

비정상열유속 기법을 이용한 표면 열유속 해석에 관한 연구

A Study on the Analysis of Surface Heat Flux Using the Transient Heat Flux Method

이 종 주*

Jong-Ju Yi

The quick variation of the canister wall temperature causes the modification of the shape of canister wall. This paper is the possibility of adoption and the error analysis about the transient heat flux method. The commercial code(Fluent Ver6.2.16) was employed for the calculation of surface temperature in the case of steady and unsteady heat flux condition. Based the surface temperature variation and surface material property, transient heat flux method can calculate the surface heat flux. In the case of steady heat flux condition, the error is about 2%, and in the case of unsteady heat flux condition, the error is about 3.6%. With the unsteady heat flux condition, the time which reach the maximum surface heat flux is almost same between the numerical analysis and transient heat flux method.

Keywords : Transient Heat Flux Method(비정상열유속 기법), Heat Transfer(열전달), Semi-infinity Condition(반무한체 조건), Surface Heat Flux(표면열유속)

1. 서론

열전달은 온도차이가 있는 두 물체의 에너지교환현상이며, 전달되는 에너지량을 표현하기 위해 사용하는 것이 열유속(Heat Flux)이다. 열유속 예측 및 측정기술은 극한 고온상태 혹은 급격한 온도변화를 겪는 구조물의 설계에 있어서 필수적이다.

가스발생기를 이용한 사출장치 운용시 생성된 고열은 캐니스터 벽면에 직접 전달되며, 캐니스터 벽면은 순간적으로 고에너지를 전달받는다. 따라서 캐니스터

의 표면온도는 급격하게 상승한다. 또한 고온상태인 캐니스터 벽면에 직접적으로 해수와 접촉하여 캐니스터 벽면이 빠르게 냉각된다. 따라서 캐니스터는 단시간 내에 상온상태에서 고온상태로 변화했다가 다시 상온상태가 된다. 이러한 급격한 온도변화는 캐니스터 벽면에 심각한 열하중(Thermal Stress)을 초래하며, 캐니스터 벽면에 변형이 생길 수 있다. 이러한 변형은 캐니스터와 연결되는 구조에 영향을 준다. 따라서 극한 열하중을 겪는 구조물 설계는 열하중을 고려하여 설계에 반영하는 것이 필수적이다.

열유속을 측정하는 방법은 열유속센서를 사용하는 방법과 표면온도 측정을 통한 해석방법이다. 열유속 측정센서는 일반적으로 국소지점에서 사용되기 때문에 넓은 면적 단위로 측정하기 위해서는 많은 비용과

† 2010년 3월 8일 접수~2010년 5월 13일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

책임저자 : 이종주(leeongreal@add.re.kr)

설치시간이 소요된다. 또한 열유속 센서의 설치환경에 따라 제약을 받거나 열유속을 측정하고자 하는 대상이 극소형인 경우, 열유속센서 설치가 불가능한 경우가 있다. 이에 비하여 표면온도 측정을 통한 열유속 해석방법은 온도센서, 즉 열전대(Thermocouple), 축온 저항계(RTD : Resistance Temperature Detector), 적외선 카메라(Infra Red Camera), 액정(TLC : Thermochromic Liquid Crystal) 등을 사용하기 때문에 국소지점 혹은 면적단위로 열유속 해석이 가능하다.

시간에 따른 온도 변화를 통하여 물체의 표면이나 일정한 면을 통과하는 열유속을 해석하는 것을 비정상열전달 문제(Transient Heat Flux Problem)라고 한다. 표면온도는 표면에 전달되는 열유속과 표면을 이루는 물질특성에 따라 다른 양상으로 변화한다. 이와 같은 비정상열전달 문제는 시간에 따라 측정된 온도데이터와 표면 물체의 물성치를 이용하여 열유속을 해석할 수 있으며, 이 기법을 비정상열유속 기법이라 한다. 그러나 비정상열유속 기법은 이론전개 과정에서 수학적 난점이 존재하며, 열유속을 정확하게 해석하기 어렵고 그에 따른 오차가 존재한다.

캐니스터 벽면에 전달되는 열유속을 측정하기 위하여 사용되는 비정상열유속 기법의 적용 가능성과 오차를 알아보기 위해, 본 논문에서는 상용코드(Fluent 6.2.16버전)를 사용하여 등열유속 조건(Steady Heat Flux Condition) 및 비등열유속 조건(Unsteady Heat Flux Condition)을 만족하는 표면의 온도이력을 수치해석으로 해석하였다. 그리고 상용코드를 사용하여 해석한 표면온도이력과 표면물성치를 토대로 비정상열유속 기법을 이용하여 표면열유속을 해석하였다. 또한 수치해석에서 쓰인 열유속과 비정상열유속 기법을 통해 해석된 열유속의 오차를 계산하였다.

2. 비정상열유속 기법 지배방정식

Fig. 1과 같이 두 물체 사이에 열교환이 일어나는 경우, 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial T_1}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial T_2}{\partial t}$$

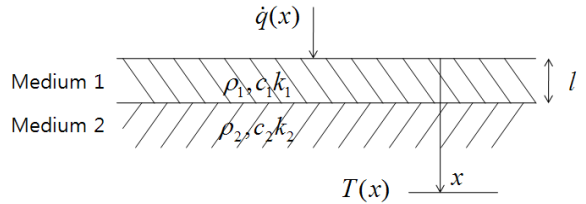


Fig. 1. 두 물체간 열전달 모델

T 는 표면에서 x 만큼 떨어진 지역에서 특정 시간 t 에 측정된 온도이다. 그리고 $\alpha = \frac{k}{\rho c}$ 이며, k 는 열전도도, ρ 는 물체 밀도, c 는 물체의 비열이다. 만약 물체 표면에서의 열전달율이 $\dot{q}_s(t)$ 이고, $x=l$ 에서 접촉열저항(Contact Thermal Resistance)을 무시한다면, 경계조건은 다음과 같다.

- A. $x=0$ 에서, $-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \dot{q}_s$
- B. $x=l$ 에서, $k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x}$
- C. $x=l$ 에서, $T_1 = T_2$
- D. $x=\infty$ 에서, $T_2 = T_i$

초기온도를 T_i 라 하고, 0K 초기온도조건(Zero Temperature Condition, $\theta = T - T_i$)을 적용시키면, 다음과 같은 경계식이 도출된다.

- $x=0$ 에서, $-k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = \dot{q}_s$
- $x=l$ 에서, $k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = k_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x}$
- $x=l$ 에서, $\theta_1 = \theta_2$
- $x=\infty$ 에서 $\theta_2 = 0$

라플라스 변환을 사용하여 경계조건을 대입하면, 두 물체의 온도변화는 다음과 같이 된다.

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\bar{q}_s \sqrt{\alpha_1} \left[(1+a)e^{-(x-l)\sqrt{P/\alpha_1}} + (1-a)e^{(x-l)\sqrt{P/\alpha_1}} \right]}{k_1 \sqrt{P} \left[(1+a)e^{l\sqrt{P/\alpha_1}} - (1-a)e^{-l\sqrt{P/\alpha_1}} \right]}$$

$$\bar{\theta}_2 = \frac{2\bar{q}_s \sqrt{\alpha_1} e^{(l-x)\sqrt{P/\alpha_2}}}{k_1 \sqrt{P} \left[(1+a)e^{l\sqrt{P/\alpha_1}} - (1-a)e^{-l\sqrt{P/\alpha_1}} \right]}$$

이때, $a = \sqrt{\frac{\rho_2 c_2 k_2}{\rho_1 c_1 k_1}}$, P 는 라플라스 상수이다.

Medium 1을 온도센서라고 가정하고, 센서의 두께를 무시 할 수 있다면($l=0$),

$$\bar{\theta}_x = \frac{1}{\sqrt{\rho ck}} \frac{\bar{q}_s}{\sqrt{P}} e^{-x\sqrt{P/\alpha}} \quad (1)$$

이며, 표면온도($x=0$)는 다음과 같다.

$$\bar{\theta}_s = \frac{1}{\sqrt{\rho ck}} \frac{\bar{q}_s}{\sqrt{P}}$$

이며, 표면에서의 열전달율은

$$\begin{aligned} \bar{q}_s &= \bar{\theta}_s \sqrt{P} \sqrt{\rho ck} \\ &= P \bar{\theta}_s \frac{1}{\sqrt{P}} \sqrt{\rho ck} \end{aligned}$$

이 된다. 따라서 위 식을 역변환 시키면 다음과 같은 식이 도출된다.

$$\dot{q}_s(t) = \sqrt{\frac{\rho ck}{\pi}} \int_0^t \frac{d\theta(\tau)}{t-\tau} d\tau$$

상기 식에는 적분항 안에 미분항이 있기 때문에 계산에 많은 어려움이 있다. 따라서,

$$\theta(t) - \theta(\tau) = z$$

를 정의하고 상기 식에 대입하면, 다음과 같은 공식을 도출 할 수 있다.

$$\dot{q}_s(t) = \sqrt{\frac{\rho ck}{\pi}} \frac{1}{2} \left[\frac{-2z}{\sqrt{t-\tau}} + \int_0^t \frac{z}{(t-\tau)^{3/2}} d\tau \right]$$

이 식에서 $\tau=0$ 일 때, $\theta(\tau)=0$ 이 성립한다. 따라서 최종적으로 표면열유속을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\dot{q}_s(t) = \sqrt{\frac{\rho ck}{\pi}} \left[\frac{\theta(\tau)}{\sqrt{t}} + \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\theta(t) - \theta(\tau)}{(t-\tau)^{3/2}} d\tau \right]$$

위 식은 열전달율이 고정되지 않았을 때, 해를 구할 수 있는 형태이다. 그러나 $t=\tau$ 인 경우 표면 열전달율을 구함에 있어 큰 오차를 발생시킨다. 이에 관하여 오차를 줄이기 위해 여러 방법들이 참고문헌 [1]~[4]에 제시되었다. 이 중 Fig. 2와 같이 시간에 따라 온도 변화가 거의 선형적으로 변화한다고 가정하면^[1], 다음 관계식이 성립된다.

$$\bar{\theta}(\tau) = \theta(t_{i-1}) + \frac{\theta(t_i) - \theta(t_{i-1})}{\Delta t} (\tau - t_{i-1})$$

where, $t_{i-1} < \tau < t_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$

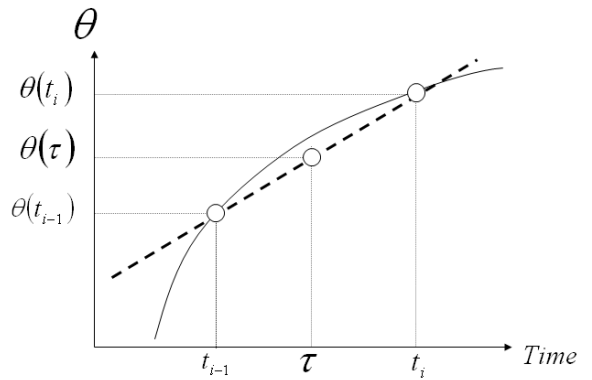


Fig. 2. 선형적 온도변화 과정

표면 열유속식의 적분항을 다음과 같이 정의하면,

$$\begin{aligned} R(t_n) &= \frac{1}{2} \int_0^{t_n} \frac{\theta(t_n) - \bar{\theta}(\tau)}{(t_n - \tau)^{3/2}} d\tau \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{\theta(t_n) - \bar{\theta}(\tau)}{(t_n - \tau)^{3/2}} d\tau \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{\theta(t_n) - \theta(t_i)}{(t_n - t_i)^{1/2}} - \frac{\theta(t_n) - \theta(t_{i-1})}{(t_n - t_{i-1})^{1/2}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\theta(t_i) - \theta(t_{i-1})}{2(t_n - t_i)^{1/2} + (t_n - t_{i-1})^{1/2}} \right] \\ &\quad + \frac{\theta(t_n) - \theta(t_{n-1})}{\sqrt{\Delta t}} \end{aligned}$$

이 된다. 여기에 제로온도조건(Zero Temperature Condition)을 재적용 시키면

$$\dot{q}_s(t_n) = \sqrt{\frac{\rho c k}{\pi}} \left[\frac{T(t_n) - T_i}{\sqrt{t_n}} + \dot{B}_n + \frac{T(t_n) - T(t_{n-1})}{\sqrt{\Delta t}} \right] \quad (2)$$

이며, 이때 \dot{B}_n 은 다음과 같다.

$$\dot{B}_n(t) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{T(t_n) - T(t_i)}{(t_n - t_i)^{1/2}} - \frac{T(t_n) - T(t_{i-1})}{(t_n - t_{i-1})^{1/2}} \right] + 2 \frac{T(t_i) - T(t_{i-1})}{(t_n - t_i)^{1/2} + (t_n - t_{i-1})^{1/2}}$$

표면온도 선형변화 가정을 도입한 비정상열유속 기법에서 오차를 발생시킬 수 있는 요인은 해석시간간격에 따른 온도변화 선형성으로 사료된다. 본 연구에서는 온도변화 선형성에 의한 오차요인을 줄이기 위해 해석시간간격을 0.001초로 고정하였다. 비정상열유속기법을 적용시키기 위한 중요한 요소는 열전달이 일어나는 물체의 두께와 시험시간이다. 식 (2)를 유도함에 있어 쓰인 경계조건(D)은 열전달율을 계산하는 표면에서 무한대 깊이로 떨어진 지점의 온도가 초기 온도를 유지한다는 가정이다. 그러나 실제 시험조건에서는 물체의 깊이를 무한대로 할 수 없다. 따라서 물체표면이 열유속을 측정하고자 하는 시간동안 반무한체 조건(Semi-infinity condition)이 성립되면, 비정상열유속 기법을 적용 할 수 있다. 금속과 단열재는 열적 성질이 물질 내부에서 일정하다고 가정된다. 단열재의 열침투깊이는 $x = 0.3\sqrt{t}$ 이며, 금속재료의 열침투깊이는 $x = 4\sqrt{t}$ 로 알려져 있다⁵⁾. 여기서 x 는 cm단위이며, t 는 초단위이다. 본 논문에서 사용한 수치해석 모델은 일정시간동안 반무한체 조건을 만족시키기 위해 사용되는 물체의 물성치에 따라 두께를 달리하였다.

3. 수치해석 모델

상용코드(Fluent 6.2.16버전)를 사용하여, 등열유속 및 비등열유속 조건이 적용된 물체 표면의 온도이력을 해석하였다. 해석된 온도이력과 수치해석에 사용한 물성치를 비정상 열유속 기법의 입력 자료로 사용하여 표면열유속을 해석하였다. Fig. 4는 수치해석 모델이다. GRP(Grass Reinforcement Plastic)와 스틸은 물성치 차이로 인하여, 해석시간을 1초로 고정하고 각 물체의 두

께를 다르게 하여, 해석시간 1초 동안 반무한체 조건을 만족하도록 하였다. GRP와 스틸은 각각 5mm, 50mm의 두께이다. 수치해석 시간간격은 0.1, 0.01, 0.001초로 하여 표면온도 해석한 결과와 시간간격을 0.001초로 하였을 때 격자수를 4000, 6000, 8000으로 하였을 때 표면온도 해석결과는 Fig. 3에 제시하였다. 온도선형성 및 해석시간을 고려하여 시간간격을 0.001초, 격자수는 8000개로 하여 표면온도를 해석한 결과를 사용하였다.

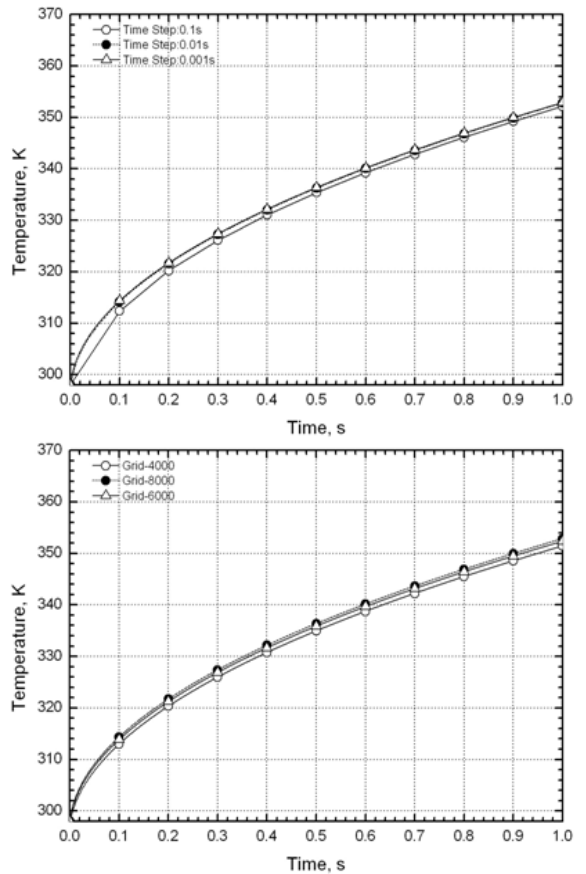


Fig. 3. Grid 및 Time 의존성 검사

Fig. 4에서 2mm 실선으로 표시된 부분에 등열유속 및 비등열유속 경계조건을 부여하였고 수치해석 모델의 사각형은 격자를 나타낸다. 2mm 실선의 중심부분 온도이력이 비정상열유속 해석의 입력 자료이다. 점선 부분은 단열조건(Adiabatic condition)을 적용하였다. 수치해석에서 모델의 초기온도는 298K이다.

Table 1. 각 재료별 물성치

물성치	GRP	스틸
밀도, kg/m ³	1900	7900
비열, J/kg K	760	460.0
열전도도 W/m K	0.25	18.0

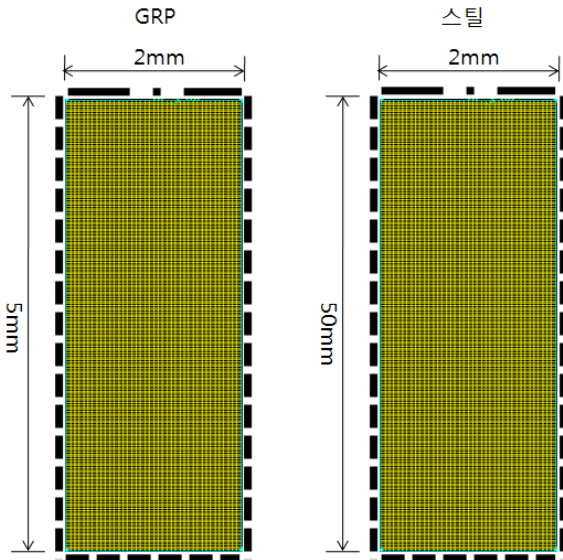


Fig. 4. 수치해석 모델 개략도

4. 등열유속조건에 의한 온도이력의 비정상 열유속 기법 적용

GRP와 스틸의 표면열유속을 다르게 하여 수치해석을 수행하였다. Fig. 5, 6은 GRP와 스틸의 표면온도 수치해석 결과이다.

GRP와 스틸의 온도변화는 0초에서 0.1초까지 급격한 온도변화를 보이고 있으며 0.1초 이후부터는 온도변화가 완만하게 이루어지는 루트함수형태의 온도변화를 보이고 있다. 이는 식 (1)을 통해 확인할 수 있다.

$$\theta_s = \frac{\dot{q}_s}{\sqrt{\rho ck}} \frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow T_w = T_i + \frac{\dot{q}_s}{\sqrt{\rho ck}} \frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{\pi}}$$

위 식에서 표면온도(T_w)는 시간의 제곱근에 의해 변화함을 알 수 있으며, 이는 상용코드 해석결과를 나타

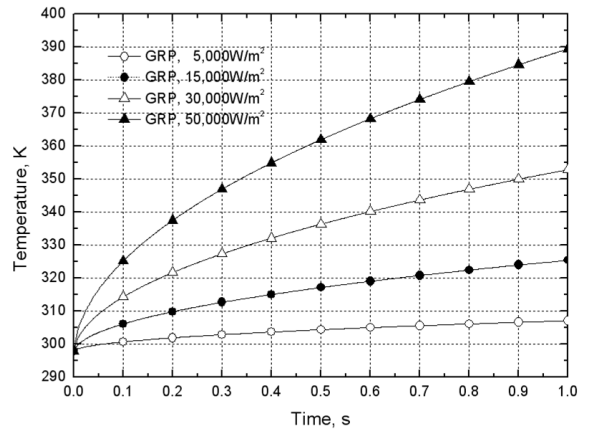


그림 5. 표면온도 수치해석 결과 - GRP

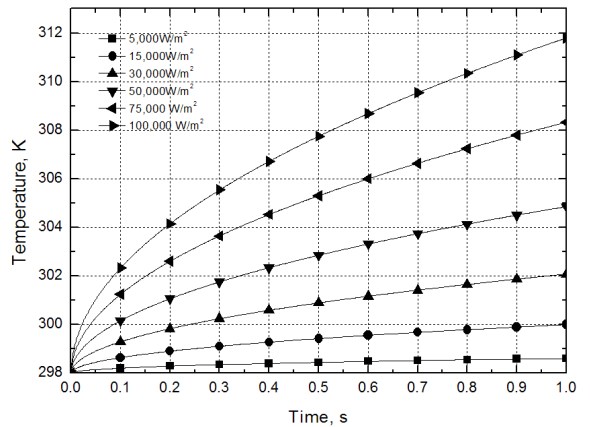


Fig. 6. 표면온도 수치해석 결과 - 스틸

낸 Fig. 4, 5를 통해서 확인할 수 있다. 수치해석을 통해 해석된 온도이력과 GRP와 스틸의 물성치를 비정상열유속 기법의 입력조건으로 하여 열유속을 해석한 결과는 Fig. 7, 8에 나와 있다. Fig. 7은 GRP의 비정상열유속 해석결과이며, Fig. 7은 스틸의 비정상열유속 해석결과이다. 등열유속이 커질수록 상용코드로 해석할 때 쓰인 열유속의 절대값을 잘 모사하였다. 비정상열유속의 해석오차는 Fig. 9, 10에 표시하였다. 해석오차는 다음과 같이 계산하였다.

$$Error = \frac{\text{수치해석열유속} - \text{해석된열유속}}{\text{수치해석열유속}} \times 100$$

Table 2, 3에서도 알 수 있듯이 같은 열유속이 1초 동안 GRP와 스틸의 표면에 공급되었지만, 비열과 열

전도도의 차이로 인하여, 표면온도 상승률이 크게 차이가 났다. 열유속이 5,000W/m²인 경우, 스틸의 표면온도 상승은 0.6K이고, 15,000W/m²는 2.0K이었다. 같은 등열유속을 주었을 때, 표면온도 상승에 차이가 생긴 것은 GRP의 비열이 스틸의 비열에 비해 1.7배정도 크지만, 열전도도에 있어서 GRP가 스틸의 열전도도에 비해 1.4%정도이기 때문에 같은 크기의 에너지가 공급되었을 때, 스틸은 표면깊이방향으로 에너지를 빠르게 전달시켜, 표면온도 상승이 GRP의 표면온도 상승에 비해 작게 나타난 것으로 사료된다.

Fig. 10에서 볼 수 있듯이 스틸은 5,000W/m², 15,000 W/m²에서 16.0%, 5.5%씩 오차가 각각 발생하였다. 그러나 등열유속이 커질수록 표면온도변화는 크게 나타났으며, 오차는 줄어드는 경향을 보이고 있다. 스틸은 해석 종료시점에서 약 1~3%의 오차를 나타냈으며, GRP는 해석 종료시점에서 약 1.7%의 오차를 보이고 있다. 이는 열유속에 의한 표면온도 변화가 상당히 작아 비정상열유속 해석에서 오차가 누적되어 오차가 커진 것으로 사료된다.

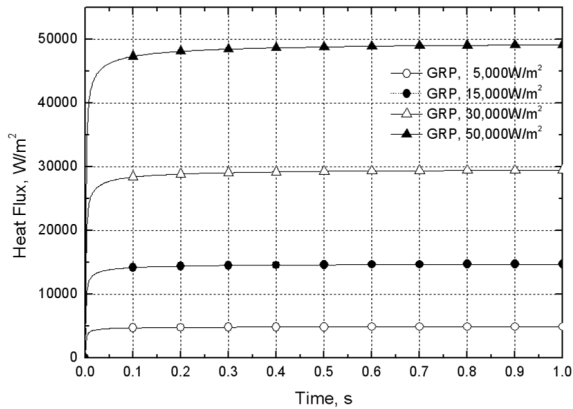


Fig. 7. 비정상열유속 해석결과 - GRP

Table 2. 결과비교 - GRP, 등열유속 조건

수치해석 조건 (Heat flux)	해석종료 시점온도 (K)	온도변화 (K)	비정상열유속 해석결과 (Heat flux)	오차 (%)
5,000	307.1	9.1	4916.2	1.68
15,000	325.4	27.4	14746.6	1.69
30,000	352.8	54.8	29492.8	1.70
50,000	389.4	91.4	49154.7	1.69

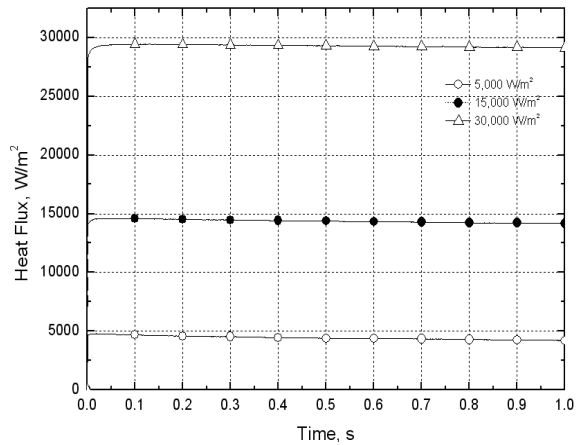
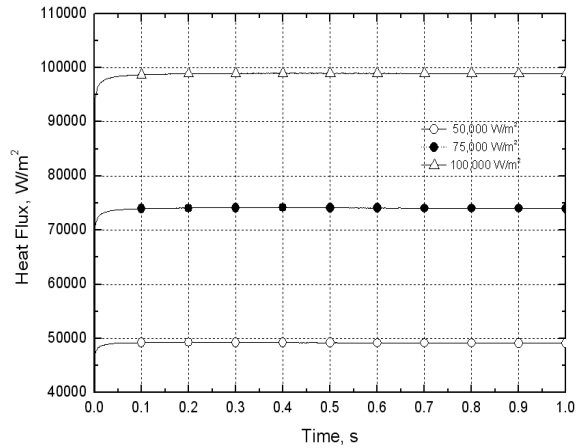


Fig. 8. 비정상열유속 해석결과 - 스틸

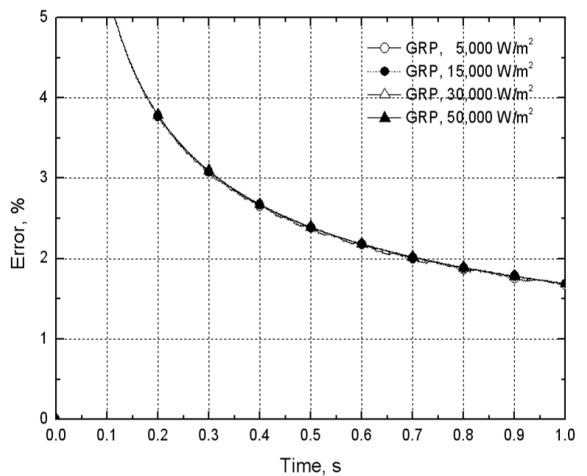


Fig. 9. 비정상열유속 해석오차 - GRP

Table 3. 결과비교 - 스틸, 등열유속 조건

수치해석 조건 (Heat flux)	해석종료 시점온도 (K)	온도변화 (K)	비정상열유속 해석결과 (Heat flux)	오차 (%)
5,000	298.6	0.6	4199.3	16.0
15,000	300.0	2.0	14168.8	5.54
30,000	302.1	4.1	29122.6	2.93
50,000	304.9	6.9	49067.0	1.87
75,000	308.3	10.3	73995.5	1.34
100,000	311.8	13.8	98924.2	1.08

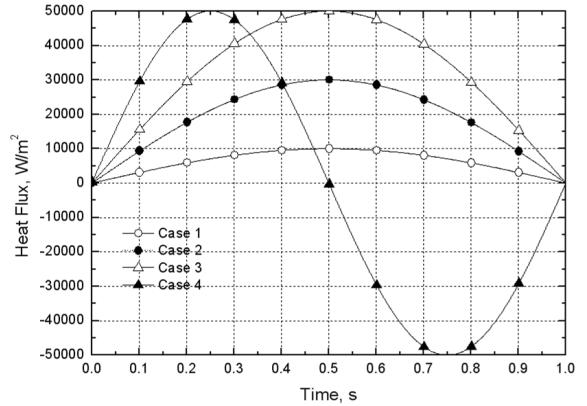


Fig. 11. 조건별 비등열유속조건

- Case 1 $\dot{q}(t) = 10,000\sin\pi t$
- Case 2 $\dot{q}(t) = 30,000\sin\pi t$
- Case 3 $\dot{q}(t) = 50,000\sin\pi t$
- Case 4 $\dot{q}(t) = 50,000\sin 2\pi t$

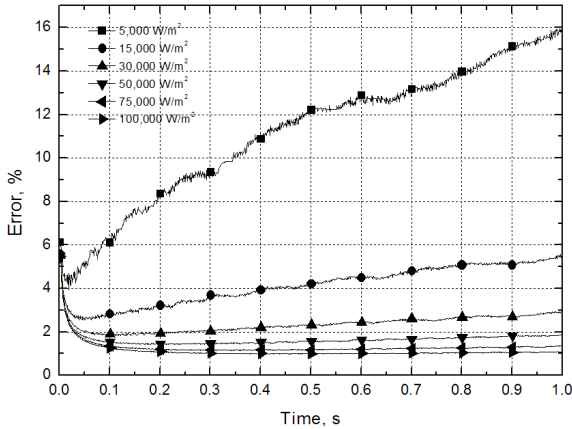


Fig. 10. 비정상열유속 해석오차 - 스틸

열유속을 시간에 따라 변화시키면서 비정상열유속 기법으로 해석하였을 때, 주어진 열유속을 비교적 잘 모사한 것으로 판단된다. 상용코드를 사용한 최대 열유속이 나타나는 시점은 각 조건별로 0.5초이며, 비정상열유속으로 해석하였을 경우 0.5초 부근에서 최대 열유속이 나타나는 것으로 파악되었다. 또한 최대 열유속이 나타나는 시점에서 해석 오차는 약 3.6%로 파악되었다. 비정상 열유속 기법에서 해석오차가 발생한 이유는 온도의 선형적 변화한다는 가정에 의해 발생한 것으로 추정된다.

5. 비등열유속조건에 의한 온도이력의 비정상 열유속 기법 적용

비등열유속조건은 등열유속조건과 달리 시간에 따라 표면에 전달되는 열유속이 변화하는 경우이다. 이 경우, 식 (1)을 적용 할 수 없다. 식 (2)는 이에 상관없이 적용이 가능하기 때문에 비등열유속 상황에서도 온도이력과 표면물성치를 사용하여 열유속 해석이 가능하다. 상용코드의 UDF(User Define Function)기능을 사용하여 시간에 따라 표면열유속을 사인함수 형태로 변화시켰다. 최대 열전달량을 달리하여 수치해석을 통해 4가지 비등열유속조건을 구현하였으며, 표면온도이력을 해석하였다. 각 조건별 열유속은 아래와 같으며, Fig. 11에 표시하였다. Fig. 12는 비정상열유속 해석 결과이다.

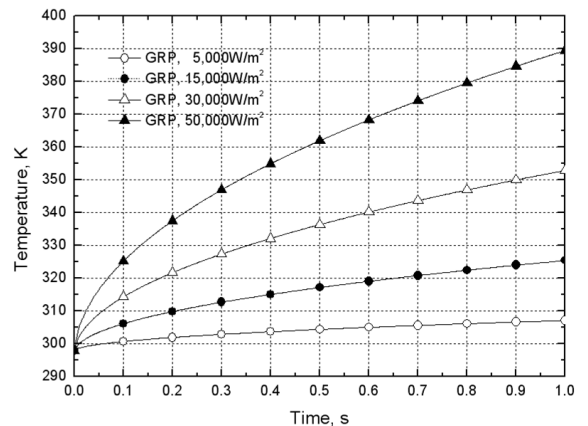


Fig. 12. 비등열유속 조건의 표면온도 변화

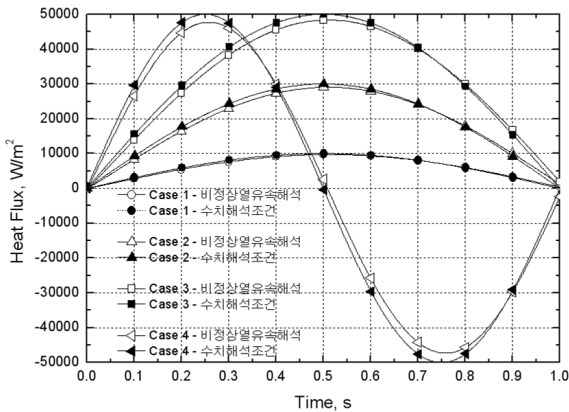


Fig. 13. 비정상열유속 기법 결과 - 비등속열유속 조건

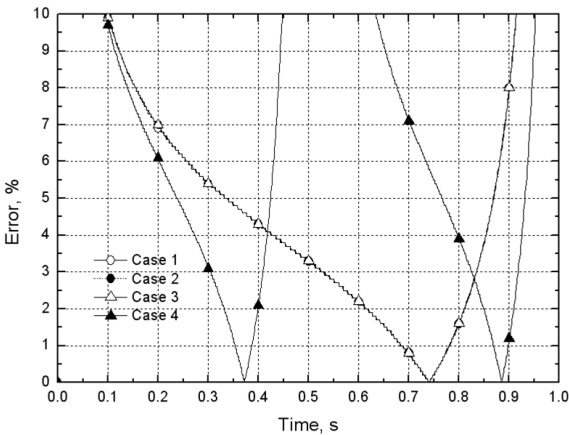


Fig. 14. 비정상열유속 해석오차 - 비등속열유속 조건

Table 4. 결과비교 - GRP, 비등속열유속 조건

조건	수치해석결과		비정상열유속 해석결과		열유속 오차 (%)
	최대값 (Heat Flux)	시간 (초)	최대값 (Heat Flux)	시간 (초)	
1	10,000	0.500	9,676	0.505	3.34
2	30,000	0.500	29,029	0.510	3.24
3	50,000	0.500	48,380	0.512	3.24
4	50,000	0.250	47,725	0.258	4.55

6. 결론

비정상열유속 기법은 반무한체 조건이 만족되는 시간동안에 표면온도이력과 표면물성치를 사용하여 표면에 전달되는 열유속을 작은 오차범위 내로 해석 가능한 것으로 파악되었다. 표면온도 선형적 변화 가정을 도입한 비정상열유속 기법으로 해석된 표면열유속의 해석오차는 등열유속조건인 경우에 대해 약 2%가 발생했다. 비등속열유속 조건인 경우, 약 3.6% 오차가 발생하였으며, 최대 표면 열유속이 나타나는 시점도 실제와 거의 유사한 시점에 나타나는 것으로 파악되었다.

비정상열유속 기법의 오차는 표면온도이력이 크게 나타날수록 오차가 줄어드는 것으로 파악되었다. 비정상열유속 기법의 사용은 표면온도가 비교적 크게 나타나는 경우에 사용하는 것이 좋을 것으로 사료된다. 따라서 비정상열유속 기법은 급격한 표면온도 변화가 발생할 것으로 예상되는 캐니스터 벽면에서의 표면열유속 측정에 적합 할 것으로 사료된다.

Reference

- [1] Cook W. J., Felderman E. J., "Reduction of Data from Thin Film Heat Transfer Gauges", AIAA J. 4, 3, 1966.
- [2] Henshall B. D., Schultz D. L. "Some Notes on the Use of Resistance Thermometers for Heat Transfer Measurement of Heat Transfer Rates in Shock Tubes", ARC CP No. 408, 1959.
- [3] Vidal R. J. "Model Instrumentation Techniques for Heat Transfer and Force Measurements in Hypersonic Shock Tunnel", C. A. L. Report AD-917-A-1, 1956.
- [4] Jone. J. J., "Shock Tube Heat Transfer Measurements on Inner Surface of a Cylinder(Simulation a Flat Plate) for Stagnation Temperature Range 4100 to 8300 °R", NASA TN-D-54, 1959.
- [5] D. L. Schultz, T. J. Jones Heat Transfer Measurements in Short Duration Hypersonic Facilities, AGARD-AG-165, 1973.
- [6] A. F. Mills, Basic Heat and Mass Transfer, Prentice Hall, 1999.