

## 역 일계이차 모멘트법을 이용한 설계 해상상태의 결정에 관한 연구

이재옥<sup>†\*</sup>, 노준범<sup>\*</sup>

현대중공업 선박해양연구소<sup>\*</sup>

### A Study on the Design Sea-state Determination Using the IFOSM Method

Jae-Ohk Lee<sup>†\*</sup> and Junbumn Rho<sup>\*</sup>

Hyundai Maritime Research Institute, Hyundai Heavy Industries<sup>\*</sup>

#### Abstract

Response-based approach is getting more preferred in determining the design sea-state for offshore structures because traditional environment-based approach is known to yield a much conservative design condition. This paper introduces the inverse first-order second-moment (IFOSM) method as a response-based approach, which is expected to give a more feasible design condition at the cost of reasonable number of motion analyses. The IFOSM method is based on the theory of probability and adopts an optimization scheme to determine the design point. Both the design maximum response and design sea state can be obtained straightforwardly from the optimum. The IFOSM method has been applied to a turret-moored FPSO's design problem and showed its effectiveness in practical use.

※Keywords: Design sea-state (설계 해상상태), Design return period (설계 반복주기), First-order second-moment method (일계이차 모멘트법), Inverse FOSM method (역 일계이차 모멘트법)

#### 1. 서론

일반 상선은 선급 규정을 참고하여 구조강도를 평가해야 하는 하중조건의 조합을 결정할 수 있다. 그러나, 해양 구조물의 경우에는 설치 해역의 해상자료와 구조물의 응답 등을 이용하여 설계 반복주기(design return period)에 상응하는 설계

조건을 직접 결정해야 한다.

해양 구조물의 설계 해상상태 결정을 위해서는 유의파고나 파 주기 등 몇몇 주요 환경인자의 극한값을 추정하는 방법인 환경기반 접근법이 전통적으로 이용되어 왔다. 그러나, 이 접근법은 각 환경인자를 개별적으로 취급하여 환경인자 사이의 결합 발생확률(joint probability)을 전혀 고려하지 않기 때문에 설계조건이 지나치게 보수적으로 결정되는 문제점이 있다.

접수일: 2010년 3월 15일, 승인일: 2010년 5월 6일

†교신저자: ohk71@hhi.co.kr, 052-202-4720

그 대안으로 환경인자 대신 구조응답 자체의 극한값을 추정하는 방법인 응답기반 접근법이 시도되어 좀더 현실적인 설계 해상상태를 결정할 수 있게 되었다. 최근의 해양공사에서는 발주처와 선급으로부터 응답기반 접근법으로 해양구조물의 설계조건을 결정하도록 요구받는 경우가 점차 증가하고 있다.

본 논문에서는 구조 신뢰성 해석법의 하나인 일계이차 모멘트법을 역으로 적용한 역 일계이차 모멘트법을 이용한 응답기반 접근법을 소개하였다. 그리고, 터렛 계류된 FPSO 의 설계 해상상태를 역 일계이차 모멘트법을 이용하여 결정하고, 그 결과를 기존의 환경기반 접근법과 비교하여 실무적인 적용 가능성과 유효성을 검토하였다.

## 2. 역 일계이차 모멘트법을 이용한 설계 해상상태의 결정

### 2.1 개선된 일계이차 모멘트법

확률론적 구조강도 평가법인 구조 신뢰성 해석에서 구조물의 안전성 평가는 충분한 횡수의 모사(simulation)를 통해 파괴확률을 직접 계산하는 방법과 수치 해석적 방법으로 구한 신뢰도지수(reliability index)를 통해 간접 평가하는 방법이 있다. 일계이차 모멘트법은 후자의 가장 대표적인 방법으로, 한계상태식의 1 계 미분계수와 확률변수의 확률분포 및 1 차와 2 차 모멘트까지를 고려한다.

신뢰도지수  $\beta$  는 확률변수  $X_i$  의 함수인 한계상태식  $g(X_i)$  에 의해 정의되는 새로운 확률변수  $Z$  의 평균( $\mu_Z$ )과 표준편차( $\sigma_Z$ )의 비로 정의되며, 파괴확률  $P_f$  와는 식 (1)의 관계가 있다(Yang et al. 1999). 여기에서  $\Phi(\cdot)$  는 표준 정규분포의 누적분포함수이다(Fig. 1 참조).

$$P_f = \Phi(-\beta), \text{ where } \beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \text{ and } Z = g(X_i) \quad (1)$$

평균 일계이차 모멘트법(mean-value FOSM)에서는 신뢰도지수의 확률론적 정의(식 (1))를 적용하여, 한계상태식을 선형근사(linear Taylor

expansion)하고 그 평균과 표준편차로부터 신뢰도지수를 계산한다. 그러나, 이 방법은 선형근사를 어느 점에서 하는가와 한계상태식을 어떻게 표현하는가에 따라 계산되는 신뢰도지수가 달라지는 불변성 결여(lack of invariance)의 문제가 있다(Hasofer and Lind 1974).

이 문제는 표준정규분포 확률변수 공간에서 원점으로부터 한계상태식까지의 최단거리가 신뢰도지수와 같다는 신뢰도지수의 기하학적 정의를 이용하여 해결할 수 있다(Fig. 2 참조). 이 방법을 개선된 일계이차 모멘트법(advanced FOSM)이라고 하며, 다음과 같은 최적화 문제로 정식화할 수 있다.

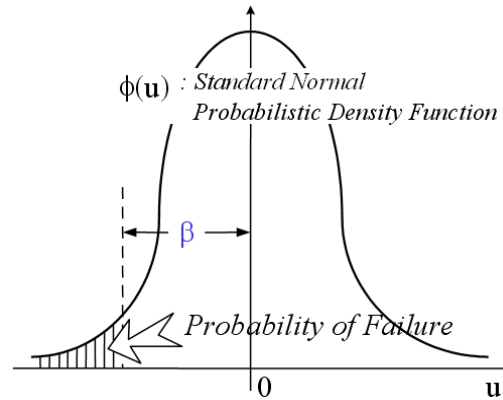


Fig. 1 Reliability index and probability of failure

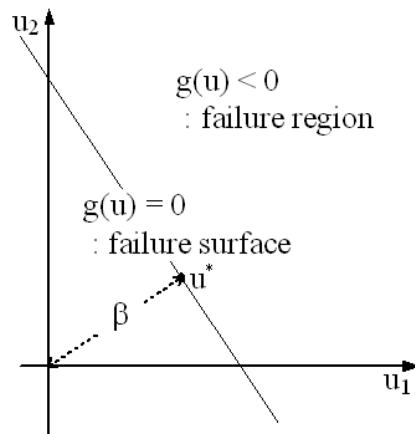


Fig. 2 Geometric definition of reliability index

$$\begin{aligned} &\text{Find } U^*, \text{ which minimizes } \beta = \sqrt{U^T U} && (2) \\ &\text{subjected to } g(U) = 0 \\ &\text{where } U_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \end{aligned}$$

이 방법에서는 파괴확률의 척도인 신뢰도지수와 함께 식 (2)의 최적해( $U^*$ )도 얻을 수 있는데, 이 점은 가장 발현빈도가 높은 파괴점(Most Probable Failure Point: MPFP)으로서 설계 관점에서 유용한 정보를 제공한다. 또한 각 확률변수가 파괴확률에 미치는 영향을 최적화를 위한 민감도로부터 계산할 수 있다.

신뢰도지수의 기하학적 정의는 모든 확률변수가 서로 통계적으로 독립인 정규분포 확률변수이고 한계상태식이 확률변수의 선형 합으로 정의되는 경우를 가정하고 있다. 비정규분포 확률변수나 상관된 확률변수는 Rackwitz-Fiessler 변환법이나 Rosenblatt-Hohenbichler 변환법을 이용하여 등가의 독립 정규분포로 변환한다(Hohenbichler and Rackwitz 1981).

**2.2 역 일계이차 모멘트법**

역 일계이차 모멘트법(Inverse FOSM)은 개선된 일계이차 모멘트법과 마찬가지로 신뢰도지수의 기하학적 정의를 이용하지만, 식 (2)의 최적화 문제에서 목적함수와 구속조건이 서로 뒤바뀐 형태로 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{Find } U^*, \text{ which minimizes } g(U) && (3) \\ &\text{subjected to } \beta = \sqrt{U^T U} = \beta_t \end{aligned}$$

식 (3)에서  $\beta_t$  는 목표 신뢰도지수(target reliability index)라고 하며, 최적해  $U^*$  는 목표 신뢰도지수를 만족하는 점들 중에서 한계상태식이 최소인 점(Minimum Performance Target Point: MPTP)이다.

개선된 일계이차 모멘트법이 주어진 조건에서의 신뢰도지수를 계산하는 방법이라면, 역 일계이차 모멘트법은 목표 신뢰도지수를 만족하는 점에서 한계상태식의 최소값이 0 보다 큰지 작은지를

확인하는 방법이다(Lee 2001). 역 일계이차 모멘트법은 확률론적 구조설계 최적화에 더욱 효율적인 정식화라고 할 수 있다(Lee et al. 2002).

**2.3 역 일계이차 모멘트법을 이용한 설계 해상상태의 결정**

역 일계이차 모멘트법을 이용하면 해양 구조물 설계의 필수항목인 설계 해상상태를 쉽게 결정할 수 있다. 즉 설계 반복주기에 의해 주요 구조 응답의 허용 초과확률이 결정되면 그에 해당하는 목표 신뢰도지수를 계산할 수 있고, 역 일계이차 모멘트법에서 구한 최적해인 MPTP 는 허용 초과확률에 상응하는 여러 해상상태의 조합들 중 구조응답이 가장 큰 경우의 조합으로서 바로 설계 해상상태를 의미한다.

예를 들어, 설계 반복주기가 100 년일 때 단기 해상상태의 지속시간을 3 시간으로 가정하면, 구조응답의 허용 초과확률과 목표 신뢰도지수는 다음 식 (4)와 같이 계산된다. Table 1 에 몇몇 설계 반복주기에 대한 목표 신뢰도지수  $\beta_t$  의 값을 정리하였다.

$$\begin{aligned} P_{\text{exceed}} &= \frac{3 \text{ hrs}}{100 \text{ yrs} \times 365 \text{ days} \times 24 \text{ hrs}} \approx 3.42 \times 10^{-6} && (4) \\ \beta_t &= -\Phi^{-1}(P_{\text{exceed}}) \approx 4.5 \end{aligned}$$

**Table 1** Design return period and target reliability index (3 hrs short-term duration assumed)

DRP	1 day	1 yrs	10 yrs	100 yrs
$\beta_t$	1.15	3.4	4.0	4.5

Table 2 는 100 년 주기의 최대파고를 예측하여 파도로부터 안전한 갑판의 최소높이를 결정하는 Winterstein et al.(1994)의 예제를 역 일계이차 모멘트법으로 풀이한 결과이다. 유의파고  $H_s$  는 식 (5)의 Weibull 분포이고, 파 주기  $T_p$  는 조건부 대수분포로 대수 평균과 분산은 식 (6)과 같다. 파고  $\eta$  는 식 (7)과 같다.

$$F_{H_s}(h) = 1 - \exp(-0.2 h^{1.547}) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mu_{\ln T_p} &= 1.59 + 0.42 \ln(H_S + 2) \\ \sigma_{\ln T_p}^2 &= 0.005 + 0.085 \exp(-0.13 H_S^{1.34}) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\eta = 0.25 H_S \sqrt{2 \ln \left( \frac{1}{\ln 2} \frac{T_{ss}}{T_z} \right)} \quad (7)$$

, where  $T_{ss} = 3$  hrs,  $T_z = T_p(1 - 0.29 \cdot 3.3^{-0.22})$

**Table 2** Result of IFOSM method applied to Example 1 of Winterstein et al. (1994)

iter. no.	$H_S$	$T_p$	$\eta_{\max}$
0	2.23	8.99	2.19
1	14.5	15.8	13.7
2	14.5	15.8	13.7

Table 2 에서 확인할 수 있듯이 단 2 회의 반복계산(iteration)으로 100 년 주기의 최대 파고 13.7 m 와 그 때의 해상상태(유의파고 14.5 m, 파주기 15.8 초)를 결정할 수 있었다. 역 일계이차 모멘트법으로 구한 설계 해상상태는 최대파고 조건의 여러 해상상태 중 발현빈도가 가장 높은 상태이므로 구조강도 관점에서 주요 하중조건으로 활용할 수 있다.

### 3. 터렛 계류된 FPSO 의 설계 해상상태 결정

해상환경이 거친 지역에 투입되는 부유식 생산저장설비(Floating Production Storage Offloading; FPSO)에는 구조물에 작용하는 환경하중을 줄이기 위해 터렛 시스템을 많이 적용한다. 여기에서는 배수량 60 만톤 규모의 터렛 계류된 FPSO 를 대상으로 설계 반복주기 100 년에 해당하는 설계 해상상태를 역 일계이차 모멘트법을 이용하여 결정하고 그 결과를 검토하였다.

#### 3.1 해상상태의 기술

FOSP 가 설치될 해역의 운전조건 해상자료를 분석하여 유의파고  $H_S$  와 파 주기  $T_p$  의 장기

확률분포를 다음 Table 3 과 같이 결정하였다. 파 입사각  $\theta$  는 터렛 계류상태의 FPSO 에 대한 선수각 해석(heading analysis)을 선행하고 선체 고정 좌표계 기준의 상대 파 입사각을 구하여 그 분포를 결정하였다.

**Table 3** Statistical description of sea environment

$H_S$ [m]	Weibull $F(h) = 1 - \exp \left\{ - \left( \frac{h - \delta}{\beta} \right)^\gamma \right\}$ $\gamma = 1.3027, \beta = 1.4196, \delta = 0.3374$
$T_p$ [sec]	Conditional log-normal $f(t H_S) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \frac{1}{2} \left( \frac{\ln t - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\}$ $\mu = 1.5995 H_S^{0.2288}$ $\sigma = 0.2990 \exp(-0.2542 H_S)$
$\theta$ [deg.]	Conditional normal $f(\theta H_S) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \frac{1}{2} \left( \frac{\theta - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\}$ $\mu = -0.1381 H_S^2 + 1.6687 H_S + 174.41$ $\sigma = 38.919 H_S^{-1.012}$

#### 3.2 구조응답의 근사

응답기반 접근법은 부유체 운동해석 결과인 구조응답을 기준으로 설계 반복주기에 상응하는 최대값을 구하고 그 때의 해상상태를 결정한다. 여기에서는 포텐셜 이론을 기반으로 FPSO 의 운동해석을 수행하고(DNV 2005), Heave, Pitch, Roll 응답을 식 (8)의 형태로 근사하였다.

$$y(H_S, T_p, \theta) = H_S \sum_i \sum_j a_{ij} T_p^i \theta^j \quad (8)$$

근사된 구조응답식은 역 일계이차 모멘트법에서 한계상태식으로 이용된다. 3 가지 구조응답의 운동해석 결과(original)와 근사된 결과(fitted)를 Fig. 3 에서 확인할 수 있는데, 근사식이 원래의 해석결과를 잘 반영하고 있는 것으로 나타났다. 이와 같은 구조응답 근사식은 대상 FPSO 가 다른 해역에 투입될 경우 새로운 해역의 해상상태 자료만으로 역 일계이차 모멘트법을 이용하여

새로운 설계조건을 결정하는 데 매우 유용하게 활용될 수 있다.

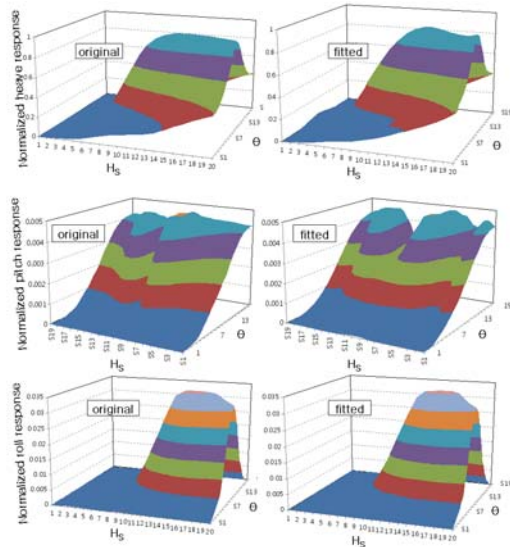


Fig. 3 Fitting of structural responses

3.3 설계 최대응답과 해상상태의 결정

설계 반복주기 100 년을 기준으로 역 일계이차 모멘트법으로 구한 설계 최대응답과 해상상태를 Table 4 에서 확인할 수 있다. 비교를 위해 기존의 환경기반 접근법(MPM)의 결과도 함께 나타냈는데, 최대응답은 반복주기 100 년에 상응하는 설계 해상상태 중 파고가 가장 높은 해상조건에 대해 입사각을 45°로 가정한 경우의 운동해석 결과이다.

Heave 와 Pitch 응답의 경우, 역 일계이차 모멘트법으로 구한 설계 최대응답(1.69 m 와 1.95 m)은 환경기반 접근법으로 구한 최대응답(2.21 m 와 1.98 m)보다 작은 것으로 나타났다. 이는 역 일계이차 모멘트법으로 환경기반 접근법보다 덜 보수적인 설계조건을 결정할 수 있음을 의미한다.

Table 5 는 역 일계이차 모멘트법과 환경기반 접근법의 정확도를 비교하기 위해 Table 4 의 설계 최대응답에 대한 초과확률을 Monte-Carlo 모사법으로 계산한 결과를 정리한 것이다. 초과확률이 목표값보다 작을수록 설계기준보다 보수적인 설계조건임을 의미한다. 역 일계이차

모멘트법으로 결정된 설계 최대응답의 초과확률은  $3.0 \times 10^{-6}$  이며, 이는 식 (4)의 목표 초과확률  $3.4 \times 10^{-6}$  보다 약간 작은 값이다. 반면 환경기반 접근법으로 결정된 설계 최대응답의 초과확률은 목표값보다 더욱 작으며, 이는 그만큼 보수적인 설계조건이 얻어졌음을 알 수 있다.

Table 4 Design maximum responses and sea states

	$y_{max}$	$H_s$	$T_p$	$\theta$
• Heave [m]				
IFOSM	1.69	10.2	15.3	177
MPM*	2.21	9.05	14.12	45
• Pitch [deg.]				
IFOSM	1.95	10.2	15.3	176
MPM	1.98	9.05	14.12	45
• Roll [deg.]				
IFOSM	N/A**	-	-	-
MPM	1.31	9.05	14.12	45

\* Most probable maximum by traditional environment-based extreme value analysis

\*\* Not available (fail to converge)

Table 5 Exceedance probabilities by crude Monte-Carlo simulation

	$y_{max}$	$P_{exceed}$
Heave	1.69 (IFOSM)	$3.0 \times 10^{-6}$
	2.21 (MPM)	$0.8 \times 10^{-6}$
Pitch	1.95 (IFOSM)	$3.0 \times 10^{-6}$
	1.98 (MPM)	$2.7 \times 10^{-6}$
Roll	1.31 (MPM)	$0.2 \times 10^{-6}$

한편 역 일계이차 모멘트법에서 MPTP 를 찾기 위한 반복계산의 횟수는 10~20 회 정도였는데, 미리 준비된 식 (8)의 구조응답 근사식 대신 직접 운동해석을 수행하여 그 결과를 이용하더라도 필요한 운동해석의 횟수는 충분히 작을 것으로 예상된다. 참고로, 응답기반 접근법의 하나인 장기응답 모사법에서는 구조응답의 극한분포를

결정하기 위해 충분히 많은 단기 해상상태에서 운동해석을 수행하고 그 결과를 통계 분석한다. 이 때 고려하는 단기 해상상태의 수는 극한분포의 정확도를 결정하는 중요한 인자인데, 식 (4)와 같이 작은 허용 초과확률에 상응하는 최대응답을 예측하기 위해서는 10,000 번 이상의 많은 운동해석이 필요하다.

Roll 응답의 경우, 역 일계이차 모멘트법은 MPTP 탐색과정의 수렴성에 문제가 발생하였다. 수렴에 실패했지만 역 일계이차 모멘트법의 MPTP 탐색 이력을 추적해 보면 주로 선수 입사파( $\theta = 180^\circ$ ) 조건에서 탐색이 이루어졌는데, 이는 최대 횡동요가 횡파 (beam sea,  $\theta = 90^\circ$ ) 조건에서 발생할 것이라는 일반적인 예상과 다르다. 환경기반 접근법의 최대 횡동요  $1.31^\circ$ 는 사파( $\theta = 45^\circ$ ) 조건에서의 운동해석 결과이고 초과확률이 목표값의 20%에 불과하므로 이 역시 타당한 설계조건이라고 하기 어렵다.

Roll 응답에 대한 역 일계이차 모멘트법 적용에 있어서의 수렴 실패는 한계상태식의 선형화와 비정규분포의 정규분포 변환과 같은 일계이차 모멘트법의 한계가 원인일 수 있다. 이에 대해서는 좀더 면밀한 검토와 확인을 통한 원인 파악과 대안 개발이 필요하다고 판단된다.

#### 4. 결론

역 일계이차 모멘트법은 구조 신뢰성 해석법인 일계이차 모멘트법의 기본개념을 역으로 적용한 방법으로서, 설계 반복주기에 상응하는 구조응답의 최대값 뿐만 아니라 발현빈도가 가장 높은 설계 해상상태도 함께 결정할 수 있다. 본 논문에서는 역 일계이차 모멘트법을 터렛 계류된 FPSO 의 설계조건 결정에 적용하고 그 결과를 기존의 응답기반 접근법과 비교하였다. 이로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- Heave 와 Pitch 응답의 경우, 10~20 번의 반복계산만으로 기존의 환경기반 접근법보다 더 정확한 초과확률의 최대 구조응답을 결정할 수 있었다. 또한 역 일계이차 모멘트법으로 결정한

설계 해상상태는 응답기반 접근법에 비해 덜 보수적인 설계조건임을 확인하였다.

- Roll 응답의 경우는 수렴성 문제로 인해 역 일계이차 모멘트법을 적용할 수 없었다. 이는 한계상태식의 선형화와 비정규분포의 정규분포 변환 등 일계이차 모멘트법이 갖는 한계로 인한 것으로 추정된다. Roll 응답에 대한 역 일계이차 모멘트법의 적용에 있어서는 좀더 상세한 검토를 통해 수렴 실패의 정확한 원인을 파악하고 대안을 개발하기 위한 후속연구가 필요하다고 판단된다.

- 최적화 기법을 이용하는 역 일계이차 모멘트법은 그 특성상 같은 응답기반 접근법인 장기응답 모사법이 비해 필요한 운동해석의 수가 매우 작다. 따라서 역 일계이차 모멘트법은 장기응답 모사법보다 적은 계산비용으로 환경기반 접근법보다 정확하고 경제적인 설계조건을 손쉽게 결정할 수 있다. 역 일계이차 모멘트법은 실무적으로 유효한 응답기반 해석법으로 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

#### 참 고 문 헌

- Det Norske Veritas, 2005, Sesam user manual, WADAM.
- Hasofer, A.M. and Lind, L.C., 1974, "Exact and invariant second moment code format," Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol.100, No.1, pp.111-121.
- Hohenbichler, M. and Rackwitz, R., 1981, "Non-normal dependent vectors in structural safety," Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol.107, No.EM6, pp.1227-1238.
- Lee, J.O., 2001, Probabilistic structural optimization based on target performance approach, Ph.D. thesis, Seoul National University.
- Lee, J.O., Yang, Y.S. and Ruy, W.S., 2002, "A comparative study on reliability-index and target-performance-based probabilistic structural design optimization," Computers and Structures, Vol.80, No.3-4, pp.257-269.

- Prior-Jones, R.L., Bole, J.B., and O'Connor, P., 1983, "Environmental force studies for the Inde and Leman fields in the Southern North Sea," E&P Forum, Joint Probability Workshop.
- Winterstein, S.R., Ude, T.C., Cornell, C.A., Bjerager, P. and Haver, S., 1994, "Environmental parameters for extreme response: Inverse form with omission factors," Structural Safety & Reliability, Schueller, Shinozuka and Yao (eds), Balkema, Rotterdam.
- Yang, Y.S., Suh, Y.S. and Lee, J.O., 1999,

Structural reliability engineering, Seoul national university press, Seoul.



< 이 재 옥 >



< 노 준 범 >