

설계변수의 불확실성을 고려한 미익 하중의 확률론적 해석

Probabilistic Load Analysis for Tailplane Considering Uncertainties in Design Variables

최 용 준* 김 인 걸** 이 석 제*
YongJoon Choi In-Gul Kim Seokje Lee

Abstract

This paper examined the probabilistic load analysis for the tailplane during pitching maneuvering in the conceptual aircraft design phase. The flight load analysis based on the probabilistic distribution of design variables are compared with the results of the deterministic analysis. Two forms of variable distribution are used in this paper. One is standard normal distribution, the other distribution is calculated from the results of short-period longitudinal equation of aircraft motion. The influence of the distribution parameter on the probabilistic load analysis was investigated and the significant design variables that have an impact on the mean and variance of probabilistic load were identified. The comparison indicates that probabilistic load analysis provides more reliable probabilistic load distribution for the structural design than the traditional deterministic analysis.

Keywords : Probabilistic Analysis(확률론적 해석), Uncertainty(불확실성), Flight Loads(비행 하중), Pitching Maneuver(핏칭 기동), Symmetric Maneuvers(대칭 기동)

1. 서론

비행체 구조 설계에는 다양한 요구조건이 존재한다. 그 중의 하나인 비행하중 해석은 항공기 기동시 구조물에 작용하는 외력을 계산하거나 결정하는데 사용된다. 또한 설계된 구조물의 종합적 안전성을 입증하고, 운용 중에는 점검 주기를 산출하며 피로 수명을 예측하기 위하여 반드시 필요한 업무 중의 하나이다^[1,2].

지금까지 비행체 구조 설계에 사용된 비행하중 해석은 안전성을 우선 고려하였기 때문에 보수적인 경험식이나 방법들이 사용되어 왔으며, 실제로 이러한 모델은 설계시 사용되는 설계 입력변수들과 하중조건 등의 불확실성으로 인하여 설계 결과에 많은 불확실성이 내재되어 있다. 기존의 보수적인 성격의 확정론적 설계방법은 안전성에 영향을 미치리라고 생각되는 변수에 대한 불확실성을 보상하고 설계상의 안전성을 확보하기 위하여 모든 불확실성 변수들을 안전계수로 대체하는 방법을 사용하고 있다.

최근에는 구조물을 설계함에 있어 설계변수들에 대한 불확실한 요인을 정량적으로 반영하여 수많은 외란 등에 의한 임의의 하중이 작용하더라도 안전을 보

† 2010년 9월 10일 접수~2010년 11월 19일 게재승인

* 충남대학교 항공우주공학과 대학원

** 충남대학교 항공우주공학과

책임저자 : 김인걸(igkim@cnu.ac.kr)

장하고 불필요한 무게를 절감할 수 있는 확률론적 설계 방법이 대두되고 있다.

본 논문에서는 개념설계 단계에서의 핏칭 기동시 수평 미익에 대한 비행하중 해석을 수행하였다. 또한, 설계 변수들을 통계적인 분포로 가정하여 확률론적 하중해석 방법과 확률론적 하중해석 방법에 대해서 비교함으로써 기체에 작용하는 미익하중을 정량적으로 산출하는 방법에 대해서 고찰하였다.

2. 이론적 배경

비행하중 해석은 비행체의 운동해석을 통해 항공기의 균형 상태를 찾아내고 이때의 공력하중과 관성하중 등 외부하중을 계산해야한다. 본 논문에서는 초기 설계단계에서의 관성력에 의한 하중은 고려하지 않고, 공기력에 의한 하중해석만을 고려하였다.

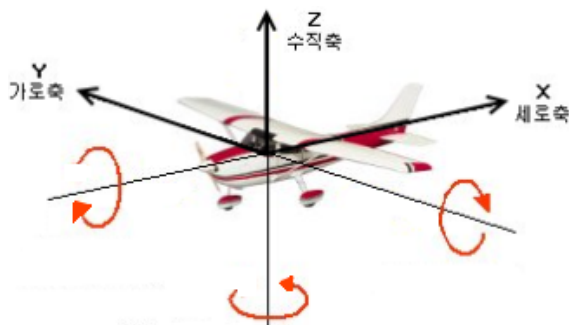


Fig. 1. Forces and moments directions on an airplane

비행하중 해석방법은 항공기를 6자유도의 강체로 가정하고 식 (1)과 같은, Newton의 제2법칙에서 유도된 운동방정식을 이용하여 항공기의 기동을 모사한다.

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \\ \Sigma \vec{M} &= \frac{d}{dt}\vec{H} \end{aligned} \quad (1)$$

항공기의 운동방정식은 병진운동과 3축 회전운동이 결합된 비선형 운동이다. 복잡한 비선형 형태의 운동은 일반적으로 해석하기 쉽지 않으므로 수치 해석적인 방법에 의존할 수밖에 없다. 본 논문에서는 항공기가 수평 직선비행 형태의 평형 상태에 있다고 가정을

하고, 그 평형 조건으로부터 미소 교란이 발생하였고 가정함으로써 선형화된 형태의 운동방정식으로 나타내었다. 일반적으로 항공기의 운동 방정식을 종운동과 횡운동으로 분리하여 쓸 수 있는데 종방향의 선형화된 운동방정식은 식 (2)와 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta X &= m[\dot{u} + W_0q + g\cos\Theta_0\theta] \\ \Delta Z &= m[\dot{w} - U_0q + g\sin\Theta_0\theta] \\ \Delta M &= I_y\dot{q} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, 좌표축은 Fig. 1에서 보여주는 바와 같이 X는 세로 축 방향의 힘, Z는 수직 축 방향의 힘을 나타내며, M은 핏칭 축의 모멘트를 나타낸다.

일반적으로 기동비행이 이루어지는 시간은 주로 1~2초 이내이며 이와 같은 시간 구간 중에는 항공기 비행속도(u)가 변화하지 않는다고 가정할 수 있다. 위의 가정을 통하여 핏칭 자세 입력 정보에 따른 항공기의 응답은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다^{3,4)}.

$$\begin{aligned} \ddot{w} + 2R_1\dot{w} + (R_1^2 + J_1^2)w &= \delta'\eta + \delta\eta \\ \ddot{\theta} + 2R_1\dot{\theta} + (R_1^2 + J_1^2)\theta &= \delta\eta + a_{1WB}\delta \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, R_1 은 단주기 운동에서의 감쇠계수, J_1 은 단주기 운동에서의 감쇠 고유 진동수, δ' 은 핏칭 자세 변화율에 따른 응답, δ 은 엘리베이터 변위에 따른 응답을 나타낸다. 속도와 고도를 일정하다고 가정한 상태에서 두 운동 방정식을 시간에 따라 구한다. 시간변화에 따른 핏칭 응답($\hat{\theta}$)을 통해 식 (4)를 이용하여 핏칭 자세 입력에 따른 증가된 미익 하중을 구하였고, 최종적으로 트림 조건에서의 하중을 더함으로써 미익 하중을 산출하였다.

$$L_T = a_{2\rho}V_0^2S_T(J_1^2 + R_1^2)\hat{\theta}/a_{1WB}\delta \quad (4)$$

3. 확률론적 비행하중 해석결과

가. 하중해석 모델

하중해석에 사용된 모델은 Fig. 2와 같이 1990년 영국에서 개발한 Cranfield A1-100 기체이다⁴⁾.

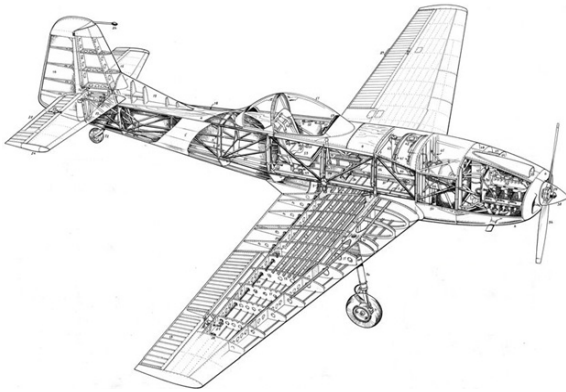


Fig. 2. Cranfield A1 aerobatic aircraft

나. 하중해석 조건

하중해석을 하기 전에 JAR-23에 따라 Fig. 3과 같이 V-n선도를 작성한다. 이 기체는 +6.5g와 -4.6g의 제한된 영역에서 비행을 수행하게 되며, 고도 1,000m, 속도 68m/s의 조건에서 해석을 수행하였다^[4].

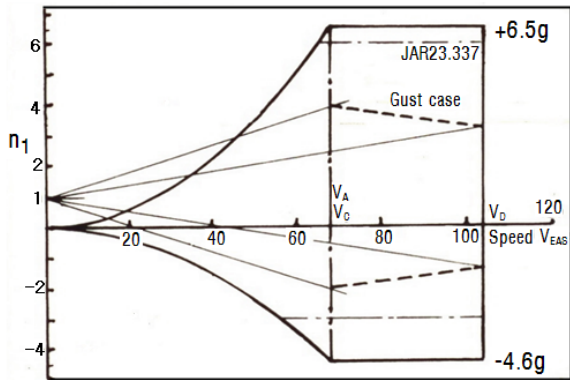


Fig. 3. V-n diagram at 1000m altitude

하중해석 조건은 기동 형태에 따라 달라지는데 본 논문에서는 피칭 기동에 대해서만 다루었다. 또한 엘리베이터 조종면 제어모드에 따라 Exponential 형태의 비점검 조건과 Sinusoidal 형태의 점검조건에 대해서 수행하였다^[4].

다. 비행하중 해석 결과

비행하중 해석은 Fig. 4와 같은 형태로 Matlab을 이용하여 구성하였다. 항공기 형상과 공력에 대한 데이터를 입력 변수로 하여 항공기의 특성을 나타내는 변수들을 계산한다. 계산된 변수들을 통해 하중해석

의 기반이 되는 트립 조건에서의 하중과 엘리베이터의 제어모드에 따른 하중을 산출한다. 최종적으로 각각의 비행 조건에 맞게 더함으로써 설계 하중을 구하였다.

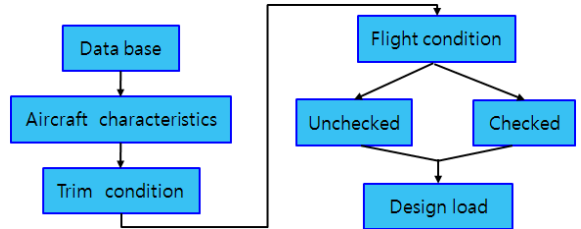


Fig. 4. Deterministic load analysis process flow chart

하중 조건에 대하여 미익 하중을 구한 결과는 Table 1에 제시되어 있고, 그 결과를 살펴보면 비점검 모드보다 점검 모드에서 하중 값이 더 크게 나오는 것을 알 수 있다. 큰 하중이 발생하는 점검 모드 조건을 설계에 반영하고, 이 경우에 대한 안전도가 입증되면 비점검 모드에 대해서도 그 안전도를 인정한다.

Table 1. Results of deterministic tailplane loads

하중해석 조건	비점검 모드	점검 모드
level flight to 6.5g	-2,201 N	-2,424 N
6.5g to 1g level flight	2,720 N	4,144 N
level flight to -4.6g	1,602 N	1,830 N
-4.6g to 1g level flight	-3,414 N	-3,642 N

그러나 확률론적 하중 해석 값은 통상적으로 안전계수 1.5를 도입하여 사용하기 때문에 보수적으로 설계될 수 있다. 그러므로 불확실한 요인들을 정량적으로 반영하여 통계적인 분포로 하는 확률론적 비행하중 해석을 수행할 필요가 있다.

4. 불확실성을 고려한 비행하중 해석결과

가. 확률변수 분포 선정

확률변수는 피칭 기동에 대한 변수들을 바탕으로 무게중심(C.G. : Center of Gravity)과 주익에서 꼬리날개까지의 팔거리(l_i), 속도(V), y축 관성반경(k_y), 하중배

수(n_1)를 선정하였고, 수치적 예제의 검증을 위해 5가지의 확률변수에 대해 두 가지 분포 형태로 나누어 살펴보았다. 첫 번째는 5개의 확률변수에 대해 Table 2에 제시된 형태로 단순히 평균과 평균값의 2% 표준편차를 갖는 정규분포 형태로 가정하였다.

Table 2. First case for random variables

	평균	표준편차	분포형태
C.G.	0.25c	0.005c	Normal
l_t (m)	4.081	0.02	
V (m/s)	68	1.36	
k_y (m)	1.721	0.034	
n_1 (g)	6.5	0.13	

두 번째는 무게중심과 y축 관성반경, 속도 세 가지 변수를 첫 번째와 동일하게 2% 표준편차를 갖는 정규분포로 가정하였고, 팔거리와 하중배수의 분포형태는 세 가지 변수의 확률분포 형태와 단주기 중운동 방정식을 이용하여 산출하였다.

먼저, 하중 배수의 분포 형태는 식 (3)의 단주기 중운동 방정식에 사용되는 계수의 분포형태를 결정하고, 방정식의 해를 구함으로써 방정식의 해와 하중배수와 의 관계를 통해 산출하였다. 단주기 중운동 방정식에 사용되는 계수는 무게중심과 y축 관성반경의 확률분포에 영향을 받기 때문에 식 (5)에 확률분포 형태를 적용함으로써 분포형태를 산출하였다.

$$R_1 = \frac{1}{2} \left[a_{1WB} + a_{1t} \left(\frac{S_t}{S_w} \right) \left(\frac{l_t}{k_y} \right)^2 \left(1 + \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \right]$$

$$J_1 = \sqrt{\frac{2m a_{1WB} c_w H_m}{\rho S_w k_y^2} - R_1^2} \tag{5}$$

$$k = 4J_1 + R_1, \quad \omega_1 = \sqrt{R_1^2 + J_1^2}$$

분포형태는 5,000개의 확률 집단을 추출하였고, 몬테카를로 시뮬레이션(Monte-Carlo Simulation)을 이용하였다. 확률분포 형태를 결정하기 위하여 통계 분석용 소프트웨어인 Crystal Ball을 사용하였다. 단주기 중운동 방정식에 사용되는 계수들의 확률분포는 Table 3과 같다.

Table 3. Distribution type upon radius of gyration of aircraft

	a	b	c	분포형태
R_1	1.389	0.005	-	Lognormal
J_1	0.560	4.550	4.65	Weibull
k	2.230	4.540	22.6	Weibull
ω_1	6.530	0.100	-	Normal

여기서 a, b, c는 각 확률분포들에 사용된 계수를 나타내며, 식 (6)에서 보여주고 있으며, f_N 은 Normal 분포를, f_L 은 Lognormal 분포를, f_W 는 Weibull 분포를 나타낸다.

$$f_N(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)b}} \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2b^2}\right\}$$

$$f_L(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\ln(x)-a]^2}{2b^2}\right\} \tag{6}$$

$$f_W(x) = \left(\frac{b}{a}\right) \left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{x-c}{a}\right)^b\right]$$

단주기 중운동 방정식에 사용되는 계수의 분포형태가 결정되면, 운동방정식에 계수들의 분포형태를 적용하여 방정식의 해인 피칭 속도의 확률분포를 구하게 되고, 피칭 속도의 확률분포를 식 (7)에 적용함으로써 하중 배수의 분포형태를 결정하였다. 이때, 하중배수는 시간에 대한 응답으로 나타나기 때문에 각각의 확률 집단에서의 최대값만을 추출하여 Fig. 6과 같은 형태의 통계적인 분포를 산출하였다. Fig. 5의 실선은 최소값과 최대값에서의 하중배수 응답을 나타내며, 점들은 각 확률집단의 최대값을 모식적으로 표시해놓은 것이다.

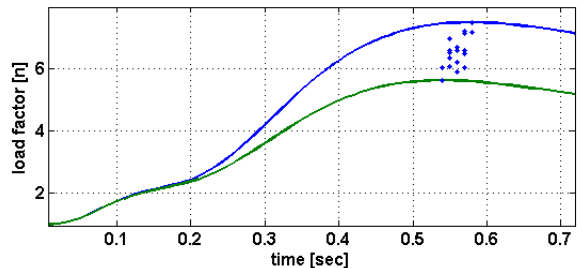


Fig. 5. Load factor distribution selection

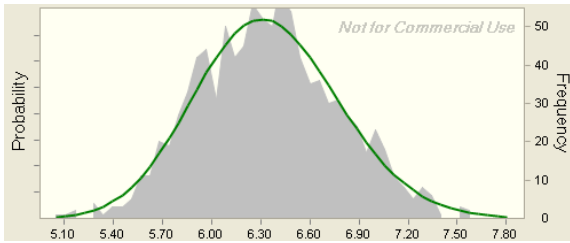


Fig. 6. Distribution of positive load factor(n_1)

$$n = \cos\theta + \dot{\theta} V/g \quad (7)$$

주익과 꼬리날개의 팔거리(l_t)는 피칭 기동시 주익과 꼬리날개의 힘이 작용하는 모멘트 암으로써 주익의 공력중심과 꼬리날개의 공력중심 사이의 거리를 나타낸다. 그러나 실제로 주익과 꼬리날개에서 작용하는 힘은 압력중심에 있기 때문에 주익과 꼬리날개의 팔거리 분포형태는 주익의 압력중심의 분포형태와 유사하다고 가정하였다. 압력중심의 분포형태는 받음각에 따라 달라지게 되므로, 식 (3)에서 구한 수직 축의 무차원으로 나타낸 속도(\hat{w})를 식 (8)의 관계를 이용하여 결정하였다. 그러므로 팔거리와 하중배수는 피칭 모드에 따라 Table 4에 제시된 형태의 분포를 갖는다고 가정하였다.

$$\hat{w} = w/V_0 = \alpha \quad (8)$$

Table 4. Second case for random variables

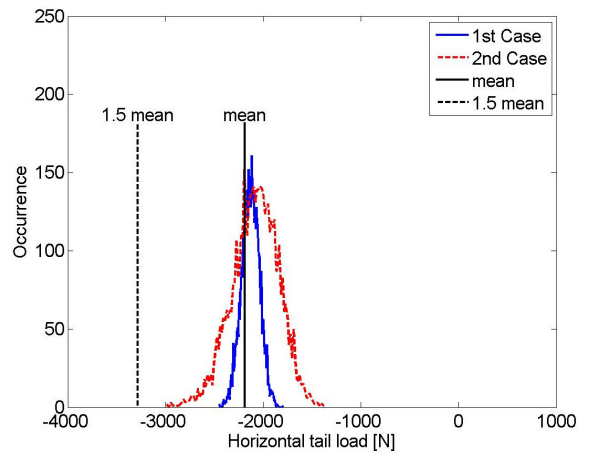
		평균	표준편차	분포형태
C.G.		0.25 \bar{c}	0.005 \bar{c}	Normal
V (m/s)		68	1.36	Normal
k_y (m)		1.721	0.034	Normal
l_t (m)		4.05	0.02	Normal
n_1 (g)	비점검	6.35	0.44	Lognormal
	점검	7.96	0.25	Lognormal

나. 확률변수의 분포를 고려한 하중 분포

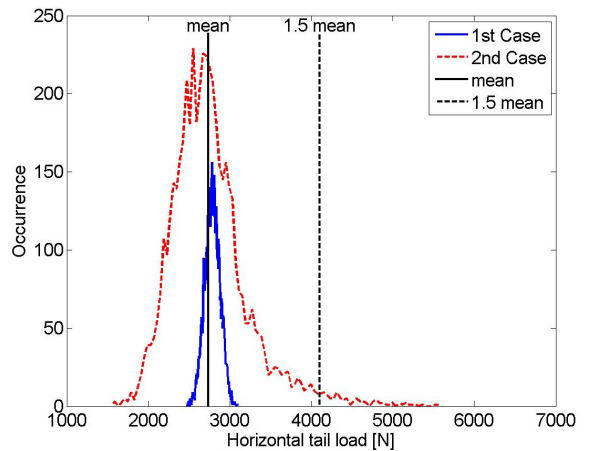
설계 변수는 Table 2와 Table 4에 제시된 확률 분포를 통하여 5,000개의 확률변수 집단을 추출하였고, 통계적 분포를 가지는 미익 하중을 해석하기 위하여 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하였다. 비점검 모드는

Fig. 7에 나타내었고, 점검 모드는 Fig. 8에 나타내었다. 실선은 확정론적으로 계산한 평균값 하중을 나타내며, 점선은 설계 극한 하중(DUL : Design Ultimate Load)을 나타낸다. 분포된 실선은 첫 번째 확률변수로 단순히 2%의 표준편차로 가정한 경우이고, 분포된 점선은 두 번째 확률변수로 단주기 모드에서의 종운동 방정식을 이용한 경우이다.

비점검 모드에서 Nose-up의 경우 설계 극한 하중보다 작은 값의 하중이 분포된다. 이 경우 1.5의 안전계수가 너무 커서 경제적인 손실을 초래할 수 있으며, 안전계수를 낮출 필요가 있다. 하지만 Nose-down의

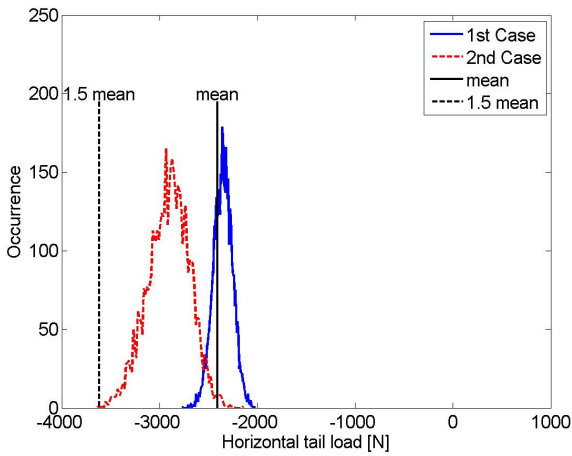


(a) Nose-up, level flight to 6.5g

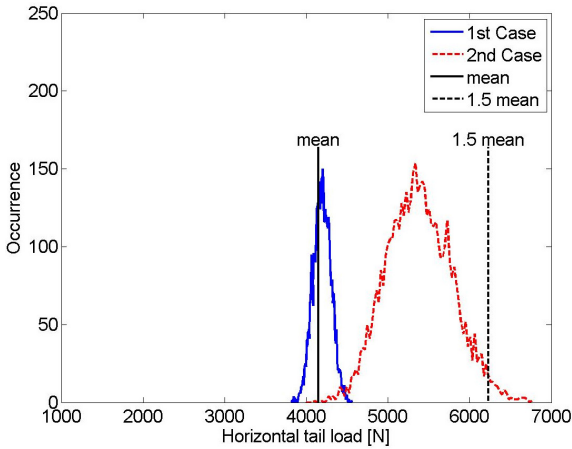


(b) Nose-down, 6.5g to 1g level flight

Fig. 7. Probabilistic tail plane load distribution for unchecked mode



(a) Nose-up, level flight to 6.5g



(b) Nose-down, 6.5g to 1g level flight

Fig. 8. Probabilistic tail plane load distribution for checked mode

경우 단주기 중운동 방정식을 이용한 하중분포는 단순히 2%의 표준편차를 고려했을 때보다 더 넓게 분포되어 있고, 설계 극한 하중보다 큰 값의 하중이 작용할 수 있기 때문에 안전계수를 더 크게 할 필요가 있어 Nose-up의 경우와 상반된 결과를 보여준다.

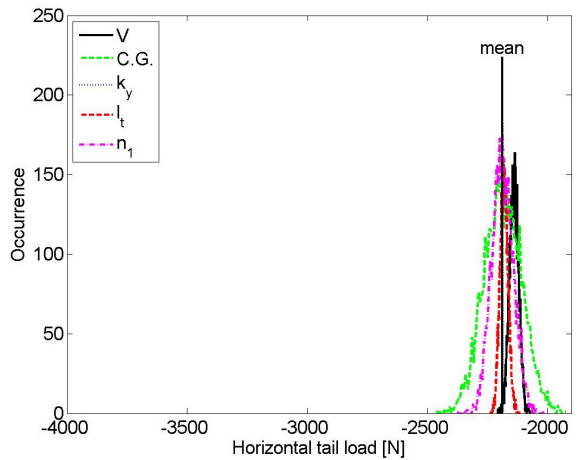
점검 모드에서는 비점검 모드의 분포형태와 유사하게 보여지는데, 한 가지 특이한 점은 단주기 중운동 방정식을 이용한 하중분포가 평균값 하중에서 하중의 절대값이 큰 쪽으로 이동하는 경향을 보인다.

그러므로 비점검 모드와 점검 모드에서의 미익 하중 확률 분포를 살펴보면 확률변수의 분포특성이 달

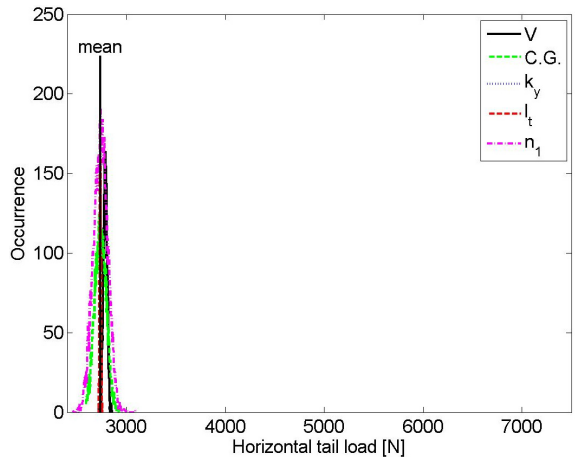
라짐에 따라 평균값의 크기와 분산된 정도가 다른 것을 알 수 있다. 이것은 통계적 데이터에 근거한 확률적인 분포를 갖는 값으로 구조물을 설계할 필요가 있다는 것을 보여준다.

다. 확률변수의 민감도

각각의 확률변수가 하중 분포 특성에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 하나의 확률변수만을 선정하여 하중 분포 그래프를 도시하였다. 이 때, 두 가지의 확률 분포에서 단주기 중운동 방정식을 이용한 통계적

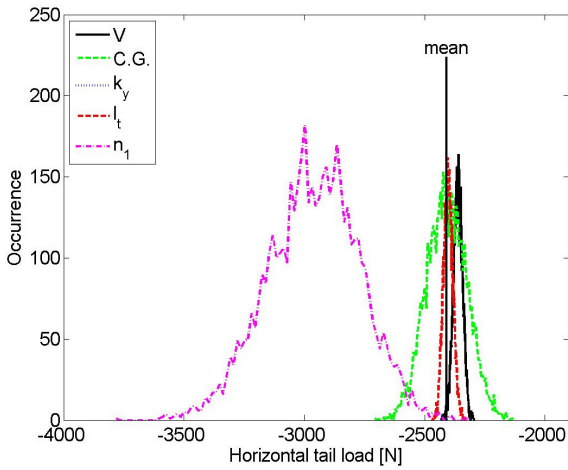


(a) Nose-up, level flight to 6.5g

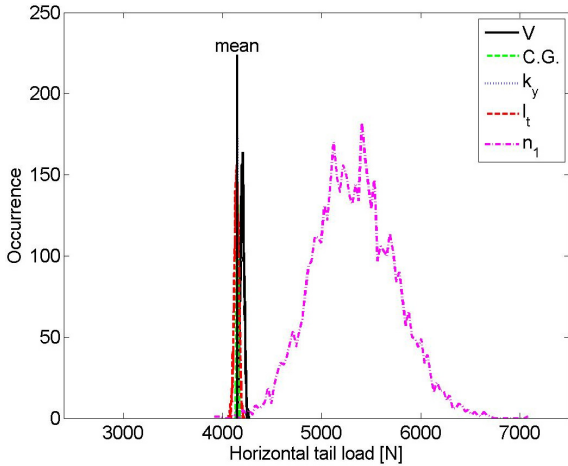


(b) Nose-down, 6.5g to 1g level flight

Fig. 9. Probabilistic tail plane load distribution for unchecked mode(single random variable)



(a) Nose-up, level flight to 6.5g



(b) Nose-down, 6.5g to 1g level flight

Fig. 10. Probabilistic tail plane load distribution for checked mode(single random variable)

분포를 이용하였다. 비점검 모드는 Fig. 9에 나타내었고, 점검 모드는 Fig. 10에 나타내었다. 실선은 확률론적으로 계산한 평균값 하중을 나타내었다.

각각의 확률 변수에 따라 분포형태는 달라지지만, 대체로 무게 중심과 하중배수에 의한 하중분포가 큰 것을 알 수 있다. 이것은 항공기 미익 설계시 두 변수에 중점을 두어야 함을 보여준다. 하지만, 주익과 꼬리날개의 팔거리는 미익 하중 계산시 작은 영향을 미치고, 속도는 비행 기동 형태에 따라 서로 상반된 결과를 나타낸다. 속도에 의한 분포형태는 Nose-up에서

절대값의 하중이 작아져 구조물의 강도 측면에서는 양호하겠지만, Nose-down에서는 하중이 커지기 때문에 구조물 설계시 더욱 민감한 변수로 작용한다는 것을 보여준다.

점검 모드에서 확률변수의 분포 특성은 비점검 모드와 대체로 유사하지만, 점검 모드에서는 Nose-down의 경우 무게중심에 의한 영향이 작다는 것을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 항공기 기동 하중해석 방법과 조종면의 제어모드에 따른 미익 하중을 살펴보았다. 핏칭 기동시 미익 하중에 영향을 미치는 변수들은 무게중심과 주익에서 꼬리날개까지의 팔거리, 속도, y축 관성반경, 하중배수로 선정하였고, 이 변수들의 불확실성을 고려하여 확률론적인 하중해석 방법에 대해서 다루었다.

확률론적인 하중해석은 설계변수 5가지를 단순히 평균값의 2%의 표준편차를 갖는 정규분포로 가정한 형태와 단주기 중운동 방정식을 사용해서 분포를 가정한 형태로 나누어서 살펴보았다. 그 결과 비점검 모드의 Nose-up의 경우 보수적으로 설계될 수 있어, 구조물의 경량화가 가능하다는 것을 보여주었고, Nose-down의 경우 안전계수 1.5를 고려했을 때는 안전성을 확보하기 어렵다는 것을 보여주었다. 두 가지의 확률 분포 형태를 살펴봄으로써 확률변수의 분포 특성이 달라짐에 따라 평균값의 크기와 분산된 정도가 달라져 통계적 데이터에 근거한 확률적인 분포를 갖는 값으로 구조물을 설계할 필요가 있다는 것을 보여주었다.

향후 통계적으로 검증된 확률변수 특성을 적용하여 확률론적 비행하중 해석에 활용될 수 있으며, 구조물의 응력분포를 도출하여 정량적인 파괴확률을 이용한 신뢰성 기반 최적설계(RBDO : Reliability-based Design Optimization)에도 이용될 수 있다.

후 기

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임. (NO. R01-2008-000-20852-0)

References

- [1] 이홍철, 이호용, 박승배, “F-16 항공기의 운용 하중 스펙트럼 개발”, 한국군사과학기술학회 종합학술대회, pp. 1485~1488, 2009.
- [2] 문진범, 김수현, 김천곤, “하중의 불확실성을 고려한 일체형 복합재 연료탱크 해석”, 한국항공우주학회 추계학술발표회, pp. 248~251, 2006.
- [3] 김병수, 김유단, 방효충, 탁민제, 홍성경, “비행동 역학 및 제어”, 경문사, pp. 83~125, 2004.
- [4] D. Howe, Aircraft Loading and Structural Layout, AIAA, Education Series, pp. 475~494, 2004.
- [5] 배효길, 조대영, 박재성, 실전 비행하중 해석 실무, 淸文閣, pp. 26~53, 2007.
- [6] 최용준, 이석제, 김인걸, 주영식, “핏칭 기동에 의한 미익 하중의 확률론적 해석”, 한국항공우주공학회 추계학술발표회, pp. 162~165, 2009.
- [7] 이석제, 김인걸, 주영식, “복합 반응면 기법을 이용한 신뢰성 해석”, 한국군사과학기술학회 종합학술대회, pp. 1651~1654, 2009.
- [8] 전승문, 전우철, 한영명, “미 군사규격(Military Specification)에 따른 핏칭 기동 하중해석”, 한국항공우주공학회, pp. 1~7, 1999.