

論文

Open-Loop-Onset-Point PIO 해석의 변위한계

박상혁*

Handling Deflection Limit in Open-Loop-Onset-Point PIO Analysis

Sanghyuk Park*

ABSTRACT

A new treatment is proposed to handle a deflection limit in the open-loop-onset-point (OLOP), which is commonly used in the prediction of pilot in-the-loop oscillation (PIO) due to a rate saturation. The new approach is motivated by the frequency response of a stand-alone actuator in that, unlike the suggestion by the original OLOP procedure, the rate limit onset is not delayed to a higher frequency by a deflection limit. Indeed, if a feedback control loop is closed, the rate limit onset can be shifted to a lower frequency since the controller tends to react with larger commands when deflection limited. The amplitude of the command at this onset frequency is combined with the deflection limit to estimate the associated gain reduction in the open-loop-onset-point in the final step of the OLOP process. The comparison of the new approach with the previous method reveals that an inaccurate optimism which can occur in the previous method is corrected by the proposed treatment.

초 록

항공기 조종면의 시간당 변화율 한계에 의한 PIO 현상을 해석하는 기법으로 Open-Loop-Onset-Point (OLOP) 방법이 널리 이용된다. OLOP은 조종면의 변화율 한계에 의한 PIO 현상을 주원인으로 포함하고 더 나아가 조종면 구동기의 변위한계도 고려하는 데, 여기서는 이 변위 한계를 고려하는 새로운 방법을 제시하고자 한다. 새로운 기법은 독립된 구동기의 주파수 응답을 고려할 때, 기존의 OLOP 방법이 제시한 바와 달리, 변화율 한계가 시작되는 주파수가 변위 한계에 의해 더 높은 주파수로 지연되지 않는다는 사실을 인지함으로써 그 동기가 되었다. 실제로 피드백 제어 환경에서는 변화율 한계의 시작점이 오히려 더 낮은 주파수에서 일어나는데, 이는 변위 한계의 영향에 의한 제어력 감소분을 극복하기 위해 제어가 더 큰 제어 입력을 발생하기 때문이다. 본 연구는 이렇게 찾아진 변화율 시작 주파수와 변위 한계를 고려하여 OLOP 해석의 최종 단계에서 Nichols Chart 위에 변화율 시작점을 찾는 새로운 방법을 제시한다. 마지막으로 기존의 방법으로는 PIO 예측에 있어서 위험한 판단에 도달할 수 있으나, 제시된 새로운 방법으로는 올바른 예측을 할 수 있음을 보여준다.

Key Words : PIO(Pilot In-the-loop Oscillation), Actuator(구동기), Rate Limit(변화율 한계), Deflection Limit(변위 한계), Rate Limit Onset Frequency(변화율 한계 시작 주파수)

† 2009년 7월 27일 접수 ~ 2010년 1월 22일 심사완료

* 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학과
교신저자, E-mail : park@kau.ac.kr
경기도 고양시 덕양구 화전도 항공대길100

I. 서론

PIO(Pilot In-the-loop Oscillation)는 조종사의 입력과 비행체 동적 반응의 부조화로 생기는 진동 현상으로 종종 위험한 결과를 초래한다. YF-22와 JAS-39 Gripen 시제기가 비행시험 단계에서 PIO 현상으로 인해 추락한 사고는 이미 널리 알려진 바 있다. 또 최근에는 Fly-By-Wire 시스템이 다양한 종류의 항공기에 널리 탑재되기 시작함에 따라 고기동 전투기들뿐만 아니라 C-17, B777과 같은 여객/수송기의 개발단계에서도 PIO 현상은 종종 나타나고 있어, 새로운 비행기 개발에 중요한 이슈가 되고 있다.

PIO는 그 원인에 따라 일반적으로 3가지 범주로 구분한다[1]. 범주 I PIO는 항공기와 제어시스템의 선형적 특성에 의한 것으로, 이는 개발 초기 단계에서 선형 해석으로 사전 예측 가능한 영역이다. 범주 II는 비선형 특성으로 발생하는 PIO 현상이며, 주된 요인으로는 조종면을 움직이는 구동기의 시간당 변화율 한계(Rate Limit)이며, PIO에 의한 사고의 가장 많은 원인을 차지한다. 마지막으로 범주 III은 변화율 한계나 변위 한계 외의 비선형 특성 -예를 들면 Mode Switching 등- 이 원인이 되어 발생한 PIO 현상이다. 실제로 많은 경우에 범주 II와 III이 복합되어 PIO가 발생하기도 한다.

비행 시뮬레이터의 도움 없이, 범주 II PIO를 예측/해석하는 방법으로는 묘사 함수를 이용한 기법 [2], Open-Loop Onset Point (OLOP)[3] 등이 있다. 이중, OLOP은 비선형 특성인 변화율 한계에 의한 PIO 현상을 선형 모델만을 가지고 분석할 수 있고, 또한 복잡한 조종사 모델을 사용하지 않아도 되는 장점들 때문에 점차 널리 이용되고 있다. OLOP의 기본 아이디어는 변화율 한계가 시작되면 큰 Phase Lag이 동반한다는 점에 기인하는데, 즉 선형영역에서 변화율 한계가 최초로 시작되어 비선형 상태로 진입하는 조건을 살펴봄으로써 PIO 가능성을 예측하게 된다. 더 나아가 기존의 OLOP 방법은 변화율 한계뿐만 아니라 조종면의 변위 한계도 공존할 때 이를 어떻게 포함시킬 지도 제시하고 있다[3]. 본 연구에서는 기존의 방법이 제시하는 변위 한계의 고려 방법이 PIO에 대해 위험한 방향으로의 잘못된 예측을 할 수 있음을 지적하고, 이를 개선할 새로운 방법을 제시하고자 한다.

II. 본론

2.1 간단한 비선형 구동기 모델

비행기의 조종면을 움직이는 구동기로는 유압 서보가 널리 이용된다. 유압이 충분한 경우, 구동

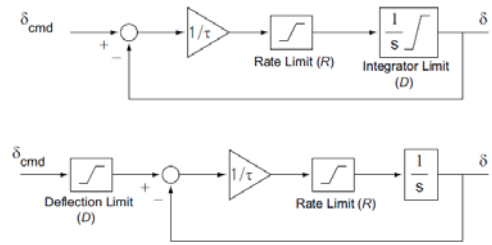


그림 1. 유압 서보 구동기 모델

기의 관성 항에 의한 영향은 생략될 수 있고, 따라서 구동기의 모델은 근사적으로 적분기와 이를 둘러싼 페루프 시스템으로 간단히 표현될 수 있다. 유압 서보 유체의 비압축성 특성으로 적분기는 물리적 변위 한계에 해당하는 적분 한계를 갖게 된다. 또한 가용 유압 한계로 변화율 한계의 특성도 갖게 된다. 이러한 특성들을 갖는 구동기가 그림 1 위 부분에 위치한 첫 번째 모델에서 제시되고 있다. 그림 1 아래 부분에 위치한 두 번째 모델은 적분 한계 대신 변위 한계가 변위 명령(δ_{cmd}) 바로 후에 부여된 경우이다. 본 논문에는 포함시키지 않았으나, 그림 1의 두 모델은 시뮬레이션에서 동일한 입출력 반응을 보인다. 또한 실제로 많은 경우에 있어서 구동기를 보호하기 위해 소프트웨어 상에서 변위 명령에 제한을 부여하는 게 일반적인 관례이다. 따라서 앞으로 본 논문에서는 그림 1의 두 번째 모델을 구동기의 비선형 모델로 이용하고자 한다.

2.2 변화율 한계 시작 주파수

먼저, 구동기 모델에서 시상수(τ)가 작고 사인 함수 입력의 크기가 변위 한계보다 작은 경우

$$\delta \approx \delta_{cmd} = A \sin \omega t \rightarrow \dot{\delta} \approx A \omega \cos \omega t \quad \text{즉}$$

$$|\dot{\delta}| \approx A \omega \quad : \text{Amplitude}$$

여기서 변화율 한계가 시작되는 주파수는 위 식에서 $|\dot{\delta}|$ 항이 변화율 한계값 R 이 될 때이다. 즉

$$\omega_{onset} \approx \frac{R}{A} \quad (1)$$

다음으로 입력의 크기가 변위 한계보다 클 때를 다음의 예를 들어 고려한다. 그림 2는 사인 함수 입력의 크기가 50도이고 구동기의 시상수(τ)가 0.1초, 변화율 한계가 $R=50$ 도/초, 변위 한계가 $D=25$ 도일 때, 입력 주파수가 각각 1.0, 1.2, 그리고 1.5 rad/s인 경우, 시간 반응들을 보여주고 있다. 그림에서 각각의 그래프는 3가지 선들

을 포함하는데, 먼저 비선형 특성이 전혀 없을 때의 반응을 가는 점선으로 보여주고, 변위 한계 없이 변화율 한계 특성만을 가질 때의 반응을 굵은 점선으로 나타내고, 변위 한계와 변화율 한계가 모두 있을 때의 반응을 굵은 실선으로 도시하고 있다.

먼저, 선형 반응과 변화율 한계만 있을 때의 반응들을 비교해 보면, 식(1)에 의해 1.0rad/s (=50/50)에서 변화율 한계가 시작되고 이는 그래프에서 두 점선들의 격차에 의해 확인되고 있다. 변위 한계가 존재하는 경우에는 출력 크기가 제한됨이 굵은 실선으로 나타나있다. 이제 변화율 한계만 있는 경우와 이뿐만 아니라 변위 한계도 있는 경우를 비교해 보면, 변위 변화율이 최대가 될 때, 즉 출력이 0 부근을 지날 때에는 두 그래프의 변화율에 차이가 거의 없음을 알 수 있다. 다시 말하면, 구동기 자체의 입출력 반응에서 변화율 한계가 시작되는 주파수는 변위 한계에 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

구동기의 시상수(τ)가 작아서 무시할 수 있는 경우, 식(1)은 또한 변화율 한계의 시작 경계선, 즉 변화율 한계가 시작되는 δ_{cmd} 의 입력크기가 주파수에 대해 R/ω 로 표현될 수 있음을 암시한다. 만약 구동기 시상수에 의한 영향을 고려하기 위해서는 다음과 같이 하면 된다. 변위 한계가 변화율 한계가 시작되는 주파수에 영향을 미치지 않으므로 시상수(τ)를 포함하는 선형 모델

$$\frac{\delta(s)}{\delta_{cmd}(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

으로부터 다음을 얻으며

$$|\delta_{cmd}(s)| \approx \left| \frac{\tau s + 1}{s} \right| \cdot |\delta(s)|$$

따라서 변화율 한계가 시작되는 δ_{cmd} 크기에 대한 경계는 다음과 같은 주파수의 함수로 표현될 수 있다.

$$|\delta_{cmd}(\omega)|_{onset\ boundary} = \left| \frac{j\tau\omega + 1}{j\omega} \right| R \quad (2)$$

2.3 변위 한계를 새롭게 고려한 OLOP 해석 방법

이 절에서는 OLOP 해석에서 변위 한계를 고려하는 새로운 방법을 예제와 함께 설명한다. 사용될 예제는 피치 자세 제어 시스템이 포함된 [그림 3]과 같다. 먼저, 그림에서 승강타 조종면(δ) 입력으로부터 피치각속도(q) 출력까지의 모델은 다음과 같은 전달함수로 가정한다.

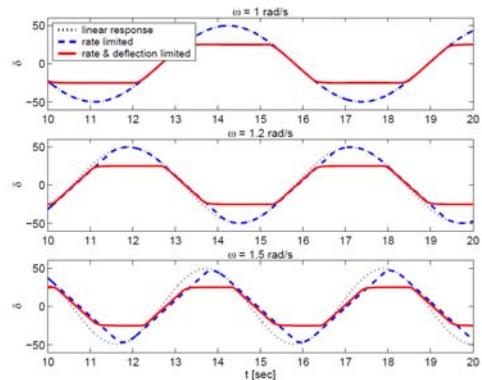


그림 2. 비선형 구동기의 주파수 응답 (단, R=50deg/s, D=25도, 입력의 크기=50도, $\tau=0.1$ 초)

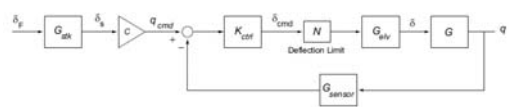


그림 3. 피치 자세 제어 시스템이 포함된 Fly-By-Wire 비행체 모델의 예

$$G(s) = \frac{0.557s + 0.463}{s^2 + 1.167s + 0.835}$$

이는 PIO 가능성이 비교적 높은 저속도 영역에서의 일반적 중형 여객기 모델에 해당한다. 센서 모델은 $G_{sensor}(s) = 1/(0.05s + 1)$ 로, 또 구동기의 선형부분에 해당하는 모델은 $G_{\delta q}(s) = 1/(0.1s + 1)$ 로 각각 가정한다. 이상의 경우에서 제어 전달함수를 PI (Proportional Integral) 제어에 해당하는 $K_{ctrl} = 4 + 3/s$ 로 가정하면 0dB crossover 주파수가 2.4rad/s 그리고 Phase Margin이 63도인 특성을 갖는 제어루프가 생성된다. 조종간에 작용하는 힘(lb) 입력으로부터 조종간 변위(deg) 출력으로의 전달함수는 $G_{\delta th} = 1/(0.05s + 1)$ 로 가정한다. 한편 조종간의 최대 입력 변위 크기는 20도로 가정한다. 나아가, 그림에서 $c=0.5$ 로 가정하는데, 이는 예를 들면 20도의 조종간 입력은 10deg/s에 해당하는 피치각속도 명령에 해당하게 된다. 마지막으로, 구동기의 변위 한계는 20도로 가정하고, 이에 해당하는 Saturation에 의한 영향을 그림에서 묘사 함수[5] N으로 나타내었고, 구동기의 변화율 한계는 50deg/s로 가정한다.

1단계: 변화율 한계 시작 주파수

OLOP의 첫 단계는 조종간의 최대 변위로 사인 입력을 인가할 때 변화율 한계에 최초로 도달

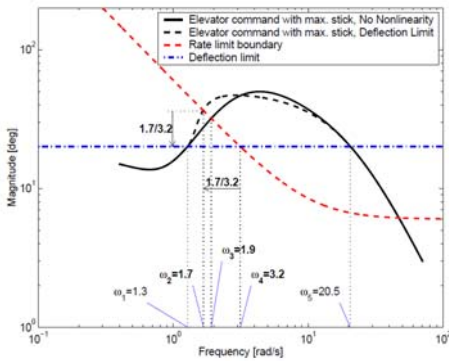


그림 4. 변화율 한계 시작 주파수의 결정
(기존의 방법은 변화율 한계 시작 주파수를 ω_4 로 지정하는 반면, 여기서 제안하는 방법은 ω_2 에 시작 주파수를 지정)

하는 사인 입력의 주파수를 구하는 일이다. 먼저 식(2)에 의한 변화율 한계 시작 경계가 [그림 4]에 붉은 점선으로 표시되어 있다. 여기서 주파수가 구동기의 시상수에 해당하는 주파수보다 충분히 작을 경우에는 (즉, $\omega \ll 1/\tau = 10$) 변화율 한계 시작의 경계가 -1의 기울기를 가짐을 알 수 있다. 다음으로 조종간 입력이 사인 함수이고 그 크기가 최대 변위인 ± 20 도로 인가되는 경우, 이때 나타나는 조종면 명령의 변위 크기 $|\delta_{cmd}(j\omega)|$ 을 구한다. 먼저 그림에서 굵은 실선은 변위 한계를 무시할 경우의 $|\delta_{cmd}(j\omega)|$ 을 나타내고 있다. (만약 변위 한계에 의한 제한이 없다면 변화율 한계 시작 주파수가 그림에서 위에 언급된 두 곡선이 만나는 $\omega_3=1.9\text{rad/s}$ 에서 찾아지게 된다.)

이제 변위 한계를 고려하자. 주파수가 ω_1 부터 ω_5 사이 영역에서는 조종면 명령의 크기가 변위 한계에 해당하는 20도를 초과함을 알 수 있다. 이러한 경우 기존의 OLOP 방법은 변화율 한계 시작 주파수를 변위 한계가 없을 때 구한 ω_3 대신, 변위 한계선과 변화율 한계 경계선이 만나는 ω_4 로, 즉 더 높은 주파수에 지정하도록 제시하고 있다[3]. 변화율 한계 시작 주파수가 높아졌다는 것은 일반적으로 PIO 가능성이 줄어든다는 것을 의미한다. 이는 변위 한계에 의해 조종면의 변위가 제한되면 제어 루프 이득이 감소되는 영향이 있으므로 결과적으로 PIO 발생 가능성이 줄어든다는 일반적인 예측과도 일치한다고 생각할 수 있다. 그러나 본 연구에서는 앞 절에서 설명한 바와 같이 실제로 변화율 한계 시작 주파수가 변위 한계에 의해 더 높은 주파수로 이동하지 않으며, 변위 한계에 의한 PIO 가능성의 완화는 이

와는 다른 적합한 방법에 의해 보여져야함을 설명하고자 한다. 이는 OLOP의 마지막 단계에서 후에 다루어지게 된다.

앞 절에서 구동기 자체의 변화율 한계 시작 주파수는 변위 한계에 의해 변하지 않음을 설명하였다. 이제, 구동기가 페루프 제어 시스템에 포함되면, 변화율 한계 시작 주파수가 오히려 ω_3 에서 더 낮은 주파수로 이동할 수 있음을 설명하고자 한다. 먼저 ω_1 부터 ω_5 사이의 주파수 영역에서는 조종면 명령의 크기가 변위 한계에 의해 변하게 되는데, 이는 변위 한계 영향에 따른 루프 이득의 감소를 보상하기 위해, 적어도 제어기의 Bandwidth 이내에서는, 피드백 제어기가 그만큼 더 큰 조종면 입력을 발생하기 때문이다. 이를 고려한 ω_1 부터 ω_5 사이의 변화된 조종면 명령의 크기가 그림에서 검정색 굵은 점선으로 도시되어 있다. 이 선은 변위 한계에 해당하는 묘사 함수 N 을 도입함으로써 이루어지는데 즉 다음 식들의 해를 구함으로써 얻어진다.

$$|\delta_{cmd}| = \left| \frac{c \cdot G_{stick} K_{ctrl}}{1 + K_{ctrl} G_{sensor} G_{stab} G \cdot N} \right| \cdot |\delta_d|$$

$$N = f(r) = \frac{2}{\pi} \left[\sin^{-1} r + r \sqrt{1-r^2} \right] \quad (3)$$

여기서 $N = f(r)$ 은 Saturation에 해당하는 묘사 함수[5]이며, 여기서 r 은 변위 한계와 입력의 크기의 비, 즉

$$r = \frac{D}{|\delta_{cmd}|}$$

에 해당한다. 위의 식들을 이용하여 구한 변형된 비선형 반응을 그림에서 검정색 굵은 점선으로 표시하였다. 이 곡선이 변화율 한계 경계선과 만나는 점에서 변화율 한계 시작 주파수가 결정되며 그 값은 그림에서 $\omega_2=1.7\text{rad/s}$ 이다. 본 연구에서는 이렇듯 피드백 제어 조건에서는 오히려 변화율 한계 시작 주파수 더 낮아질 수 있음을 밝히고 있다.

한편, 이 변화율 한계 시작 주파수에서 $r = D/|\delta_{cmd}|$ 값은 그림에서 보듯 근사적으로 $\omega_2/\omega_4=1.7/3.2$ 이며, 이는 변화율 한계 경계선이 이 부근에서 -1의 기울기를 갖기 때문이다. 이는 아래 OLOP 절차의 제 3단계에서 중요하게 이용된다.

2단계: 조종사 이득(Gain)

OLOP에서는 PIO가 일어날 때 조종사는 근사적으로 비행기의 자세에 대해 비례(Proportional)

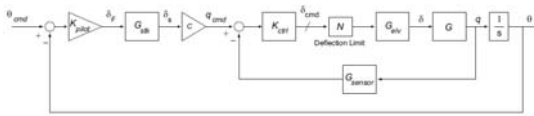


그림 5. Pitch Rate Command Type의 Fly-By-Wire inner-loop 제어기와 조종사의 Pitch 자세 제어를 위한 outer-loop

제어기의 양상을 띠는 점에 착안하여 조종사를 그림 5와 같이 간단한 이득(Gain)으로 모델링한다. 즉, 그림의 예제에서 보듯 조종사는 원하는 피치 자세와 실제 자세의 차이에 비례하여 조종간에 힘을 가하게 된다. 조종사마다 편차가 있기 때문에 High Gain 조종사와 Low Gain 조종사 두 가지를 모두 고려하는데, 예를 들면 High Gain 조종사의 경우에는 조종사 루프(Outer-Loop)의 특성이 0dB 주파수에서 -160도의 위상을 갖도록 지정되고, Low Gain 조종사는 -130도의 위상을 갖도록 지정한다[3]. 본 예제의 High Gain 조종사에 해당하는 조종사 이득은 $K_{pilot} = 5.5$ 로 구해졌다.

3단계: Open Loop Onset Point

OLOP의 마지막 단계는 [그림 5]와 같은 조종사 루프까지 포함된 제어선도에서 그림에서 “/” 기호로 표시된 구동기 부근에서 루프를 끊고 이 점에서의 입력과 출력에 대한 루프 이득의 Open-Loop 주파수 응답을 Nichols Chart[5] 상에서 구하여, 변화율 한계 시작 주파수에 해당하는 지점을 찾는 일이다. 이 변화율 한계 시작점의 Nichols Chart 상에서의 위치를 따라 PIO 가능성을 판단하게 된다.

먼저, 변위 한계가 없다고 가정할 때의 Open-Loop 주파수 응답이 [그림 6]에서 굵은 실선으로 나타나 있고, 이 위에 변화율 한계 시작 주파수에 해당하는 ω_2 에서의 위치가 정사각형 모양(□)으로 표시되어 있다. 이 지점은 변화율 한계 시작 주파수에서 제어 루프의 선형 성분만을 고려한, 즉 [그림 5]에서 변위 한계에 의한 묘사 함수 N 을 제외한 루프 이득에 해당한다. 따라서 변위 한계에 의한 영향을 고려하기 위해서는 이 주파수에서 찾아진 묘사 함수의 값 N 을 포함하여, 즉 곱하여, 이에 의해 루프 이득을 감소시키는 것이다. 이렇게 찾아진 새로운 변화율 한계 시작점의 위치가 [그림 6]에 다이아몬드(◇)로 표시되어 있다. 이는 본 연구에서 제시하는 변위 한계에 의한 영향을 고려하는 새로운 방법이다.

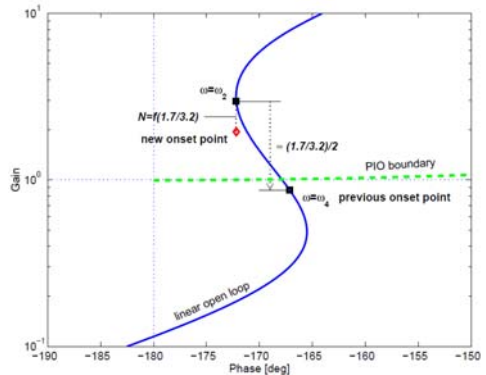


그림 6. 기존의 방법과 새로운 방법에 의해 제시된 Open-Loop-Onset-Point들의 비교

기존의 방법과 새로운 방법의 비교

앞서 언급한 바와 같이 변위 한계는 일반적으로 변화율 한계에 의한 PIO 가능성을 줄여주는 방향으로 그 영향이 있다. 즉, Nichols Chart 상에서 변화율 한계가 시작되는 위치를 아래쪽으로 이동시키는 역할을 하게 된다. 제시된 예제에서는, 변화율 한계 시작 주파수 ω_2 에서의 선형 주파수 응답 점과 비교해 볼 때, 묘사 함수의 값 $N = f(1.7/3.2) = f(0.53) = 0.66$ 만큼 곱하게 되어, 아래쪽으로 그 시작점을 이동시킨다. 이렇게 찾아진 새로운 변화율 한계 시작점은 PIO 경계선 위쪽에 있기 때문에 PIO 가능성 있다고 말할 수 있다. 이와는 반대로 기존의 방법을 따른다면, 변화율 한계 시작점은 선형 주파수 응답선 상에서 주파수 ω_4 에 해당하는 점에 찾아지게 되어 [그림 6]에서 보듯 PIO 경계선 아래쪽에 위치하게 되고, 따라서 PIO 가능성이 없다는 결론에 도달하게 된다. 그러나 이는 그릇된 결론이다. [그림 7]은 [그림 5]의 모델을 이용한 시뮬레이션으로, 조종사에 의한 피치 자세 명령 변화가 각각 3도, 4도, 그리고 5도일 때의 시간 변화들을 보여 주고 있다. 각각의 그래프는 피치 자세와 그 명령, 조종간의 변위, 그리고 승강타 변위를 보여주고 있다. 그림에서 보듯 자세 변화 명령이 4도 이상이 되면 PIO가 잘 발달되는 모습을 보여주고 있다. 즉, 기존의 방법은 PIO 가능성을 예측하지 못하게 되는데, 본 연구의 새로운 방법으로 예제 시스템의 PIO 가능성을 예측할 수 있게 된다.

앞서 언급한 바와 같이, 기존의 방법은 변화율 한계가 시작되는 주파수를 변위 한계에 의해 더 높은 주파수(ω_4)로 그릇된 지정을 하게 된다. 이

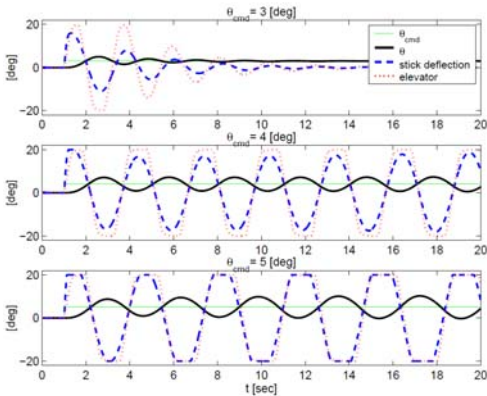


그림 7. 피치자세 명령이 4도 이상에서 PIO가 잘 발달된 모습
(부호: pull stick(+), nose-up elevator(+))

렇게 되면, 기존의 방법이 변위 한계에 대해 실제보다 더 안전하다는 잘못된 결론에 도달하게 되는데, 그 이유는 다음과 같이 설명될 수 있다. 일반적으로 폐회로 제어 시스템의 안정 조건으로, 해당하는 루프 이득의 주파수 반응이 0dB Crossover 주파수 부근에서 -1 내지 -2의 기울기를 가져야 한다. 그런데 High Gain 조종사의 경우 그 기울기가 -1 보다는 -2에 더 가까울 것이므로 변위 한계 영향에 의한 그 이득의 감소는 [그림 6]에서 표시되어 있듯이, 변화율 한계 시작의 실제 주파수 ω_2 와 그릇된 주파수 ω_4 의 비율 (1.7/3.2) 보다 약 2배 가까이 더 감소하게 되어, 이로 인해 실제보다 더 안전하다는 잘못된 결론에 도달하게 되는 것이다.

III. 결 론

일반적으로 조종면을 움직이는 구동기의 변위 한계는 해당하는 제어 루프의 이득을 줄여주는 역할을 하므로 조종면의 변화율 한계에 의한 PIO 가능성을 작아지게 하는 경향이 있다. 기존

의 OLOP 방법은 변위 한계에 의해 변화율 한계 시작 주파수가 더 높은 주파수로 지연되어 PIO 가능성이 낮아진다는 해석을 제시하고 있는데, 이는 PIO 가능성에 대해 실제 보다 더 안전하다는 방향으로의 그릇된 판단을 초래할 수 있다.

본 연구에서는 먼저 변위 한계에 의해 변화율 한계 시작 주파수가 더 높은 주파수로 지연되는 게 아니라 오히려 피드백 제어 환경에서는 더 낮은 주파수에서 일어 날 수 있음을 보였다. 그리고 변위 한계에 의한 PIO 가능성의 감소 경향은 다른 방법으로 제시하였는데, 이는 OLOP의 마지막 단계인 Nichols Chart에서, 변화율 한계 시작 주파수에서의 Open-Loop 주파수 응답으로 선형 반응에 의한 루프 이득에 변위 한계에 해당하는 묘사 함수를 곱하여, 즉 전체적인 루프 이득을 감소시킴으로써 이루어진다.

참고문헌

- 1) "Aviation Safety and Pilot Control - Understanding and Preventing Unfavorable Pilot-Vehicle Interactions", Rept. of the National Research Council Committee in the Effects of Aircraft Pilot Coupling in Flight Safety, National Academy Press, Washington, DC, 1997.
- 2) Graham, D., and McRuer, D., "Analysis of Nonlinear Control Systems", Wiley, New York, 1961.
- 3) Duda, H., "Prediction of Pilot-in-the-Loop Oscillations Due to Rate Saturation", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.20, No.3, 1997, pp. 581-587.
- 4) Dutton, K., Thompson, S., Barraclough, B., "The Art of Control Engineering", Addison-Wesley 1997.
- 5) Ogata, K., "Modern Control Engineering", Prentice Hall.