

## GSP를 활용한 도형학습이 수학학업성취도 및 추론 능력에 미치는 영향

김 진 호 · 김 인 경

**ABSTRACT.** The purpose of this paper is to investigate if the instruction using GSP to 4th graders for them to explore 'rectangles and making them' have an influence of understanding and retention of the knowledge, generation of the knowledge which is not dealt with during experimental treatment, and if they can reason based on what they have learned about it and about what has not been learned. According to the result from the data gained, learners in the experiment group show that they can retain, generate, reason better than ones in the comparison group.

### I. 서론

21세기는 지식기반사회로 이 사회구성원들은 많은 양의 지식 습득은 물론이고 이를 토대로 새로운 지식을 구성해 낼 수 있는 지적 능력을 갖추고 있어야 한다. 이 때 필요한 지적 능력 중의 하나가 바로 추론 능력이다. 이런 추상 능력이 발달한 학습자일수록 추상체인 수학적 지식을 유의미하게 구성할 수 있다. 따라서, 학교교육을 통해서 학습자가 학습해야 할 지식은 수학적 절차, 개념, 원리, 법칙 등 뿐만 아니라 수학적 추론이라는 점은 분명하다. 수학적 추론을 통한 수학적 지식의 학습이란 관점을 취하면 학습자는 이 모든 것을 학습할 수 있는 학습 기회를 갖게 된다.

Piaget에 따르면, 초등학교 학생들은 구체적 조작기에 있으므로 이들은 자신들이 행한 행위를 바탕으로 그 행위 속에 잠재해 있는 의미를 구성해 낼 수 있을

---

2010년 1월 투고, 2010년 2월 심사완료.

2000 Mathematics Subject Classification: 97C30

Key words: 수학적추론, GSP, 시각형의 성질, 학업성취도

\* 본 논문은 2009년도 대구교육대학교 교내연구비의 지원을 받아 수행되었음.

정도의 지적 능력을 발달시키고 있다. 그렇기 때문에, 초등학교 수학 수업에서 수학실험실, 구체적 조작물, 수학적 게임을 강조한 활동 중심의 수업이 강조되고 있다. 특히, 중요한 것은 활동 후, 지식 구성의 주체가 학습자가 되도록 학습자 중심 수업을 해야 한다는 점이다. 왜냐하면, 학습자들은 자신이 행한 행위를 바탕으로 지식을 구성할 수 있는 지적 능력을 발달시키고 있기 때문이다.

‘학습자는 자신이 행한 행위를 바탕으로 지식을 구성할 수 있다.’는 이 진술에서 지식 구성의 전제가 되는 부분이 학습자가 행한 행위이다. 그러므로, 학습자들이 수업 중에 경험한 학습경험이 학습결과에 영향을 미칠 수 밖에 없음은 자명하다. 그러나 행동주의 심리학, 객관주의 인식론 등이 반영되어 있는 현재의 교육체제에서는 학생들이 자신의 지적 능력을 최대한 발휘하면서(우정호, 1999; Balacheff, 1991; Crook, 1994; Kaput, 1992) 지식을 구성하고 자신의 지력을 발달시킬 수 있는 학습 경험을 제공하고 있지 못하다는 것은 주지의 사실이다. 오히려 현재의 상태는 행동주의, 객관주의 인식론 등의 이론의 기본틀을 유지하면서 이와는 전혀 다른 관점에서 교육을 조망하는 이론에서 요구하는 교수·학습 방법을 접목하려는 시도를 하고 있다고 볼 수 있다. 결과적으로, 학교 현장에서는 여러 가지 부작용으로 인해서 이런 점에 대한 개선 요구가 줄곧 제기되고 있다(교육과학기술부, 2008).

특히, 초등학교 도형 영역의 교수·학습에서는 학습자들은 간단한 시각적인 활동이나 구체물을 활용한 활동이 주를 이루고 있으며, 이를 토대로 한 지식 구성을 위한 지적 활동은 학습정리라는 미명하에 교사가 주도적으로 이끌어가고 있다. 학습자 측면에서 이런 방식의 수업은 수학적 지식을 이해하면서 학습하는 데는 한계가 있을 수 밖에 없다. 하지만, 자신들이 한 활동을 바탕으로 좀 더 탐구하고 추론하는 활동을 학습자들이 할 수 있도록 학습이 이루어진다면, 학습자들은 수학적 지식을 이해를 토대로 구성할 수 있게 된다. 학습자에게 제공되는 학습 경험에 ICT 자료를 활용한 학습 경험을 제공할 것을 NCTM(1989, 2000)은 권고하고 있는데, 이는 도형영역의 지식을 학습하는데도 적용된다.

도형 영역의 지식을 학습하는데 활용할 수 있는 ICT 자료 중 하나가 탐구형 소프트웨어인 GSP(Geometer's Sketchpad)이다. GSP는 구체물 조작에 따른 시간적-공간적 제약 및 도형의 측정에 따르는 부정확성, 과도한 시간 소비, 도형영역의 지식을 연역적 체계에 따라 자신의 관점에서 기계적으로 가르치는 교사 등과 같은 전통적인 기하학습에서 발생하는 문제점에서 탈피하여 학생과 함께 조작하고 사고해보는 탐구중심의 학습을 이끌 수 있으며, 학생들이 내적으로 기대하는 도형의 성질을 추측하고 그것을 화면을 통해 즉시 확인해보는 과정에서 추론 능력과 직관적인 사고력을 향상시킬 수 있다. 또한, GSP와 같은 탐구형 소프트웨어는 메타기능을 가지고 있다. 즉, 학생들이 무엇인가 자유롭게 탐구하고 그 과

정을 수학적 언어로 표현하고, 그것을 동료나 교사와 의사소통하며 자신의 구성과정을 반성할 수 있으며 재미있고 학생들의 능동적인 참여를 유도할 수 있으며, 충분히 구체적이고 연결이 자유롭고 풍부한 환경을 제공한다(류희찬, 2004a). GSP는 탐구형 소프트웨어로 형성된 동적인 환경이 가지는 특성은 직접적인 조작, 연속적인 움직임, 몰입적인 환경을 들 수 있다. 여기서 직접적인 조작이란 사용자가 스크린 상의 한 대상을 선택하여 직접 움직여볼 수 있음을 의미하며, 조작을 통해 스크린 상에 보이는 대상과 그 이면에 숨겨진 수학적 의미 사이의 인식 거리를 좁힐 수 있다. 동적인 환경의 두 번째 특성으로 제시된 연속적인 움직임이란 ‘드래그(drag)’ 동안에 일어나는 변화와 관련된 것으로, ‘드래그’ 동안에 스크린 상의 수학적 대상들이 항상 논리적인 관련성과 전체모양을 유지하면서 움직일 뿐만 아니라, 대상들이 변하는 중간상태를 사용자가 모두 볼 수 있음을 의미한다. 몰입적인 환경이란 사용자의 초점이 작도를 위한 기술적 방법보다는 수학적 목표를 달성하는 방법에 맞추어질 수 있도록 하는 환경을 말한다. Cabri와 GSP는 메뉴 옵션이나 아이콘 또는 버튼 등에서 서로 다른 모양을 갖추고 있음에도 불구하고 다음과 같은 몇 가지 공통된 특성을 가지고 있다. 첫째, 이것들 모두가 유클리드 원론에 규정된 자와 컴퍼스 작도를 흉내내고 있다는 것이다. 둘째, 기능적으로 사용자에게 의해 정의된 작도를 지원하고 있다는 것이다. 셋째, 그 가 이들 소프트웨어의 가장 큰 특징으로 들고 있는 것으로서, 도형을 이루는 어떤 요소들(점, 선분 등)을 움직여 그것의 모양을 변화시키더라도, 도형의 근간을 이루는 기하학적인 관계는 계속적으로 유지된다는 것이다(류희찬, 2004b).

GSP와 같은 탐구형 소프트웨어는 지필환경에 비해 좀 더 정확한 작도와 측정 활동을 할 수 있다는 장점을 가진다. 이를 통하여, 다양한 탐구활동과 추론활동이 가능하다. 탐구형 소프트웨어를 활용한 탐구활동을 통해, 기하학적 내용을 추측하거나 확인할 기회를 제공하거나 제공받을 수 있으며, 추측하거나 확인한 사실을 정당화하고자하는 욕구, 즉 증명의 필요성을 느끼게 할 수 있다. 그리하여 이러한 활동은 기하교육의 목표 중 하나인 사고력 증진과 추론 능력의 향상에 많은 도움을 줄 수 있다(류희찬, 2004b). 본 연구에서는 이러한 탐구형 소프트웨어의 장점에 초점을 두었다. 그리하여 학생들이 교과서에서 제공되는 단편적인 도형의 형태를 인식하는데 머무르는 것이 아니라, GSP를 통하여 도형의 다양한 형태로 변화시켜서 이해하기 때문에 수학적 개념습득뿐만 아니라 수학적 추론까지 가능하게 하는 것이다. 탐구형 소프트웨어를 통한 탐구활동은 이러한 인지적인 측면뿐만 아니라 정의적인 측면에서도 향상을 가져올 수 있다. 학생들이 GSP와 같은 소프트웨어를 사용함으로써 수학에 대한 흥미와 학습에 대한 욕구를 가질 수 있고, 수학수업이나 학습에 능동적인 참여를 유도할 수 있다.

한편, 지난 10여년간 이 수학적 추론에 관한 많은 연구가 이루어졌다. 초등수준

에서 비례추론(안숙현, 2008; 홍수영, 2006)부터 공간추론(구미진, 2007; 김유경, 2007; 최정남, 2002), 양적추론(전형욱, 2009)과 초·중등수준에서 확률론적 추론(김태욱, 2005; 채은주, 2005)에 관한 연구가 있다. 문제해결을 통해서 추론 능력을 향상시키거나 문제해결과 추론 능력의 관계를 살펴보는 연구(박경옥, 2003; 박영희, 2001; 성창근, 2006; 이한철, 2002; 홍진곤, 2005), 추론을 통하여 수학적 힘(하종연, 2002)과 수학적 태도(한미진, 2002)를 향상시키기 위한 연구, 기술공학을 사용하여 추론 능력을 향상시키는 연구(권해림, 2000; 이근주, 2006), 전제의 해석 유형(정재숙, 2002)과 재량활동(이춘구, 2005)를 통한 추론 능력 향상에 관한 연구가 있다. 그 외에도 추론 능력 평가 기준 마련을 위한 연구(김은희, 2002; 남상이, 2009), 추론 능력에 대한 실태조사(유세희, 2009)와 지도방안(서동엽, 2006; 이종희, 2003), 초등 교재에서 활용되는 추론(서동엽, 2003)에 관한 연구 등이 있다. 또한, GSP에 관한 연구도 2000년 이후에 많은 연구가 이루어지고 있지만, 아직도 많이 보편화되어있지는 않다. 그런 연유로 많은 연구들이 GSP를 활용하는 방안(김남희, 2002; 문정배, 2007; 임해경, 2000a; 정보나 외, 2000; 황의태, 2000)에 초점을 두거나, GSP를 활용한 교수·학습(정성두, 2000; 홍성관, 2000)에 초점을 두거나, GSP를 적용한 사례(류현아, 2000; 이수연, 2009; 하경미, 2001)를 제시하고 있다. 일반적인 학생을 위한 연구(김재환, 2007; 박수정, 2009; 임해경, 2000b)뿐만 아니라, 영재에게 GSP를 사용할 수 있는 방법에 관한 연구(류성립, 2007; 현창석, 2005)도 있다.

본 연구의 목적은 초등학교 4학년 학생들이 GSP라는 탐구형 소프트웨어를 활용한 수업이 학습자의 도형 영역의 지식 이해에 도움을 주는지 그리고 추론능력에 영향을 미치는지를 알아보는데 있다. 이를 알아보기 위해서 4학년 나 단계 중 '5. 사각형과 도형 만들기'를 학습한 후에 학습한 내용을 어느 정도 이해하고 있는지를 알아보고, 학습하지 않은 내용인 8학년 나 단계의 '사각형의 성질'까지 이해할 수 있는지를 알아보고, 그리고 학습한 내용을 토대로 추론을 할 수 있는지를 알아보고자 한다.

## II. 연구방법

### 1. 연구 대상

본 연구는 대구광역시에 위치한 초등학교의 4학년 2개 학급을 대상으로 하였다. 아래 표 1과 표 2에서 보는 바와 같이, 사전검사(pretest)로 실시한 수학학업성취도검사(mathematical achievement test: MAT) 및 일반추론능력검사(general reasoning ability test: GRAT)에서 이들 두 학급은 유의수준  $p < 0.05$ 에서 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. MAT는 50점 만점으로, GRAT는

15점 만점으로 구성되어 있다.

표 1. MAT에 대한 t-검증 결과

	N	평균	표준편차	t	유의수준
실험 학급	27	41.5926	5.13105	-.558	.582
비교 학급	27	41.0370	5.37431		

표 2. GRAT에 대한 t-검증 결과

	N	평균	표준편차	t	유의확률
실험 학급	25	7.4000	3.57071	-.539	.595
비교 학급	25	7.8800	2.86240		

한편, 실험집단을 담당하고 있는 교사는 지역에 소재한 교육대학원에서 학습자 중심 수업에 적합한 교수·학습 방법을 학습하고 이를 자신의 교실에서 실천하려고 노력 중이다. 그는 또한 영재교사연수 및 자기계발을 통해 GSP의 활용에 대해서 충분히 이해하고 있었다. 비교집단을 담당할 교사에게는 제7차 교육과정에 따른 초등수학교과서에 충실한 수업을 해 줄 것을 요청하였다.

## 2. 연구 설계

위에서 진술하였듯이, 본 연구에서는 사전검사인 MAT와 GRAT를 통해서 실험집단과 비교집단을 선정하였다. 사전검사로써 MAT는 실험반과 비교반의 연구대상자들이 실험에 들어가기 전에 학습한 도형 관련 내용에 대한 이해 정도에서 동질집단인지를 알아보기 위한 것이고, GRAT는 두 집단의 연구대상자들의 일반적인 추론 능력에서 동질집단인지를 알아보기 위한 것이었다.

이후, 두 집단은 4학년 나 단계 중 '5. 사각형과 도형만들기' 단원을 약 3주간에 걸쳐서 8차시 동안 실험처치를 받았다. 이때, 비교집단은 초등수학교과서에 제시되어 있는 모든 내용을 순서대로 빠짐없이 지필로 교과내용을 학습하였다. 실험집단은 GSP를 활용한 교수·학습을 통하여 수업내용을 접하고 학습하도록 하였다. 한편 실험집단에서는 8차시 내용 중 '재미있는 놀이', '문제를 해결하여 보자', '실생활에 적용하여 보자'를 제외하면서, '사다리꼴을 알아봅시다.', '평행사변형을 알아봅시다.', '마름모를 알아봅시다.', '직사각형과 정사각형을 알아봅시다.', '대각선을 알아봅시다.'을 60분 수업으로 조정하였으며, 20분은 GSP를 소개하는데 사용하였다. 이렇게 시간을 조정된 것은 GSP로 활동을 하고 난 후 학급전체 토론을 하는 시간을 갖기 위해서였다.

사후검사는 두 집단이 '5. 사각형과 도형만들기' 단원 학습을 모두 마친 후 실시하였다. 실험처치가 끝난 다음 날, 실험처치 중 학습한 내용을 어느 정도 이해하

고 있는지를 알아보는 재생검사I(Recall Test I: RTI)과 학습하지 않은 내용을 얼마나 이해할 수 있는지를 알아보는 생성검사I(Generation Test I: GTI)을 실시하였다. 실험처치를 마치고 7일 후, 실험처치에 의해 학습된 내용이 어느 정도 파지되고 있는지를 알아보기 위해 각 집단은 동형 검사지로 재생검사II(Recall Test II: RTII)와 생성검사II(Generation II: GTII)를 치렀다. 실험처치를 마치고 8일 후, 두 집단 모두에게 내용추론검사I(Content Reasoning Test II: CRTI)과 내용추론검사II(Content Reasoning Test II)를 실시하였다.

이와 같은 절차에 따라 진행한 연구를 이질 통제집단 설계(nonequivalent control group design)라 하며 구체적인 설계 모형은 표 3과 같다.

표 3. 이질 통제집단 설계

사전검사	실험처치	사후 검사		
MAT GRAT	실험집단 (GSP 사용)	RTI GTI	RTII GTII	CRTI CRTII
	비교집단 (교과서 중심 수업)			

### 3. 검사 도구

본 연구에서 실시한 검사는 수학학업성취도검사(MAT), 일반추론능력검사(GRAT), 재생검사I(RTI)과 재생검사II(RTII)검사, 생성검사I(GTI)과 생성검사II(GTII), 그리고 내용추론검사I(CRTI)과 내용추론검사II(CRTII)이다. MAT와 GRAT는 사전검사로서 연구대상 학생들이 동질집단인지를 확인하기 위해 실시한 검사이다. 이 두 검사를 제외한 다른 검사들은 설정된 연구문제를 해결하기 위한 검사이다. 이를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

#### 1) 수학학업성취도검사(MAT)

사전검사 중 MAT는 평면 도형의 기본 성질에 관한 지식을 어느 정도 이해하고 있는지를 조사하기 위한 것으로, 본 검사를 실시한 목적은 본 실험처치에 들어가기 전 까지 학습자들이 학습한 도형 영역의 지식을 어느 정도 이해하고 있는지를 알아보고 실험집단과 비교집단이 동질집단인지를 알아보는 데 있었다. 본 검사에 사용된 검사도구는 박성선(1992)이 개발한 것으로, 초등학교에서 다루는 평면도형 중에서 삼각형, 직각삼각형, 이등변삼각형, 정삼각형, 사각형, 직사각형, 정사각형의 기본 성질을 묻는 문항으로 구성되어 있다. 검사 문항의 형태는 각 도형의 기본 성질을 제시하여 참과 거짓을 판단하게 하였다. 문항의 수는 직각삼각형 10문항, 이등변삼각형 10문항, 정삼각형 7문항, 사각형 2문항, 직사각형 10문항, 정사각형 11문항으로 총 50문항이다. 검사시간은 20분이다.

## 2) 일반추론능력검사(GRAT)

사전검사 중 GRAT는 연구 대상 학생들의 추론 형식에 대한 이해력을 알아보기 위한 것이다. 이 검사는 학생들의 추론 논리를 검사하기 위한 도구로 15문항으로 구성되어 있으며, 박성선(1992)이 미국의 CTB/McGraw-Hill사의 Del Monte Research Park가 1983년에 개발한 TCS(Test of Cognitive Skills)를 수정한 것이다. 검사 문항의 내용은 수학적 지식이 포함되지 않고 실생활 맥락을 갖는 명제를 토대로 연역추론을 다루었다. 본 검사의 형식은 연구대상자들이 연역추론의 결론을 진술하는 것이 아니라 4가지 보기 중 하나를 선택하도록 구성하였다. 검사시간은 20분이다.

## 3) 재생검사I(RTI)과 재생검사II(RTII)

사후검사 중 재생검사는 RTI과 RTII로 이루어져있다. RTI은 실험처치를 마친 다음 날에, RTII는 실험처치를 마치고 7일 후에 얼마나 재생할 수 있는지 측정하기 위한 검사로써, RTI과 RTII는 문항의 배열순서만 바꾼 동형 검사이다. 이 검사도구 역시 박성선(1992)이 개발한 것이다. 검사의 내용은 실험처치 중 학습한 정사각형(4문항), 직사각형(5문항), 사다리꼴(6문항), 평행사변형(5문항), 마름모(5문항)의 기본적인 성질로 총 25문항으로 구성되었으며, 검사 문항의 형태는 참, 거짓을 판단하여 O, X로 표기하도록 하였다. 검사 시간은 20분이다.

## 4) 생성검사I(GTI)과 생성검사II(GTII)

사후검사 중 생성검사는 실험처치 중 학습한 내용을 바탕으로 8학년 나 단계에서 다루어지고 있는 사각형의 성질을 파악할 수 있는지 알아보는 것이다. 이 검사의 형식은 재생검사와 동일한 형식으로 개발하였으며, 즉 참, 거짓을 판단하여 O, X로 반응하도록 하였으며, 문항 수는 25문항으로 구성하였다. 또한 RTI과 GTI(<부록1>), 그리고 RTII와 GTII는 각각 같은 시기에 검사를 실시하였다. 즉, GTI은 실험처치를 마친 다음 날, GTII는 실험처치를 마치고 7일 후에 실시하였다. GTI과 GTII는 동형으로, GTII는 GTI의 문항들을 순서만 바꾸어 제시하였다. 이 검사도구의 내용은 평행사변형(7문항), 직사각형(6문항), 정사각형(5문항), 마름모(4문항), 사다리꼴(3문항)의 성질, 대각선, 포함관계에 대한 것이다. 검사시간은 각각 20분이다.

## 5) 내용추론검사I(CRTI)과 내용추론검사II(CRTII)

사후검사 중 CRT는 학생들의 추론능력은 어떠한가를 분석하기 위한 것이다. 즉, 실험처치로 GSP를 활용한 수업을 받은 실험집단과 실험처치로 초등수학교과

서로 수업을 받은 비교집단의 학습이 두 집단의 추론능력에서 차이를 가져오는지를 알아보기 위한 것이다. CRTI은 4학년 나 단계의 5단원 내용을 중심으로 GRAT에서 검사된 추론 형식과 실험처치에서 학습된 지식 내용을 결합시켜서 검사문항을 개발하였다. 이 검사는 박성선(1992)를 본 연구에 맞게 일부 수정하였다. CRTII(<부록2>)의 내용은 8학년 나 단계의 사각형의 성질을 중심으로 하였으며, 그 형식은 CRTI과 동일하다. 본 검사는 연구자들이 개발하였다. 단, 두 집단의 학생들에게 8학년 나 단계의 내용은 실험처치 중 다루어지지 않았다. 그러나 학습한 내용을 통하여 추론할 수 있는 내용으로 구성되었다. 전체 문항의 수는 두 검사지 모두 귀납추론을 요구하는 12문항과 연역추론을 요구하는 8문항으로 총 20문항이다. CRTI과 CRTII의 검사시간은 각각 40분이다.

#### 4. 자료분석

실험집단과 비교집단에 실시한 RTI, RTII, GTI, GTII, CRTI과 CRTII의 결과를 t-검증하였다. 모든 검사는 SPSS 10.1.3 버전을 사용하여 분석하였다.

### III. 결과 분석 및 논의

#### 1. 결과

##### 1) 두 집단의 재생검사(RTI)에 대한 결과

RTI은 실험처치를 실시한 후에 실험처치를 통해서 배운 내용을 얼마나 기억하고 있는지를 측정하기 위한 것이었다. RTI은 25문항으로 각 문항 당 1점씩 25점 만점으로 채점하였다. 이 검사의 결과는 표 4와 같다.

표 4. 두 집단의 RTI에 대한 t-검증

	N	평균	표준편차	t	유의수준
실험집단	23	22.6087	2.51792	-.066	.948
비교집단	23	22.6522	1.99109		

표 4로부터 알 수 있듯이, 두 집단의 평균이 소수 첫째자리까지 동일할 뿐만 아니라, t-검증을 실시한 결과도 유의수준  $p < 0.05$ 에서 통계적으로 유의미한 차이가 없음을 알 수 있다. 즉, GSP를 활용해서 ‘5. 사각형과 도형만들기’ 단원의 내용을 학습한 실험집단과 초등수학교과서를 중심으로 학습한 비교집단에게 실험처치가 있는 하루 후에 그들이 학습한 내용을 어느 정도 이해하고 있는지를 검사하였을

때, 이 두 집단의 연구대상들은 거의 동일한 정도로 실험처치 한 내용을 이해하고 있음을 알 수 있다. 그러나 아래의 RTII 및 GTI의 결과를 토대로 보면, 각 집단의 연구대상이 실험처치를 통해서 이해하고 있는 지식의 파지력 및 전이력은 다르다고 볼 수 있음을 알 수 있다.

## 2) 두 집단의 재생검사II(RTII)에 대한 결과

RTII는 RTI과 동형검사로 실험처치를 마치고 7일후에 실시하였다. 일정 기간을 사이에 두고 동형검사를 실시한 것은 각 집단의 연구대상이 실험처치 한 내용을 어느 정도 파지하고 있는가를 살펴보는 데 있다. 이 검사의 결과는 표 5와 같다.

표 5. 두 집단의 RTII에 대한 t-검증

	N	평균	표준편차	t	유의수준
실험집단	23	23.0870	2.39152	2.299	.031
비교집단	23	20.6522	4.46816		

표 5로부터 알 수 있듯이, 실험집단의 평균이 비교집단의 평균 보다 약 2.4점 높다. 또한, 주목해야 할 것은 실험집단의 평균이 RTI의 평균 보다 약 0.48점 상승한 반면에, 비교집단의 평균은 RTI의 평균 보다 약 2점 감소하였다. 즉, RTI에서는 두 집단간에 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났지만, RTII에서는 유의수준  $p < 0.05$ 에서 통계적으로 유의미한 차이가 있다. 이것으로부터 알 수 있는 것은 GSP로 수업을 한 실험집단이 초등수학교과서를 중심으로 한 수업을 한 비교집단 보다 실험처치 중에 학습한 내용을 더 오랫동안 파지하고 있음을 시사한다. 이런 결과는 동적기하 소프트웨어와 탐구형 소프트웨어의 특성을 갖고 있는 GSP를 활용한 수업으로 얻을 수 있는 이점이라고 할 수 있다.

## 3) 두 집단의 생성검사(GTI)에 대한 결과

GT는 각 집단이 실험처치를 한 후에 실험처치를 통해 학습한 내용을 바탕으로 학습하지 않은 내용인 8학년 나 단계의 내용 중 '사각형의 성질'과 관련된 내용도 이해할 수 있는지를 측정하기 위한 것이었다. GTI은 25문항으로 각 문항 당 1점씩 25점 만점으로 채점하였다. 이 검사의 결과는 표 6과 같다.

표 6. 두 집단의 GTI에 대한 t-검증

	N	평균	표준편차	t	유의수준
실험집단	23	19.5833	2.48328	3.745	.001
비교집단	23	17.3750	2.82554		

앞서 진술하였듯이, 두 집단 모두 실험처치 중에 8학년 나 단계의 ‘사각형의 성질’에 대한 내용을 학습하지 않았다. 하지만 실험처치가 끝난 다음 날 실시한 GTI에서 실험집단의 평균이 비교집단의 평균 보다 약 2.2점이나 높았을 뿐만 아니라, 유의수준  $p < 0.05$ 에서 통계적으로 유의미한 차이가 있었다. 이는, 비록 두 집단이 RTI에서 유의수준  $p < 0.05$ 에서 통계적으로 유의미한 차이가 없었음에도 불구하고, GSP를 활용한 ‘5. 사각형과 도형만들기’ 단원의 학습이 학습하지 않은 관련 내용에 대한 이해에도 도움을 줄 수 있음을 시사한다. 재생검사를 실시한 결과와 생성검사를 실시한 결과를 종합해 보면, GSP를 활용한 실험처치를 받은 실험집단이 구성한 지식이 비교집단이 실험처치 중 구성한 지식 보다 전이력이 뛰어남을 알 수 있다. 즉, GSP를 활용한 수업이 학습자의 수학적 추론 능력을 향상시킬 수 있음을 시사한다. 이 진술에 대한 지지 근거는 내용추론검사에서 확인할 수 있다.

#### 4) 두 집단의 GTII에 대한 결과

GTII는 GTI과 동형검사로, 실험처치를 마치고 7일 후에 실시하였다. 그리하여, 실험처치를 마친 8일 후에도 실험처치 중 학습된 내용을 두 집단이 이해하고 있는 정도의 차이가 있는지를 측정하기 위한 것이다. 이 검사의 결과는 표 7과 같다.

표 7. 두 집단의 GTII에 대한 t-검증

	N	평균	표준편차	t	유의수준
실험집단	23	18.3043	2.07660	-.225	.824
비교집단	23	18.4783	2.76125		

표 7로부터 알 수 있듯이, 두 집단은 GTII에서 유의수준  $p < 0.05$ 에서 통계적으로 유의미한 차이가 없음을 알 수 있다. 즉, 이 결과는 두 집단은 GTI에서 통계적으로 유의미한 차이가 있었는데, 즉 실험집단이 실험처치 직후에는 학습하지 않은 내용에 대한 이해도 잘 할 수 있었지만 그 이해가 오래도록 지속되지 않을 수 있음을 시사한다. 이런 결과에 대한 원인은 추후 질적연구를 통해서 알아 볼 수 있기를 기대한다.

#### 5) 두 집단의 내용추론검사(CRTI)에 대한 결과

CRTI은 두 집단의 연구 대상들의 4학년 나 단계의 내용에 대한 추론능력을 분석하기 위한 검사이다. 이 검사는 20점 만점으로, 실험처치를 마치고 8일 후에 실시하였다. 이 검사의 결과는 표 8과 같다.

표 8. 두 집단의 CRTI에 대한 t-검증

	N	평균	표준편차	t	유의수준
실험집단	23	13.2609	4.16934	2.889	.009
비교집단	23	8.9565	5.04956		

표 8로부터 알 수 있듯이, CRTI에 대해서 실험집단의 평균이 비교집단의 평균보다 약 5점 높으며, 두 집단은 유의수준  $p < 0.05$ 에서 통계적으로 유의미한 차이가 있음을 알 수 있다. 이는 GSP를 활용한 수업이 초등수학교과서를 중심으로 한 수업보다 학습자로 하여금 학습한 내용을 토대로 추론할 수 있는 능력을 신장시켜 줄 수 있음을 시사한다.

#### 6) 두 집단의 내용추론검사II(CRTII)에 대한 결과

CRTII는 두 집단의 연구 대상들의 8학년 나 단계의 '사각형의 성질'에 대한 추론능력을 분석하기 위한 검사이다. 이 검사 역시 20점 만점으로, CRTI과 동형이다. CRTII도 CRTI과 마찬가지로 실험처치를 마치고 8일 후에 실시하였다. 이 검사의 결과는 표 9와 같다.

표 9. 두 집단의 CRTII에 대한 t-검증

	N	평균	표준편차	t	유의수준
실험 학급	23	13.3478	3.62578	3.049	.006
비교 학급	23	8.8696	5.36236		

표 9로부터 알 수 있듯이, CRTII에 대해서 실험집단의 평균이 비교집단의 평균보다 약 5점 높으며, 두 집단은 유의수준  $p < 0.05$ 에서 통계적으로 유의미한 차이가 있음을 알 수 있다. 이는 GSP를 활용한 수업이 학습한 내용을 토대로 하는 추론에도 긍정적인 영향을 미칠 뿐만 아니라, 학습하지 않은 내용을 토대로 하는 추론에도 긍정적인 영향을 미친다는 점을 시사한다. 한편, 표 8과 표 9로부터 주목할 필요가 있는 것은 CRTI과 CRTII에 대한 비교집단의 평균이 각각 8.95와 8.86이라는 점이다. 즉, 비교집단에 속한 대부분의 연구대상자들이 이 두 검사에서 20문항 중 9문항에 대해서만 정반응을 하고 대부분의 문항에 대해서는 합리적인 추론을 하지 못하고 있음을 알 수 있다. 또한, 비교집단은 GRAT에 대해 평균적으로 15문항 중 약 7.88문항 그리고 CRTI과 CRTII에서 평균적으로 각각 20문항 중 8.95문항과 8.86문항에 대해 정반응을 보였다. 즉, 비교집단은 각 검사에서 주어진 문항의 50%에 못 미치는 정답율을 보이고 있다. 반면에, 실험집단은

GRAT에 대해 평균적으로 15문항 중 약 7.40문항, 그리고 CRTI과 CRTII에서 평균적으로 각각 20문항 중 13.26문항과 13.34문항에 대해 정반응을 보였다. 즉, 실험집단은 실험처치 후 추론 검사에서 정답률이 향상되었음을 알 수 있다. 또한, RTII, GTI, CRTI, 그리고 CRTII의 효과크기(Effect size)는 각각 0.55, 0.78, 0.85, 0.84로 모두 0.5이상이므로 두 집단간의 평균차이는 실제로 존재한다고 볼 수 있다.

## 2. 논의

본 연구를 통하여 GSP를 활용한 수업이 학습자들에게 학습한 지식의 재생, 지식의 생성, 내용추론 등에서 긍정적인 효과가 있음을 알 수 있었다. 즉, 본 연구는 GSP로 활동을 하면서 학습자들은 지식을 스스로 구성할 수 있을 가능성을 보여주고 있다. 이런 시도는 여러 가지 점에서 기존 연구들과 차별화 될 수 있다. 즉, 국내의 GSP 관련 연구는 GSP를 수학 수업 중에 사용할 수 있는 방안에 대한 연구들이 주를 이루고 있다(류성립, 2007; 류현아, 2000; 임해경, 2000a; 정보나 외, 2000; 황의태, 2000). 그마저도 GSP로 다루는 수학 내용은 주로 중·고등학교 수학이었다(김재환, 2007; 문정배, 2007; 정성두, 2000; 이수연, 2009). 초등학교 수학 내용을 다루는 연구가 전혀 없는 것은 아니지만, 그 연구 대상자가 일반학급에 있는 학생이 아니라 영재원에 소속된 영재아를 대상으로 하고 있었다(류성립, 2007; 현창석, 2005). 이는 아마도 초등학교 학생들이 탐구형 소프트웨어인 GSP를 활용해서 탐구활동을 하면서 수학 지식을 구성하는 것이 가능하겠는가 하는 의구심으로 인한 것으로 판단된다. 하지만, 제7차 교육과정 이후로 학습자에 대한 인식이 ‘스스로 지식을 구성할 수 있는 지적능력을 갖춘 인격체’로 전환되고 있으며, 실제로 본 연구의 결과에서 알 수 있듯이, 초등학교생들도 지식을 구성할 수 있음을 인정해야 한다. 이를 인정할 수 있다면, 기존의 연구가 교사중심수업에서 GSP를 활용하는 방안에 대한 연구가 주를 이루었다면, 앞으로의 연구는 학습자중심수업에서 GSP를 활용하는 방안에 대한 연구로 이동해야 할 것이다.

또한, 본 연구 결과에 따르면, 탐구형 소프트웨어인 GSP를 활용하여 실험처치를 받은 실험집단은 학습하지 않은 내용인 8학년 나단계의 내용을 토대로 개발된 CRTII 검사에서도 비교집단에 비해서 유의미한 차이를 보였다. 이런 시도는 기존의 이해나 추론에 관한 연구들의 접근과는 다른 시도이다. 기존 연구들은 학생들의 추론능력 그 자체를 알아보는데 관심이 있거나(구미진, 2007; 김유경, 2007; 성장근, 2006; 안숙현, 2008; 유세희, 2009; 전형옥, 2009), 각 학습자의 해당 학년에 내용을 바탕으로 그 내용에 대한 이들의 추론능력을 향상시킬 수 있는지 알아보는 연구(임지현, 2005; 정재숙, 2002; 최정남, 2002; 한미진, 2002)들이 대부

분이었다. 하지만, 제7차 교육과정에서 바라보는 인간상이 창의적 인간이라는 점에서 볼 때 각 학습자가 학습한 지식이 지니는 가치는 학습하지 않은 내용에 대해서도 추론 가능한 형태로 구성되어야 한다. 따라서, 본 연구에서처럼, 학습자가 학습한 지식이 학습하지 않은 지식에 대해서도 전이력이 있는지 까지 알아보는 연구가 활발히 이루어져야 할 것으로 본다.

본 연구 및 위에 열거한 연구들은 양적 자료로 연구 결과를 논의하고 있는데, GSP를 활용한 수업의 전반적인 이해를 얻기 위해서는 질적자료를 바탕으로 한 연구도 요구된다.

#### IV. 결론

본 연구는 GSP를 활용한 도형학습이 수학학업성취도 및 추론능력에 미치는 영향 및 학습하지 않은 내용도 이해할 수 있는지를 살펴보았다. 실험집단과 비교집단을 대상으로 RTII, GTI, CRTI과 CRTII를 t-검정한 결과에 따르면, 실험집단이 비교집단 보다 통계적으로 유의미한 차이를 보였다.

이를 자세히 살펴보면 다음과 같다. 재생검사를 통하여, 실험집단인 GSP를 활용하여 도형학습을 한 실험집단이 초등수학교과서를 중심으로 학습한 비교집단 보다 실험처치 중 학습한 지식을 잘 파지하고 있음을 알 수 있었다. 생성검사를 통하여, 실험집단이 비교집단 보다 잘 학습한 내용을 토대로 학습하지 않은 내용을 이해할 수 있음을 알 수 있었다. 내용추론검사I과 내용추론검사II를 통하여, 실험집단이 비교집단 보다 잘 학습한 내용을 토대로 학습한 내용에 대한 추론 및 학습하지 않은 내용에 대한 추론도 할 수 있음을 알 수 있었다.

본 연구의 결과를 바탕으로 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

첫 번째, 초등학교 학생들을 대상으로도 탐구형 소프트웨어인 GSP를 활용한 도형 학습에 대해서 보다 관심을 가질 필요가 있다. 본 연구에서 살펴본 것처럼, GSP를 활용한 수업이 지식의 파지력 및 전이력 그리고 추론의 측면에서 도형학습에 도움이 되는 것을 알 수 있기 때문이다. 또한, NCTM(1989, 2000)에서 권고하고 있는 것처럼 우리나라의 초등학교에서 도형영역의 학습시에 GSP뿐만 아니라 ICT를 활용한 학습도 적극적으로 고려해 볼 필요가 있다. 이는 GSP뿐만 아니라 동적기하 소프트웨어나 탐구형 소프트웨어가 가지는 장점이 중·고등학교에서 뿐만아니라 초등학교에서도 도형학습에 도움이 될 것이기 때문이다.

두 번째, 현 교육체제에서 개발된 초등수학교과서로 수업을 실시하는 교수·학습 방법에 대한 제고가 있어야 한다. 즉, 현재의 초등수학교과서에서 도형영역의 내용에 대한 교수·학습을 위해 개발된 수업자료 및 교사 중심의 수업에 대한

제고되어야 한다. 본 연구의 실험처치는 교사의 안내하에 학생들의 탐구활동을 중심으로 하였다. 즉, 교사는 도형의 정의에 대한 최소한의 안내만 하였고, 학생들은 그를 바탕으로 도형에 대한 성질을 탐구하는 활동을 하였다. GSP 뿐만 아니라 이런 학습자 중심의 수업이 결과가 영향을 주었다는 것을 본 연구를 통해서 살펴보았다.

세 번째, 수학적 지식의 이해뿐만 아니라 GSP처럼 학습자의 추론능력의 신장도 도모할 수 있는 수업자료의 활용에 대해서 고려해야 한다. 현재 대부분의 초등학교 수학수업에는 구체물을 중심으로 한 수업자료들이 주를 이루고 있다. 이는 GSP와 같은 소프트웨어를 도입하는데 여러 가지 장애 때문이겠지만, 이를 잘 극복하고 도입을 할 수 있다면 좋은 효과를 얻을 수 있을 것이다.

마지막으로, 초등학교 수학수업에서 GSP처럼 다른 수학 영역의 학습을 위해 개발된 탐구형 소프트웨어를 활용한 수업의 효과를 살펴보는 연구도 필요할 것으로 본다.

## 참고문헌

- [1] 교육과학기술부(2008). 초등학교 교육과정 해설 IV: 수학, 과학, 실과. 서울: 대한교과서주식회사.
- [2] 구미진(2007). 초등학교 중·고학년 학생들의 공간 추론 능력 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [3] 권혜름(2000). 계산기의 사용이 수학적 추론 능력에 미치는 영향. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [4] 김남희(2002). ‘문제해결’ 관점에서의 GSP 활용. 학교수학, 4(1), p.111-125. 대한수학교육학회.
- [5] 김유경(2007). 초등학교 6학년 학생들의 공간감각과 공간추론능력 실태조사: 3차원을 중심으로. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [6] 김은희(2002). 수학적 추론 능력 평가 기준에 관한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [7] 김재환(2007). GSP를 이용한 삼각함수 성질에 관한 이해. 백록논총, 9(1), p.229-248. 제주대학교 사범대학 교육과학연구소.
- [8] 김태욱(2005). 초등 수학과 확률적 추론 지도에 관한 연구. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [9] 남상이(2009). 중학생들의 개인적 추론 능력 평가 기준에 관한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [10] 류성립(2007). 수학적영재의 GSP를 활용한 프로그램의 반응 분석. 과학교육연구, 30, 115-136.

- [11] 류현아(2000). 탐구형 소프트웨어 GSP를 활용한 기하학습 사례연구. 건국대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [12] 류희찬(2004a). 수학교육에서 탐구형 소프트웨어의 활용과 의미. 청담수학교육, 14, 1-16.
- [13] 류희찬(2004b). 작도 문제 해결을 위한 분석 도구로서의 GSP. 청담수학교육, 14, 17-26.
- [14] 문정배(2007). GSP를 이용한 작도방법 연구. 백록논총, 9(1), p.249-268.
- [15] 박경옥(2003). 수학적 문제해결력 및 추론 능력과 관련된 정의적 요소와 그 차이에 관한 분석-6학년 아동을 중심으로. 청주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [16] 박성선(1992). 초등학교 4학년 아동들의 논리적 추론에서의 정교화 효과. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [17] 박수정(2009). GSP를 이용한 기하문제 해결에서의 정당화 과정. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [18] 박영희(2001). 귀납적 추론을 통한 문제해결력 신장. 과학교육연구소 논문집, 22, 89-98.
- [19] 서동엽(2003). 초등 수학 교재에서 활용되는 추론 분석. 수학교육학연구, 8(2), 159-178.
- [20] 서동엽(2006). 수학의 형식과 대상에 따른 수학적 추론 지도 수준. 수학교육학연구, 16(2), 95-113.
- [21] 성장근(2006). 소집단 문제해결 과정에서 나타나는 6학년 학생들의 수학적 추론 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [22] 안숙현(2008). 5, 6, 7학년 학생들의 비례추론 능력 실태 조사. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [23] 우정호(1999). 수학학습 지도 원리와 방법. 서울: 서울대학교 출판부.
- [24] 유세희(2009). 초등학교 5학년 학생들의 수학적 추론 능력에 대한 실태조사. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [25] 이근주(2006). 탐구형 기하소프트웨어의 활용을 통한 추론능력 평가에 관한 연구: 중학교 기하영역을 중심으로. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [26] 이수연(2009). GSP를 활용한 중학교 학생들의 증명활동에 관한 사례연구. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [27] 이종희(2003). 수학적 추론의 학습-지도 방안 탐색 및 현장적용. 한국교원대학교 교육연구원, 한국학술진흥재단 연구보고서 KRF-2001-030-D00044.
- [28] 이춘구(2005). 수학적 추론 능력 신장을 위한 재량활동 프로그램의 개발 및 적용. 청주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [29] 이한철(2002). 귀납적 추론 학습방법이 학습태도와 문제해결력에 미치는 영향. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [30] 임지현(2005). 도형 학습에서의 오류 찾기 활동이 수학 학업 성취도 및 추론 능력에 미치는 영향. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [31] 임혜경(2000a). 초등수학을 위한 GSP 활용 방안. 학교교육에서의 교단선진화 수업 전략, 291-310. 한국교원대학교 교과교육공동연구소.
- [32] 임혜경(2000b). GSP를 활용한 활동 수업이 기하학적 사고와 수학적 태도에 미치는 영향. 과학교육연구, 25, 221-242.

- [33] 전형욱(2009) 초등학교 6학년 학생들의 양적 추론 유형과 표현 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [34] 정보나, 안대영, 김순숙(2000). Geometer's sketchpad(GSP)를 활용한 기하학습. 수학교육워크샵, 2, 125-145.
- [35] 정성두(2000). GSP를 활용한 고등학교 이차곡선의 지도에 관한 연구. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [36] 정재숙(2002). 진제의 해석 유형이 아동의 수학적 추론에 미치는 영향 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [37] 최정남(2002). 도형에 관한 탐구학습이 공간추론능력에 미치는 효과. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [38] 채은주(2005). 고등학생의 확률론적 추론에 영향을 미치는 오류 형태 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [39] 하경미(2001). 탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 탐구활동에서 초등학교 5학년 학생들의 상호작용에 관한 사례연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [40] 하종연(2002). 다양한 추론 활동이 학생들의 수학적 힘에 미치는 영향. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [41] 한미진(2002). 소집단 토의 학습이 추론 능력과 수학적 태도 향상에 미치는 효과. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [42] 현창석(2005). 초등기하학습에서의 GSP를 활용한 영재교육 자료 개발 및 활용 방안. 제주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [43] 홍성관(2000). Geometer's sketchpad(GSP)를 활용한 대칭의 응용에 관한 지도 방안에 관하여. 사대논문집, 39, 131-143.
- [44] 홍수영(2006). 초등학교 5학년 학생의 비례 추론 이해. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [45] 홍진곤(2005). 문제해결과 추론의 측면에서 본 이산수학. 청람수학교육, 17, 59-68.
- [46] 황의태(2000). 초등 기하학습에서 Geometer's Sketchpad 활용에 관한 연구-초등학교 6학년 중심으로. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [47] Balacheff, N. (1991). Artificial intelligence and real teaching. In C. Keitel, & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology*, pp.131-158. NY: Springer-Verlag.
- [48] Crook, C. (1994). *Computers and the collaborative experience of learning*. London: Routledge.
- [49] Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In K. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp.515-556. NY: Macmillan Publishing Company.
- [50] NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. VA: The Author.
- [51] NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. VA: The Author.

Kim, Jinho

Department of Mathematics Education

Daegu National University of Education

1797-6 Daemyung 2 dong, Namgu, Daegu. Korea

E-mail address: jk478kim@dnue.ac.kr

Kim, Inkyung

Department of Mathematics Education

Cheongju University, Korea

E-mail address: margikim@naver.com

**<부록 1> 생성검사I**

(        ) 초등학교 (        ) 학년 (        ) 반    이름 (        )

\* 다음 각 질문을 읽고 맞는지 틀리는지 판단하여 (        )안에 맞으면 O표, 틀리면 X표 하시오. 전체 문항 수는 25문항이며, 시간은 20분입니다.

- (        ) 1. 평행사변형은 두 쌍의 마주보는 변의 길이가 각각 같다.
- (        ) 2. 평행사변형은 한 쌍의 마주보는 각의 크기가 같다.
- (        ) 3. 평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 수직으로 이등분한다.
- (        ) 4. 평행사변형은 한 쌍의 마주보는 변이 평행하고 그 길이도 같다.
- (        ) 5. 평행사변형은 한 쌍의 마주보는 변이 평행하다.
- (        ) 6. 직사각형은 두 대각선의 길이가 서로 같다.
- (        ) 7. 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직으로 이등분한다.
- (        ) 8. 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직으로 이등분한다.
- (        ) 9. 정사각형의 두 대각선은 길이가 같다.
- (        ) 10. 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
- (        ) 11. 한 밑변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴은 두 대각선의 길이가 서로 같다.
- (        ) 12. 사각형을 작도할 때, 한 내각이 직각이면, 직사각형이 된다.
- (        ) 13. 사각형을 작도할 때, 이웃하는 두 변의 길이가 같으면, 마름모를 만들 수 있다.
- (        ) 14. 사각형을 작도할 때, 두 대각선의 길이가 같고, 한 내각이 직각이면, 정사각형이 된다.
- (        ) 15. 정사각형은 직사각형이라고 할 수 있다.
- (        ) 16. 직사각형은 평행사변형이라고 할 수 있다.
- (        ) 17. 마름모는 평행사변형이라고 할 수 있다.
- (        ) 18. 평행사변형은 사다리꼴이라고 할 수 있다.
- (        ) 19. 직사각형은 사다리꼴이라고 할 수 있다.
- (        ) 20. 정사각형은 사다리꼴이라고 할 수 있다.
- (        ) 21. 사다리꼴은 평행사변형이라고 할 수 있다.
- (        ) 22. 평행사변형은 마름모라고 할 수 있다.
- (        ) 23. 직사각형은 정사각형이라고 할 수 있다.
- (        ) 24. 마름모는 정사각형이라고 할 수 있다.
- (        ) 25. 사다리꼴은 마름모라고 할 수 있다.

<부록 2> 내용추론검사 II

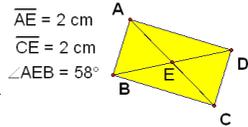
( ) 초등학교 ( ) 학년 ( ) 반 이름 ( )

<제1형>

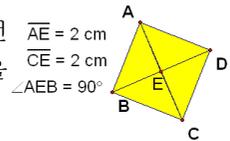
\* 다음의 각 문제는  안에 제시한 성질을 모두 만족하는 도형을 알아내는 문제입니다. 보기 중에서 맞는 답을 모두 골라 ( )안에 O표 하시오.(문제1 ~ 문제12)

<용어설명>

\* “두 대각선이 서로 이등분한다.”는 오른쪽 그림과 같이 선분AE와 선분CE가 길이가 같다는 것을 말한다.



\* “두 대각선이 서로 수직이등분한다.”는 오른쪽 그림과 같이 대각선이 서로 수직으로 만나면서 선분AE와 선분CE의 길이가 같다는 것을 말한다.



문제 1

- ① 직사각형이다.
- ② 두 대각선의 길이가 같고, 서로 수직으로 만난다.

<보기> 직사각형( ), 정사각형( ), 사다리꼴( )  
 평행사변형( ), 마름모( )

문제 2

- ① 사다리꼴이다.
- ② 두 대각선이 서로 이등분한다.

<보기> 직사각형( ), 정사각형( ), 사다리꼴( )  
 평행사변형( ), 마름모( )

문제 3

- ① 평행사변형이다.
- ② 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

<보기> 직사각형( ), 정사각형( ), 사다리꼴( )  
 평행사변형( ), 마름모( )

## 문제 4

- ① 사각형이다.  
② 두 대각선은 길이가 같고, 서로 이등분한다.

<보기> 직사각형(     ),     정사각형(     ),     사다리꼴(     )  
          평행사변형(     ),     마름모(     )

## 문제 5

- ① 마름모이다.  
② 두 대각선은 길이가 같고, 서로 수직으로 만난다.

<보기> 직사각형(     ),     정사각형(     ),     사다리꼴(     )  
          평행사변형(     ),     마름모(     )

## 문제 6

- ① 변의 개수가 네 개다.  
② 네 변의 길이가 같다.  
③ 두 대각선의 길이도 같다.

<보기> 직사각형(     ),     정사각형(     ),     사다리꼴(     )  
          평행사변형(     ),     마름모(     )

## 문제 7

- ① 네 각이 모두 직각이다.  
② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

<보기> 직사각형(     ),     정사각형(     ),     사다리꼴(     )  
          평행사변형(     ),     마름모(     )

## 문제 8

- ① 두 쌍의 마주보는 변이 평행하다.  
② 두 대각선의 길이는 같다.

<보기> 직사각형(     ),     정사각형(     ),     사다리꼴(     )  
          평행사변형(     ),     마름모(     )

## 문제 9

- ① 네 변의 길이가 같다.  
② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

<보기> 직사각형(     ),     정사각형(     ),     사다리꼴(     )  
          평행사변형(     ),     마름모(     )

문제 10

① 네 각이 모두 직각이다.  
 ② 두 대각선의 길이가 같다.

<보기> 직사각형(      ),      정사각형(      ),      사다리꼴(      )  
 평행사변형(      ),      마름모(      )

문제 11

① 한 쌍의 마주보는 변이 평행하다.  
 ② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

<보기> 직사각형(      ),      정사각형(      ),      사다리꼴(      )  
 평행사변형(      ),      마름모(      )

문제 12

① 두 쌍의 마주보는 변이 서로 평행하다.  
 ② 두 대각선의 길이는 같다.  
 ③ 두 쌍의 마주보는 변의 길이가 같다.

<보기> 직사각형(      ),      정사각형(      ),      사다리꼴(      )  
 평행사변형(      ),      마름모(      )

<제2형>

\* 다음의 각 문제는  안에 주어진 사실과 관련하여 가장 올바르게 말한 것을 고르는 문제입니다. 네 가지 보기 중에서 가장 적절한 답을 골라 (      )안에 O표 하시오.(문제13 ~ 문제20)

문제 13

모든 마름모는 네 변의 길이가 같다.  
 어떤 마름모는 두 대각선의 길이가 같고, 서로 수직으로 만난다.  
 진희가 그린 도형은 마름모이다.

- (      ) ① 네 변의 길이가 같으면 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
- (      ) ② 마름모는 두 대각선의 길이가 같다.
- (      ) ③ 진희가 그린 도형은 두 대각선의 길이가 같다.
- (      ) ④ 네 변의 길이가 같으면 두 대각선의 길이가 같다.

문제 14

수영이는 정사각형을 그렸다.  
 세진이는 마름모를 그렸다.  
 진수는 직사각형을 그렸다.

- ( ) ① 수영이와 진수가 그린 사각형은 두 대각선의 길이가 같다.  
 ( ) ② 세진이가 그린 사각형은 수영이가 그린 사각형과 같다.  
 ( ) ③ 수영이와 진수가 그린 사각형은 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.  
 ( ) ④ 진수가 그린 사각형은 네 변의 길이가 같다.

## 문제 15

모든 직사각형은 두 대각선의 길이가 같다.  
 어떤 직사각형은 네 변의 길이가 같다.  
 모든 마름모는 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

- ( ) ① 마름모는 네 변의 길이가 같다.  
 ( ) ② 마름모는 직사각형이라고 할 수 있다.  
 ( ) ③ 직사각형은 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.  
 ( ) ④ 직사각형은 마름모라고 할 수 있다.

## 문제 16

모든 평행사변형은 두 쌍의 마주 보는 변이 서로 평행하다.  
 어떤 평행사변형은 네 각이 모두 직각이다.  
 희영이는 두 대각선이 서로 수직인 사각형을 그렸다.

- ( ) ① 두 쌍의 마주 보는 변이 서로 평행하면, 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.  
 ( ) ② 두 대각선이 서로 수직이면 평행사변형이 될 수 없다.  
 ( ) ③ 희영이가 그린 사각형은 직사각형이다.  
 ( ) ④ 희영이가 그린 사각형은 정사각형이다.

## 문제 17

모든 직사각형은 두 대각선의 길이가 같다.  
 네 각이 모두 직각이더라도 정사각형이 아닐 수 있다.  
 지영이는 네 각이 모두 직각인 사각형을 그렸다.

- ( ) ① 지영이가 그린 사각형은 정사각형이다.  
 ( ) ② 네 각이 모두 직각인 사각형은 두 대각선의 길이가 같지 않을 수 있다.  
 ( ) ③ 네 각이 모두 직각인 사각형은 정사각형이다.  
 ( ) ④ 지영이가 그린 사각형은 정사각형이 아닐 수 있다.

## 문제 18

정사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로 수직으로 만난다.  
 직사각형은 네 각이 모두 직각이며, 두 대각선은 길이가 같다.  
 사각형은 두 대각선을 가지고 있다.

- ( ) ① 네 각이 모두 직각이며, 두 대각선의 길이가 같으면 정사각형이다.  
 ( ) ② 직사각형은 정사각형이라고 할 수 있다.

- (    ) ③ 두 대각선이 서로 수직으로 만나면 직사각형이다.  
 (    ) ④ 두 대각선의 길이가 같고, 서로 수직으로 만나면 직사각형이다.

## 문제 19

정사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로 수직으로 만난다.  
 직사각형은 두 대각선의 길이가 같다.  
 마름모는 두 대각선의 길이가 같고, 서로 수직으로 만난다.

- (    ) ① 모든 직사각형은 마름모라고 할 수 있다.  
 (    ) ② 모든 마름모는 직사각형이라고 할 수 있다.  
 (    ) ③ 모든 정사각형은 마름모라고 할 수 있다.  
 (    ) ④ 모든 마름모는 정사각형이라고 할 수 있다.

## 문제 20

마름모는 두 대각선의 길이가 같고, 서로 수직으로 만난다.  
 평행사변형은 두 대각선이 서로 이등분한다.  
 직사각형은 두 대각선의 길이가 같다.

- (    ) ① 모든 평행사변형은 마름모라고 할 수 있다.  
 (    ) ② 모든 마름모는 평행사변형이라고 할 수 있다.  
 (    ) ③ 모든 직사각형은 마름모라고 할 수 있다.  
 (    ) ④ 모든 평행사변형은 직사각형이라고 할 수 있다.