

## Vlasov 보 모델을 이용한 컨테이너 선박의 스프링잉 응답해석

김유일<sup>†\*</sup>, 김용환<sup>\*\*</sup>

대우조선해양 선박해양연구소<sup>\*</sup>

서울대학교 조선해양공학과<sup>\*\*</sup>

Analysis of Linear Springing Responses of a Container Carrier by  
using Vlasov Beam Model

Yooil Kim<sup>†\*</sup> and Yonghwan Kim<sup>\*\*</sup>

Daewoo Shipbuilding and Marine Engineering Co., Ltd.<sup>\*</sup>

Seoul National University, Department of Naval Architecture and Ocean Engineering<sup>\*\*</sup>

### Abstract

Modern ultra-large container carriers can be exposed to the unprecedented springing excitation from ocean waves due to their relatively low torsional rigidity. Large deck opening on the deck of container carriers tends to cause warping distortion of hull structure under wave-induced excitation, eventually leading to the higher chance of resonance vibration between its torsional response and incoming waves. To handle this problem, a higher-order B-spline Rankine panel method and Vlasov-beam FE model was directly coupled in the time domain, and the coupled equation was solved by using an implicit iterative method. In order to capture the complicated behavior of thin-walled open section girder, a sophisticated beam-based finite element model was developed, which takes into account warping distortion and shear-on-wall effect. Then, the developed beam model was directly coupled with the time-domain Rankine panel method for hydrodynamic problem by using the fixed-point iteration method. The developed computational scheme was validated through the comparison with the frequency-domain solution on the container carrier model in linear springing regime.

---

접수일: 2009년 10월 22일, 승인일: 2010년 3월 25일

\*교신저자: yikim@dsme.co.kr, 055-680-5524

※Keywords : Hydroelasticity(유탄성), Springing(스프링잉), Container carrier(컨테이너선), Rankine panel method(랭킨패널법), FEM(유한요소법), Vlasov beam(블라스프보), Warping(워핑)

## 1. 개요

컨테이너선의 대형화 및 고속화의 추세는 여타의 선박에 비해 비교적 빠르게 진행되고 있으며, 이는 선박의 고유 진동수와 입사파의 주기가 일치하게 되어 발생하는 스프링잉 현상의 주요한 원인으로 파악되고 있다. 컨테이너 선박은 갑판에 대형 개구부가 존재함으로 인해 비틀림 강성이 매우 낮은 것이 일반적이어서, 2절점 비틀림 모드가 최저차의 고유진동 모드로 나타난다. 컨테이너선의 이러한 비틀림 특성은 선체의 단면이 열려있음으로 인해 비틀림 모멘트가 작용하는 단면이 축방향으로 변형하는 워핑변형을 하기 때문으로, 단면이 닫혀 있는 원유운반선 혹은 가스선 등과는 구별이 되는 특성이라 할 수 있다. 또한, 개단면 박판보가 비틀림 모멘트에 노출되는 경우 워핑변형과 함께 면내의 전단변형도 동시에 발생하게 되는데 이 또한 비틀림 진동의 고유주기를 낮추는 요인이 된다.

이러한 개단면 박판보의 거동은 3차원 전선모형을 사용하여 해석을 수행함으로써 자연스럽게 해결이 가능하나 3차원 모델의 비효율성으로 인해 유탄성 해석에 직접 적용하기는 용이하지 않은 면이 있다. 3차원 전선모형을 유탄성 해석에 적용하기 위해서는 비접수 상태에서의 고유치 해석을 수행하고 이를 유동해석용 프로그램의 입력으로 넣어 연성된 해를 얻는 방법을 사용하는 것이 일반적이는데, 3차원 전선모델의 고유치 해석 결과가 요소의 불균일성 등과 같은 이유로 국부적으로 매우 불안정한 응답을 나타내어 이를 유탄성 해석의 입력으로 사용하기 위해서는 국부적인 응답의 효과를 없애기 위한 적절한 조치가 필요하다.

전산기의 발달로 3차원 전선모델이 보편화됨으로 인해 상대적으로 개단면 박판보 이론을 적용한 1차원 보요소를 선체의 거동에 적용한 연구는 그

리 활발하게 이루어진 편은 아니나, 3차원 모델의 비효율성을 극복하고 전선모델이 없는 설계초기 단계에서의 강도 검토를 위해 상당한 연구가 진행되어 왔다. Bishop et al.(1985)은 개단면 박판보의 거동을 해석하기 위해 Euler-Bernoulli, Timoshenko, Vlasov 및 Wagner-Kappus 등의 보 이론을 적용한 동적 계산을 수행하였으며, 균일 단면 보에 대한 실험 결과와의 비교를 통해 Timoshenko 및 Vlasov 의 보 이론이 비교적 좋은 결과를 줌을 확인하였다. Pedersen(1985)은 컨테이너 선박의 횡굽힘-비틀림 연성 거동을 1차원 보 요소를 이용하여 모델링 하였으며, 특히 갑판에 존재하는 다양한 길이의 데크에 의한 워핑 및 비틀림의 구속효과를 고려한 해석을 수행하였다. Wu and Ho(1987)는 개단면을 가지는 선박의 횡굽힘-비틀림 연성 거동을 워핑변형을 고려한 1차원 보 요소로 모델링하고 파랑하중에 의한 동적 응답을 계산하였다. Senjanovic et al.(2006, 2009)은 워핑변형 및 막내 전단변형의 효과를 고려한 1차원 보 요소를 개발하였으며 이를 폰트형 바지 및 대형 컨테이너 선박에 대한 유탄성 계산에 적용하였다. 또한, 횡방향 부재의 강성이 비틀림 거동에 미치는 영향에 대한 분석을 통해 등가의 비틀림 계수를 추정하였으며, 3차원 전선모델의 해석 결과와 비교하여 그 정확도를 검증하였다. Malenica et al.(2007)은 전술한 Senjanovic et al.의 보 이론을 3차원 wave Green 함수 기반의 주파수 영역 경계요소법과 결합하여 파랑하중을 받는 선박의 스프링잉 응답의 계산에 성공적으로 적용하였다. Lee et al.(2006)과 Lee et al.(2003)은 선박의 유탄성 문제를 3차원 소스법을 이용하여 주파수 영역에서 각각 Timoshenko보 이론 및 Euler보 이론을 적용하여 해석을 시도하였다. 최근 Kim(2009)은 워핑변형 및 횡굽힘-비틀림 연성효과를 고려한 보 요소를 랭킨패널 기반의 시간 영역 고차 경계요

소법과(Kim et al., 2006) 결합하여 가상의 개단면을 가지는 S175 선박의 스프링잉 해석에 적용하였다.

본 연구에서는 1차원 보 요소를 기반으로 한 유한요소법과 랭킨패널 기반의 고차 경계요소법을 결합하여 사파를 받는 대형 컨테이너 선박의 비틀림 거동에 대한 해석을 수행하였다. 계산에 적용된 보 요소는 워핑변형 및 횡굽힘-비틀림 연성거동을 고려한 Vlasov 보 이론에 기반하고 있으며, 중립축, 전단중심, 무게중심이 서로 일치하지 않는 단면 형상을 가지는 선박의 거동을 정확하게 묘사하기 위해 각 보 요소의 자유도를 기준 축으로 변환하는 기법을 적용하였다. 비교적 큰 요소분할 하에서도 고정도를 보장하는 고차의 경계요소법은 선박의 전진속도와 함께 이동하는 관성좌표계에서 표현된 자유표면 경계조건과 테일러 전개를 통해 표현된 선박의 평균위치에서의 물체 경계조건을 만족하는 속도 포텐셜을 구하는 방법을 통해 구현되었다. 또한, 전진하는 선박의 정상상태 움직임과 파랑하중에 의해 발생하는 비정상 운동의 연성으로 나타나는 m항의 엄격한 처리를 통해 보다 정도 높은 유동장 해석을 도모하였다. 개발된 수치기법의 정확도를 검증하기 위해 Malenica et al.(2007) 및 Senjanovic et al.(2009)에 의해 개발된 주파수 영역 프로그램의 해석 결과와 비교하였으며, 막내 전단변형이 스프링잉 응답에 미치는 영향에 대한 검토도 수행하였다.

2. 이론적 배경

2.1 Vlasov 보 이론 : 구조 영역

Fig.1은 개단면 박판보의 단면 및 정식화에 필요한 변수들을 나타낸다. 막 상의 임의의 지점 A에서의 막변위는  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  로 표현되고 단면을 대표하는 보변위는  $U, V, W, \Phi_x, \Phi_y, \Phi_z$ 로 표현한다. 여기서는 서로 연성된 거동을 보이는 횡굽힘 및 비틀림과 종굽힘에 대한 내용을 다루고 비교적 간단한 축방향 거동에 대한 정식화 과정은 생략한다.

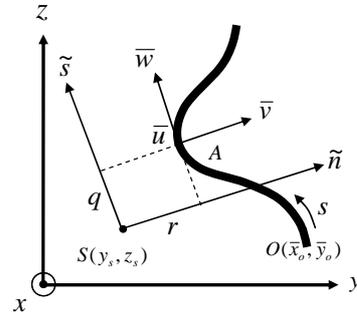


Fig.1 Thin-walled open section beam

보 요소의 유한요소 정식화를 위해 먼저 시스템의 에너지를 운동에너지, 변형률 에너지, 외부하중에 의해 행해진 일로 구분하고 각각의 성분을 구조 영역의 변위 및 속도를 통해 표현한다. 먼저 시스템이 가지는 운동에너지( $E_k$ ) 및 변형률 에너지( $E_s$ )는 식(1)과 같이 표현이 가능하다.

$$E_k = \frac{\rho}{2} \int (\dot{\bar{u}}^2 + \dot{\bar{v}}^2 + \dot{\bar{w}}^2) dV \tag{1}$$

$$E_s = \frac{1}{2} \int (E\epsilon_{xx}^2 + G\gamma_{xy}^2 + G\gamma_{xz}^2) dV$$

막변위  $\bar{v}, \bar{w}$  는 식(2)와 같이 전체( $yz$ )-곡소( $\tilde{n}\tilde{s}$ ) 좌표계가 이루는 각  $\theta$ 의 함수로 주어진다.

$$\begin{aligned} \bar{v}(s, x) &= V(x) \sin \theta(s) - W(x) \cos \theta(s) \\ &\quad - \Phi_x(x)q(s) \\ \bar{w}(s, x) &= V(x) \cos \theta(s) + W(x) \sin \theta(s) \\ &\quad + \Phi_x(x)r(s) \end{aligned} \tag{2}$$

막내의 전단변형은 0 이라는 Vlasov의 가정에 따르면 축방향 막변위는 식(3)과 같은 형태로 얻어지게 된다.

$$\begin{aligned} \bar{u}(s, x) &= U(x) - V_{,x}(x)\bar{y}(s) - W_{,x}(x)\bar{z}(s) \\ &\quad - \Phi_{x,x}(x)\bar{w}(s) \\ \bar{w}(s) &= \int_{C(s)} r(s) ds : \text{warping function} \end{aligned} \tag{3}$$

여기서, 첨자  $x$ 는  $x$ 방향으로의 미분을 의미한다. 얻어진 막변위를 식(1)의 운동 에너지 표현식에 대입하고 단면내의 면적분을 먼저 수행하게 되면 식(4)와 같이 단면의 보변위로 표현된 운동 에너지를 얻을 수 있다.

$$E_k = \frac{\rho}{2} \int_0^l (I_{\omega\omega} \dot{\Phi}_{x,x}^2 + I_{xx} \dot{\Phi}_x^2) dx + \frac{\rho}{2} \int_0^l (A\dot{V}^2 + 2Az_p \dot{V} \dot{\Phi}_x + I_{zz} \dot{\Phi}_z^2) dx + \frac{\rho}{2} \int_0^l (A\dot{W}^2 + I_{yy} \dot{\Phi}_y^2) dx \quad (4)$$

여기서,  $I_{\omega\omega}$ 는 워핑상수이며,  $I_{xx}$ 는 전단중심에 대한 극관성 모멘트를,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$ 는 각각  $y$ 축 및  $z$ 축에 대한 관성 모멘트를,  $z_p$ 는 전단중심의 좌표를 나타내며  $A$ 는 보의 단면적을 의미한다. 식(4)의 첫 항은 워핑과 비틀림에 의한, 두번째 항은 횡방향 변위, 비틀림과의 연성 및 회전관성에 의한, 세번째 항은 종방향 변위 및 회전관성에 의한 운동에너지를 각각 나타낸다.

마찬가지로 막변위와 변형률과의 관계를 이용하여 식(1)의 변형율을 막변위로 표현한 뒤 이를 단면에 대해 적분하면 식(5)와 같이 단면의 보변위로 표현된 변형률 에너지를 얻을 수 있게 된다.

$$E_s = \frac{1}{2} \int_0^l (EI_{\omega\omega} \Phi_{x,xx}^2 + GJ \Phi_{x,x}^2) dx + \frac{1}{2} \int_0^l (EI_{zz} \Phi_{z,xx}^2 + k_y GA (V_{,x} - \Phi_z)^2) dx + \frac{1}{2} \int_0^l (EI_{yy} \Phi_{y,xx}^2 + k_z GA (W_{,x} - \Phi_y)^2) dx + \frac{\alpha}{2} \int_0^l (GI_s \Phi_{x,x}^2) dx \quad (5)$$

여기서,  $J$ 는 St. Venant의 비틀림 계수이며,  $k_y$ ,

$k_z$ 는 각각  $y$  및  $z$  방향으로의 전단계수를 나타낸다. 식(5)의 각 항은 차례로, 워핑 및 순수 비틀림, 횡방향 굽힘 및 전단변형, 종방향 굽힘 및 전단변형 그리고 막내 전단변형에 의한 변형률 에너지를 의미한다. 마지막 항인 막내 전단변형은 Senjanovic et al.(2009)에 의해 도입된 값으로 일반적으로 저차모드의 진동에서는 그 영향이 그리 크게 나타나지 않는 것으로 알려져 있다.  $I_s$ 는 막내 전단계수를 의미하며,  $\alpha$ 는 막내 전단변형과 관련된 상수이다.

구해진 에너지에 축방향 변형에 의한 에너지를 더하고 외부하중에 의해 시스템에 가해진 일을 추가한 뒤 보의 길이방향으로 자유도를 이산화한다. 얻어진 전체 에너지는 평형상태에서 최소값을 가진다는 최소 포텐셜에너지 원리를 적용하여 변분하면 이산화 된 유한요소 방정식을 얻을 수 있게 된다. 요소 길이방향의 이산화는 3차 다항식을 사용하였으며, 최종적으로 얻어지는 유한요소 방정식은 식(6)과 같은 형태를 가지게 된다.

$$[M_{NS}]\{U_{NS}\} + [K_{NS}]\{U_{NS}\} = \{f_{NS}\} \quad (6)$$

식(6)의 자유도는 그 성분에 따라 전단중심(S) 및 중립축(N)에서 정의된 값으로 이를 보의 절점이 위치하는 기준 축의 값으로 변환할 필요가 있다. 이를 위해 식(7)과 같은 변환 행렬,  $T$ 를 이용하여 자유도를 변환하고 이를 다시 식(6)에 대입한다.

$$\{U_{NS}\} = [T]\{U\} \quad (7)$$

식(7)의 변환행렬  $T$ 는 전단중심 및 중립축의 자유도와 보의 기준축에서의 자유도의 상관관계를 포함하는 행렬로 정의된다. 최종적으로 얻어지는 유한요소 방정식은 식(8)과 같은 형태로 주어지고, 이는 보의 기준 축에서의 자유도로 표현된 식이다. 유한요소의 상세한 정식화 과정은 Kim(2009)을 참조하기 바란다.

$$\begin{aligned}
[\mathbf{M}]\{\mathbf{U}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{U}\} &= \{\mathbf{f}\} \\
[\mathbf{M}] &= [\mathbf{T}]^T [\mathbf{M}_{NS}] [\mathbf{T}] \\
[\mathbf{K}] &= [\mathbf{T}]^T [\mathbf{K}_{NS}] [\mathbf{T}] \\
\{\mathbf{f}\} &= [\mathbf{T}]^T \{\mathbf{f}_{NS}\}
\end{aligned} \quad (8)$$

## 2.2 고차 경계 요소법 : 유체 영역

유동장 해석을 위해 비압축성, 비점성, 비회전성을 만족하는 속도 포텐셜을 도입한다. 도입된 포텐셜을 식(9)와 같이 선박의 전진속도에 의해 야기되는 기본포텐셜  $\Phi$ , 입사파포텐셜  $\phi_I$  및 교란포텐셜  $\phi_d$  로 분리하고, 자유표면의 상승량 또한 입사파에 의한 성분  $\zeta_I$  와, 교란에 의한 성분  $\zeta_d$  으로 분해한다.

$$\begin{aligned}
\phi(\mathbf{x}, t) &= \Phi(\mathbf{x}, t) + \phi_I(\mathbf{x}, t) + \phi_d(\mathbf{x}, t) \\
\zeta(\mathbf{x}, t) &= \zeta_I(\mathbf{x}, t) + \zeta_d(\mathbf{x}, t)
\end{aligned} \quad (9)$$

선박이 일정한 전진속도  $\mathbf{v}$ 로 진행하는 경우의 운동학적 및 동역학적 자유표면 경계조건은 식(10)과 같은 형태로 주어진다. 식(10)의 자유표면 경계조건에 기본 포텐셜 항이 나타나게 되는 것은 식(9)의 기본 포텐셜이 자유수면이 없는 double body근사를 통해 얻어졌기 때문이다. 기본 포텐셜은 유동의 법선 방향 속도가 0이라는 비침투 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \zeta_d}{\partial t} - (\mathbf{V} - \nabla\Phi) \cdot \nabla \zeta_d &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \zeta_d \\
&+ \frac{\partial \phi_d}{\partial z} + (\mathbf{V} - \nabla\Phi) \cdot \nabla \zeta_I \\
\frac{\partial \phi_d}{\partial t} - (\mathbf{V} - \nabla\Phi) \cdot \nabla \phi_d &= -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - g\zeta_d \\
&+ \left[ \mathbf{V} \cdot \nabla\Phi - \frac{1}{2} \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi \right] \\
&+ (\mathbf{V} - \nabla\Phi) \cdot \nabla \phi_I
\end{aligned} \quad (10)$$

전진하는 선박의 물체 표면에서 만족되어야 할 물체표면 경계조건은 식(11)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_d}{\partial n} &= \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{n} - \frac{\partial \phi_I}{\partial n} + (\mathbf{V} - \nabla\Phi) \cdot \mathbf{n} \\
&\text{on } S_B
\end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $\mathbf{u}$ 는 panel의 변형량을 나타낸다. 식(11)의 물체표면 경계조건은 운동하는 선박의 정확한 위치에서 만족해야 하는 것으로, Timman and Newman(1962)은 테일러 전개를 통해 식(12)와 같이 선박의 평균 위치에서 만족하는 경계조건으로 변환하였다. Ogilvie and Tuck(1969)은 식(12)의 물체 표면 경계조건을 식(13)과 같이 m항으로 표현되는 보다 간단한 식으로 변환하였다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_d}{\partial n} &= \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{n} - \frac{\partial \phi_I}{\partial n} + [(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{V} - \\
&(\mathbf{u} \cdot \nabla)\nabla\Phi + ((\mathbf{V} - \nabla\Phi) \cdot \nabla)\mathbf{u}] \cdot \mathbf{n} \\
&\text{on } \bar{S}_B
\end{aligned} \quad (12)$$

식(13)의 우변에 나타난 m항은 기본 포텐셜의 2차 미분항을 포함하고 있는데, m항의 계산을 정도의 손실없이 수행하는 것은 비교적 까다로운 작업으로 알려져 있다(Zhao and Faltinsen, 1989). 본 연구에서는 m항의 정확한 처리를 위하여 변형체 선박을 길이방향으로 유한한 개수의 단위로 분할하고 각각의 분할된 개체에 Stokes의 정리를 적용하여 2차 미분항을 정확도의 손실 없이 계산하였다. 변형체 선박에 대한 m항 계산의 상세한 사항에 대해서는 Kim(2009)의 결과를 참조하기 바란다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi_d}{\partial n} &= \sum_{i=1}^6 \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial t} n_i + \xi_i m_i \right) - \frac{\partial \phi_I}{\partial n} \\
(n_1, n_2, n_3) &= \mathbf{n} \\
(n_4, n_5, n_6) &= \mathbf{x} \times \mathbf{n} \\
(m_1, m_2, m_3) &= (\mathbf{n} \cdot \nabla)(\mathbf{V} - \nabla\Phi) \\
(m_4, m_5, m_6) &= (\mathbf{n} \cdot \nabla)(\mathbf{x} \times (\mathbf{V} - \nabla\Phi))
\end{aligned} \quad (13)$$

전술한 경계조건을 만족하는 포텐셜을 구하기 위해 Green's 2<sup>nd</sup> identity를 도입하여 적분방정식을 구현한다. 선박의 운동에 의해 교란되는 포텐셜은 식(14)의 적분방정식을 만족하는데, 우변의 물체 표면에서의 포텐셜의 법선방향 미분과 자유표면에서의 포텐셜은 각각 물체 표면 경계조건 및 자유표면 경계조건으로부터 주어지는 값들이며, 좌변의 포텐셜이 미지의 항이 된다.

$$\begin{aligned} \phi_d + \iint_{S_B} \phi_d \frac{\partial G}{\partial n} dS - \iint_{S_F} \frac{\partial \phi_d}{\partial n} G dS \\ = \iint_{S_B} \frac{\partial \phi_d}{\partial n} G dS - \iint_{S_F} \phi_d \frac{\partial G}{\partial n} dS \end{aligned} \quad (14)$$

식(14)의 적분방정식을 수치적으로 풀기 위해 미지항들을 식(15)와 같이 2차의 다항식으로 구성된 **B** 스플라인으로 이산화한다. 식(15)의 이산화된 미지항을 식(14)에 대입하여 정리하면 최종적으로 미지항의 개수와 같은 크기를 가지는 선형대수 방정식을 얻을 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} \phi_d(\mathbf{x}, t) &= \sum_i \phi_{d,i}(t) B_i(\mathbf{x}) \\ \zeta_d(\mathbf{x}, t) &= \sum_i \zeta_{d,i}(t) B_i(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial \phi_d}{\partial n}(\mathbf{x}, t) &= \sum_i \left( \frac{\partial \phi_d}{\partial n} \right)_i(t) B_i(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (15)$$

2.3 연성

유체영역과 구조영역의 지배방정식을 각각 **f**와 **s**로 나타내면 식(16)과 같이 간략화된 형태로 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = \mathbf{p} - \mathbf{F}(\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{U}, \boldsymbol{\varphi}_f) = 0 \\ \mathbf{s} = \dot{\mathbf{U}} - \mathbf{S}(\mathbf{p}) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, **U**는 구조물의 변위를 나타내고, **p**는 유

체장의 압력이며,  $\varphi_f$ 는 자유표면에서의 포텐셜을 나타낸다. 식(16)의 연성 방정식의 해를 구하는 방법은 변수 소거에 의한 적-미분(Integro-differential) 방정식을 구성하여 해석하는 방법, 외연적 시간적분법을 통해 두 방정식은 순차적으로 풀어나가는 방법 및 반복계산을 이용한 내연적 적분법 등이 있을 수 있다. 적-미분 방정식을 구성하는 기법은 두 방정식의 이산화로 인해 변수의 소거가 매우 복잡해 지는 단점이 있으며, 외연적 시간적분법의 경우 가속도에 비례하는 산란포텐셜에 의한 외력으로 인해 수치적 불안정성이 발생하게 된다. 본 연구에서는 반복계산에 기반한 내연적 적분법 방법을 적용하여 해를 구하는 방법을 적용한다. 반복계산에 의한 해법은 반복계산의 방식에 따라 뉴턴법(Newton method)과 고정점 반복법(fixed point iteration)으로 나눌 수 있다.

고정점 반복법(fixed point iteration)은 식(16)에 주어진 연성된 방정식에 대한 계산을 식(17)에 주어진 바와 같은 방법으로 해가 수렴될 때까지 반복적으로 수행하여 해를 얻는 방법이다. 고정점 반복법을 비압축성 유체와 구조물의 연성에 적용하는 경우 운동방정식의 우변에 존재하는 가속도에 비례하는 외력항의 존재로 인하여 해의 수렴성이 매우 나쁜 특성을 가지는 것이 일반적이다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} &= \mathbf{S}(\mathbf{p}_{t+\Delta t}^k) \\ \mathbf{p}_{t+\Delta t}^{k+1} &= \mathbf{F}(\dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1}, \mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1}, \boldsymbol{\varphi}_{f,t+\Delta t}^{k+1}) \\ \text{iterate until } &\left| \dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^k - \dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} \right| < \epsilon \end{aligned} \quad (17)$$

이러한 문제를 극복하기 위해 유체 혹은 구조 영역에서 얻어진 물리량을 다음 계산의 입력으로 사용하기 이전에 완화법(relaxation)을 적용하여 수렴성의 향상을 도모하는 방법이 주로 사용된다. 식(18)에 주어진 바와 같이 유체영역의 계산에 사용될 속도, 변위 및 포텐셜을 적절한 완화계수(relaxation parameter)를 적용하여 수정함으로써 계산의 효율을 극대화 시킬 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{p}_{t+\Delta t}^{k+1} &= \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1}, \tilde{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1}, \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{t+\Delta t}^{k+1}) \\
 \tilde{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} &= \omega_k \dot{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} + (1-\omega_k) \tilde{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^k \\
 \tilde{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^{k+1} &= \omega_k \mathbf{U}_{t+\Delta t}^{k+1} + (1-\omega_k) \tilde{\mathbf{U}}_{t+\Delta t}^k \\
 \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{t+\Delta t}^{k+1} &= \omega_k \boldsymbol{\varphi}_{t+\Delta t}^{k+1} + (1-\omega_k) \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{t+\Delta t}^k
 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,  $\omega_k$ 는 해당 반복계산에 사용되는 완화계수로 수렴의 속도를 결정하는 파라미터이며, 이는 기 수렴된 이전의 반복계산의 결과로부터 결정된다.

### 3. 해석 모델

해석 대상 선박은 10,000TEU 급 컨테이너 선으로 주요 제원은 Table 1에 보인 바와 같다.

Table 1 Main particulars

Loa /Lpp	363 m /348 m
Breadth	45.6 m
Depth	29.7 m
Draft	15.6 m
Light weight	171445 ton
LCG	171 m from A.P.
VCG	19.9 m above K.L.
Speed	12.7 m/sec

Fig.2 는 계산에 사용된 패널 모델을 나타내는 것으로, 형상의 좌우대칭을 고려하여 전체의 절반만이 실제로 계산에 사용되었다. 해석에 사용된 패널의 개수는 선체의 표면에 900개, 자유표면에 약 2000개가 적용되었으며 자유표면의 영역은 선박의 길이의 5~6배의 범위로 하여 저주파수 영역에서 발생하는 장파를 구현할 수 있도록 하였다.

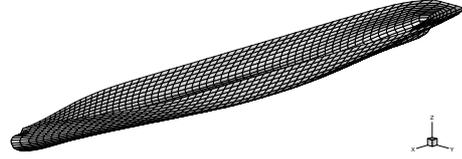
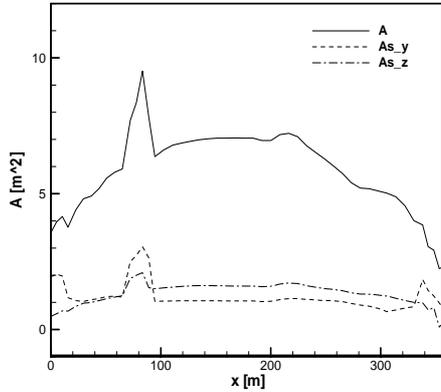


Fig.2 Hull panel model

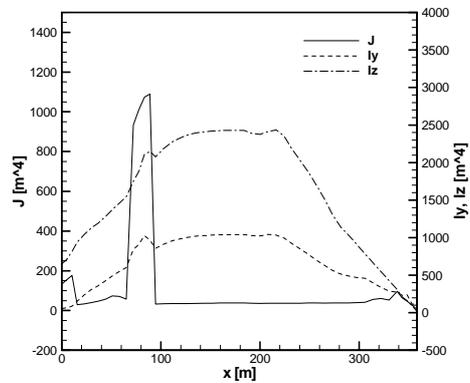
해당 선박은 선수, 선미 및 선실이 위치한 영역에서 닫힌 단면을 가지고 있으며, 컨테이너가 적재되는 나머지 영역에서는 열린 단면을 가지는 특성을 보인다. Table 1의 주요 제원 이외에도 17개의 단면 관련 계수들에 대한 정보가 계산의 입력으로 사용된다. Fig.3 은 변형체 선박의 거동 계산에 필요한 단면 계수들을 나타낸다. 계산에 필요한 단면 계수들은 선박의 중,횡 굽힘과 관련된 단면 관성 및 비틀림 및 워핑과 관련된 비틀림 계수, 워핑 계수 등이 있다. 선박의 복잡한 단면에 대한 계수들을 해석적으로 계산해 내는 일은 매우 어려운 작업으로 알려져 있으며 일반적으로는 2차원 단면에 대한 수치해석을 통해 단면 계수를 얻는 방법을 사용한다 (Senjanovic et al. 2009). 선미부 근처에서 나타나는 단면 계수들의 불연속한 거동 특성은 선실이 위치한 영역에서 선박의 단면이 닫혀 있음으로 인해서 발생한다.

### 4. 수치해석 결과

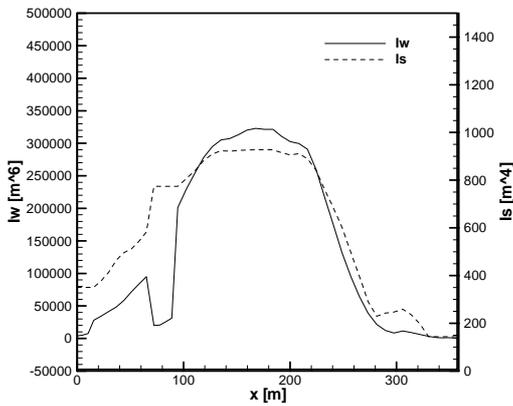
본 논문에서는 개발된 시간영역 수치기법의 정확도를 검증하기 위해 전술한 컨테이너 선박에 대한 스프링잉 해석 결과를 주파수 영역의 해석 결과와 상호 비교하여 해석의 타당성을 검증하는 작업을 수행하였다. 비교 대상이 되는 해석 결과는 Malenica 등(2007) 및 Senjanovic 등(2009)에 의해 개발된 wave Green 함수 기반의 주파수 영역 프로그램이다. 두 결과간의 엄밀한 비교를 위해, 점성 감쇠계수(5%) 및 구조 감쇠계수(2%)와 같은 일련의 파라미터를 일치시켰다.



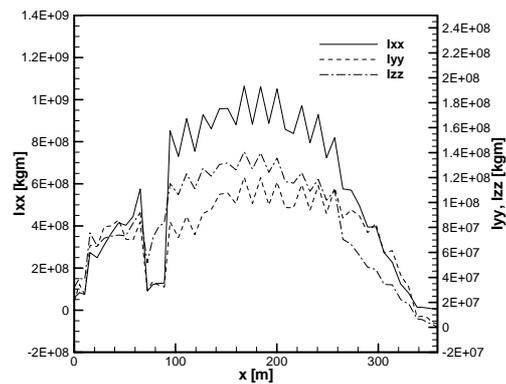
(a) Area, shear areas



(b) Torsion constant, 2<sup>nd</sup> moment of area



(c) Warping, shear constants



(d) 2<sup>nd</sup> moment of inertias

Fig.3 Sectional constants

#### 4.1 고유치 해석

선박의 접수 중 거동을 해석 하기에 앞서 비접수 상태에서의 고유치 해석을 수행하여 구조 해석 모델의 상호 일치 여부를 확인하였다. Table 2 는 고유치 해석을 1차원 보요소를 이용하여 수행한 결과를 상호 비교한 것으로, 주파수 영역의 결과(F)와 시간 영역 해석 결과(T)를 모드 별로 비교 분석한 것이다. 본 논문에서 개발된 시간영역 해석 결과의 경우 식(5)의 막내 전단 변형 효과를 고려한 수정된 Vlasov 모델(mVla)의 결과가 주파수 영역에서 얻어진 Senjanovic

모델의 결과와 잘 일치함을 확인할 수 있다. 이는 식(5)에서 도입된 막내 전단 변형 항이 Senjanovic 등에 의해 제안된 모델임으로 인해 기대되었던 결과로 볼 수 있다. 이와 달리, 막내 전단 변형을 고려하지 않은 Vlasov 모델(Vla)의 경우 저차 모드 및 종굽힘 모드의 경우 비교적 유사한 값을 주나, 모드가 올라갈수록 막내 전단 변형의 효과로 인해 그 차이가 점차로 확대됨을 확인할 수 있다. 상기의 결과를 통해 막내 전단 변형의 효과가 비접수 고유치의 결과에 영향을 줌을 확인할 수 있으나, 일반적으로 스프링링 현상은 파랑 하중의 주파수 특성상 저차

모드가 더욱 중요하기 때문에 막내 전단변형의 효과의 중요성은 실선 적용문제에서 그 중요성이 반감된다고 볼 수 있겠다. 본 논문의 해석 대상 선박은 그 특성상 비틀림 모드가 최저차의 모드로 나타남을 알 수 있으며 그 주파수 또한 일반적인 선박의 그것에 비해 상대적으로 매우 낮은 영역에 위치하고 있다. 2절점 종굽힘 모드는 3번째 저차모드로 나타나고 있으며 그 주파수 또한 3.5 rad/sec 부근으로 낮은 영역에 위치함을 알 수 있다.

Fig.4는 2 절점 종굽힘 모드의 모드 형상을 나타내는 것으로 3가지 모델의 결과가 정확하게 일치하는 것을 확인할 수 있다.

서로 다른 보 모델이 채택하고 있는 이론들은 개단면 박판보의 비틀림 거동과 관련된 것으로 어떠한 이론을 적용하더라도 종 굽힘 모드에 미치는 영향은 나타나지 않게 된다.

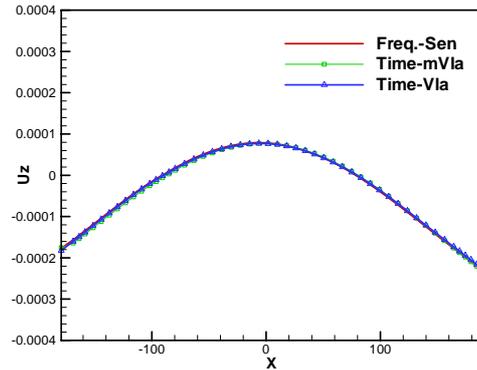


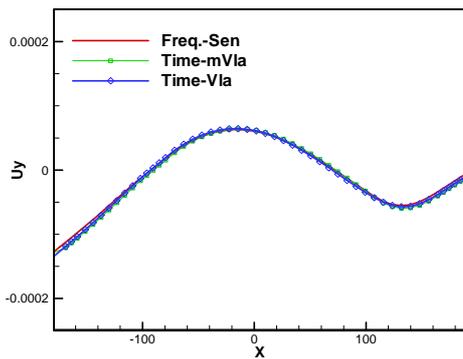
Fig.4 2-node vertical bending mode

Table 2 Eigenvalue analysis results (rad/sec)

Mode	Sen. (F)	mVla. (T)	Vla (T)
1 (T)	1.92	1.90	2.03
2 (HB+T)	3.16	3.09	3.60
3 (VB)	3.68	3.52	3.52
4 (HB+T)	4.91	4.36	5.21
5 (HB+T)	6.52	5.97	7.26
6 (VB)	7.67	7.28	7.28

Fig. 5는 1차 및 2차의 모드에 대한 결과를 모델별로 상호 비교한 것으로, 사용된 보 이론간의 격차는 그리 크게 나타나지 않음을 볼 수 있다.

(T:Torsion, VB:Vertical bending, HB:Horizontal bending, F:Frequency, T:Time)



(a) 1<sup>st</sup> mode (T)

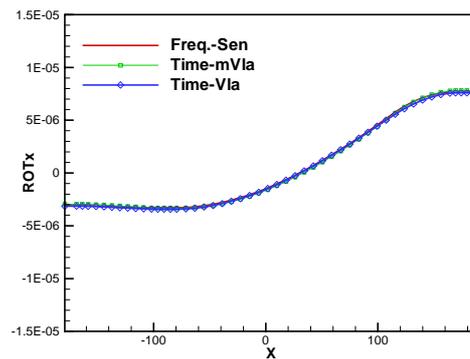
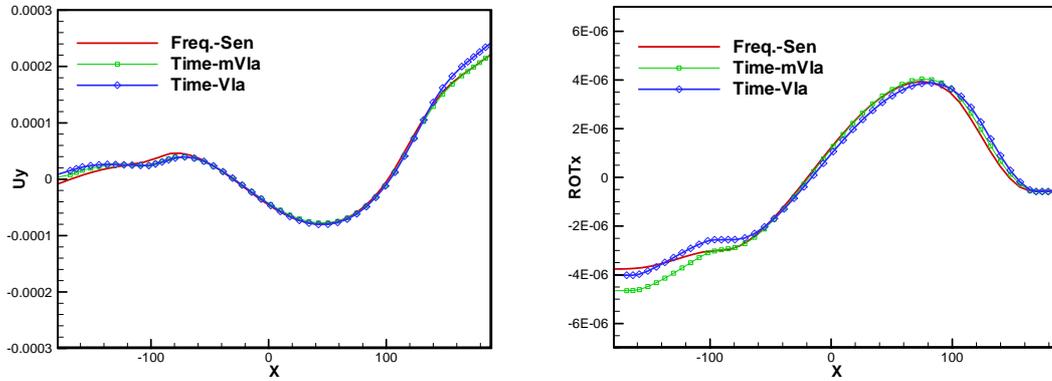


Fig.5 Mode shapes of 1<sup>st</sup>(T) and 2<sup>nd</sup>(HB+T) modes

(U:Translation deformation, ROT:Rotational deformation, x:Position along ship length)



(b) 2<sup>nd</sup> mode (HB+T)

Fig.5 Continued

본 해석에서는 달힌 단면내에서의 워핑변형이 무시할 수 있을 만큼 작다고 가정하고 달힌 단면내에서의 워핑변형을 완전히 구속하여, 달힌 단면 과 인접 열린단면과의 워핑변형의 불연속을 제거하였다. Fig.5 (b)의 2차 고유모드를 자세히 살펴보면 선박의 단면이 달힌 경우 비틀림 각의 변화율이 0 에 가까워짐을 볼 수 있는데, 이는 워핑변형의 구속으로 나타난 결과이다.

4.2 시간영역 과도 유탄성 해석

접수상태의 고유진동수를 얻기 위해 선박에 충격하중을 가하여 과도진동 해석을 수행하였다. 주파수 영역 기법의 경우 해당 모드에 대한 부가질량 및 복원력항을 알면 접수 상태의 고유진동수를 바로 얻을 수 있으나 시간영역 기법의 경우에는 그러한 접근이 불가하다. 접수 상태에서의 고유진동수를 얻기 위해 정수상태에서 정지해 있는 선박의 선수에 충격하중을 가

하여 중앙부에서 발생하는 굽힘 모멘트의 시간이력을 얻고 이를 통해 2절점 종굽힘 모드의 접수 고유진동수를 얻었다. Fig.6 은 충격하중을 받은 선박의 변형 및 산란포텐셜에 의한 압력의 분포를 나타낸다. 충격하중을 받은 선박은 초기에 다양한 모드들의 조합으로 표현되는 복잡한 거동을 보이다가 시간이 지나면서 고차의 모드들은 조파감쇠 및 구조감쇠의 영향으로 사라지고 최저차인 2절점 종굽힘 거동만이 남게된다. Fig.7 은 충격하중에 의해 선박의 중앙부에 발생하는 종굽힘 모멘트의 시간이력을 나타낸다. 초기의 과도응답이 사라진 이후 종굽힘 모멘트의 시간이력이 준정상상태에 도달한 후의 고유주기는 약 2.35초 정도이며 이를 선수파를 맞으며 12.7 m/sec로 전진하는 선박이 조우하는 파의 진동 수로 환산하면 1.1 rad/sec의 값을 가진다. 이는 주파수 영역에서 얻어진 접수 고유진동수 1.15 rad/sec와 매우 유사한 결과이다.

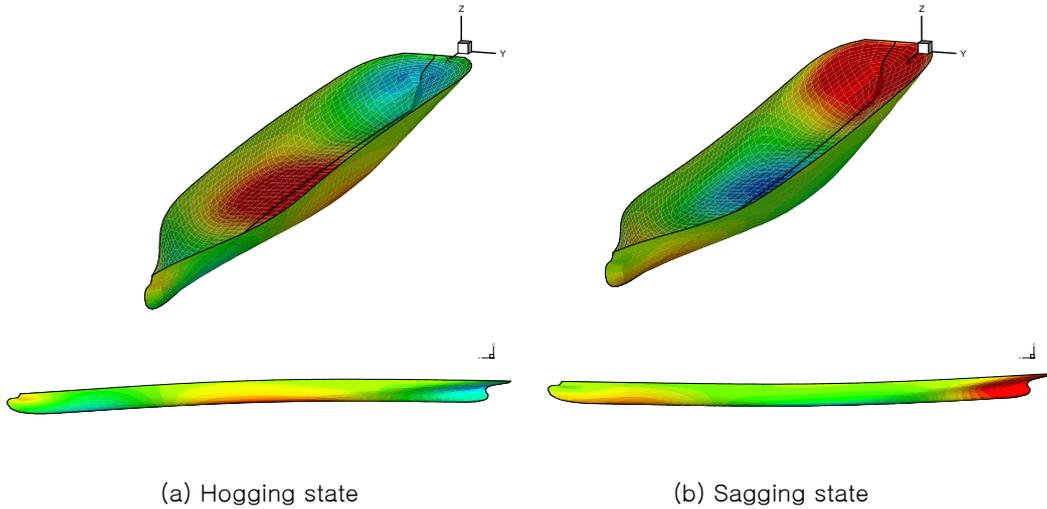


Fig.6 Transient response under impact load

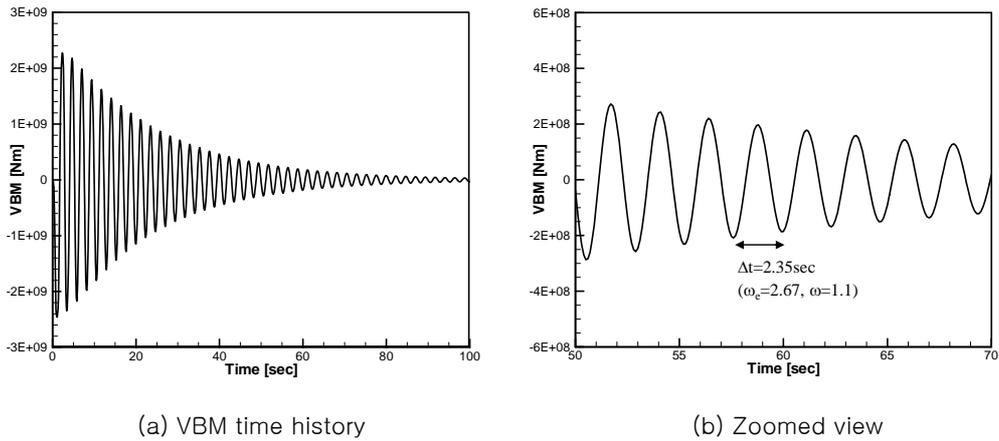


Fig.7 VBM time history under impact load

4.3 파랑 중 응답

대상 선박이 12.7 m/sec로 선수파(180°)와 사파(120°)를 받으며 전진하는 경우에 대해 스프링잉 응답을 시간 영역에서 계산하고 이를 주파수 영역의 해석 결과와 비교하였다. Fig.8은 선수파를 맞으며 전진하는 선박의 중앙부에서 발생하는 전단력 및 굽힘 모멘트의 RAO를 나타낸다. 굽은 실선으로 표현한 강체의 경우 고주파수 영역에서 응답이 거의 나타나지 않는 것을 볼 수

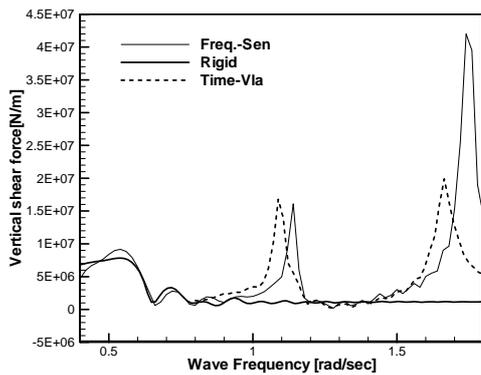
있으나, 변형체 선박의 경우 1.1 및 1.65 rad/sec 부근에서 공진이 발생함을 확인할 수 있다. 1.1 rad/sec에서 발생하는 공진은 2절점 종굽힘 모드이며 1.65 rad/sec에서 발생하는 공진은 3절점 종굽힘 모드에 해당된다. 2절점 진동모드는 앞서 과도 유탄성 해석에서 규명되었었으며, 3 절점 진동의 경우는 Table 2에서 확인할 수 있듯이 다음에 발생할 수 있는 가장 낮은 주파수의 진동 모드에 해당된다. 각 진동모드에 따라 전단력 및 종굽힘 모멘트의 최대값이 해석

기법에 따라 2배 정도 차이가 남을 볼 수 있는데, 이는 고유주파수의 미소한 차이 및 유체의 거동에 의한 외력항의 차이에 기인한 것으로 판단된다. 또한, 주파수 영역의 경우 자유표면 경계조건에 선박의 전진속도가 정확하게 반영되지 않는 면이 있고 이는 두 기법간의 유동장 해의 차이로 나타날 수 있다.

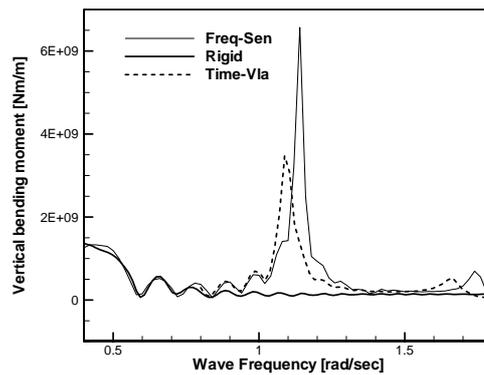
Fig.9는 입사파의 각이 선박과 120°를 이루는 경우 선박의 중앙부에서 발생하는 단면력의 RAO를 나타낸다. 종굽힘 모멘트의 경우 시간 영역에서 얻어진 서로 다른 보 이론 간의 차이는 거의 나타나지 않았으나, 횡굽힘 및 비틀림 모멘트의 경우에는 기대되었던 바와 같이 보 이론간의 차이가 비교적 크게 나타났다. 1차 모드 공진의 경우 주파수 영역의 결과와 시간 영역의 결과가 유사한 결과를 보였으나, 2차 모드 공진의 경우에는 상대적으로 큰 차이를 보임을 확인할 수 있다. 이러한 차이의 원인에 대해서 명확한 설명은 힘들으나, 앞서 언급된 바와 같이 주파수 영역 기법의 경우 선박의 전진속도로 인해 발생하는 자유표면 경계조건의 변화 효과가 정확하게 반영되지 못하고 단지 조우주파수의 효과로 근사적으로 처리됨으로 인해 유동장의 해

자체가 근본적인 차이를 가지고 있기 때문인 것으로 여겨진다. 따라서, 두 기법 간 유동장의 교란으로 인한 외력항 자체에 차이가 있을 것이며 이는 통상 선박 운동의 관심영역인 저주파수 영역을 벗어나는 주파수 영역에서 발생하는 공진 현상에 크게 기여할 수도 있다고 판단된다. 또한, Table 2 에 보인 바와 같이 2차 모드의 비점수 고유진동수의 차이가 1차 모드 공진이 보이는 차이보다 더 크게 나타난 것에 기인되었다 볼 수 있다. 막내 전단변형의 효과가 고려되지 않은 시간영역 Vlasov 모델의 경우 2차 공진 모드에서 여타의 결과와 비교적 큰 차이를 보임을 확인할 수 있는데, 이는 Table 2 에 보인 비점수 고유진동 해석의 결과에서 예견되었던 점이라 할 수 있겠다.

Fig.10 은 점수 1차 및 2차 진동모드에서의 선체의 변형 양상을 보여준다. 1차 모드의 경우 선수 및 선미가 서로 반대방향으로 비틀리는 순수 비틀림 모드로 진동하고 있으며, 2차 혹은 3차 진동 모드의 경우는 그 주파수의 차이가 작음으로 인해 같은 주파수에서 혼재하여 나타나는 양상을 보인다. Fig.10 (b)는 2절점 종굽힘 변형과 연성된 횡굽힘-비틀림 모드가 함께 존재하고 있다.

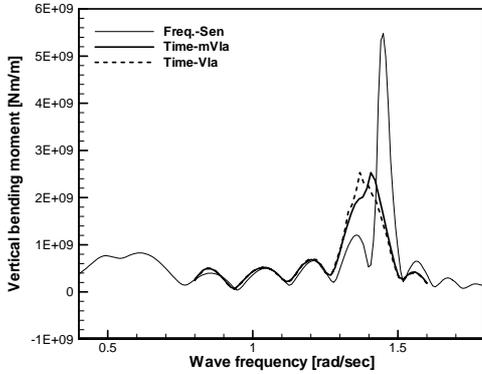


(a) Vertical shear force RAO

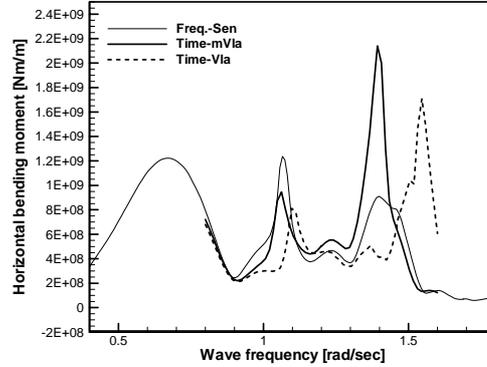


(b) Vertical bending moment RAO

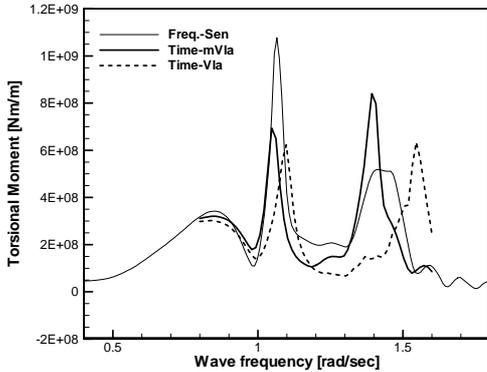
**Fig.8** Sectional load RAO under head wave (Freq-Sen : frequency domain with Senjanovic beam model, Rigid : Rigid body model, Time-Vla : time domain with Vlasov beam model)



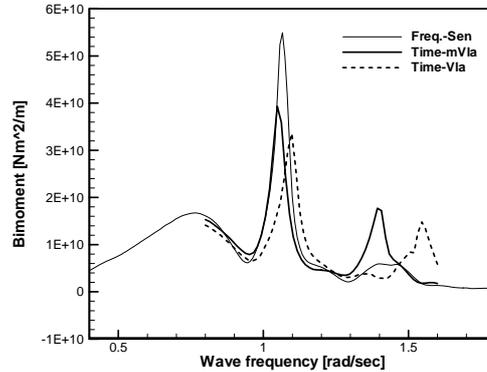
(a) Vertical bending moment RAO



(b) Horizontal bending moment RAO



(c) Torsional moment RAO



(d) Warping bi-moment RAO

**Fig.9** Sectional load RAO under oblique wave ( $\beta=120^\circ$ ) (Freq-Sen : frequency domain with Senjanovic beam model, Time-mVla : time domain modified Vlasov beam model, Time-Vla : time domain with Vlasov beam model)

**5. 결론**

본 논문에서는 Vlasov 보 이론과 시간영역 랜킨 패널법을 결합하여 컨테이너 선박에 대한 스프링잉 응답해석을 수행하고 이를 주파수 영역의 해석 결과와 비교 분석하는 작업을 수행하였으며, 이를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 개단면 박판형 단면을 가지는 컨테이너 선박의 사파 중 비틀림 스프링잉 응답을 얻기 위

해 Vlasov 보 이론 및 수정된 Vlasov 이론을 적용하여 유탄성 해석을 수행하였고, 주파수 영역 해석 결과와 비교적 잘 일치하는 결과를 얻었다.

- 비점수 고유치 해석을 수행한 결과 막내 전단 변형의 효과는 고유모드의 차수가 올라갈수록 두드러지게 나타났으며, 최저차 모드의 경우 그 영향을 그리 크지 않게 나타났다. 이러한 경향은 유탄성 해석 결과에서도 유사하게 나타났다.

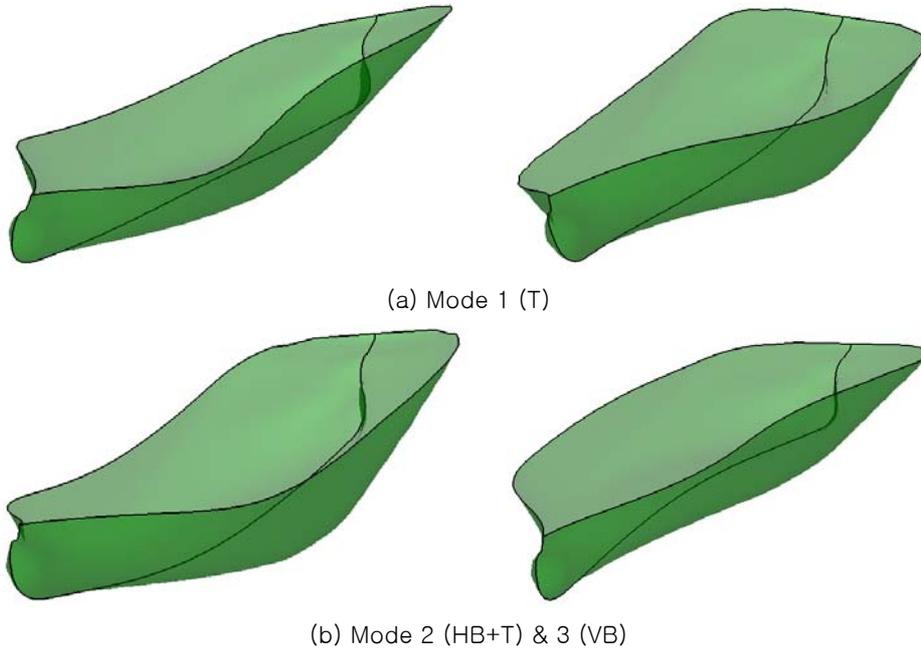


Fig.10 Hull deformation at resonance frequency

- 시간 영역 과도 유탄성 해석을 수행하여 2절점 종굽힘 접수 고유진동수를 얻었으며, 이는 주파수 영역에서 구해진 고유진동수와 거의 일치하는 값을 보였다. 얻어진 접수 고유진동수는 선수파 상태의 스프링잉 응답해석의 최저차 공진주파수와 일치함을 확인하였다.
- 선수파를 받는 선박의 스프링잉 응답을 시간 영역에서 얻은 후 이를 푸리에 변환을 통해 굽힘 모멘트 및 전단력에 대한 RAO를 얻었으며, 이를 주파수 영역의 해석 결과와 상호 비교하였다. 두 결과는 전반적으로 같은 경향을 보임을 확인할 수 있었으나, 공진 주파수 부근의 최대치는 어느 정도의 차이를 보였다. 이러한 차이는 wave Green 함수법이 전진속도 문제에서 지니는 자유표면 경계조건 및 조우 주파수 근사에 기인하는 비엄밀성에 기인한 것으로 판단된다.
- 사파를 받는 선박의 스프링잉 응답에 대한 계산을 막내 전단변형 효과의 유무에 따라 수행하였다. 막내 전단변형의 효과는 접수 1차 모

드에서는 그 영향이 작았으나, 2차 모드에서는 크게 나타남을 확인하였다. 또한, 시간 영역에서 얻어진 결과는 주파수 영역의 해석 결과와 비교적 유사한 패턴을 보였으나, 공진 주파수의 최대값은 여전히 작지 않은 차이를 보임을 확인하였다.

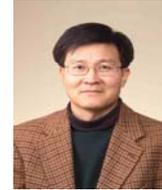
참 고 문 헌

- Kim, K.H., and Kim, Y., 2007, WISH JIP project report and Manual, Marine Hydrodynamic Laboratory, Seoul National University.
- Kim, Y., 2009, "Time-Domain Analysis on Hull-Girder Hydroelasticity by Fully coupled BEM-FEM Approach", PhD thesis, Seoul National University
- Lee, S.C., Goo, J.S., Kim, C.H., Jo, H.J., and Ha, M.K. 2006, "A hydroelastic response analysis of barge type ships in regular waves", Proceedings of the Annual Spring Meeting,

- SNAK.
- Lee, H.Y., Lim, C.G., and Jung, H.B., 2003, "Hydroelastic responses for a ship advancing in waves", Proceedings of the Annual Spring Meeting, SNAK.
  - Bishop, R.E.D., Price, W.G., and Zhang, X.C., 1985, "A note on the Dynamical Behavior of Uniform Beams Having Open Channel Section", Journal of Sound and Vibration, Vol.99, No.2, 155-167
  - Kim, Y., Kim, K.H., and Kim, Y., 2009, "Springing Analysis of a Seagoing Vessel Using Fully Coupled BEM-FEM in the Time Domain", Ocean Engineering, Vol.36, 785-796
  - Malenica, S., Senjanovic, I., and Tomasevic, S., Stumpf, E., 2007, "Some Aspects of Hydro-elastic Issues in the Design of Ultra Large Container Ships", 22nd International Workshop on the Water Wave and Floating Body, Plitvice, Croatia
  - Ogilvie, T.F., and Tuck, E.O., 1969, "A Rational Strip Theory for Ship Motions", Part I. Technical Report 013, The Department of Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan
  - Pedersen, P.T., 1985, "Torsional Response of Containerships", Journal of Ship Research, Vol.29, No.3, 194-205.
  - Senjanovic, I., Catipovic, I., and Tomasevic, S., 2008, "Coupled Horizontal and Torsional Vibrations of a flexible Barge", Engineering Structures, Vol.30, 93-109
  - Senjanovic, I., Tomasevic, S., and Vladimir, N., 2009, "An Advanced Theory of Thin-walled Girders with Application to Ship Vibrations", Marine Structures, Vol.22, 387-437
  - Timman, R., and Newman, J.N., 1962, "The Coupled Damping Coefficients of Symmetric Ships", Journal of Ship Research, Vol.5, No.4
  - Wu, J.S., and Ho, C.S., 1987, "Analysis of Wave-Induced Horizontal-and-Torsional-Coupled Vibrations of a Ship Hull", Journal of Ship Research, Vol.31, No.4, 235-252
  - Zhao, R., and Faltinsen, O.M., 1989, "A Discussion of the m-terms in the Wave-current Body Interaction Problem", 3rd International Workshop on Waves and Floating Bodies, Norway



&lt; 김 유 일 &gt;



&lt; 김 용 환 &gt;