

論文

변형률 효과를 고려한 형상기억합금의 열-기계적 특성

노진호*

Thermomechanical Characteristics of SMAs with Strain-rate Dependence

Jin-Ho Roh*

ABSTRACT

The influence of the strain-rate on the thermomechanical characteristics of shape memory alloys (SMAs) is numerically investigated. The three-dimensional SMA constitutive equations of strain-rate effect is developed. The strain-rate effect is taken into account by introducing a coupling equation between the production rate of martensite and the temperature change. For the numerical results, the SMA algorithm is implemented into the ABAQUS finite element program. Numerical simulation shows that the pseudoelasticity of SMA may significantly be changed by considering the strain-rate due to the temperature change.

초 록

변형률-속도에 따른 형상기억합금의 열-기계적 특성 변화를 수치적으로 살펴보았다. 변형률 효과를 고려한 형상기억합금 수학 모델을 유도하였고, 해석 알고리즘을 ABAQUS 상용 프로그램에 적용하여 형상기억합금의 열-기계적 특성을 예측하였다. 마르텐사이트 상 변화량과 온도 변화사이의 연성된 열역학적 방정식을 적용하여, 변형률-속도에 따른 형상기억합금의 거동 특성을 살펴보았다. 변형률 효과를 고려함에 따라 형상기억합금의 의탄성 이력 특성이 크게 영향을 받음을 수치해석 결과를 통하여 알 수 있었다.

Key Words : Thermomechanical Characteristics(열-기계적 특성), Shape Memory Alloys(형상기억합금), Strain-rate(변형률-속도), Martensite(마르텐사이트), Pseudoelasticity(의탄성)

1. 서 론

최근 재료 공학의 발달과 더불어 구조물의 성능 향상을 위해, 외부 환경 변화를 감지(sense)하고 능동적으로 외부 조건에 적응 가능한 스마트 구조물 개발이 많이 연구되어지고 있다. 감지기 또는 작동기로서 스마트 구조물에 적용되는 재료

들은 광섬유(optical fibers), 압전(piezoelectric) 재료, 그리고 형상기억합금(shape memory alloys: SMAs) 등이 있다.

이 중 형상기억합금(SMAs)은 비교적 최근에 많은 응용 연구가 수행되어지고 있는 재료로서, 기계적 또는 열 하중의 외부 환경변화에 따라 물리적 특성이 바뀌는 재료로 정의할 수 있다. 형상기억효과(shape memory effect)와 의탄성(pseudoelasticity) 특성을 가지는 형상기억합금(SMAs)은 큰 힘과 변형을 일으키고 외부 하중과 온도에 따라, 기하학적 형상, 재료의 강성 및 감

† 2009년 8월 10일 접수 ~ 2010년 1월 22일 심사완료

* 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
교신저자, E-mail : jinhoroh@kau.ac.kr
경기도 고양시 화전동 항공대길 100

쇠(damping) 특성의 변화 때문에 구조물의 형상 [1] 및 진동[2, 3] 제어를 위한 많은 응용 연구가 수행되고 있다.

구조물의 형상 및 진동 제어를 위한 작동기로 적용하기 위해서는 형상기억합금의 해석 모델 개발이 필수적이고, 이미 많은 연구자들에 의해 여러 해석모델이 제시되었다. 하지만, 대부분의 모델이 준정적(quasi-static) 하중이 가해질 때의 열-기계적 특성을 고려할 뿐, 형상기억합금의 변형 및 외부 하중에 따라 발생하는 열을 무시하고 있다. 외부에서 가해지는 변형률-속도(strain-rate)에 따라 형상기억합금의 온도 변화가 발생되고, 이는 형상기억합금의 열-기계적 특성에 큰 영향을 미치게 된다. Fig. 1은 변형률-속도에 따라 형상기억합금의 응력-변형률 거동 선도가 바뀌게 됨을 보여주고 있다[4]. Mukherjee et al. [5]은 변형률-속도에 따른 형상기억합금의 온도 변화 관계를 처음으로 실험적으로 관찰하였고, Tobushi et al. [6]은 형상기억합금의 피로과피 현상이 변형률-속도와 주위 온도에 따라 크게 변화됨을 관찰하였다. 형상기억합금의 열-기계적 특성은 온도 변화에 매우 크게 의존하기 때문에, 변형률-속도에 따른 온도 변화 효과를 고려할 수 있는 형상기억합금의 해석모델 개발은 구조물의 진동제어를 위한 작동기 및 감쇠기의 응용 연구를 위해서 매우 필수적이라 할 수 있다.

본 연구에서는, 변형률에 따른 형상기억합금의 열-기계적 특성 변화를 수치적으로 살펴보았다. 마르텐사이트 변화량과 온도 변화사이의 연성된 열역학적 방정식을 유도하여, 변형률-속도에 따른 형상기억합금의 구성방정식을 새롭게 유도하였고 해석 알고리즘을 개발하였다. 개발된 형상기억합금의 해석 알고리즘을 ABAQUS 상용 프로그램에 적용하여 형상기억합금의 열-기계적 특성을 예측하였다. 변형률 효과를 고려함에 따라 형상기억합금의 응력-변형률 선도의 이력(hysteresis) 특성 변화를 수치적으로 살펴보았다.

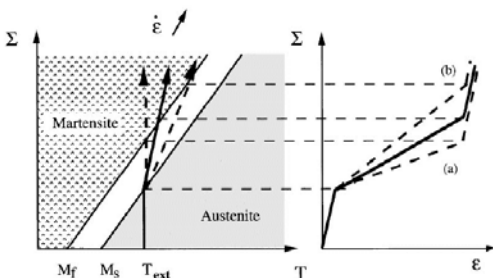


Fig. 1. Strain-rate effect on pseudoelasticity of SMAs

II. 본 론

2.1 SMA 수치 해석 알고리즘

기억합금 열-기계적 특성의 수치적인 해석을 위하여 Lagoudas 모델을 [7] 바탕으로 3-D 형상기억합금 구성 방정식을 다음과 같이 전개하였다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = S_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} + \alpha_{ij} \dot{T} + Q_{ij} \dot{\xi} \quad (1)$$

여기서, $\dot{\epsilon}_{ij}$, $\dot{\sigma}_{kl}$, \dot{T} , 그리고 $\dot{\xi}$ 는 각각 변형률, 응력, 온도 그리고 마르텐사이트 량(fraction)의 증분 형태를 나타낸다. 마르텐사이트 량과 상(phase) 변화가 일어날 때 발생하는 변형률, $\dot{\epsilon}_{ij}^t$ 의 관계를 나타내는 상 변형률 방정식을 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^t = A_{ij} \dot{\xi} \quad (2)$$

$$A_{ij} = \begin{cases} \frac{3}{2} H (\overline{\sigma^{eff}})^{-1} \overline{\sigma^{eff}}, & \dot{\xi} > 0 \\ H (\overline{\epsilon^{t-r}})^{-1} \overline{\epsilon^{t-r}}, & \dot{\xi} < 0 \end{cases}$$

여기서, H 는 일축방향 상변화의 최대 변형률 (ϵ^{t-max}), $\overline{\epsilon^{t-r}}$ 는 역방향 상변화의 변형률을 나타내고 각각의 자세한 내용은 식 (3)에 나타나 있다.

$$\overline{\sigma^{eff}} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma_{ij}^{eff} \sigma_{ij}^{eff}}, \quad (3)$$

$$\sigma_{ij}^{eff} = \sigma_{ij}^{eff} - \frac{1}{3} \sigma_{kk}^{eff} \delta_{ij}$$

$$\overline{\epsilon^{t-r}} = \sqrt{\frac{3}{2} \epsilon_{ij}^t \epsilon_{ij}^t}$$

여기서, 유효 응력, $\sigma_{ij}^{eff} = \sigma_{ij} - \rho (\partial f / \partial \epsilon_{ij}^t)$,은 상변화 변형률 (ϵ_{ij}^t)과 연계된 열역학적 힘을 의미한다.

또한, 형상기억합금의 상변화를 결정하는 변형 함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &\geq 0, \Phi(\sigma, T; \xi) \leq 0, \Phi \dot{\xi} = 0 \\ \dot{\xi} &\leq 0, \Phi(\sigma, T; \xi) \leq 0, \Phi \dot{\xi} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 Φ 는 상변화를 결정해 주는 판별식으로서 아래와 같이 표현된다.

$$\Phi = \begin{cases} \pi - Y^*, & \dot{\xi} > 0 \\ -\pi - Y^*, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (5)$$

π 는 마르텐사이트와 관계를 갖는 열역학적 에너지식으로 식(6)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \pi = & \sigma_{ij}^{eff} A_{ij} + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \Delta S_{ijkl} \sigma_{kl} \\ & + \Delta \alpha_{ij} \sigma_{ij} (T - T_o) \\ & + \rho \Delta c \left[(T - T_o) - T \ln \left(\frac{T}{T_o} \right) \right] \\ & + \rho \Delta s_o T - \frac{\partial f}{\partial \xi} - \rho \Delta u_o = \pm Y^* \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서 사용된 접두부호 Δ 는 두 개의 상인 마르텐사이트와 오스테나이트 상간의 물리적 성질의 차이량을 나타내고,

$$\begin{aligned} \Delta S_{ijkl} = & S_{ijkl}^M - S_{ijkl}^A, \Delta \alpha_{ij} = \alpha_{ij}^M - \alpha_{ij}^A \quad (7) \\ \Delta c = & c^M - c^A, \Delta s_o = s_o^M - s_o^A, \\ \Delta u_o = & u_o^M - u_o^A, \end{aligned}$$

ρ, c, s_o , 그리고 u_o 는 각각 밀도, 비열, 단위 부피당의 엔트로피, 그리고 내부에너지를 나타낸다.

$\Phi < 0$ 인 경우에, 식(4)의 구속조건에 의하여 $\dot{\xi} = 0$ 의 조건을 만족해야하며 형상기억합금은 상변형이 없는 탄성 거동 특성을 나타낸다. 반면에

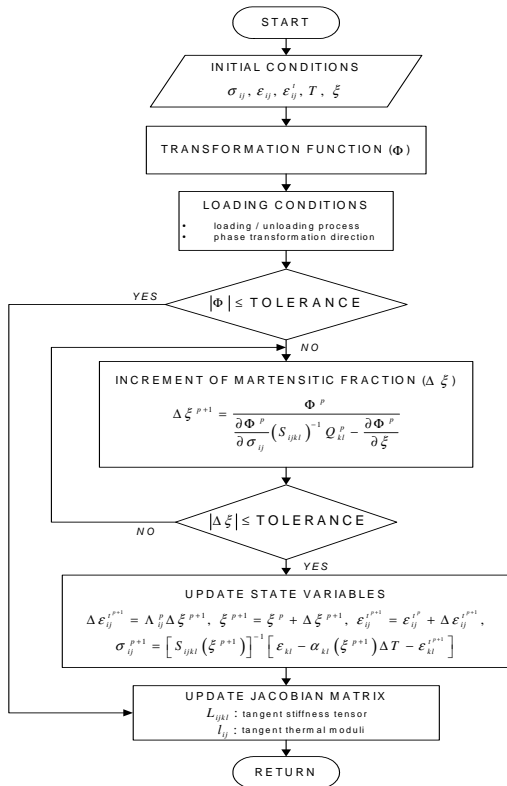


Fig. 2. Algorithm of the SMA constitutive equation for the ABAQUS user subroutine

오스테나이트에서 마르텐사이트의 순방향의 상 변형인 경우, $\Phi = 0$ 과 $\dot{\xi} > 0$ 을 마르텐사이트에서 오스테나이트의 역방향 상 변형의 경우, $\Phi = 0$ 과 $\dot{\xi} < 0$ 을 만족하면서 상 변형이 일어나게 된다.

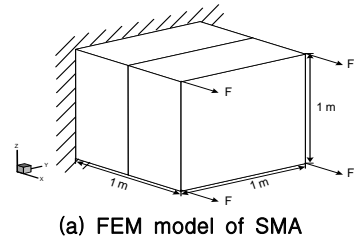
식 (1), (2), 그리고 (4)를 이용하여 SMA의 열-기계적 구성방정식을 해석할 수 있게 된다. 식 (1)은 일반적인 증분 형태의 Hooke's law를 나타내고, 식 (2)는 형상기억합금 상변화의 흐름 방향을 그리고 식 (4)는 상변화의 시작점과 종결점을 판별해주는 식이 된다.

따라서 식 (1), (2) 그리고 (4)를 이용하여 형상기억합금의 변형을 그리고 온도 증분에 따른 응력 증분의 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

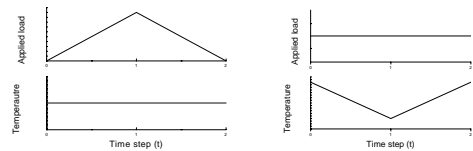
$$\dot{\sigma} = L_{ijkl} \dot{\epsilon} + I_{ij} \dot{T} \quad (8)$$

식 (1)-(8)에 필요한 자세한 변수들은 참고문헌[1, 7]에 상세히 설명되어 있다. SMA 구성방정식의 수치적인 해석 알고리즘을 Fig. 2에 나타내었고 이것을 바탕으로 FORTRAN으로 해석 알고리즘을 만들어 user material(UMAT) subroutine을 개발하였다. 개발된 형상기억합금 해석 UMAT subroutine을 상용 프로그램 ABAQUS와 연계 해석하여 SMA의 열-기계적 특성을 수치적으로 해석하였다. 본 연구에서 개발한 SMA 해석 알고리즘을 검증하기 위하여 Fig. 3의 모델을 이용하여 Lagoudas[7]의 결과와 비교하였다(Fig. 4 and 5). SMA의 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E^A = & 70 \text{ GPa}, E^M = 30 \text{ GPa}, \nu^A = \nu^M = 0.3, \\ \alpha^A = & 22 \mu / K, \alpha^M = 10 \mu / K, H = 0.05, \\ A^f = & 315 \text{ K}, A^s = 295 \text{ K}, \\ M^s = & 291 \text{ K}, M^f = 271 \text{ K}, \\ \rho = & 6500 \text{ kg} / \text{m}^3, c = 920 \text{ J} / \text{kg} \text{ } ^\circ \text{K} \end{aligned} \quad (9)$$



(a) FEM model of SMA



(b) Loading history A

(c) Loading history B

Fig. 3. FEM model and loading histories

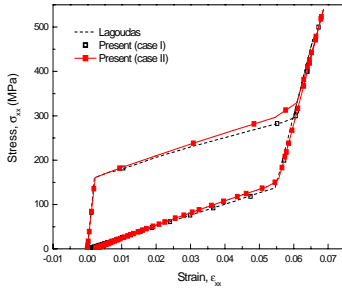


Fig. 4. Hysteresis of stress and strain

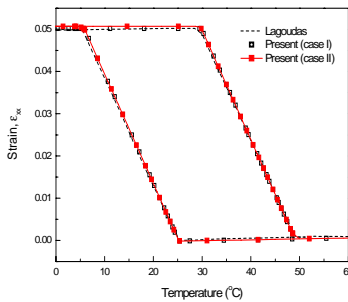


Fig. 5. Hysteresis of axial strain with temperature cycle

Fig. 3(a)에서 해석모델은 2개의 incompatible 8-node brick 요소를 사용하였다. Fig. 3(b)에서의 Loading history A와 B에 대한 결과를 각각 Fig. 4과 Fig. 5에 나타내었다. 본 해석에서는 각각 다른 경계조건 case I과 II를 적용하여 Lagoudas 결과와 비교하였다. 경계조건 case I은 응력 σ_{xx} 을 제외한 나머지 응력이 모두 0이 되도록 만드는 조건이고 Lagoudas가 제안한 경계조건과 일치한다. 하지만 이것은 3-D SMA 모델을 1-D 모델로 축소시키는 결과이므로 경계조건에 의한 SMA의 3-D 효과를 정확히 관찰할 수 없다. 따라서 cantilevered 경계 조건($u=v=w=0, at X=0$), case II를 적용하여 비교 하였다. Fig. 4 그리고 5에서 볼 수 있듯이 본연구에서 개발된 SMA 해석 알고리즘 결과와 Lagoudas 결과가 잘 일치함을 알 수 있으며, 경계조건이 case II인 경우에는 약간의 차이가 있음을 관찰 할 수 있다.

2.2 변형률 효과를 고려한 열-기계적 특성

형상기억합금 구성방정식에 변형률-속도 (strain-rate)에 따른 온도변화 효과를 고려하기

위하여 열역학 에너지식을 분석하여, 변형률과 온도변화 관계식을 유도 할 수 있다. 형상기억합금의 Gibbs free energy 식을 아래와 같이 표현 할 수 있다.

$$G = -\frac{1}{2} \frac{1}{\rho} \sigma : S : \sigma - \frac{1}{\rho} \sigma : [\alpha(T - T_o) + \epsilon^t] + c \left[(T - T_o) - T \ln \left(\frac{T}{T_o} \right) \right] - s_o T + u_o + f(\xi) \quad (10)$$

Qidwai 와 Lagoudas[8]의 형상기억합금 방정식에서는 고려할 수 없었던, 변형률에 따른 온도변화 효과를 고려하기 위하여, 열-기계적 특성이 연성된 열역학적 방정식을[5] 이용하여 새롭게 식 (11)을 유도하였다.

$$\rho c \dot{T} = -\rho T \frac{\partial^2 G}{\partial T \partial \xi} \quad (11)$$

여기서 c 와 ρ 는 일정한 마르텐사이트(ξ) 상태에서의 비열과 밀도를 나타낸다. 식 (10)과 (11)을 이용하여 식 (12)를 유도할 수 있고, 마르텐사이트 변화량에 따른 온도변화를 고려할 수 있다. 또한, 식(2)를 이용하여 상변형에 따른 변형률도 계산할 수 있다.

$$\rho c \dot{T} = -T [-\Delta \alpha : \sigma + \rho \Delta c \ln \left(\frac{T}{T_o} \right) - \rho \Delta s_o] \dot{\xi} \quad (12)$$

Fig. 6은 변형률-속도를 고려한 형상기억합금의 의탄성 거동 특성 변화를 보여주고 있다. 변형률이 $1.0 \times 10^{-2} s^{-1}$ 때와 변형률-속도를 고려하지 않고 준정적(quasi-static) 하중을 가해주었을 때의 응력-변형률 선도를 비교하였다. 변형률

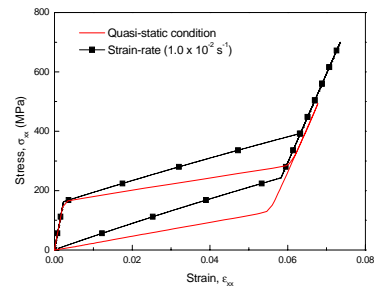


Fig. 6. Stress-strain hysteresis with strain-rate

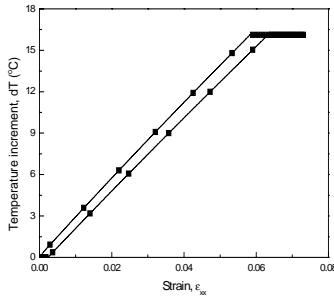


Fig. 7. Temperature change due to strain-rate($1.0 \times 10^{-2} s^{-1}$)

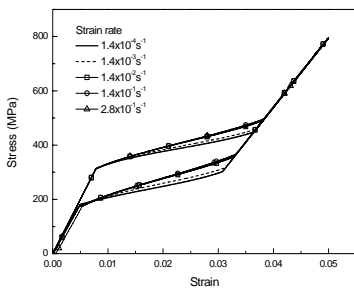


Fig. 8. Stress-strain hysteresis with strain-rate at 25°C

에 따른 형상기억합금의 온도변화 (Fig. 7)에 의하여 열역학적 에너지 방정식이 변하게 되고 전체적인 형상기억합금의 열-기계적 특성이 바뀌게 됨을 확인할 수 있다.

변형률에 따른 형상기억합금의 열-기계적 특성 변화를 자세하게 살펴보기 위하여, 실험적인 형상기억합금의 열-기계적 물성치를[8] 이용하여 여러 변형률-속도에 따른 형상기억합금의 응력-변형률 선도 특성을 분석하였다. Fig. 8에서 볼 수 있듯이 변형률-속도가 $1.4 \times 10^{-2} s^{-1}$ 에서 응력-변형률 선도의 급격한 변화가 발생됨을 알 수 있고, 이후의 변형률-속도에서는 수렴된 이력 선도를 보여주고 있다. 변형률-속도가 $1.4 \times 10^{-4} s^{-1}$ 와 $1.4 \times 10^{-2} s^{-1}$ 일 때의 온도변화를 비교하였다 (Fig.9). 변형률-속도가 $1.4 \times 10^{-4} s^{-1}$ 에서는 $1^{\circ}C$ 정도의 온도변화를 보여주지만, $1.4 \times 10^{-2} s^{-1}$ 에서는 $12^{\circ}C$ 이상의 온도변화가 발생됨을 알 수 있으며, 이런 온도변화에 의해서 형상기억합금의 열-기계적 거동 특성이 변화됨을 알 수 있다.

III. 결 론

본 연구에서는, 변형률에 따른 형상기억합금의 열-기계적 특성 변화를 수치적으로 살펴보았다. 변형률 효과를 고려한 3-D 형상기억합금의 구성 방정식을 유도하였고, 해석 알고리즘을 만들어 user material(UMAT) subroutine을 개발하였다. 개발된 형상기억합금의 해석 알고리즘을 ABAQUS 상용 프로그램에 적용하여 형상기억합금의 열-기계적 특성을 예측하였다. 마르텐사이트 변화량과 온도 변화사이의 연성된 열역학적 에너지식을 적용하여, 변형률-속도에 따른 형상기억합금의 거동 특성을 살펴보았다. 변형률 효과를 고려함에 따라 형상기억합금의 의탄성 (pseudoelastic) 이력 특성의 변화를 수치적으로 살펴보았다. 변형률-속도에 따른 형상기억합금의 열-기계적 특성 변화는 정적인 하중 상태에서는 큰 영향이 없지만, 동적인 하중을 받는 조건에서는 큰 차이를 보여주게 되므로, 구조물의 진동 제어를 위한 작동기 및 감쇠기로서의 응용 연구를 위해서는 반드시 고려해 주어야 하는 매우 중요한 특성이라 정의 할 수 있다.

후 기

이 논문은 2009년도 한국항공대학교 교비지원 연구비에 의하여 지원된 연구결과입니다. 또한, 2009년도 정부(교육과학기술부)의 지원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 (2009-0073279)의 일환으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- 1) Roh, J. -H., Han, J. -H., Lee, I., "Nonlinear Finite Element Simulation of Shape Adaptive Structures with SMA Strip Actuator", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 17, 2006, pp. 1007-1022.
- 2) Roh, J. -H., Kim, E. -H., Lee, I., "Low Velocity Impact Behaviors of Composite Structures with Embedded Shape Memory Alloy Films", *49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Material Conference*, 2008.
- 3) Hill, J., Roh, J. -H., Wang, K. -W., "Position Control of Shape Memory Alloy

Actuators with Load and Frequency Dependent Hysteresis Characteristics", *SPIE International Symposium Smart Structures and Materials*, 2009.

4) Entemeyer, D, Patoor, E., Eberhardt, A., and Berveiller, M., "Strain Rate Sensitivity in Superelasticity", *International Journal of Plasticity*, Vol. 16, 2000, pp. 1269-1288.

5) Mukherjee, K., Sircar, S., and Dahotre, N. B., "Thermal Effects Associated with Stress-induced Martensitic Transformation in a Ti-Ni Alloy", *Materials Science and Engineering*, Vol. 74, 1985, pp. 75-84.

6) Tobushi, H., Nakahara, T., Shimeno, Y., and Hashimoto, T., "Low-cycle Fatigue of TiNi

Shape Memory Alloy and Formulation of Fatigue Life", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 122, 2000, pp. 186-191.

7) Qidwai, M. A. and Lagoudas, D. C., "Numerical Implementation of a Shape Memory Alloy Thermomechanical Constitutive Model using Return Mapping Algorithms", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 47, 2000, pp. 1123-1168.

8) Zhu, S., and Zhang, Y., "A Thermomechanical Constitutive Model for Superelastic SMA Wire with Strain-rate Dependence", *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, 2007, pp. 1696-1707.