 방식(5학년-A, 155, 156쪽)

상에서의 곱셈적인 변화가 같다는 방법을 이용하여 비례식을 풀도록 제시하고 있다. 우리나라 교과서에서 비례식을 풀 때 내항끼리의 곱과 외항끼리의 곱이 같음을 이용하여 푸는 것과는 달리, 곱셈전략으로 한 대상에서의 곱셈적인 변화를 다른 대상에서의 곱셈적인 변화로 연결하여 다루고 있으며 따라서 미지의 항을 찾기 위해서 한 대상의 곱셈적인 변화가 동치비율 쌍에서 다른 대상에서의 곱셈적인 변화가 같다는 방법을 이용하여 비례식을 풀도록 제시하고 있다. 이러한 방법은 학생들이 비례에 대한 개념을 획득하기에 좋은 방법이며 비례식의 풀이 범을 알고리즘으로 이해하기보다 원리를 알아갈 수 있게 하는 방법이라고 할 수 있다.

5 Find the missing number in these equivalent ratios.
 $2 : 5 = 6 : \square$

Look at the first terms of the equivalent ratios — $2 : 5 = 6 : \square$.

Method 1

$$\begin{array}{l} 2 \times 3 = 6 \\ 5 \times 3 = 15 \end{array}$$


$2 : 5 = 6 : \square$
 $= 6 : \square$

Method 2


$$6 \div 2 = 3$$

So, 3 is the multiplying factor.
 $3 \times 5 = \square$

6 Find the missing number in these equivalent ratios.
 $15 : 12 = \square : 4$

Look at the second terms of the equivalent ratios — $15 : 12 = \square : 4$.

Method 1

$$\begin{array}{l} 12 \div 3 = 4 \\ 15 \div 3 = \square \end{array}$$


$15 : 12 = \square : 4$
 $= \square : 4$

Method 2

$$12 \div 4 = 3$$

So, 3 is the common factor.
 $15 \div 3 = \square$

Chapter 6: Ratio 159

[그림 IV-12] 싱가포르 교과서의 한 단위 전략을 이용한 비례식(5-A, 159쪽)

V. 결론 및 제언

비, 비례식, 백분율에 대한 우리나라와 싱가포르의 교과서 내용을 살펴본 결과 다음과 같은 차이점이 있음을 알 수 있다. 첫째, 우리나라 교과서는 6-가에서 비와 비율 단위를 통하여 비 개념을 제시하고 있으나 싱가포르는 5학년 1학기 교과서에서 비 단위를 통해 비 개념을 제시하고 있어 시기적으로 1년 일찍 비 개념을 도입하고 있다.

둘째, 우리나라는 비와 비율, 비례식은 6학년 1학기에서 다루고 연비는 6학년 2학기에서 한번씩 제시하지만, 싱가포르는 5학년 1학기부터 7학년 2학기에 이르기까지 여러 번 반복 심화하여 내용을 제시하고 있으며 그 양적인 면에서도 큰 차이가 있다. 이러한 점이 TIMSS 2007 비, 비례식, 백분율에서 우리나라보다 높은 정답률을 보일 수 있었으리라고 짐작된다.

셋째, 비 개념 도입과 정의에서 우리나라와 싱가포르는 여러 차이를 보였다. 우리나라 교과서는 구체적인 활동을 통해, 싱가포르 교과서는 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 소재를 이용하여 도입하고 있다. 우리나라 교과서에서 제시하는 비는 정수비가 아닌 반면, 싱가포르 교과서는 정수비를 시작으로 도입하고 있다. 우리나라 교과서에서는 비는 양의 순서쌍을 포함한 이항관계이며 비율은 기준량에 대한 비교하는 양의 크기라고 정의한 반면, 싱가포르 교과서는 비는 같은 성질을 갖는 양 사이의 비교이며 비율은 다른 종류의 양을 비교할 때 사용하는 것으로 구분하고 있다. 뿐만 아니라 싱가포르 교과서는 비의 값과 비를 구분하지 않고 사용하고 있다.

넷째, 우리나라 교과서에서는 비례식을 도입할 때 현재 기준량과 비교하는 양의 비의 값이 이후의 기준량과 비교하는 양의 비의 값이 같다는 방식으로 도입되고 있다. 그러나 싱가포르 교과서에서는 한 단위를 기준으로 하여 동

치비를 의미함을 이끌어내어 비례식의 의미를 도입하고 있다. 뿐만 아니라 우리나라는 비례식을 능숙하게 풀 수 있는 알고리즘의 지도에 중점을 두고 있는 경향이 있는 반면, 싱가포르는 앞서 언급한 바 비례적 관점으로 비에 대한 내용전개가 이루어지고 있다. 또한 이러한 개념을 실생활에 적용해 볼 수 있는 문제들을 제시하고 있었다. 이러한 싱가포르의 비와 비례, 백분율의 개념 전개는 TIMSS 2007에서 높은 정답률로 이어졌을 것으로 생각되며 우리나라 교과서의 내용 전개에 시사하는 바가 크다고 할 수 있다.

본 연구에서 나타난 결론을 바탕으로 다음의 제언을 하고자 한다.

첫째, ‘비, 비례식, 백분율’과 관련한 주제들 현 교육과정 보다 일찍 도입할 필요가 있다. 이 주제는 분수와 소수, 그 연산과 크기 비교 등과 관련되어 있으며 이러한 주제들에 관하여 우리나라와 싱가포르의 교과서의 도입 시기에 큰 차이가 없다. 따라서 현재 6학년에 집중적으로 배치되어 있는 ‘비, 비례식, 백분율’과 관련된 내용에 대하여 한 학기 또는 한 학년을 앞당겨 도입하여 선수학습 주제와 연계를 짓고, 또한 학년별로 심화시켜 나갈 수 있도록 해야 한다. 개정 7차 교육과정에 따르면 중학교 1학년 과정이었던 ‘정비례와 반비례’가 6학년으로 이용하였다(교육과학기술부, 2008). 이에 ‘두 양 사이의 비와 비율, 비율을 여러 가지 방법으로 나타내기’가 6학년에서 5학년으로 학년을 이동하게 되었다(교육과학기술부, 2008). 따라서 개정 7차 교육과정에서는 ‘비, 비례식, 백분율’ 주제에 대하여 5학년 2학기에서 6학년에 걸쳐 집중적으로 배치되어 있지만, 한 학기 도입이 당겨졌다는데 의미를 찾아볼 수 있다. 어떠한 수학적 주제에 대하여 시기를 빨리 도입한다고 해서 학습효과가 좋아진다고 말할 수는

없다. 그러나 수학이라는 교과목의 주제가 서로 연관되어 있고 이러한 연관된 주제들을 효과적으로 학습할 수 있는 적절한 방법과 시기를 찾는 것은 중요하다.

둘째, ‘비, 비례식, 백분율’과 관련한 주제를 현실 맥락에서 도입해야 한다. 이 주제는 학생들이 수학교과에서 학습하기 이전에 두 팀 사이의 게임 점수, 야구선수의 타율, 상품의 할인 등 현실에서 이미 흔히 접하고 있다. 따라서 학생들에게 새로운 것을 학습해야 하는 것이 아니라, 현실의 문제를 수학적으로 생각해보고 해결해 보는 자연스러운 도입으로 학생들의 관심과 흥미를 이끌어 내야 할 것이다. 이 주제와 관련하여 개정 7차 교과서를 살펴보면, 현실의 맥락을 도입하기 위하여 책가방 속의 교과서와 공책의 수를 비교하여 비를 도입하고 있다(수학지도서 5-2 3차심의회, 교육과학기술부). 기존의 교과서와 비교했을 때, 앞에서 제시한 바, 한 모뎀 내에서 남학생과 여학생의 수를 비교하는 도입에 덧붙이고 있는 것이다. 수에 의한 연습을 도입하기 위한 인위적인 맥락이 아닌 이 시기 학생들의 관심사와 현실을 반영한 맥락에서 도입을 하는 것이 좋을 것이라고 생각된다.

셋째, 현 교과서에서 제시하고 있는 비와 비의 값, 비율, 비례식의 정의와 학습방법이 적절한가에 대한 논의가 필요하다. 본 논문에서도 언급 바, 비 개념에 대하여는 시대에 따라 나라에 따라 학자에 따라 차이가 있으며 지속적인 연구를 요하는 것이기도 하다. 비율을 소수와 분수 등으로 표현가능하다면 분수를 도입할 때와 같이 연속적인 양, 이산적인 양에서의 비 등을 예시로 들고 그것을 통하여 학생들의 혼란을 불러일으키지 않는 정의가 필요할 것이다.

넷째, 본 연구의 결과 한국교과서와 싱가포르 교과서에서 ‘비, 비례식, 백분율’을 주제와

관련하여 도입방식과 전개방식에 몇 가지 차이점이 있었다. 이러한 차이점들은 TIMSS 2007의 목표와 공개문항을 중심으로 분석하여 내린 결과이므로 교육현장에서의 실험과 관찰을 통하여 어떠한 지도방법이 더 효율적인가에 대한 연구가 뒷받침되어야 한다.

다섯째, 본 연구는 TIMSS 2007의 수영역에서 ‘비, 비례식, 백분율’ 주제만을 미시적으로 비교하였다. 수학이라는 과목의 성취를 한 주제에서만 비교한 결과로는 TIMSS 2007에서의 우리나라와 싱가포르의 성취도를 말하기에는 부족한 부분이 있다. 따라서 교과서 전반에 나타나는 구성의 짜임새와 개념을 도입하는 방법, 전개하는 방식을 비교하여 분석하는 것도 필요하다.

참고문헌

- 교육과학기술부(2008). **초등학교 교육과정 해설(IV)**: 수학, 과학, 실과. 광주: 한울사
- _____ (2010). **수학지도서 실험본 5-2**. 서울: 두산동아(주).
- 교육 인적 자원부(2002). **수학 6-가**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육 인적 자원부(2002). **수학 6-나**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 김경희, 김수진, 김남희, 박선용, 김지영, 박효희, 정송(2008). **수학·과학 성취도 추이 변화 국제비교 연구-TIMSS 2007 결과보고서** -. 한국교육과정평가원. RRE 1008-3-3
- 김선희, 김경희(2008). TIMSS 2003의 내용 영역별 수학 성취도 국제 비교. *대한수학교육학회 수학교육학연구*, 18(2). 239-261.
- 유현주(1995). **유리수 개념의 교수현상학적 분석에 의한 학습지도 방향에 관한 연구**. 서

- 울대학교 대학원 박사학위논문.
- 정은실(2003). 비 개념에 대한 교육적 분석. *대한수학교육학*, *수학교육학연구*, 13(3), 247-265.
- Freudenthal H. (Eds.)(1976). Five years IOWO - On H. Freudenthal's retirement from the directorship of IOWO. *Educational studies in mathematics*, 7(3).
- _____ (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*, D.Reidel Publishing Company.
- Karplus, R., et. al. (1983). Proportional reasoning of early adolescents", In R. Lesh (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, Academic Press, 1983.
- Kheong, F. H. et al.(2008a). *My pals are here! 5A(2nd Ed)*. Marshall Cavendish Eduaction.
- Kheong, F. H. et al.(2008b). *My pals are here! 5B(2nd Ed)*. Marshall Cavendish Eduaction.
- Kheong, F. H. et al.(2008c). *My pals are here! 6A(2nd Ed)*. Marshall Cavendish Eduaction.
- Kheong, F. H. et al.(2008d). *My pals are here! 6B(2nd Ed)*. Marshall Cavendish Eduaction.
- Lesh, R., Post, T., Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert, M. Behr (Ed.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp.93-118). Lawrence Erlbaum Associates : NCTM
- Ministry of Education(2001a). *Mathematics syllabus(Primary)*. Ministry of Education, Singapore.
- Ministry of Education(2001b). *Mathematics syllabus(Secondary)*. Ministry of Education, Singapore.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Piaget, J., Grize, J., Szeminska, A., & Bang, V.(1977). *Epistemology and psychology of functions*, Castellanos, F.X. Anderson, V.D. (trans.), Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Streefland, L. (1985). Search for the roots of ratio : some thoughts on the long term learning process(towards a theory) part II : the outline of the long term learning process. *Educational Studies Mathematics*, 16, 75-94.
- 싱가포르 교육부 홈페이지
<http://www.moe.edu.sg>

Comparison of the Curricula and the Textbooks Concerning the Proportion and Ratio Area between Korea and Singapore

Kim, Kyung Hee (Korea Institute For Curriculum and Evaluation)

Paik, Hee Su (Lecturer of Korea University)

In the TIMSS assessment goal and open TIMSS 2007, Singapore recorded a lower overall achievement level compared with Korea; however, the excellent results shown by Singapore furnished an opportunity for various countries to research into the education in Singapore. This paper conducted a comparative analysis of the "Proportion, Proportional Expression, and Percentile" area out of the three topics involving "Fractions and Decimals", "Proportion, Proportional expression, and Percentile", and "Measurement", in all of which Singapore exhibited a higher percentage of correct answers than Korea.

The paper was able to discover the following differences through a comparative analysis of how Korean and Singaporean textbooks deal with the open questions of TIMSS 2007 after looking into them

according to four assessment goals. First, the Singaporean textbook introduced the concept of proportion one year ahead of the Korean textbook. Second, the Singaporean textbook repeatedly coped with the topic of "Proportion, Proportional Expression, and Percentile" in depth and by academic year, and its volume was larger than that of the Korean textbook. Third, there was a difference in the introduction and definition of the concept of proportion. Fourth, the way of introducing a proportional expression was also different, and the Singaporean textbook proposed many more questions that utilize this expression in ordinary life. Based on these differences, the paper suggested implications that could be applied to the Korean curriculum and textbook.

* key words : ratio(비), proportion(비율), percentage(백분율), singapore curriculum(싱가포르 교육과정), Korean curriculum(우리나라 교육과정), singapore textbook(싱가포르 교과서), Korean textbook(우리나라 교과서)

논문접수 : 2010. 10. 4

논문수정 : 2010. 11. 26

심사완료 : 2010. 12. 10