

분무 액적 특성 계측을 위한 디지털 입자 홀로그래피 시스템의 개발

Yang Yan* · 강보선†

Development of Digital Particle Holographic System for Measurements of the Characteristics of Spray Droplets

Yang Yan and Boseon Kang

Key Words : Digital particle holography(디지털 입자 홀로그래피), Spray droplets(분무 액적)

Abstract

This study presents development of digital particle holographic system and its application to spray field to measure three-dimensional velocities and sizes of spray droplets. A double exposure hologram recording system with synchronization system for time control was established and digital holograms can be recorded in a short time interval. To process recorded holograms, the correlation coefficient method was used for focal plane determination of particles. To remove noises and improve the quality of holograms and reconstructed images, the Wiener filter was adopted. The two-threshold and image segmentation methods were used in binary image transformation. For particle pairing, the match probability method was adopted. The developed system was applied to spray field and three-dimensional velocities and sizes of spray droplets were measured. The measurement results of digital holographic system were compared with those made by laser instruments, PDPA(Phase Doppler Particle Analyzer), which proved the feasibility of in-line digital particle holographic system as a good measurement tool for spray droplets.

1. 서론

물체를 3차원적으로 기록, 재생할 수 있는 홀로그래피는 측정 체적의 정보를 기록한 이후에, 다양한 방법으로 재생함으로써 홀로그래프에 저장된 많은 양의 정보를 추출할 수 있다. 기존 광학적 홀로그래피를 급속하게 대체하고 있는 디지털 홀로그래피는 홀로그래프의 화학적 처리가 필요하지 않고 시스템을 단순화시킬 수 있으며, 실시간분석이 가능하다는 여러 가지 장점으로 인하여, 여러 분야에서 광범위하게 응용되고 있다⁽¹⁾.

레이저를 이용하여 입자 특성을 계측하는 광계측 시스템으로는 LDV, PDPA, PIV, 영상처리기법, 홀로그래피기법 등이 있다. LDV는 대량의 샘플링이 가능하여 신뢰성이 높은 측정이 가능하고, 3차원 속도 벡터를 얻을 수 있지만, 점 측정이라는 단점이 있고, PIV는 간단한 측정 원리라면 측정이 가능하지만, 영상처리기법과 같이 2차원 속도 측정에 국한된다. PDPA는 속도 측정의 원리는 LDV와 같은 점 측정이지만, 입자의 크기와 형상을 측정하기 위해서 서로 다른 각도에서 입자에 의해 굴절된 빛의 위상 정보를 해석한다.

위와 같은 광계측 시스템이 가지는 단점들을 해결할 수 있는 이상적인 계측 방법으로, 기록 공간의 3차원 재현성이 뛰어나 3차원 공간에 대해서 3차원 속도 벡터를 얻을 수 있는 홀로그래피기법이 있다. 계측기법으로 홀로그래피가 이용되기 시작했던 1960년대부터, 많은 연구자들이 입자 해석을 목적으로 홀로그래피를 이용한

(2010년 1월 18일 접수~2010년 6월 23일 심사완료, 2010년 6월 28일 게재확정)

*Key Lab. of Automobile Parts and Test Technique, Chongqing Univ. of Tech.

†책임저자, 전남대 기계시스템공학부

E-mail : bskang@chonnam.ac.kr

TEL : (062)530-1683 FAX : (062)530-1689

접근을 시도하였다. 초기에는 주로 입자의 크기, 가시화와 관련된 연구가 주를 이루었으나, 근래에는 입자의 크기뿐만 아니라 3차원 속도 측정을 위한 시스템에 대한 연구도 활발해졌다⁽²⁻⁴⁾. 최근 연구가 활발해지고 있는 디지털 입자 홀로그래피(Digital Particle Holography)는 CCD 카메라와 컴퓨터의 급격한 발전과 함께, 홀로그램의 질도 개선되고, 이미지 재생을 위한 계산 속도도 빨라지면서, 입자의 크기, 모양, 3차원 속도와 같은 입자 특성을 계측할 수 있는 가장 적절한 광측정시스템으로 주목받고 있다^(5,6).

본 연구에서는 입자의 크기 및 3차원 속도를 측정할 수 있는 디지털 입자 홀로그래피 시스템을 개발하였다. 레이저 동기화 시스템을 포함하여 디지털 홀로그래피를 기록할 수 있는 이중 펄스 홀로그래피 시스템을 구성하였다. 기록된 홀로그램 및 재생이미지 처리를 위하여, 기존 연구와 다르게 본 연구에서 독자적으로 개발한 방법은, 상관계수법을 이용한 초점면 결정, Wiener 필터를 사용한 잡음 제거, 두 개의 이진화값 및 분할 이진화방법 등이다. 동일 입자의 추적은 일치확률방법을 사용하였다. 개발된 시스템을 사용하여 분무 액적의 크기 및 3차원 속도를 측정하였으며, 레이저 계측장비인 PDPA 측정결과와 비교하여, 입자의 크기와 3차원 속도 계측 시스템으로써 디지털 입자 홀로그래피 시스템의 유용성을 확인하였다.

2. 기본 원리

2.1 디지털 홀로그래피의 원리

광학적 홀로그래피와 마찬가지로 디지털 홀로그래피도 홀로그램을 기록한 후 재생하는 두 단계를 거치지만, 기록 매체로 필름 대신에 CCD 카메라를 사용하고, 기록된 홀로그램을 컴퓨터를 이용하여 수치적으로 재생한다. 디지털 홀로그래피의 광학적 시스템 구성은 in-line 방식이나 off-axis 방식으로 구별되며, in-line 방식이 구성의 단순함 때문에 광범위하게 사용되고 있다. In-line 디지털 홀로그래피의 개념을 Fig. 1에, 홀



Fig. 1 Principle of in-line digital holography

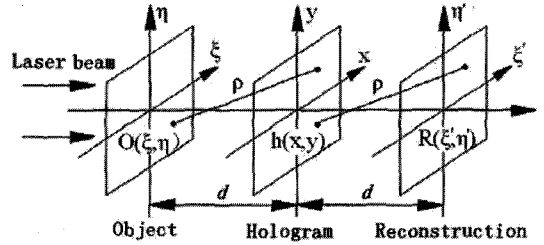


Fig. 2 Coordinate system

로그래피의 기록 및 재생과 관련된 좌표들을 Fig. 2에 나타내었다. 확장된 레이저 빔이 기록 대상이 되는 물체 영역을 통과하면서, 물체에 의해 회절되어 카메라 센서에 도달된 레이저 빔이 물체파(object beam), $O(\xi, \eta)$ 가 되고, 물체에 의한 굴절이 없이 도달한 빔은 기준파(reference beam)가 된다. 두 빔이 카메라 센서에서 중첩되면서 간섭이 발생하게 되고, 카메라 센서에 기록된 간섭 패턴이 홀로그램, $h(x, y)$ 가 된다. 이 홀로그램을 기록 당시사용한 기준광, $E_R(x, y)$ 으로 다시 비추면 재생면에 재생 이미지, $R(\xi', \eta')$ 가 나타나며, 이 회절은 Fresnel-Kirchhoff 적분으로 나타낼 수 있다^(7,8).

$$R(\xi', \eta') = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) E_R(x, y) \frac{\exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}\rho\right)}{\rho} dx dy \quad (1)$$

여기서 λ 는 레이저 빔의 파장, ρ 는 두 인접한 면에서 대응하는 두 점 사이의 거리로 다음과 같이 표현되며

$$\rho = \sqrt{(\xi' - x)^2 + (\eta' - y)^2 + d^2} \quad (2)$$

d 는 두 인접한 평면 사이의 거리이다.

2.2 홀로그램의 재생방법

재생이미지 $R(\xi', \eta')$ 은 Fresnel 근사방법이나 Convolution 방법으로 구할 수 있다⁽⁸⁾. 두 재생방법을 비교한 이전 연구⁽⁹⁾에서 Convolution 방법에 의해 재생된 이미지의 해상도가 Fresnel 방법보다 더 우수했기 때문에 본 연구에서는 Convolution 재생방법을 선택하였다. Convolution 재생방법의 수학적 표현은 다음과 같다.

$$R(\xi', \eta') = F^{-1} \left\{ F[h(x, y)] \cdot F \left[\frac{i}{\lambda} \frac{\exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{d^2 + (x - \xi')^2 + (y - \eta')^2}\right]}{\sqrt{d^2 + (x - \xi')^2 + (y - \eta')^2}} \right] \right\} \quad (3)$$

여기서 F, F^{-1} 은 푸리에 및 역푸리에 변환이다.

3. 디지털 입자 홀로그래피 시스템

3.1 홀로그램 기록 시스템

디지털 홀로그램을 기록하기 위한 시스템을 Fig. 3에 나타내었으며, 장비의 구체적인 사양은 다음과 같다.

- 레이저 : Nd-YAG 레이저 (파장 532 nm)
- CCD 카메라: Megaplus II ES4020 (픽셀 크기 7.4 μm, 픽셀 수 2,048×2,048)
- 펄스발생기: Berkeley 555 (4 채널)
- 이송장치: PI M531 (정밀도: 33 nm)

레이저와 CCD 카메라의 동기화를 위한 펄스 제어 시스템은 Fig. 4에 나타내었다. CCD 카메라의 첫 번째, 두 번째 노출 시간 중에 Q-스위칭에 의해서 이중 레이저 펄스가 생성되어 입자의 두 순간에서의 홀로그램을 기록하게 된다.

3.2 초점면의 결정

홀로그래피에서 재생된 입자 이미지는 일반적인 카메라

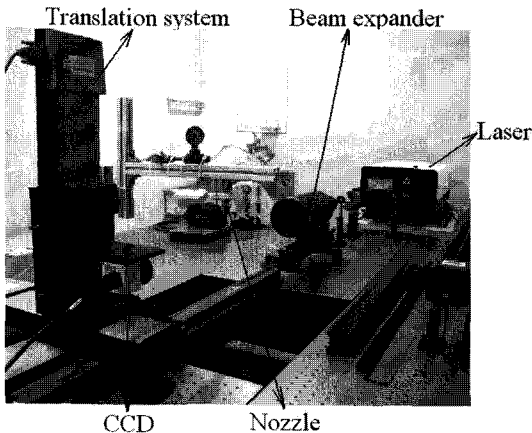


Fig. 3 Digital particle holographic system

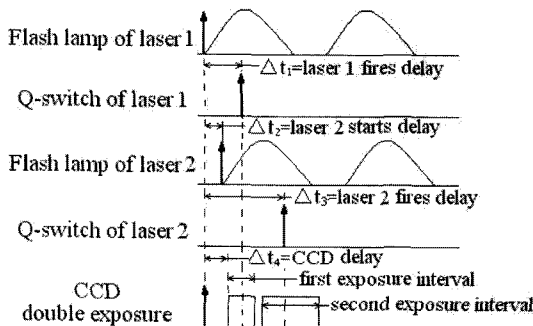


Fig. 4 Control diagram of synchronization system

라 이미지와는 다르게 대개 초점 심도(depth of focus)가 매우 크기 때문에, 초점면을 어떻게 결정하느냐가 입자 홀로그래피 해석에 있어서 중요한 문제 중의 하나이다. 지금까지 제안된 방법 중에는 강도를 이용하는 방법⁽¹⁰⁾, Wavelet 변환에 의한 최대 크기를 이용하는 방법⁽¹¹⁾ 등이 있으며, 본 연구에서는 본 연구그룹에서 제안한 상관 계수법⁽¹²⁾을 사용하였다. 두 영상 F 와 G 에 대해 정의되는 상관계수는 식 (4)와 같이 정의되며, 두 영상간 유사성이 낮으면 0에 가까운 값, 유사성이 아주 높으면 1에 가까운 값을 갖는다.

$$CC = \left[\frac{\sum_m \sum_n (F_{mn} - \bar{F})(G_{mn} - \bar{G})}{\sqrt{\left[\sum_m \sum_n (F_{mn} - \bar{F})^2 \right] \left[\sum_m \sum_n (G_{mn} - \bar{G})^2 \right]}} \right] \quad (4)$$

여기서 m, n 은 픽셀의 색인, \bar{F} 와 \bar{G} 는 각 영상의 평균 명암값을 나타낸다. Fig. 5는 상관계수를 이용한 광축 방향 위치 결정의 개략도이다. 입자이미지는 재생간격 Δz 로 층층이 재생되며, 광축상의 임의 위치에서의 입자의 상관계수는, 그 평면의 앞뒤 일정거리(상관간격: ΔCz)만큼 떨어져 있는 두 위치에서의 입자영상들 간의 상관계수로 정의된다. 입자의 초점면에서는 상관간격만큼 떨어진 두 이미지가 최대한 유사해야 하기 때문에 상관계수가 최대가 되어야 한다. 따라서, 입자의 초점면은 상관계수 곡선의 최대점으로 결정된다.

3.3 잡음 제거

실제 기록되는 홀로그램은 실험 조건과 광학 부품에 의해 많은 잡음을 포함하고 있기 때문에 이를 효과적으로 제거할 수 있는 적절한 이미지처리 방법이 필요하다. 이러한 목적으로 inverse 필터⁽¹³⁾, subtraction 방법⁽¹⁴⁾,

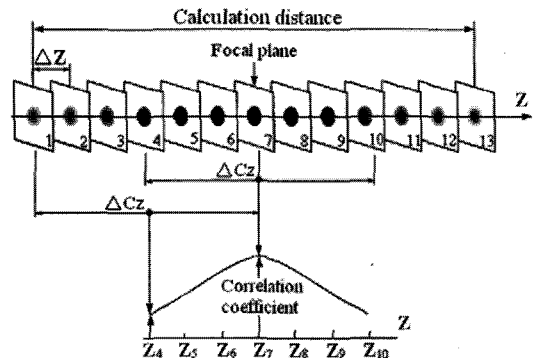


Fig. 5 Correlation coefficient method

Gaussian high pass and spectral 필터⁽¹⁵⁾ 등이 사용되고 있으며, 본 연구에서는 이러한 필터들을 검증해 본 결과 가장 성능이 좋은 Wiener 필터⁽¹⁶⁾를 사용하였다.

푸리에 영역에서 Wiener 필터는 식 (5)로 표현된다.

$$G(\omega_1, \omega_2) = \frac{H^*(\omega_1, \omega_2)S_{uu}(\omega_1, \omega_2)}{|H(\omega_1, \omega_2)|S_{uu}(\omega_1, \omega_2) + S_{\eta\eta}(\omega_1, \omega_2)} \quad (5)$$

$S_{uu}(\omega_1, \omega_2)$ 와 $S_{\eta\eta}(\omega_1, \omega_2)$ 는 각각 본래의 이미지와 노이즈의 파워스펙트럼이고, $H^*(\omega_1, \omega_2)$ 는 inverse 필터, $H(\omega_1, \omega_2)$ 는 blurring 필터이다. 즉, Wiener 필터는 inverse 필터링과 잡음 smoothing 의 두 부분을 가지고 있음을 알 수 있다. 필터 적용의 효과는 Yang과 Kang⁽¹⁷⁾에 나타나 있다.

3.4 이진화

입자의 광축 위치에서 재생된 액적 이미지는 배경과의 명암 차이가 크지 않으며 스펙클을 비롯한 잡음이 많기 때문에 적절한 이진화기준을 사용하여 이진화할 필요가 있다. 본 연구에서는 두 단계에 의해 계산된 이진화기준을 적용하였다. 첫 단계의 이진화기준, I_{th1} 은

$$I_{th1} = I_{1min} + \bar{I}_1 \quad (6)$$

으로 계산되며, I_{1min} 과 \bar{I}_1 은 재생이미지의 최저, 평균 값이다. 두 번째 단계의 이진화기준, I_{th2} 는 첫 단계의 이진화기준, I_{th1} 보다 낮은 값을 대상으로 최저값, I_{2min} 과 평균, \bar{I}_2 를 구하여, 식 (7)에 의해 구해지며, 이를 사용하여 이미지를 이진화한다.

$$I_{th2} = I_{2min} + \bar{I}_2 \quad (7)$$

재생 이미지는 모든 영역에서 균일하지 않기 때문에 전체 영역에서 단일 이진화기준을 사용하여 이진화해 버리면 중요한 정보가 상실될 가능성이 높다. 따라서, 본 연구에서는 전체 영역을 작은 해석 영역으로 구분한 뒤 영역마다 다른 이진화기준을 적용하였으며, 계산 시간을 고려하여 재생이미지를 16 개로 분할하여 서로 다른 이진화기준을 적용하였다.

3.5 입자추적알고리즘

각 펄스의 재생된 액적 이미지에서 액적의 x, y 좌표는 쉽게 결정되며, 광축인 z 좌표는 상관계수법을 사용하여 구함으로써 각 펄스에서의 액적의 3차원 좌표가 구해진다. 다음 단계는 입자추적알고리즘(particle tracking algorithm)을 적용하여 첫 번째와 두 번째 펄스에서

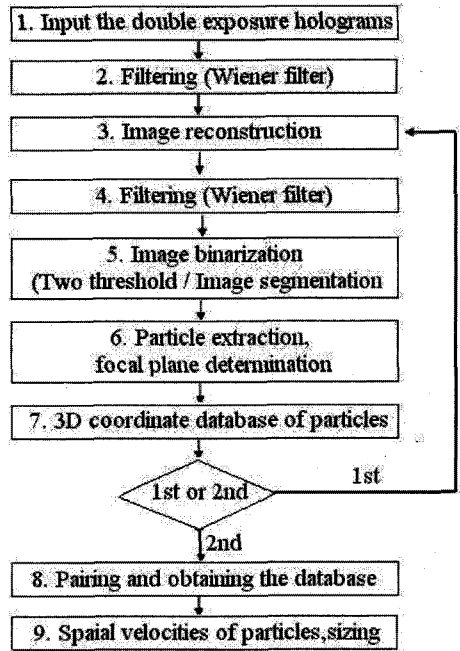


Fig. 6 Flow chart of hologram processing

의 동일 액적을 찾는 것이며, 본 연구에서는 Baek과 Lee의 일치 확률(matching probability) 방법⁽¹⁷⁾을 이용하였다.

3.6 홀로그램 이미지처리

디지털 홀로그램의 기록 후 처리 흐름을 Fig. 6에 나타내었으며, 구체적인 처리 과정은 다음과 같다.

- ① 필요한 파라미터(레이저 파장, 픽셀 크기, 픽셀 수, 재생거리)의 값과 홀로그램 입력
- ② Wiener 필터 이용 홀로그램의 노이즈 제거
- ③ 홀로그램의 재생 및 노이즈 제거
- ④ 이미지의 이진화
- ⑤ 상관계수법을 이용한 입자 초점면 결정 및 입자의 3차원 좌표 추출
- ⑥ 입자추적알고리즘을 이용한 동일 입자 결정
- ⑦ 입자의 3차원 속도, 크기 결정

4. 분무 실험 및 결과

4.1 분무 홀로그램의 기록

디지털 입자 홀로그래피 시스템을 사용하여 상용 분

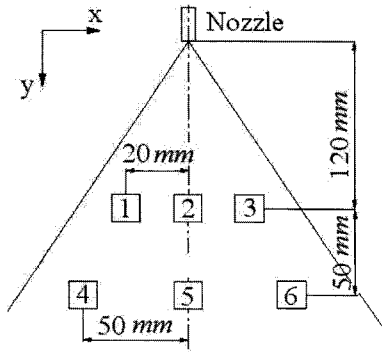


Fig. 7 Recording positions of spray field

무 노즐에서 생성되는 분무 액적의 3차원 속도와 크기를 측정하였다. 노즐 분사압력은 14.7, 19.6, 29.4 kPa로 변화시켰으며, 노즐과 CCD 카메라의 간격은 200 mm, 홀로그램 기록 위치는 Fig. 7에 나타내었듯이 6 위치에서 기록하였다. 각 위치에서 5 회(이중 펄스 홀로그램

10 개)기록하여 한 압력에서 60 개, 총 180 개의 홀로그램을 기록, 처리하였다. 전형적인 분무 홀로그램과 이를 재생한 이미지를 Fig. 8에 나타내었다.

4.2 액적의 속도 측정 결과

Figure 9는 분무 액적의 3차원 속도 성분의 크기와 전체 속도 크기를 각 압력에서의 측정 위치별로 나타내고 있으며, 일반적인 분무에서 예측되는 경향을 보여주고 있다. 즉, 분사 압력이 높을수록 속도가 크고, 분무축을 중심으로 좌우대칭적인 속도를 나타내며, 노즐에서 멀어질수록 속도가 낮아진다. 수평 방향(x, z) 속도성분은 노즐에서 동일 거리에서 분무 중심에서 속도가 낮고, 가장자리로 갈수록 높아진다. 반면, 수직 방향(y) 속도성분은 노즐에서 동일 거리에서 분무 중심에서 속도가 높고, 가장자리로 갈수록 낮아진다. 수평 방향(x, z) 속도성분은 수직 방향(y) 속도성분과 비교하여 그다지 크지 않기 때문에, 액적의 전체 속도 크기는 수직 방향(y) 속도성

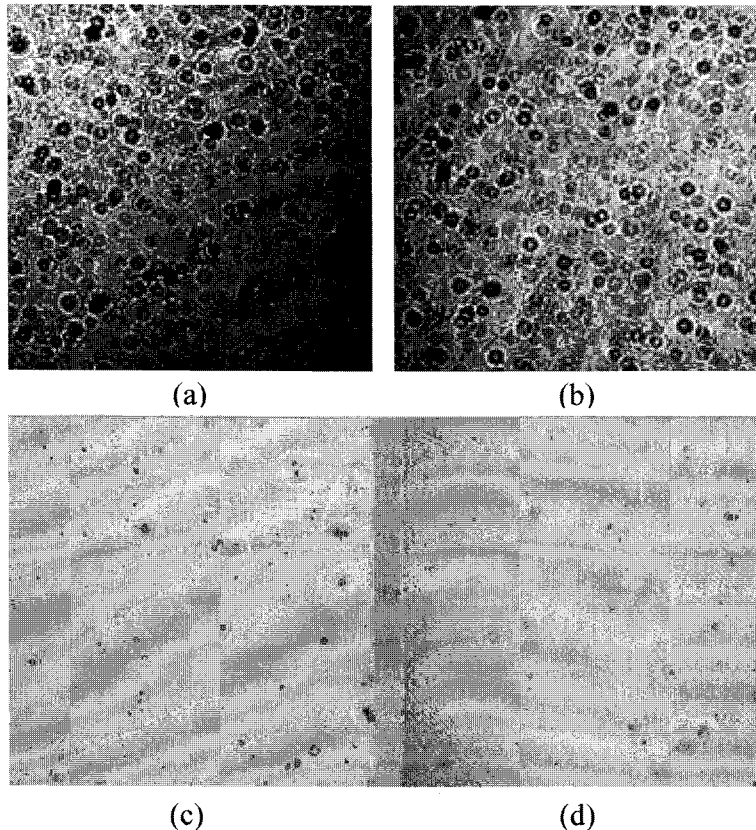


Fig. 8 spray holograms and reconstruction images; (a), (b) first and second exposure holograms, (c), (d) reconstruction images corresponding to (a) and (b)

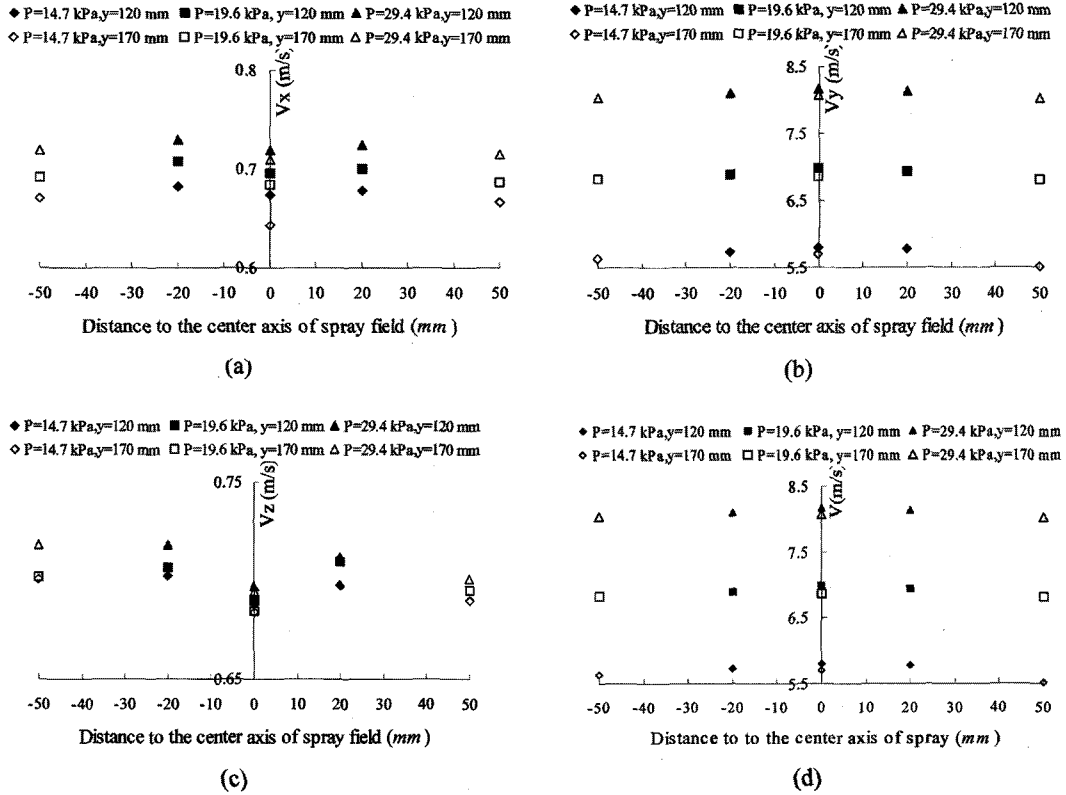


Fig. 9 Absolute velocities of droplets; (a) x component (b) y component (c) z component (d) magnitude of velocities

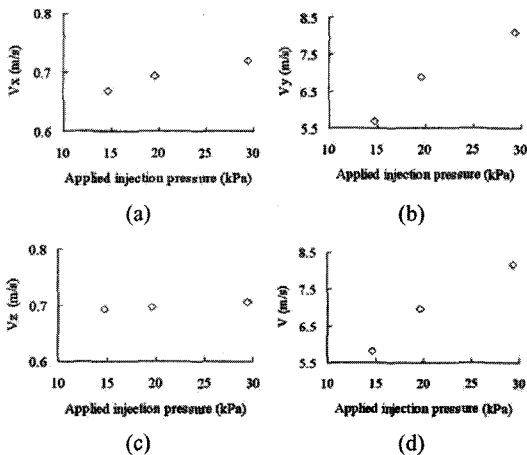


Fig. 10 Mean of absolute velocities of overall droplets; (a) x direction, (b) y direction, (c) z direction, (d) magnitude of velocities

분의 경향과 동일하게 나타난다.

각 압력에서의 전체 액적의 3차원 속도 성분의 크기와 전체 속도 크기를 Fig. 10에 나타내었다. 전체 액적

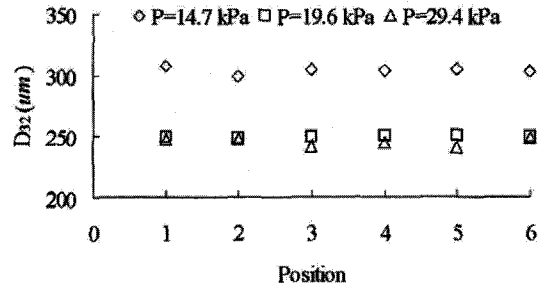


Fig. 11 Sauter mean diameters of spray droplets

에 대해서도 분사 압력이 높을수록 속도가 커지고, 수평 방향(x, z) 속도성분은 비교적 낮은 편이며, 액적의 전체 속도 크기는 수직 방향(y) 속도성분과 거의 동일하다.

4.3 액적의 크기 측정 결과

Figure 11은 분무 액적의 Sauter 평균직경, D_{32} 을 각 압력에서의 측정 위치별로 나타내고 있으며, 분사압력이 높을수록 크기가 작아지며, 분무 중심축에서 작고, 가장자리에서 크게 나타나는 분무에서 예측되는 일반적

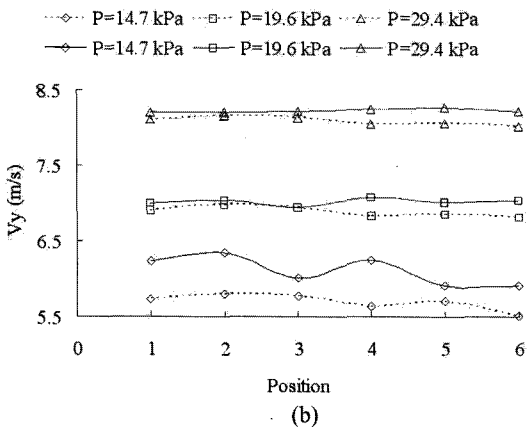
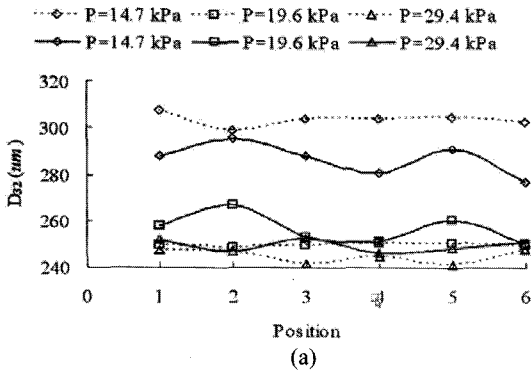


Fig. 12 Comparison of (a) size and (b) velocity in y direction measurements between DH and PDA (PDA: solid line, DH: dotted line)

인 경향을 보여주고 있다.

4.4 측정 결과의 비교

개발된 디지털 입자 홀로그래피 시스템의 효용성을 검증하기 위하여 동일 분무의 동일 압력 조건에서 레이저 계측장비인 PDPA(Phase Doppler Particle Analyzer)를 사용하여 측정한 결과와의 비교를 Fig. 12에 나타내었다. 속도의 경우 압력이 높은 경우는 노즐에서 가까운 위치(1, 2, 3)에서는 거의 비슷한 결과를 나타내고 노즐에서 먼 위치(4, 5, 6)에서는 약간 차이를 나타내고 있다. 하지만, 압력이 낮은 경우에는 모든 위치에서 차이가 크게 나타나는데, 이는 낮은 액적 속도로 인해, 액적의 이동거리가 짧아져, 이동거리 측정오차의 비율이 커지기 때문으로 판단된다. 크기 측정의 경우도 낮은 압력에서는 액적 크기가 크기 때문에 차이가 크게 나타나지만 압력이 높아져 크기가 작아지면 차이가 감소함을 알 수 있다.

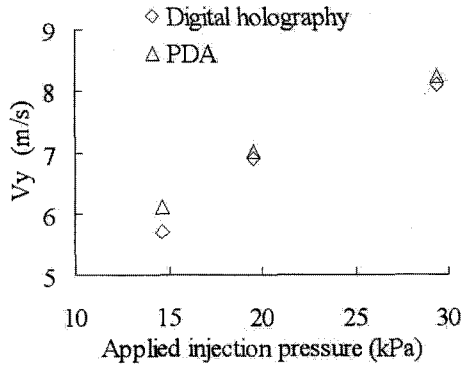


Fig. 13 Comparison of mean velocity of overall spray droplets in y direction between DH and PDA

Figure 13은 분사압력에 따른 수직방향 속도성분을 비교하였으며, 분사압력이 높은 경우 개발된 디지털 입자 홀로그래피 시스템의 결과가 PDA 측정 결과와 잘 일치하는 것을 보여주고 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 입자의 크기 및 3차원 속도를 측정할 수 있는 디지털 입자 홀로그래피 시스템을 개발하고, 개발된 시스템의 효용성을 검증하기 위하여 분무 액체에 적용하여 보았다. 레이저 동기화 시스템을 포함하여 디지털 홀로그램을 기록할 수 있는 이중 펄스 홀로그래피 시스템을 구축하였고, 기록된 홀로그램을 처리하여 입자의 3차원 속도와 크기를 추출할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램은 상관계수법을 이용한 초집면 결정, Wiener 필터를 사용한 잡음 제거, 적절한 이진화값 및 분할 이진화방법 등을 사용한 이진화, 일치 확률방법을 사용한 동일 입자의 추적 등을 통하여 입자의 3차원 속도와 크기를 추출한다. 개발된 시스템을 사용하여 상용 노즐에서 생성된 분무 액체의 크기 및 3차원 속도를 측정하였으며, 레이저 계측장비인 PDPA 측정결과와 비교한 결과, 입자의 크기와 3차원 속도 계측 시스템으로써 디지털 입자 홀로그래피 시스템의 유용성을 확인하였다.

참고문헌

(1) U. Schnars and W. Jueptner, "Digital recording and

- numerical reconstruction of holograms”, *Meas. Sci. Tech.*, Vol. 13, 2002, pp. 85~101.
- (2) C. S. Vikram, “Particle field holography”, Cambridge Univ. Press, 1992, pp. 6~16.
- (3) K. D. Hinsch, “Holographic particle image velocimetry”, *Meas. Sci. Tech.*, Vol. 13, 2002, pp. R61~R72.
- (4) H. Meng, G. Pan, Y. Pu and S. H. Woodward, “Holographic particle image velocimetry: from film to digital recording”, *Meas. Sci. Tech.*, Vol. 15, 2004, pp. 673~685.
- (5) M. Malek, D. Allano, S. Coëtmelec, C. Ozkul and D. Lebrun, “Digital in-line holography for three-dimensional two-components particle tracking velocimetry”, *Meas. Sci. Tech.*, Vol. 15, 2004, pp. 699~705.
- (6) S. L. Pu, D. Allano, B. P. Rouland and M. Malek, “Particle field characterization by digital in-line holography: 3D location and sizing”, *Exp. Fluids*, Vol. 39, 2005, pp. 1~9.
- (7) J. W. Goodman, “Introduction to fourier optics”, McGraw-Hill, 2004, pp. 60~61.
- (8) U. Schnars and W. Jueptner, “Digital holography”, Springer, 2005, pp. 41~53.
- (9) Y. Yang and B. S. Kang, “Application of digital holography to sprays”, *Proc. Asia Display*, 2007, pp. 2050~2054.
- (10) F. Dubois, C. Schockaert, N. Callens, and C. Yourasowsky, “Focus plane detection criteria in digital holography microscopy by amplitude analysis”, *Opt. Express*, Vol. 14, 2006, pp. 5895~5980.
- (11) C. B. Lefebvre, S. Coëtmelec, D. Lebrun and C. Özkul, “Application of wavelet transform to hologram analysis: three-dimensional location of particles”, *Opt. Laser Eng.*, Vol. 33, 2000, pp. 409~421.
- (12) Y. J. Choo and B. S. Kang, “The characteristics of the particle position along an optical axis in particle holography”, *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 17, 2006, pp. 761~770.
- (13) L. Denis, C. Fournier, T. Fournel and C. Ducottet, “Twin-image noise reduction by phase retrieval in in-line digital holography”, *Proc. SPIE*, Vol. 5914, 2005, J1~J14.
- (14) V. R. Singh and A. K. Asundi, “Amplitude contrast image enhancement in digital holography for particles analysis”, *Proc. SPIE*, Vol. 5878, 2005, pp. 17.1~17.8.
- (15) S. Kim and S. J. Lee, “Effect of particle concentration on digital holographic PTV measurement”, *Trans. of the Korea Society of Mech. Eng. B*, Vol. 30, 2006, pp. 929-934.
- (16) A. K. Jain, “Fundamentals of digital image processing”, Prentice-Hall, 1989, pp. 276-284.
- (17) Y. Yang and B. S. Kang, “A study on determination of the focal plane of particle in digital particle holography”, *Trans. of the Korea Society of Mech. Eng. B*, Vol. 32, No. 5, 2008, pp. 374-381.
- (18) S. J. Baek and S. J. Lee, “A new two-frame particle tracking algorithm using match probability”, *Exp. Fluids*, Vol. 22, 1996, pp. 23-32.