

## 2점 접촉을 고려한 철도차량의 3차원 휠-레일 접촉해석

강 주 석\*

한국철도대학 철도차량기계과

### A 3-dimensional Wheel-rail Contact Analysis of Railway Vehicle with 2-point Contacts

Juseok Kang \*

Department of Rolling Stock Mechanical Engineering, Korea National Railroad College, Gyeonggi 437-763, Korea

(Received 2 June 2009 / Accepted 13 November 2009)

**Abstract** : In this study, the shapes of the wheel and rail are represented by using 3-dimensional surface functions with surface parameters and a 3-dimensional wheel-rail contact analysis is presented. A whole numerical solution of wheel-rail contact at tread and flange including 2-point contacts can be achieved with the proposed numerical algorithm. Kinematic characteristics such as variances of vertical displacement and roll angle, and variance of wheel radius difference for arbitrary yaw and lateral displacement of wheelset, are determined for the KTX wheel-rail pair as an example. The condition of yaw and lateral displacement occurring 2-point contacts to analyze derailment are compared between standard and worn wheels. Differences of contact characteristics between curved and straight rails are also analyzed.

**Key words** : 3-dimensional surface function(3차원 곡면함수), 2 point contacts(2점 접촉), Wheel-rail contact analysis(휠-레일 접촉해석), Numerical algorithm(수치 알고리즘), Derailment(탈선)

### 1. 서 론

철도차량의 휠-레일간 접촉력은 접촉 위치에서의 곡률반경 등 기하학적 데이터에 기초하여 결정되므로 철도차량의 운동 특성을 분석하기 위해 가장 중요하게 다뤄지는 분야가 휠과 레일의 접촉 해석이다.<sup>1,2)</sup> 또한, 레일 형상에 적합한 휠의 형상을 합리적으로 설계하기 위해서는 접촉 위치에서의 접촉 각 및 답면구배, 휠의 구름반경 등 기하학적 휠-레일 접촉 해석결과가 반드시 필요하다.<sup>3-5)</sup>

휠과 레일의 정확한 접촉해석을 위해 휠의 요각을 고려하여 3차원 공간상에서 휠-레일 접촉위치를 계산해야 하나 수치해석적 어려움과 매우 긴 계산

시간으로 인해 기존에는 2차원 접촉으로 단순화시켜 휠-레일 접촉점 위치를 구하였다.<sup>6)</sup> 그러나 최근 들어 휠과 레일의 접촉점 위치를 정확하게 계산하기 위해, 휠의 요각을 무시하는 단순 2차원 해석에서 벗어난 3차원 휠-레일 접촉해석에 대한 다양한 연구가 제시되고 있다.

공간상에서 휠과 레일의 접촉위치를 구하기 위한 방법에는 기구학적 구속조건식을 이용하는 방법,<sup>7)</sup> 휠과 레일 간 최소거리가 0이 되는 조건을 이용하는 최적화방법<sup>8)</sup>과 기구학적 구속조건식과 최적화방법을 동시에 이용하는 복합적 방법<sup>9)</sup> 등이 있다. 동역학 해석관점에서 휠과 레일을 탄성체로 가정하여 휠과 레일이 겹치는 부분을 Hertz반력의 힘 요소로 모델링하여 운동방정식에 포함하는 방법도 제

\*Corresponding author, E-mail: kjuseok@krc.ac.kr

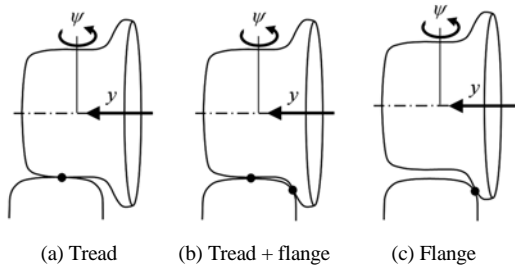


Fig. 1 Various case of contact between wheel and rail

시되었으나 순수한 기구학적 해석결과는 구할 수 없으며, 임의의 위치에서 휠과 레일의 접촉량을 계산해야 하므로 해석시간이 길어지는 단점이 있다.<sup>10,11)</sup> 본 연구에서는 기구학적 관점에서 2점 접촉해석을 포함하여 휠의 횡방향 변위와 요각의 전 영역에서 접촉해석을 수행하는 방법을 제시하고자 한다.

휠과 레일의 접촉은 Fig. 1과 같이 요각  $\psi$ 가 주어진 경우 횡변위  $y$ 에 따라 답면 1점 접촉, 답면과 플랜지의 2점 접촉, 플랜지 1점 접촉의 세 가지 형태로 나타난다. 휠셋의 요각  $\psi$  및 횡변위  $y$ 에 대해 이들 세 가지 모두의 접촉 위치를 구하는 것은 특별한 수치해석적인 기술이 요구된다. 휠과 레일의 2점 접촉을 전후하여 접촉위치가 답면에서 플랜지로 불연속적으로 변하게 되므로 안정적인 수치 해석을 어렵게 하기 때문이다.

본 연구에서는 휠셋의 요각과 횡변위를 변수로 하여 위의 세 가지 모두에 대해 접촉 위치를 구하는 기구학적 해석 방법을 제시하고자 한다. 본 연구의 해석 방법을 KTX 차량의 휠과 레일 형상에 적용하여 휠의 횡방향 변위와 요각에 대해 휠셋의 수직변위, 롤 각, 휠 구름 반경차이 등 기구학적 변수를 계산한다. 또한 휠과 레일의 조합에 의해 고유하게 나타나는 기구학적 특성 인자를 구하고자 한다. 본 연구에서 제시한 방법을 이용하여 기준 치수의 휠과 마모상태의 휠에 대해 접촉 특성 변화를 비교하고 직선 레일과 곡선레일에 대하여 접촉 위치 변화를 비교 분석하고자 한다.

## 2. 휠과 레일의 3차원 곡면표현

휠과 레일의 접촉점 위치를 정확하게 계산하기

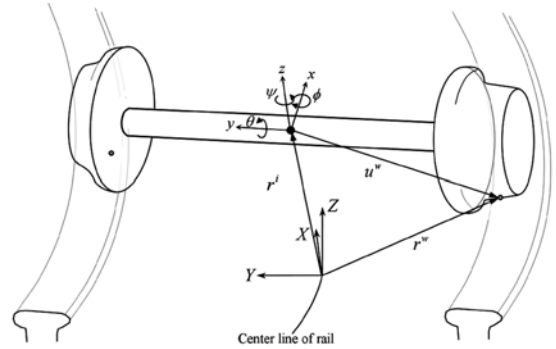


Fig. 2 Wheel and rail coordinate system

위해서 3차원 공간에서 휠과 레일의 형상을 곡면과 라미터로 표현한다.

Fig. 2와 같이 곡률을 가진 레일 위를 주행하는 휠셋에 대해 3차원 상에서 휠과 레일의 접촉점을 구하기 위하여 레일의 중심을 따라 이동하는 레일좌표계  $x-y-z$ 로부터 휠과 레일의 공간 위치를 벡터로 표시한다. 레일의 중심선과  $x$  축 방향은 일치하며  $y$  축은 레일단면의 횡방향축과 일치하며  $z$  축은 수직방향과 일치한다.

Fig. 2에서와 같이 하나의 휠에 대한 임의의 한 점의 위치벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}^w = \mathbf{r}^i + \mathbf{A}^w \mathbf{u}^w \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{r}^i$ 는 휠셋의 중심 위치를 나타내는 위치 벡터로서 다음과 같다.

$$\mathbf{r}^i = [x, y, z]^T \quad (2)$$

식 (1)에서  $\mathbf{A}^w$ 는 휠셋에 고정된 휠셋 좌표계에서 레일 좌표계로의 좌표변환 행렬이며 오일러 각 방법을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{A}^w = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta - \sin\psi\sin\phi\sin\theta & -\sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta + \sin\psi\sin\phi\cos\theta \\ \sin\psi\cos\theta + \cos\psi\sin\phi\sin\theta & \cos\psi\sin\phi & \sin\psi\sin\theta - \cos\psi\sin\phi\cos\theta \\ -\cos\phi\sin\theta & \sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서  $\psi, \phi, \theta$ 는 각각 휠셋의 요각, 롤 각 및 스피너 각을 나타낸다.

식 (1)에서 휠셋 좌표계에서 휠의 한 점 위치를 나타내는 벡터  $\mathbf{u}^w$ 는 Fig. 3과 같이 휠의 중심에서부터의 거리 파라미터  $s_1^w$ 와 중심각 파라미터  $s_2^w$ 를 이용하여 좌측 및 우측 휠에 대해 다음과 같이 나타낸다.

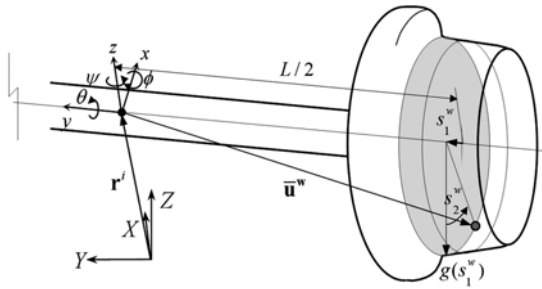


Fig. 3 A parametric representation of wheel

$$\bar{\mathbf{u}}^w = [g(s_1^w) \sin(s_2^w) \mp L/2 \pm s_1^w \quad -g(s_1^w) \cos(s_2^w)]^T \quad (4)$$

여기서  $g(s_1^w)$ 는 휠의 반경을 나타내는 형상함수로서 파라미터  $s_1^w$ 의 함수로 정의된다. 이는 휠의 설계데이터나 측정 데이터로부터 큐빅 스플라인 함수와 같은 보간법을 이용하여 구할 수 있다.  $L$ 은 휠 중심간 거리이며 레일 게이지와 같은 값이다. 결국, 휠의 형상은 곡면 파라미터  $s_1^w$ 과  $s_2^w$ 를 이용하여 3차원 곡면함수로 표현할 수 있다.

마찬가지로 Fig. 2에서 보인 레일 위의 한 점을 나타내는 위치 벡터  $\mathbf{r}^r$ 을 Fig. 4와 같이 휠셋의 중심위치로부터 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}^r = \mathbf{R}_o + \bar{\mathbf{R}}^r + \mathbf{A}^r \bar{\mathbf{u}}^r \quad (5)$$

레일의 중심 선단의 위치인  $\mathbf{R}_o$ 는 레일 게이지의 반값인  $L/2$ 과 휠의 초기 위치에서의 반경  $r_0$ 로 좌측 및 우측 레일에 대해 다음과 같이 나타낸다.

$$\mathbf{R}_o = [0 \quad \mp L/2 \quad -r_0]^T \quad (6)$$

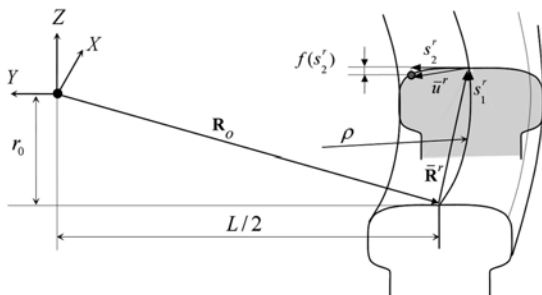


Fig. 4 A parametric representation of rail

호의 반경이  $\rho$ 인 곡률을 가진 레일에 대해 레일 중심 선단의 길이  $s_1^r$ 에서 레일의 한 점을 나타내는 벡터  $\bar{\mathbf{R}}^r$ 과 이 점에서 레일 단면에 대한 좌표변환 행렬은 다음 식과 같다.

$$\bar{\mathbf{R}}^r = \begin{bmatrix} \rho \sin \frac{s_1^r}{\rho} & \rho(1 - \cos \frac{s_1^r}{\rho}) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

$$\mathbf{A}^r = \begin{bmatrix} \cos \frac{s_1^r}{\rho} & -\sin \frac{s_1^r}{\rho} & 0 \\ \sin \frac{s_1^r}{\rho} & \cos \frac{s_1^r}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

임의의 위치에서 측정되는 레일의 단면 형상은 Fig. 4에서와 같이 레일 중심위치에서부터의 거리  $s_2^r$ 의 형상함수로 주어지므로 벡터  $\bar{\mathbf{u}}^r$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\mathbf{u}}^r = [0 \quad \pm s_2^r \quad f(s_2^r)]^T \quad (9)$$

여기서  $f(s_2^r)$ 는 파라미터  $s_2^r$ 에 의해 결정되는 레일의 형상함수로 설계 데이터나 측정 데이터로부터 구할 수 있다.

휠과 레일의 좌표는 앞에서와 같이 휠셋의 일반 좌표  $\mathbf{q} = [x \quad y \quad z \quad \psi \quad \phi \quad \theta]^T$ 와 3차원 곡면 파라미터  $\mathbf{s} = [s_1^w \quad s_2^w \quad s_1^r \quad s_2^r]^T$ 를 이용하여 표현된다.

### 3. 휠-레일 접촉 해석

#### 3.1 휠과 레일의 1점 접촉

휠과 레일이 1점 접촉을 하는 경우는 Fig. 1(a)와 같이 휠셋의 횡방향 변위가 작아서 휠의 답면에서 레일과 접촉하는 것과 Fig. 1(c)와 같이 휠셋의 횡방향 변위가 커져서 플랜지에서만 접촉하는 두가지 경우가 있다. 이와 같은 1점 접촉에 대해 휠과 레일의 접촉점을 계산하는 방법은 다음과 같다.

곡면파라미터로 표현된 휠과 레일의 형상에 대해 기구학적 구속조건식을 이용하여 접촉 위치를 구한다. 휠과 레일이 임의의 한 점에서 접촉할 때 기구학적 구속 조건은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = \begin{bmatrix} \mathbf{r}^w - \mathbf{r}^r \\ \mathbf{t}_1^w \cdot \mathbf{n}^r \\ \mathbf{t}_2^w \cdot \mathbf{n}^r \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{t}_1^w, \mathbf{t}_2^w$ 는 휠의 접촉점에서 곡면의 접선 벡터이며,  $\mathbf{n}^r$ 은 레일의 접촉점에서 법선 벡터이다. 식 (10)의 첫째 식은 휠과 레일의 위치가 동일한 조건으로서 3개의 구속조건식이 주어지고, 둘째와 셋째 식은 휠과 레일이 접촉점에서 접하는 조건으로서 2개의 구속조건식이 주어진다. 그러므로 식 (10)은 5개의 구속조건식으로 구성된다.

휠셋은 좌측 및 우측 휠과 이를 연결하는 차축으로 구성되는 강체이므로 좌측 및 우측 휠이 각 1점에서 접촉하는 경우 휠셋의 구속조건식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} C^R \\ C^L \\ x \\ \theta \\ y - y_c \\ \psi - \psi_c \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (11)$$

여기에서  $C^R$ 과  $C^L$ 은 각각 우측 휠과 좌측 휠에 대한 식 (10)의 구속조건을 의미한다.

휠과 레일의 접촉위치를 구하는 기구학적 문제에만 국한하는 경우 휠셋의 종방향 변위  $x$ 와 스프링각  $\theta$ 는 0으로 하여 해를 구한다. 본 연구에서는 식 (11)의 마지막 두 항에서와 같이 휠셋의 횡방향 변위  $y$ 와 요각  $\psi$ 를  $y_c$ 와  $\psi_c$ 값으로 변경하면서 접촉위치를 계산하고자 하였으므로 이에 대한 조건을 구속조건식에 포함하였다. 위의 구속 조건식은 14개의 구속 조건식으로 구성된다. 식 (11)은 휠셋의 좌표  $\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \psi \ \phi \ \theta]^T$  6개, 좌측 휠의 곡면 파라미터  $\mathbf{s}_R = [s_1^w \ s_2^w \ s_1^r \ s_2^r]^T$  4개 및 우측 휠의 곡면 파라미터  $\mathbf{s}_L = [s_1^w \ s_2^w \ s_1^r \ s_2^r]^T$  4개의 총 14개의 미지수에 대한 해를 구하는 것이 된다.

식 (11)의 구속조건식은 Newton-Rhapon 방법을 이용하여 수치해를 구할 수 있다. 이와 같은 계산 방법은 계산시간이 적게 걸리지만 모든 구간에서 안정적으로 해를 구하기가 어렵다. 휠이 플랜지에서

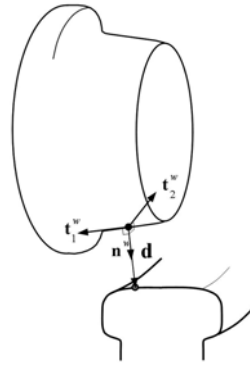


Fig. 5 Method based on minimum distance

레일과 접촉하는 경우와 같이 접촉점의 변화가 큰 경우 수렴된 해를 구하기 어려워 휠과 레일 사이의 최소거리가 0이라는 조건을 응용하는 최적화방법이 이용되고 있다.

휠과 레일간의 거리는 Fig. 5와 같이 휠의 한 점에서 레일에 이은 벡터  $\mathbf{d}$ 가 다음 식을 만족하는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{t}_1^w = 0 \quad (12)$$

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{t}_2^w = 0 \quad (13)$$

휠과 레일의 접촉점을 구하기 위해 거리 벡터  $\mathbf{d}$ 의 최소값을 구한다. 이때 최소값을 구하는 최적화 방법은 Matlab에서 제공하는 다변수 최적화 알고리즘인 Nedler-Mead 방법을 이용하였다.<sup>12)</sup> 접촉점에서는 벡터  $\mathbf{d}$ 의 최소값이 0이어야 하므로 주어진 횡방향 변위  $y_c$ 와 요각  $\psi_c$ 에 대해 수직방향 변위  $z$ 와 롤각도  $\phi$ 를 변경하면서 다음 식이 만족할 때까지 반복수행으로 해를 구한다.

$$\text{Min}[\mathbf{d}(z, \phi)] = 0 \quad (14)$$

### 3.2 휠과 레일의 2점 접촉

휠이 답면에서 1점 접촉 후 휠셋의 횡방향 변위가 커지면 휠과 레일은 Fig. 1(b)와 같이 답면과 플랜지에서 2점 접촉을 한다.

Fig. 6과 같이 한쪽 휠이 레일과 2점 접촉을 하는 경우 휠의 답면과 플랜지에서 동시에 접촉을 하게 된다. 이때 휠셋은 레일과 3점에서 접촉을 하므로

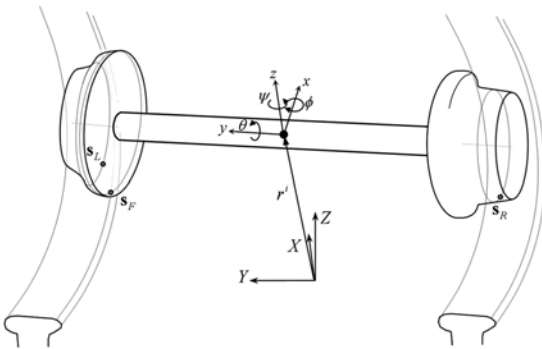


Fig. 6 2 point contact of wheel-rail

구속 조건식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}^R \\ \mathbf{C}^L \\ \mathbf{C}^F \\ x \\ \theta \\ \psi - \psi_c \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (15)$$

여기에서  $\mathbf{C}^F$  는 플랜지에서 식 (10)의 구속조건을 의미한다. 플랜지 접촉 조건이 포함되어 휠과 레일에서 2점 접촉이 발생하는 경우에는 휠의 횡방향 변위와 요각은 서로 독립적인 값이 될 수 없다. 즉, 임의의 휠셋의 요각  $\psi = \psi_c$ 에 대해 2점 접촉이 발생하는 횡방향 변위  $y$ 는 식 (15)로부터 얻어지게 된다.

식 (15)는 18개의 구속조건식으로 구성된다. 위의 식은 휠셋의 좌표  $\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \psi \ \phi \ \theta]^T$  6개, 좌측 휠의 곡면 파라미터  $\mathbf{s}_R = [s_1^w \ s_2^w \ s_3^w \ s_4^w]^T$  4개, 우측 휠의 곡면 파라미터  $\mathbf{s}_L = [s_1^w \ s_2^w \ s_3^w \ s_4^w]^T$  4개와 플랜지에서 곡면 파라미터  $\mathbf{s}_F = [s_1^w \ s_2^w \ s_3^w \ s_4^w]^T$  4개를 포함하여 총 18개의 미지수에 대한 해를 구하는 것이 된다.

### 3.3 수치해석

레일 상에서 휠셋의 횡변위가 작은 경우 휠과 레일은 답면에서 1점 접촉한다. 횡변위가 커지면 휠은 플랜지에서 접촉이 발생하여 결과적으로 플랜지와 답면에서 2점 접촉이 발생한다. 2점 접촉상태에서 횡변위가 증가하면 휠은 다시 플랜지에서만 레일과

1점 접촉을 하게 된다. 결국 휠셋의 횡방향 변위에 따라 답면에서 1점 접촉, 답면과 플랜지에서 2점 접촉, 플랜지에서 1점 접촉으로 변하게 된다.

이와 같은 3가지 접촉형태에 대한 해석결과를 구하기 위하여 주어진 요각  $\psi$ 에 대해 횡방향 변위  $y$ 를 증가시키면서 해를 구한다. 이때 1점 접촉은 식 (11)과 식 (14)를 이용하며 2점 접촉은 식 (15)를 이용한다.

이들 비선형방정식의 안정된 수치 해를 구하기 위해서는 반복수행의 초기 추정해의 선택이 중요하다. 횡 변위를 증가시키면서 해를 구할 때 일반적인 경우는 전 단계에서 구한 해를 초기 추정해로 가정하여 반복수행을 하면 쉽게 수렴 해를 구할 수 있다. 그러나 플랜지에서 1점 접촉이 시작하는 경우에는 전 단계에서 구한 해가 답면에서 구한 해이므로 이를 초기 추정해로 하는 경우 수렴된 해를 구하기 어렵게 된다. 이 경우는 2점 접촉에서 구한 플랜지 접촉 해를 1점 접촉의 초기해로 이용한다. 이를 순서대로 표현하면 Fig. 7과 같다.

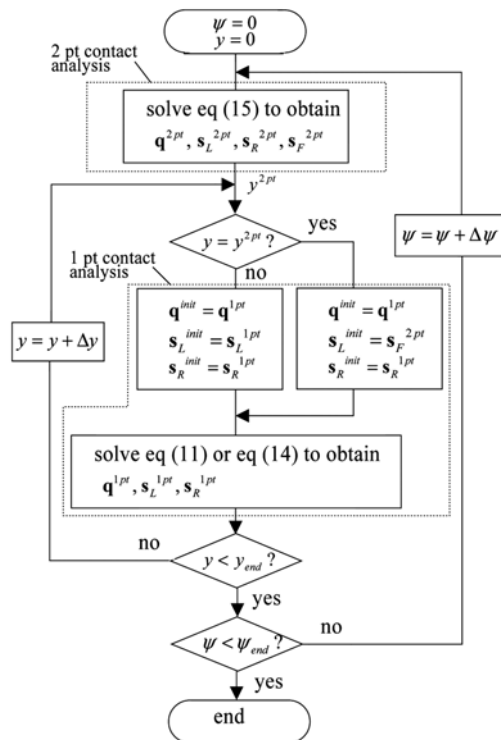


Fig. 7 A flow chart for numerical analysis

Fig. 7과 같이 주어진 요각  $\psi$  에 대해 먼저 식 (15) 를 이용하여 휠의 2점 접촉 해  $\mathbf{q}^{2pt}$ ,  $\mathbf{s}_L^{2pt}$ ,  $\mathbf{s}_R^{2pt}$ ,  $\mathbf{s}_F^{2pt}$  를 구한다.

다음으로 1점 접촉해를 구하기 위해서 횡방향 변위  $y$  를 0에서부터 증가시키며 해를 구한다. 이때 Fig. 7과 같이 플랜지 접촉의 시작점인지 판별하기 위해  $y = y^{2pt}$  인지 확인한다. 여기서  $y^{2pt}$  는 앞의 2점 접촉해석에서 구한  $y$  값이다.

Fig. 7과 같이  $y \neq y^{2pt}$  인 경우 플랜지 접촉 시작점이 아니므로, 1점 접촉해석으로 구한 전 단계의 해를 초기 추정해로 가정하여  $\mathbf{q}^{init} = \mathbf{q}^{1pt}$ ,  $\mathbf{s}_L^{init} = \mathbf{s}_L^{1pt}$ ,  $\mathbf{s}_R^{init} = \mathbf{s}_R^{1pt}$  로 한다.

$y = y^{2pt}$  인 경우 좌측 휠이 플랜지 접촉을 시작하는 것이므로, 좌측 휠의 초기 추정해  $\mathbf{s}_L^{init}$  는 2점 접촉해 중 플랜지 접촉해인  $\mathbf{s}_F^{2pt}$  로 가정하여  $\mathbf{s}_L^{init} = \mathbf{s}_F^{2pt}$  로 한다. 만약 횡 변위가  $-y$  방향으로 감소하는 경우는 우측 휠에서 플랜지 접촉이 시작된 것이므로  $\mathbf{s}_R^{init} = \mathbf{s}_F^{2pt}$  로 초기 추정해를 가정한다.

초기추정해가 정해지면 식 (11)과 식 (14)를 이용하여 반복수행으로 1점 접촉의 해를 구한다. 주어진 요각  $\psi$  에 대해 횡방향 변위를  $y = y + \Delta y$  로 계속 증가 시키며 접촉 해를 구한다. 이후 다시 요각을  $\psi = \psi + \Delta \psi$  로 증가시키며 앞의 단계를 반복하여 전체 해를 구한다.

#### 4. 해석결과

본 연구에서는 3차원 휠-레일 접촉해석을 수행하기 위해 Fig. 8과 같이 KTX차량에 적용중인 GV40과 UIC60 사양의 휠과 레일의 형상에 대한 해석을 수행하였다. 수치해석의 오차한계는 휠과 레일의 거리오차가 0.1mm이하가 되도록 하였다.

먼저 본 연구에서 제시한 해석방법의 신뢰성 검증을 위해 기존 상용 해석 프로그램인 Universal Mechanism을 이용한 2차원 해석결과와 비교하였다.<sup>13)</sup> Fig. 9는 요각  $\psi = 0$  인 경우 좌측 휠과 우측 휠의 구름 반경차이 결과를 비교한다. 상용프로그램과 일치된 결과를 보여주고 있다.

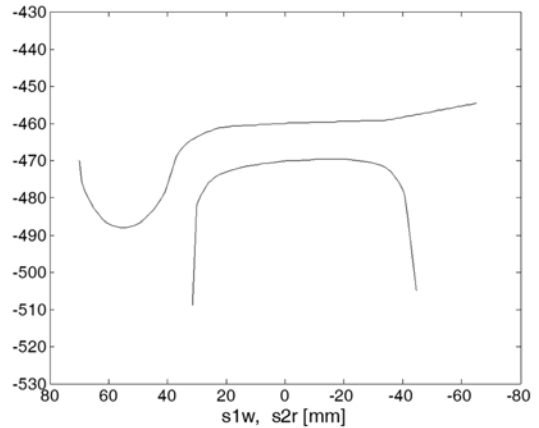


Fig. 8 Profiles of wheel and rail

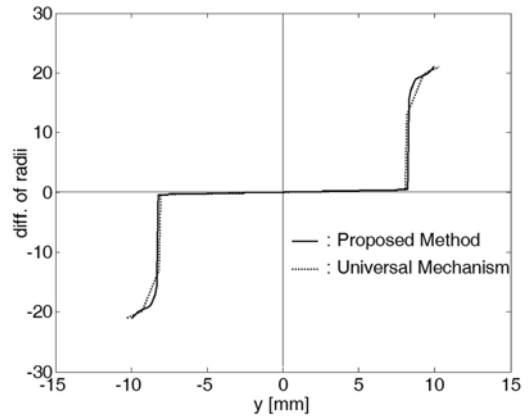


Fig. 9 Comparison of kinematic results

Fig. 10은 본 연구에서 제시한 3차원 접촉 해석방법을 이용하여 직선 레일에 대해 휠셋의 횡방향 변위  $y \pm 10 \text{ mm}$  변화, 요각  $\psi \pm 10^\circ$  변화에 대해 좌측 휠과 우측 휠의 구름 반경차이를 보여준다.

휠셋의 횡방향 변위와 요각에 대한 수직방향 변위  $z$  와 롤각  $\phi$  의 변화를 Fig. 11과 Fig. 12에 각각 나타내었다. Fig. 11을 보면 휠셋의 횡변위가 일정 값 이상인 경우 수직방향 변위는 급격히 증가하는 것을 알 수 있다. 휠셋 주행시 횡방향 변위가 일정 값을 벗어나 플랜지에서 접촉이 발생하면 이와 같은 수직방향 변위에 의한 중력의 복원력이 작용하므로 휠셋의 횡방향 변위는 일정한 범위에서 구속되는 한계값을 가지게 된다. 이 위치가 휠과 레일이 2점 접촉을 하는 위치이다. 이는 식 (15)의 2점 접

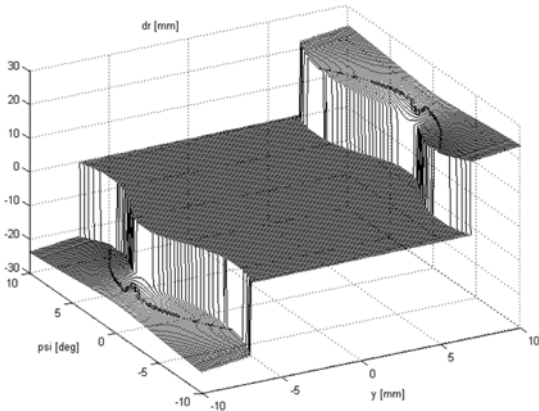


Fig. 10 Difference of radii vs lat. displacement and yaw angle

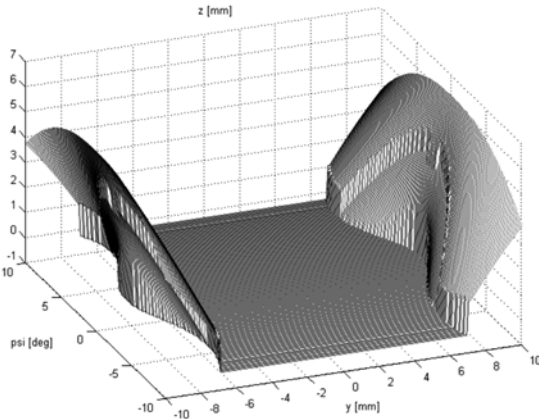


Fig. 11 Vertical displacement vs lateral displacement and yaw angle

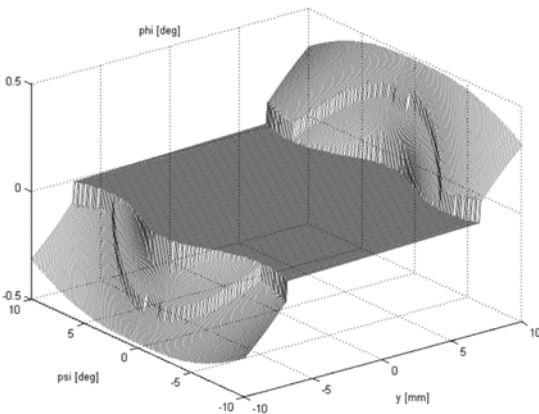


Fig. 12 Roll angle vs lateral displacement and yaw angle

축 조건으로 구한 휠의 횡방향 변위와 요각을 나타내는 Fig. 13으로부터 확인할 수 있다. 휠의 요각이

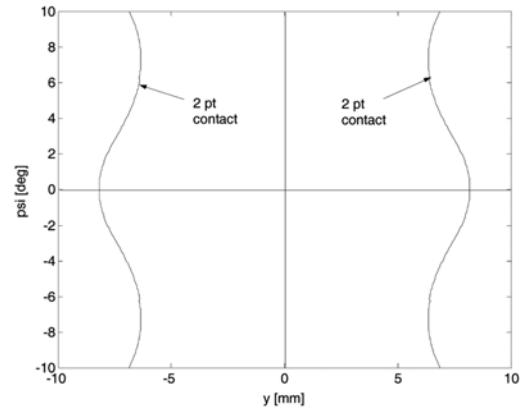


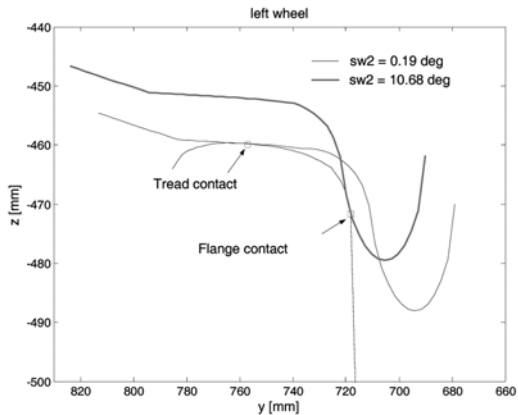
Fig. 13 Lat. displacement and yaw angle at 2 point contact

큰 경우 이와 같은 2점 접촉점은 타오르기 탈선의 시작점이 되므로 2점 접촉이 발생하는 순간의 횡변위와 요각은 철도차량의 안정성과 관련된 중요한 변수가 된다.<sup>14)</sup>

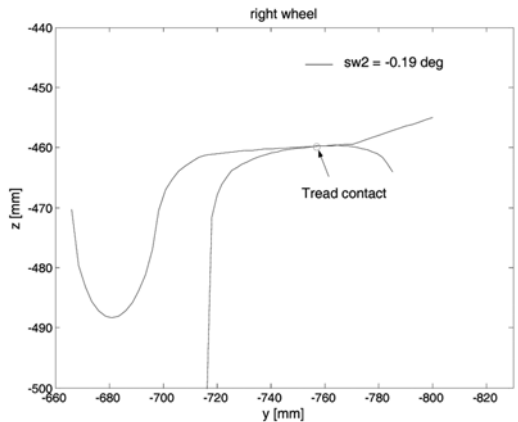
Fig. 12를 보면 휠셋의 롤각도 수직변위와 마찬가지로 2점 접촉구간에서 크게 변화하는 양상을 보여주고 있다. 휠과 레일의 조합이 정해지면 Fig. 10~Fig. 12와 같은 기구학적 특성 곡면을 구할 수 있다. 휠과 레일의 조합이 변경되거나 마모된 경우 이와 같은 특성 곡면을 비교해서 기구학적 특성을 분석할 수 있다.

Fig. 13에서 요각이 0인 경우 횡방향 변위  $y = \pm 8.18mm$ 에서 2점 접촉이 발생하며, 요각이  $\psi = \pm 7.3^\circ$ 인 경우 2점 접촉은 횡변위  $y = \pm 6.34mm$ 로 최소값을 가진다. Fig. 14는 요각  $\psi = 7.3^\circ$ , 횡방향 변위  $y = 6.34mm$ 인 경우 좌측 휠과 우측 휠의 접촉점에서의 휠과 레일의 단면을 보여준다. 좌측 휠에서 접촉점의 위치각  $s_2^w$ 가 각각 0.19도와 10.68도로 단면이 다른 위치에서 2점 접촉이 발생하고 있다.

2점 접촉이 발생하는 구간은 탈선특성과 연관성이 크므로 접촉해석에서 중요한 의미를 가진다. Fig. 15와 같이 마모된 휠에 대해 2점 접촉 곡선을 기준 휠과 비교하였다. 여기서 마모된 휠은 실제 휠에 비해 단면에서 1mm 마모된 것으로 가정하였다. Fig. 16을 보면 2점 접촉구간은 요각이 작은 경우에는 마모된 휠이 크지만 요각이 2.8도 이상인 경우 오히려 마모된 휠이 횡방향 변위가 적은 구간에서 2점 접촉이



(a) Left wheel



(b) Right wheel

Fig. 14 Contact points

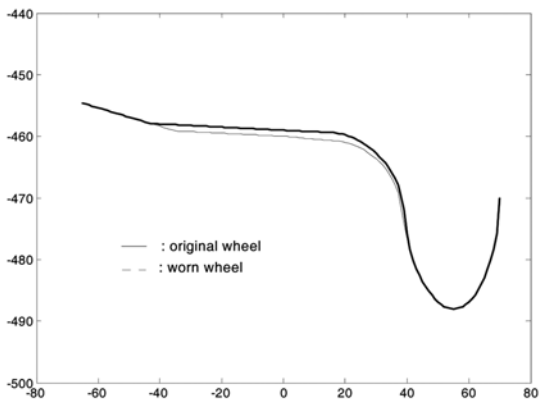


Fig. 15 Original and worn wheels

나타나는 것을 볼 수 있다. 요각이 큰 경우 2점 접촉 발생은 타오르기 탈선 위험이 크므로 이 구간에서

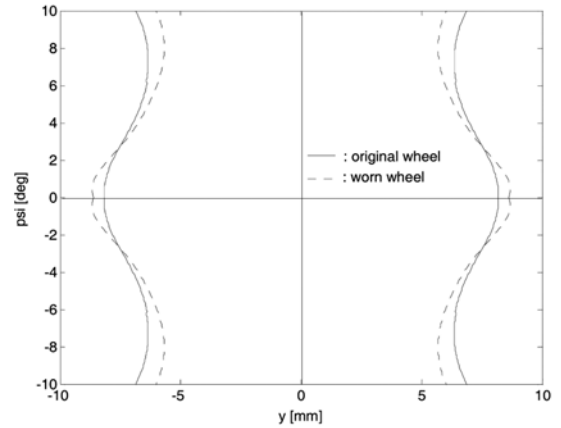


Fig. 16 2 point contacts for original and worn wheels

마모된 휠은 불리한 특성을 보인다고 할 수 있다.

Fig. 17은 직선 레일과 곡선레일에 대해 2점 접촉 곡선을 비교하였다. 곡선레일의 곡률반경은 전차선의 간섭발생 체크 기준으로 활용되는 76m로 하였다. 일반적인 레일의 곡률반경은 이 보다 큰 값을 가진다. Fig. 17에서 보듯이 2점 접촉 값은 곡률이 있는 레일과 직선 레일이 거의 일치하는 것으로 나타났다.

직선레일과 곡선레일의 수직변위 차이값 및 롤 각 차이 값은 Fig. 18과 Fig. 19와 같이 0에 가까운 것으로 나타났다. 그러므로 직선레일과 최소 곡률반경의 곡선레일은 오차 범위 안에서 동일하게 취급할 수 있어서 곡선 레일은 기구학적으로는 직선 레일로 가정하여도 무방한 것으로 볼 수 있다. 이는 휠의 형상 대비하여 레일의 곡률 반경은 매우 크기 때문인 것으로 판단된다.

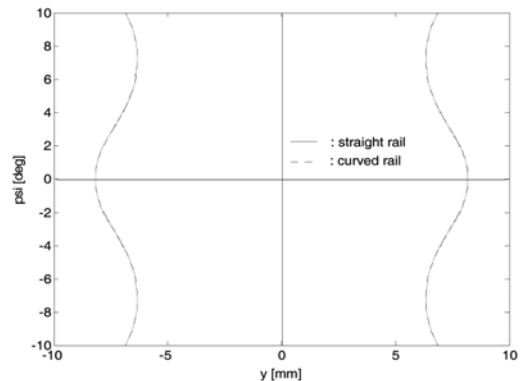


Fig. 17 2 point contacts for straight and curved rails



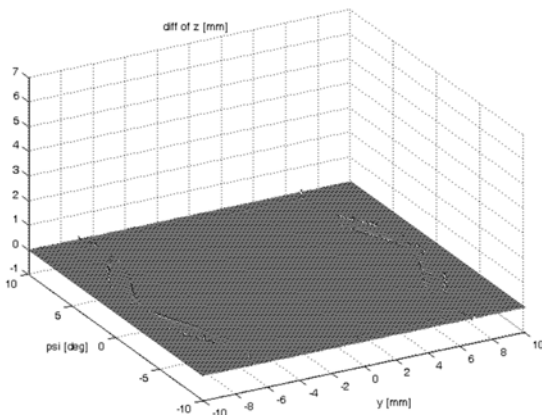


Fig. 18 Difference of vertical displacement between straight and curved rails

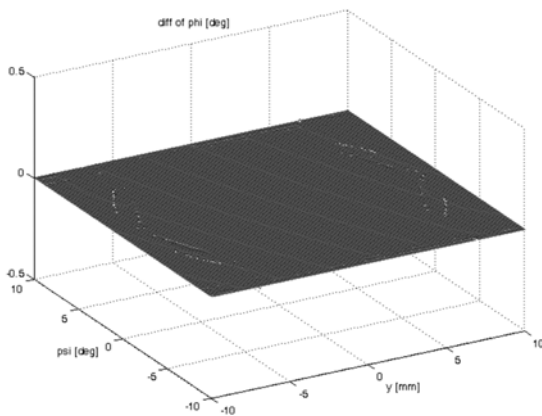


Fig. 19 Difference of roll angle between straight and curved rails

## 5. 결론

본 연구에서는 철도차량의 정밀한 휠-레일 접촉 해석을 위해 곡면과라미터를 이용하여 3차원 공간 상에서 휠과 레일의 형상을 표현하고 접촉해석을 수행하였다. 휠셋의 요각과 횡변위에 따라 나타나는 휠의 답면 접촉, 휠의 답면과 플랜지에서 2점 접촉과 플랜지 접촉 특성에 대해 본 연구에서 제시한 계산 절차를 이용하여 안정적으로 휠과 레일의 접촉 해석 결과를 얻을 수 있다.

휠과 레일의 조합이 주어지면 본 연구의 휠-레일 접촉해석을 통해 휠의 횡방향 변위와 요각 변화에 따른 휠의 수직방향 변위, 롤각도, 구름 반경차이 등 기구학적 특성을 계산할 수 있다. 이들 기구학적 특

성은 휠과 레일의 조합마다 고유특성을 가진다. 본 연구에서는 KTX에 적용 중인 휠과 레일의 조합에 대해 기구학적 특성을 분석하였다.

휠과 레일의 플랜지 접촉이 발생하는 위치에서 휠-레일 접촉의 기구학적 특성은 불연속적으로 변하는 것으로 나타나 2점 접촉이 발생하는 횡방향 변위와 요각 선도는 중요한 접촉 특성의 하나로 볼 수 있었다. 특히 요각이 큰 경우 2점 접촉의 발생은 탈선의 시초가 되므로 2점 접촉 위치는 매우 중요한 의미를 가진다. 휠의 마모가 발생한 경우에 대해 요각도가 커지는 경우 2점 접촉이 발생하는 횡방향 변위가 작아지는 것으로 나타나 탈선 특성에 주의하여야 하는 것으로 나타났다.

예제에 사용된 휠과 레일의 조합에 대해 최소 곡률 반경을 가진 레일과 직선 레일의 접촉점 위치해석 결과는 매우 유사하게 나타났다. 그러므로 휠과 레일의 조합에 대해 곡률에 관계없이 유일한 접촉 특성을 횡방향 변위와 요각으로 정의할 수 있는 것으로 나타났다.

## References

- 1) J. B. Ayasse and H. Chollet, "Determination of the Wheel Rail Contact Patch in Semi-Hertzian Conditions," *Vehicle System Dynamics*, Vol.43, No.3, pp.161-172, 2005.
- 2) K. Sung, W. Yang, M. Cho and C. Kim, "Contact Characteristics and Stress Analysis of Wheel-rail for Rolling Stock," *Transactions of KSAE*, Vol.8, No.5, pp.148-156, 2000.
- 3) I. Y. Shevtsov, V. L. Markine and C. Esveld, "Optimal Design of Wheel Profile for Railway Vehicles," *Wear*, Vol.258, pp.1022-1030, 2005.
- 4) I. Y. Shevtsov, V. L. Markine and C. Esveld, "Design of Railway Wheel Profile Taking into Account Rolling Contact Fatigue and Wear," *Wear*, Vol.265, pp.1273-1282, 2008.
- 5) Y. Sato, A. Matsumoto, H. Ohno, Y. Oka and H. Ogawa, "Wheel/Rail Contact Analysis of Tramways and LRVs against Derailment," *Wear*, Vol.265, pp.1460-1464, 2008.
- 6) W. Kik and D. Moelle, "Implementation of the Wheel-rail Element in ADAMS/Rail Ver. 10.1.,"

- 5th ADAMS/Rail User's Conference, Haarlem, 2008.
- 7) A. A. Shabana and J. R. Sany, "Augmented Formulation for Mechanical Systems with Non-generalized Coordinates: Application to Rigid Body Contact Problems," *Nonlinear Dynamics*, Vol.24, pp.183-204, 2001.
  - 8) J. Pombo, J. Ambrosio and M. Silva, "A New Wheel-rail Contact Model for Railway Dynamics," *Vehicle System Dynamics*, Vol.45, No.2, pp.165-189, 2001.
  - 9) J. Kang, "A Study on Numerical Analysis on Wheel-rail Contact Points," *Journal of Korean Society for Railway*, Vol.12, No.2, pp.236-242, 2009.
  - 10) A. A. Shabana, K. E. ZaaZaa, J. L. Escalona and J. R. Sany, "Development of Elastic Force Model for Wheel/Rail Contact Problems," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.269, pp.295-325, 2004.
  - 11) J. Santamaria, E. G. Vadillo and J. Gomez, "A Comprehensive Method for the Elastic Calculation of the Two-point Wheel-rail Contact," *Vehicle System Dynamics*, Vol.44, Supplement, pp.240-250, 2006.
  - 12) Using Matlab, Ver. 6, The Mathworks Inc., Natick, MA, USA, 2004.
  - 13) Getting Started Using Universal Mechanism: Railway Vehicle Dynamics, Universal Mechanism Software Lab, 2008.
  - 14) A. H. Wickens, *Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics*, Swets and Zeitlinger, 2003.