<연구논문> 한국동력기계공학회지 제14권 제1호 pp.47~52 2010년 2월

하중 종류에 따른 다단축의 응력 집중 완화에 대한 연구
The Study for Reduction of Stress Concentration at the Stepped Shaft According to Two Types of External Force

박일수 · 심재준
I. S. Park and J. J. Shim

(접수일 : 2009년 10월 14일, 수정일 : 2010년 1월 26일, 채택확정 : 2010년 2월 1일)

Key Words : Stress Concentration (응력집중), Stepped Shaft (다단축), Reducing Stress (응력완화), Finite Element Analysis (유한요소해석)

Abstract : In this study, Finite Element Analysis have been adopted to analyze reducing stress effect and used to induce the sensitivity of design parameter on various techniques which was used for reducing stress. And so it can be utilized as a data to design on similar model. The effect of reducing stress with respect to change of relief groove radius can be increased by 27.3~18.2 % more than radius of fillet. And if a shoulder fillet radius is larger, additional reducing stress by relief groove radius is not obtained. And there was only little effect on reducing stress by changing the center point of groove radius along horizontal direction. In the case that undercut radius is 1.5mm, Max. Equivalent stress is reduced by 5.71% under bending force and 11.11% under torsion. The best effect of reducing stress at undercut model was yielded when the undercut radius is a forth of difference of stepped shaft radius.

1. 서 론

산업구조가 점점 선진화되고 에너지 수요가 점차 증가함에 따라서 쉽게 동력을 얻을 수 있는 회전구조물에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 대표적으로 자동화 기기의 작동을 위한 소형 모터 및 관련 부품에서부터 자동차와 같은 운송기계에 적용되는 회전축, 스팀 및 가스 터빈 발전기, 그리고 항공기의 제트 엔진까지의 대형 장비에는 필수적으로 다단축이 적용되고 있으며, 이에 대한 연구는 기초적인 응력공식 및 외부 하중에 대한 응력분포도에 대한 연구에서부터 진동, 그리고 열응력과 원심력에 의한 응력을 포함하고 있다. 특히 회전축에 굽힘과 비틀림 하중이 작용하는 경우에 발생되는 응력 집중에 대한 연구는 Leven and Hartman과 Allison[1]이 축의 필릿에 따른 굽힘 하중 특성을, Fessler[2]과 Allison은 비틀림 하중특성을 광탄성법으로 도출하였고, Rushton[3]는 전기신호에 의해서 필릿된 축에 관한 연구가 이루어졌다. 이후 Peterson[4]은 수치적 방법을 통한 다단축의 응력집중계수에 대한 연구를 다양하게 수행되었다. 하지만 베어링등과 같은 제약조건에서 다양한 직경을 가진 축에서 응력 완화 기술을 설계에서 쉽게 적용할 수 있는 자료를 제시하지 못하고 있다[5,6]. 따라서 본 연구에서는 다단축에서 사용될 수 있는 응력완화 효과를 유한요소해석을 통하여 응력 완화를 위해 도입되는 완화 홈 및 언더컷의 설계 파라메타에 따른 영향성을 분석하여 향후 유사한 모델에 적용할 수 있는 데이터를 제공하고자 하였다.

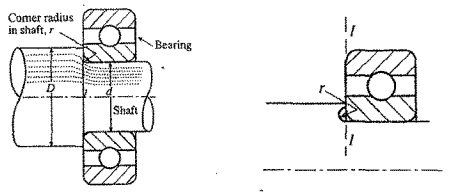
박일수(교신저자) :동명대학교 냉동공조공학과
E-mail : pis@tu.ac.kr, Tel : 051-629-1685
심재준 : 부산정보대학 자동차계열

2. 본 문

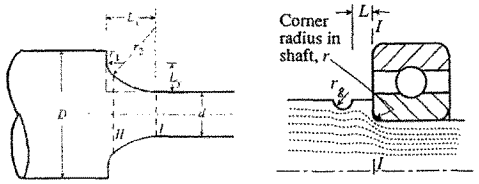
2.1 응력 집중 및 완화

모든 기계요소에서 외력이 가해졌을 때 불규칙한 모양의 특정 부분, 즉 형상이나 하중이 급격하게 변화되는 곳에서는 국부적으로 매우 큰 응력이 발생하는 것을 응력집중현상이라고 하며, 설계자들은 이러한 문제를 해결하기 위하여 다양한 방안을 제시

하여 왔다[7]. 특히 다단축에서는 Fig. 1에서와 같이 제시된 다양한 방법이 적용되어 문제점을 최소화하고 있다. 대표적으로 다단축의 밑단 필릿(corner radius fillet)에서 부터 언더컷(undercut), 완화홈(relief groove), 그리고 이중반지름 필릿(double radius fillet) 등의 기술이 대표적이다. 하지만 외부 지지를 위한 베어링 등과 같은 다양한 조건에 의해서 적용에 제한을 받고 있다.



(a) corner radius fillet (b) undercut

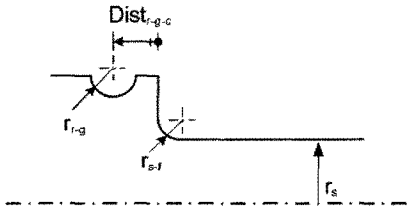


(c) double radius fillet (d) relief groove

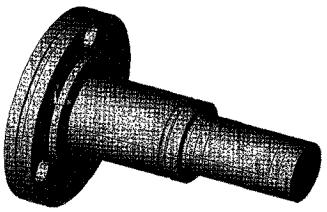
Fig. 1 Techniques for reducing stress concentration in stepped shaft

2.2 응력 모델과 설계 변수

본 연구에서는 외부 제한조건에 문제없이 쉽게 적용할 수 있는 완화 홈 모델과 언더컷 모델을 선정하고, 각 모델의 형상을 결정할 수 있는 설계 변수가 응력 집중 및 완화에 미치는 영향을 유한요소해석을 통하여 분석하고, 각각의 결과값을 기준축에 대한 무차원 변수를 정의하여 향후에 적용을 쉽게 할 수 있도록 하였다. Fig. 2는 완화 홈 모델에서의 설계 파라메타를 표시하였으며, r_{s-f}(radius of shoulder fillet)는 다단축의 필릿 반지름 변화를 나타낸다. 또한 r_{r-g}(radius of relief groove)는 다단축에 형성된 필릿에 대한 응력 완화 홈의 반지름 변화를 표시하고, $Dist_{r-g-c}$(Distance from center of relief groove)는 동일한 완화 홈 반지름에서 다단축 끝단에서 중심 위치 변화를 표시하였으며, r_s(radius of stepped shaft)는 일정한 완화홈 반지름에서 다단축 반지름 변화를 표시하였다. Fig. 3에서는 언더컷 모델로 r_u(radius of undercut)는 응력 완화를 위한 언더컷 반지름 변화를 표시하였고, r_s는 완화홈 모델과 동일하게 다단축의 반지름 변화를 나타내었다.

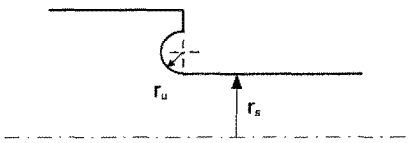


(a) design parameters

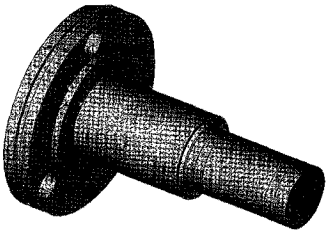


(b) relief groove 3D model

Fig. 2 Relief groove model shape and definition of design parameters



(a) design parameters



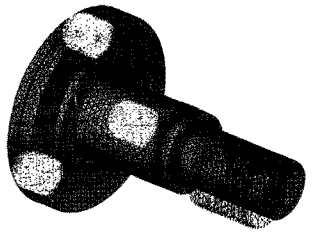
(b) undercut 3D model

Fig. 3 Undercut model shape and definition of design parameters

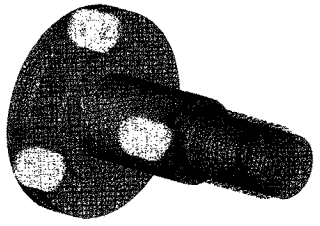
2.3 유한 요소 모델 및 경계조건

Fig. 4에서 모델의 메시된 형상과 하중 및 경계조건을 나타내었다. 해석을 위한 3차원 모델의 모델은 2단 유성기어 감속기의 입력축 및 캐리어의 역할을 수행하는 부품으로, 입력축에서 동력이 부가되면 비틀림 하중이 작용하게 되고, 그리고 입력축이 외부에 지지되는 경우 굽힘 하중이 적용될 수 있는 조건에 노출될 수 있다. 구조 해석에서는 캐리어가 장착

되는 곳을 고정하고, 키에 의해서 하중이 전달되는 축의 일부를 구성하는 절점에 17.7 kN의 굽힘하중과 50 N-m의 비틀림 하중을 부가하였다. 키의 형상적인 조건을 무시하기 위하여 축에 직접적으로 원통형으로 하중을 부가하였다. 유한요소해석은 ANSYS 12을 사용하였으며, 불균일한 형상이므로 사용된 요소는 10절점을 가진 사면체요소로 유한요소모델[8]을 형성하였으며, 고정부, 필릿부나 응력 완화 홀 주변에는 요소수를 증가시켜 응력집중의 해석을 위한 신뢰성을 향상 시킬 수 있도록 하였다.



(a) bending force



(b) torque

Fig. 4 Meshed shape of stepped shaft at which constraint conditions was applied

3. 결과 및 고찰

3.1 단순필릿모델(rs-f model)

Fig. 1에서 제시한 다양한 응력완화 방법 중에 일반적으로 사용되는 방식인 단순 필릿에 의한 결과를 우선 도출하여 완화 홈 및 언더컷 모델의 효과와 비교하고자 하였다. Fig. 5에는 굽힘하중과 비틀림 하중하에서 필릿 반지름 변화에 따른 최대 응력값을 나타내고 있다. 특히 비틀림 하중에서는 최대응력값이 다단축에서 발생하고 있으나, 굽힘 하중의 경우에는 응력완화효과가 발생되는 다단축에서는 고정단으로 최대 응력값의 발생지점이 변화하는 것을 알 수 있으며, 이러한 효과는 다른 해석에서도 볼 수 있었다. 또한 응력값은 굽힘응력 대신에 모두 최대상당응력으로 분석하였다.

최대 상당응력값은 반지름이 0.5 mm까지 급격하게 감소하다가, 1 mm이상에서는 거의 완만하게 감소함을 할 수 있으며, 비틀림하중의 경우에는 거의 응력값의 변화는 미비하게 발생되고 있음을 알 수 있다. 또한 굽힘 하중의 경우에는 반지름의 증가에 따라 지속적인 감소를 보일 것으로 예측된다. 만약 단순 필릿 모델에서 비교되는 반지름이 1 mm이라면 최대상당응력값은 83.2 MPa이고 이값과 응력완화효과를 비교할 수 있다.

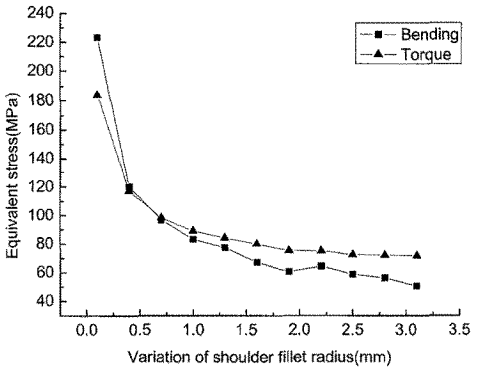


Fig. 5 Maximum equivalent stress according to variation of shoulder fillet radius

3.2 완화 홈 반지름 모델(rr-g model)

단순필릿모델과 비교하기 위하여 Fig. 5를 참조하면, 다단축의 단순 필릿 반지름이 0.5 mm인 경우에 최대 상당 응력은 굽힘과 비틀림 하중에서 거의 110 MPa에 근접하게 발생하고 있고, 필릿 반지름이 1.5 mm인 경우에는 굽힘에서 70 MPa이, 비틀림에서는 81MPa에 근접하게 최대 상당응력값이 발생하고 있음을 알 수 있다. 동일한 모델에서 단순 필릿 반지름의 크기를 0.5 mm과 1.5 mm로 설정하고, 완화 홈의 반지름을 변화하면서 도출된 결과를 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6에서는 필릿반지름이 0.5 mm이고, 완화 홈의 반지름이 0.4 mm인 경우에 굽힘하중에서는 89.5 MPa, 비틀림하중에서는 97.8 MPa로 기준 단순 필릿의 상당응력값보다 모두 낮게 발생하고 있으며, 특히 완화 홈 반지름이 증가하여 20 mm인 경우에는 또한 필릿 반지름이 1.0 mm만큼 증가하여 1.5 mm일 때의 응력 완화 효과는 필릿 반지름이 0.5 mm인 굽힘하중에서 약 30 MPa, 비틀림 하중에서는 약 20 MPa의 응력완화 효과가 발생하고 있음을 알 수 있다. 경우보다 감소폭이 낮게 발

생하고 있고, 또한 완화 홈의 반지름의 증가에 따른 상당응력의 감소폭은 비틀림 하중의 경우보다 굽힘 하중에서 효과를 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한, 필릿의 반지름에 의한 응력 완화가 확대되면, 부가적인 응력완화 효과는 낮아짐을 알 수 있다. 특히 굽힘하중에서 응력홈의 반지름 증가에 따라서 발생하는 상당응력의 증가는 응력 홈 반지름이 응력분산보다는 새로운 응력 집중이 발생지점으로 역할이 변경되고 있음을 알 수 있다.

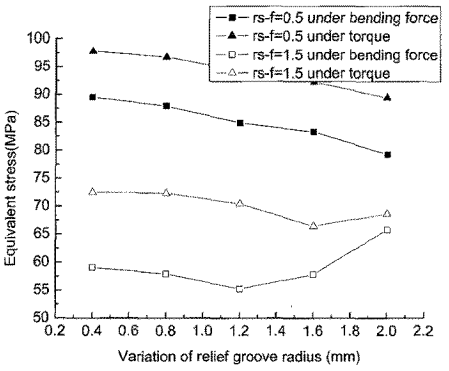


Fig. 6 Maximum equivalent stress according to variation of relief groove radius at each shoulder fillet radius

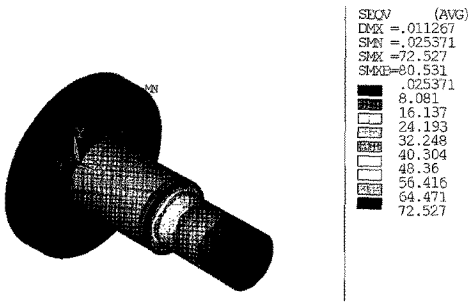


Fig. 7 Equivalent stress distribution under bending force with $r_{s\text{-}f}$=0.5 mm, $r_{r\text{-}g}$=0.4 mm

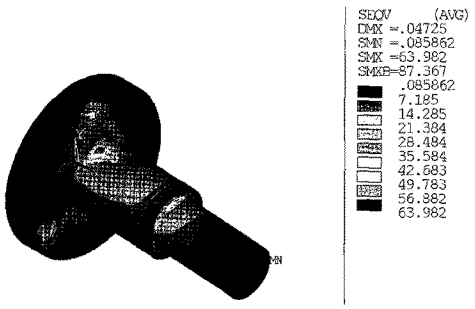


Fig. 8 Equivalent stress distribution under bending force with $r_{s\text{-}f}$=1.5 mm, $r_{r\text{-}g}$=2.0 mm

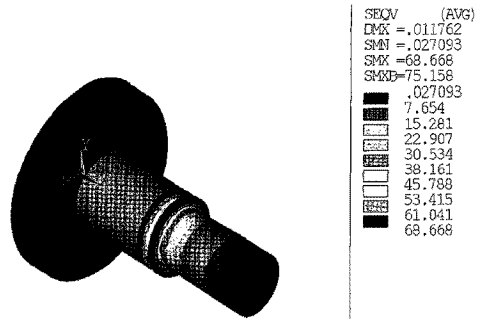


Fig. 9 Equivalent stress distribution under torque with $r_{s\text{-}f}$=1.5 mm, $r_{r\text{-}g}$=2.0 mm

Fig. 7에서는 굽힘하중이 부가되고, 응력 홈 반지름이 0.4 mm이고, 단순 필릿이 0.5 mm인 경우에 다단축에서 발생하는 상당응력분포도를 보여주고 있다. 다단축의 필릿부에서 최대응력이 발생하고 있음을 알 수 있다. 그리고 Fig. 8에서는 동일한 필릿 반지름과 하중조건에서 응력 홈의 반지름이 2.0 mm인 경우의 상당응력분포도를 보여주고 있다. 특히 Fig. 8에서는 최대응력값이 고정단으로 이동한 것을 알 수 있으며. 이때 다단축에서는 낮은 응력이 발생된다.

Fig. 9에서는 필릿의 반지름의 크기 1.5 mm이고, 응력 홈의 반지름이 2.0 mm인 경우에 비틀림하중을 받는 다단축의 상당응력분포도를 보여주고 있다.

3.3 완화 홈의 중심 거리 모델(Distr-g-c model)

단순 필릿 반지름과 완화 홈의 반지름의 크기 1.0 mm로 설정하고, 완화 홈의 중심을 다단축의 끝단에서부터 0.4에서 6.0 mm까지 변화하면서 결과를 도출하여 Fig. 10에 나타내었다.

최대상당응력이 중심 위치 변화에 따라서 불규칙적으로 변동되고 있으나, 만약 1차함수로 표현하면 비틀림 하중의 경우에는 응력값의 변화가 거의 발생하지 않아, 응력완화에 미치는 영향이 거의 없을 것으로 사료된다. 하지만 굽힘의 경우에는 응력값이 초기에 67.5 MPa에서 63.3 MPa로 약 5 MPa정도의 감소하고 있어 전반적으로 감소의 형태로 표현될 수 있지만 그 영향성은 미비해 보인다. 그리고 변동되는 응력은 모델의 형상변화에 따라서 자동 요소 형성에 의해서 발생되는 오차로 사료된다. 따라서 완화 홈의 위치는 설계자가 조립이나 가공에 문제가 발생하지 않는 임의의 지점에 배치하여도 문제가 없을 것으로 사료된다. Fig. 11에서는 필릿의 반

지름의 크기 1.0 mm, 완화 홈 반지름의 크기를 1.0 mm, 그리고 완화 홈의 중심이 다단축의 끝단에서부터 6.0 mm일 때의 상당응력분포도를 보여주고 있다.

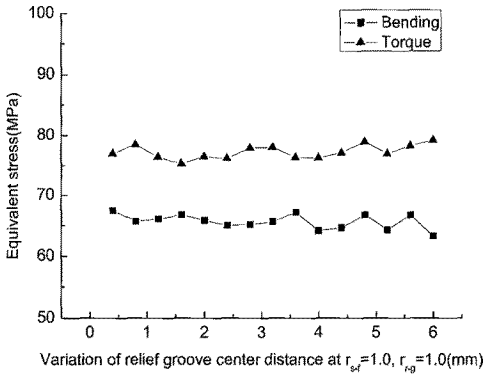


Fig. 10 Maximum equivalent stress according to variation of relief groove center position with r_{s-f}=1.0 mm, r_{r-g}=1.0 mm

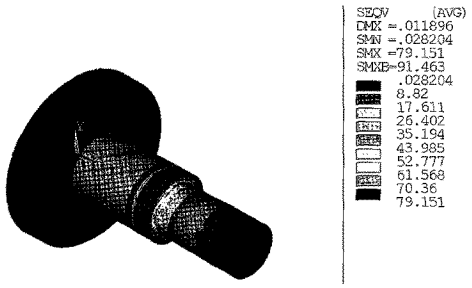


Fig. 11 Equivalent stress distribution under bending force with r_{s-f}=0.5 mm, r_{r-g}=0.4 mm, $Dist_{r-g-c}$=6.0 mm

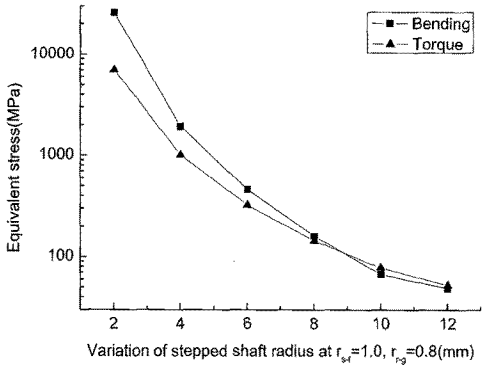


Fig. 12 Maximum equivalent stress according to variation of stepped shaft radius with r_{s-f}=1.0 mm, r_{r-g}=0.8 mm

3.4 완화 홈을 가진 다단축 반지름 모델(rs model)

필릿의 반지름의 크기 1.0 mm로, 완화 홈 반지름의 크기를 0.8 mm로 설정하고, 다단축의 반지름의 크기를 2 mm에서 12 mm까지 변화하면서 결과를 도출하여 Fig. 12에 나타내었다. 2 mm에서는 굽힘하중의 경우에는 25,743 MPa이 발생하였으며, 비틀림 하중의 경우에는 6,989 MPa이 발생하였다. 시뮬레이션에서만 도출될 수 있는 과대한 응력이 발생하였으나 경향을 구하기 위하여 결과에 반영하였다. 반면에 반지름의 크기가 증가하여 12 mm에서는 48.82 MPa이 비틀림하중에서, 52.35 MPa이 굽힘하중에서 발생하여 굽힘하중에서 민감한 상당응력 변화가 발생하고 있음을 알 수 있다. 따라서 완화 홈의 존재는 다단축에서 굽힘하중의 민감도를 높이는 경향을 보이고 있으며, 특히 반지름이 작은 경우에는 급격한 응력집중현상이 발생하고 있음을 알 수 있다. 또한 다단축의 반지름 변화도 상당응력에 미치는 영향이 매우 크게 작용하고 있는 것으로 사료된다.

3.5 언더컷의 반지름(ru model)

언더컷에 의한 응력완화 방법의 경우에는 완화 홈과 같은 부가적인 요소가 도입되지 않아 순수하게 단순 필릿 모델과 직접적인 비교가 가능하다. 우선 언더컷 모델의 반지름 변화에 대한 유한요소해석의 결과를 Fig. 13에 나타내었다. 언더컷의 반지름이 0.5 mm인 경우에는 굽힘하중에서 93.67 MPa과 비틀림하중에서 100.18 MPa이 발생하여 단순 필릿 모델보다 낮게 발생하였고, 완화 홈보다는 높게 발생하였다. 특히 반지름이 1.5 mm인 경우에는 굽힘하중에서 66.48 MPa, 비틀림 하중에서 72.32 MPa로 단순 필릿 모델보다 약 4 MPa과 약 9 MPa만큼 모두 낮게 발생하였으며, 특히 비틀림이 경우가 더 큰 응력완화효과를 얻을 수 있었다. 하지만 적용할 수 있는 반지름의 크기에 제한이 있다는 단점을 가지고, 응력이 감소하는 기울기를 분석하면, 약 0.85 mm에서 최대 효과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 즉, 언더컷이 가공될 수 있는 다단축의 폭에서 거의 50 %에 가까운 지름으로 형성하면 좋은 응력완화효과를 얻을 수 있을 것으로 사료된다.

3.6 언더컷의 다단축 반지름 모델(rs model)

언더컷의 반지름 크기를 0.5 mm로 설정하고, 다단축의 반지름의 크기를 2 mm에서 12 mm까지 변

화하면서 결과를 도출하여 Fig. 14에 나타내었다. 반지름의 변화에 따라서 완화 홈 모델과 유사한 경향을 보이고 있으나, 최대 상당 응력값은 완화 홈 모델에서보다 굽힘하중에서는 121 %의 증가를, 비틀림하중에서는 114 .9%가 증가하고 있다. 따라서 지름의 크기가 작은 경우에는 언더컷 모델에서는 응력완화보다는 응력집중현상으로 응력이 증가되고 있어, 반지름의 크기 변화가 큰 곳에 적용시에는 충분히 고려되어야 할 것으로 사료된다.

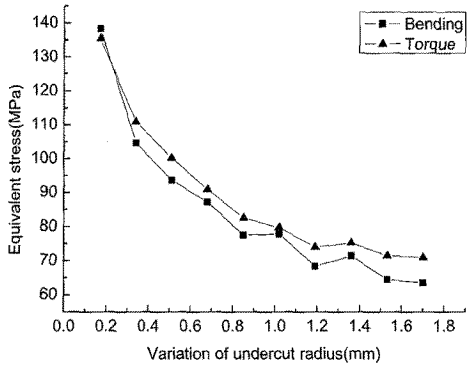


Fig. 13 Maximum equivalent stress according to variation of undercut radius

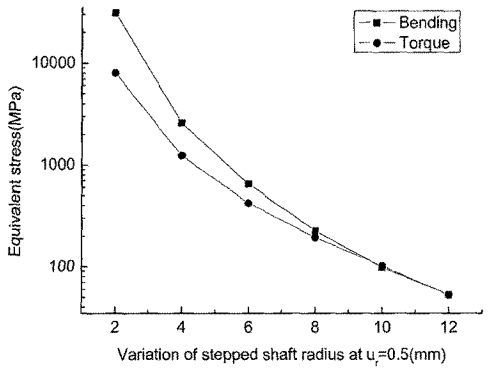


Fig. 14 Equivalent stress distribution according to variation of stepped shaft radius with U_r=0.5 mm

4. 결 론

본 연구에서는 다단축에서 사용될 수 있는 응력완화 모델에 대해 유한요소해석을 통하여 홈의 설계 파라메타에 따른 영향성을 분석하여 다음의 결론을 도출하였다.

1. 완화 홈의 형성으로 단순 필릿보다 응력 완화 효과가 증가되며, 특히 완화 홈 반지름이 증가하여 20 mm인 경우에는 굽힘하중에서 27.3 %, 비틀림하중에서는 18.2 %의 응력완화를 얻을 수 있었다.

2. 필릿의 반지름에 의한 응력 완화가 확대되면, 부가적인 응력완화 효과는 낮아지며, 특히 굽힘하중에서 응력홈의 반지름 증가는 응력분산보다는 새로운 응력 집중이 발생지점으로 역할이 변경되고 있다.

3. 완화 홈의 존재는 다단축에서 굽힘하중의 민감도를 높이는 경향을 보이고 있으며, 특히 반지름이 작은 경우에는 급격한 응력집중현상이 발생하고 있음을 알 수 있다.

4. 언더컷의 반지름이 1.5 mm인 경우에는 단순 필릿 모델보다 굽힘하중에서 5.71 %, 비틀림 하중에서 11.11 % 낮게 발생하였으며, 언더컷이 가공될 수 있는 다단축의 폭에 1/2 크기의 지름이 가장 좋은 응력완화효과를 얻을 수 있다.

참고 문헌

1. Alison, I. M. 1961, "The Elastic Stress Concentration Factors in Shouldered Shafts", Aeronautical Q., Vol. 12, pp. 189.
2. Fessler, H., Rofers, C. C., and Stanley, P., 1969, "Shouldered Plates and Shafts in Tension and Torsion", J. Strain Anal., Vol. 4, pp. 169.
3. Rushton, K. R. 1964, "Elastic Stress Concentration for the Torsion of Hollow Shouldered Shafts Determined by an Electrical Analoque", Aeronautical Q., Vol . 15, pp. 83.
4. Walter D. Pilkey, 1997, Peterson's Stress Concentration Factors, NewYork, JOHN WILEY & SONS, pp. 135~174.
5. 정인성, 1994, "원통이 붙은 평판의 응력집중완화에 대한 연구", 한국정밀공학회지, 11권 5호, pp. 98~109.
6. 김효철, 1969, "축인장하중의 평판의 단부 Fillet 근처의 Relieving Groove가 응력집중에 미치는 영향", 대한조선학회지, 6권 2호, pp. 5~10.
7. Timoshenko, S. and Goodier, J. N., 1970, Theory of Elasticity, 3rd Ed., McGraw Hill, New York, pp. 398.
8. Hartley Grandin, 1991, Fundamentals of the Finite Element Method, Illinois, Waveland Press, pp. 381~387.