대한수학교육학회지 <학교수학> 제 12 권 제 1 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.12, No.1, 45-60. Mar. 2010

우리나라 초등학교 수학과에서의 각도 관련 내용의 분석과 비판

박 교 식*

학교수학에서 '각도'는 용어로서의 실효성을 상실한 반면에, '각의 크기'라는 표현이 우세한 만큼, 그 표현의 수용을 고려할 필요가 있다. 교과서에서 각의 크기는 변의 길이와 관계없이 두 변이 벌어진 정도에 따라 다르다는 것을 명시할 필요가 있다. 해설서의 내용과 교과서의 내용을 일치시켜야 한다. 교과서에서는 각의 크기를 측정하기 위한 임의단위를 취급하지 않는다. 임의단위에 의한 각의 크기의 측정을 생각할 수는 있지만, 그것이 그다지 행해지지 않는다는 실정을 받아들여, 해설서에서 그것을 요구하지 않는 것을 고려할 필요가 있다. 해설서에서 1직각의 표준단위로서의 역할을 명시할 필요가 있고, 교과서에서도 그것을 활용하는 장면을 제시해야 한다. 교과서에서는 삼각형의 세 각의 크기의 합을 구하는 과정과 사각형의 네 각의 크기의 합을 구하기 위해 삼각형과 사각형을 각각 잘라 붙이는 과정에서, 학생들이 크기가 180도인 각과 360도인 각이 그림으로 어떻게 표현될 수 있는지 알고 있다는 것을 전제로 하고 있다. 그것은 비약이다.

I. 서론

각도는 각의 두 변이 꼭짓점을 중심으로 벌어진 정도를 수치적으로 나타내기 위해 만든 양이다. 우리나라의 경우, 2006년 초등학교 교육과정(교육과학기술부, 2006, 이하 간단히 '2006년 교육과정')에 따르면 초등학교에서부터 각도를 취급한다. 각도를 나타내는 방법에는 육십분법과 호도법의 두 가지가 있지만, 초등학교에서는 육십분법만을 취급한다. 우리나라 초등학교에서 취급하는 각도와 관련한 기존의 연구에서는 컴퓨터 기반의 각도 학습 프로그램 등과 같이 학생들이 각도를 단계적으로 숙달하도록 도와주는 외적인 장치 마련에 주로 초점을 맞추고 있다(강희태 · 권연근, 1998; 김동강, 2003; 박응규, 안변홍, 2006; 백종림, 2009). 그러한 외적 장치 마련과 함께 각도 관련 지도내용에 대한 분석과 비판도 충분히 이루어질 필요가 있다. 이상훈(1995)과 이종희(2001)의 논의를 이 범주에 포함시킬 수 있다. 이상훈(1995)은 호도법이 육십분법보다 합리적이라는 이유에서 초등학교에서의 호도법 도입을 주장하지만, 호도법이 고등학교 학생들에게도 쉽지 않다는 점에서(김현웅, 2001; 나병채, 2002; 강윤수, 박수정, 2003; 장영수, 2006; 정현아, 2008; 송은영, 2008), 그러한 주장을 뒷받침할 수 있는 증거가 요구된다. 이종희(2001)는 초등학교에서 각의 정의를 도입하기 전에 각을 인식하게 하는 다양한 상황의 제시가 부족하며, 상황적 각 개념과 문맥적 각 개념 단계가 거의 생략되고, 추상적 각 개념으로 제시되고 있다고 지적하고 있지만, 각도가 아닌 각에 초점을 맞추고 있다.

초등학교에서의 각도 관련 지도내용의 적부에 관해 논의하기 위해서는 각도 관련 지도내용에 대한 분석과 비판이 필요하다. 각도 관련

* 경인교육대학교 (pkspark@ginue.ac.kr)

지도내용은 직접비교, 간접비교, 임의단위에 의한 측정, 표준단위에 의한 측정, 간접측정에 관련된 것이다. 또, 일반적으로는 각도를 이런 순서로 지도한다. 여기서 직접측정이 어려운 각의 경우, 그 각의 축도를 그려서 그 각도를 측정하는 것이 간접측정에 해당하는데, 초등학교에서는 사실상 이 간접측정을 취급하지 않는다(片桐重男, 1995; 이용률, 2005; 교육과학기술부, 2008a). 2006년 초등학교 교육과정 해설서(이하, 간단히 '2006년 해설서')에서는 이 일련의 각도 관련 지도내용과 지도단계를 합쳐 "각의 크기를 직접 비교해 보고, 간접비교가 필요한 상황을 제시하여 임의단위 필요성을 알게 한다. 각의 크기를 임의단위의 몇 배로 나타내어 보고, 임의단위의 불편함을 느끼게 하여 표준단위의 필요성을 알게 한다(교육과학기술부, 2008a, p.101)."라고 요약하고 있다. 본 연구에서는 이러한 것에 초점을 맞추어 초등학교에서 취급하는 각도 관련 지도내용에 대한 분석과 비판을 시도한다.

본 연구에서는 특히 다음의 세 가지에 관해 논의한다. 첫째, 각도라는 용어와 각의 크기라는 표현에 관해 논의한다. 초등학교에서는 각도라는 용어 이외에도 각의 크기라는 표현이 실질적인 수학용어로서의 역할을 하며, 초등학교 교과서에서뿐만 아니라, 중·고등학교 교과서에서도 우세하게 사용된다. 둘째, 각도 측정을 위한 임의단위와 표준단위에 관해 논의한다. 2006년 해설서에서는 위의 인용문에서 볼 수 있듯이, 임의단위에 의한 측정과 관련하여, 간접비교가 필요한 상황을 제시하여 임의단위의 필요성을 알게 하고, 각의 크기를 임의단위의 몇 배로 나타내어 보고, 임의단위의 불편함을 느끼게 하여 표준단위의 필요성을 알게 할 것을 주문하고 있지만, 교과서에서는 사실상 임의단위에 의한 측정을 찾을 수 없다. 셋째, 초등학교에서 취급하는 각도의 범위에 대해 논의한다. 교과서를 보면, 180도 미만의 각도만을 취급하는 것처럼 보이기도 하고, 360도까지의 각도를 취급하고 있는 것처럼 보이기도 한다. 사실상 2006년 교육과정이나 2006년 해설서에서는 초등학교에서 취급하는 각도의 범위를 명확하게 언급하고 있지 않다.

II. 각도와 각의 크기: 용어의 문제

2006년 교육과정에 따르면, 초등학교 3학년에서 평면도형으로서의 각을 처음으로 도입한다. 초등학교 수학 <3-1>교과서(교육과학기술부, 2010a, p.35)에서는 "한 점에서 그은 두 직선으로 이루어진 도형을 각이라고 합니다."와 같이 각을 정의하면서 그 구성요소인 꼭짓점과 변도 정의하고, 기호를 사용하여 각을 나타내는 방법도 정의한다. 초등학교 3학년에서는 예각, 직각, 둔각을 대상으로 한다. 이때 직각이라는 용어를 정의하고 사용하지만, 예각과 둔각이라는 용어는 사용하지 않는다. 예각과 둔각이라는 용어는 4학년에서 각도를 학습한 후에 정의한다. 학생들이 각을 주로 삼각형, 사각형 등의 볼록다각형에서 보게 되기 때문에, 3학년 학생들이 보는 각은 자연스럽게 크기가 180도보다 작은 각에 한정된다. 특별히 3학년 학생들은 각의 두 변이 ㄴ 모양으로 벌어졌을 때, 그 각을 직각이라고 한다는 것을 배우기 때문에, 각도를 배우기 전까지는 어떤 각이 직각인지 아닌지를 판단할 때 자신의 시각이나 삼각자에 의존해서 ㄴ 모양을 확인해야 한다. 3학년에서 각을 도입한 후에 4학년에서 예각, 직각, 둔각을 대상으로 각의 두 변 사이의 벌어진 정도를 양으로 나타내는 각도를 도입한다. 이때 학생들은 각의 벌어진 정도를 시각적

으로 확인한다. 예를 들어 학생들은 직각의 두 변은 예각의 두 변보다 더 벌어졌고, 둔각의 두 변은 직각의 두 변보다 더 벌어졌다는 것을 시각적으로 판단할 수 있다.

각도는 일상어이면서 동시에 수학용어이다. 국어사전에서는 일상어로서의 각도를 '생각의 방향이나 관점'이라고 설명하고 있고, 수학용어로서의 각도를 '한 점에서 갈리어 나간 두 직선의 벌어진 정도'라고 설명하고 있다. 생각의 방향이나 관점을 나타내는 일상어로서의 각도와 각의 두 변 사이의 벌어진 정도를 나타내는 수학용어로서의 각도 사이에는 엄밀히 말하자면 별 관계가 없다. 전자의 각도는 약간의 도형적인 뉘앙스를 갖는 반면, 후자의 각도는 양을 나타내기 때문이다. 그래서 일상어로서의 각도의 의미가 수학용어로서의 각도의 의미를 받아들이는데 방해가 될 수도 있다. 각도는 한자 角度를 한글로 옮긴 것이기도 하고, 영어 angular measure를 번역한 것이기도 하다. 문맥상 angle을 각도라고 번역할 때도 있다. 각도라는 용어는 편수자료(교육과학기술부, 2007)에 등재되어 있고, 대한수학회의 수학용어집(인터넷판)에도 등재되어 있지만, 2006년 교육과정의 <용어와 기호> 난에 수학용어로 등재되어 있지는 않다.

2006년 교육과정에 따른 초등학교 수학<4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b, 이하, 간단히 <4-1>교과서)에서는 각도라는 용어를 도입하기에 앞서, 그것의 순화어라고 할 수 있는 각의 크기라는 표현을 사용하며, 각의 크기를 사용하여 "각의 크기를 각도라고 합니다(교육과학기술부, 2010b, p.46)."와 같이 각도를 정의한다. 이 교과서에서는 이 정의 이후에는 각의 크기라는 표현 대신 각도라는 용어를 사용할 것을 주문한 것이지만, <4-1>교과서에서는 각도를 정의한 이후에도 여전히 각의 크기라는 표현을 사용한다. 예를 들어 '삼각형의 세 각의 크기의 합(p.52)', '사각형의 네 각의 크기의 합(p.54)'이라고 한다. 각각 '세 각의 각도', '네 각의 각도'라고 해도 될 것을 '세 각의 크기', '네 각의 크기'라고 한다. 중학교 교과서와 고등학교 교과서에서도 각도라는 용어와 각의 크기라는 표현을 혼용하거나 또는 각의 크기라는 표현을 우세하게 사용한다(계승혁 외, 2009; 김홍종 외, 2009; 우정호 외, 2009a, 2009b; 정상권 외, 2009; 황선욱 외, 2009a, 2009b). 예를 들어 '∠A의 크기', '세 각의 크기', '동위각의 크기', '엇각의 크기', '내각의 크기', '외각의 크기', '중심각의 크기' 등과 같이 표현한다. 이들을 각각 '∠A의 각도', '세 각의 각도', '동위각의 각도', '엇각의 각도', '내각의 각도', '외각의 각도', '중심각의 각도' 등과 같이 표현하지 않는 경우가 보편적이다. '~각의 각도'에 '각'이 겹쳐서 어감이 나쁘다는 것도 있지만, 더 근본적인 이유는 굳이 각도라는 용어를 사용하지 않아도 되기 때문이다. 많은 교과서에서 각도라는 용어를 사용하지 않는다는 사실은 각도라는 용어가 불가피하지 않다는 것을 말해 준다.

각의 두 변이 벌어진 정도를 '각의 크기'라고 말하는 것이 적절해 보이지는 않지만, 초등학교에서뿐만 아니라 중·고등학교에서도 각의 크기라는 표현을 이미 널리 사용하고 있다는 점 때문에도 다른 표현을 사용하는 것이 어렵기도 하지만, 사실 국어에는 각의 두 변이 벌어진 정도를 나타내는 적절한 어휘가 없다. 예를 들어 두꺼운 정도를 두께, 무거운 정도를 무게라고 하는 것처럼, 각의 두 변이 벌어진 정도를 나타내는 별도의 적절한 어휘를 찾을 수 없어서 '크기'를 사용하여 각의 크기라고 한 것처럼 보이지만, 각의 크기라는 표현을 우리나라 교과서에서만 사용하는 것은 아니다. 북한의 소학교 3학년 교과서(남호석, 김희일,

2002, p.53)에서도 각의 크기라는 표현을 사용한다. 중국 교과서를 번역하여 사용하는 연변 조선족의 교과서에서도 각의 크기라는 표현을 사용한다(人民教育出版社小學數學室編著, 2003, p.167). 그것은 중국 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2002, p.122)에서 사용하는 角的大小를 번역한 것이다. 또, 일본 교과서(澤田利夫 외, 2001a, p.4)에서도 각의 크기에 해당하는 角の大きさ를 볼 수 있다. 따라서 각의 크기라는 표현이 우리나라에서 만들어졌다고 볼 수는 없다.

영어에도 국어에서처럼 각의 두 변 사이의 벌어짐의 정도를 직접적으로 나타내는 단어가 없다(Osborne, 1976). angular measure(또는 measure of angle 또는 angle measure)라는 단어에서 각의 두 변 사이의 벌어짐의 정도를 연상하는 것은 사실상 불가능하다. measure에 그런 의미가 없기 때문이다. 이런 영어 용어 이외에 각의 크기에 해당하는 영어 표현을 전혀 볼 수 없는 것은 아니다. 예를 들어 Fuys, Geddes, & Tischler(1988, p.5)에서 angle's size를 볼 수 있다. 그러나 일본어 角の大きさ, 중국어 角的大小, 국어 각의 크기가 angle's size를 번역한 것으로 생각할 수는 없다. 한편, 위에서 인용한 북한의 소학교 교과서에서는 각도라는 용어를 찾을 수 없다. 또, 이 북한 교과서에서는 각도기 대신 분도기(分度器)라는 용어를 사용한다. 분도기는 국어사전에 등재되어 있지만, <4-1>교과서에서는 사용하지 않는다. 위에서 인용한 중국 교과서에서도 角度라는 용어를 찾을 수 없었고, 그것을 번역한 조선족 교과서에서도 각도라는 용어를 찾을 수 없었지만, 중국어사전(인터넷)에서는 角度라는 용어를 찾을 수 있다.[1] 이 사전에서는 角度에 대해 指角的大小(즉, 각의 크기를 가리킨다)라고 적고 있다. 이것을 보면, 일본어 角の大きさ, 중국어 角的大小, 국어 각의 크기라는 표현은 모두 각도(角度)를 순화시킨 표현으로 볼 수 있다.

그런데 위에서 인용한 일본 교과서에서는 "각의 크기를 각도라고도 합니다."와 같이 진술함으로써, 각의 크기가 각도를 순화한 표현일 뿐만 아니라 각도와 호환 가능한 용어라는 것을 분명히 하고 있다. 2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.100)에서 "각의 크기(각도)는 각의 꼭짓점을 중심으로 두 변이 벌어진 양"이라고 하고 있는데, 여기서 '각의 크기(각도)'는 사실상 각의 크기와 각도를 호환 가능한 용어로 간주한다는 것을 시사한다. 하지만 우리나라 초등학교 교과서에서 명시적으로 각의 크기를 용어로 간주하고 있는 것은 아니다. 그래서 각의 크기를 수학용어라고 말할 수는 없지만, 그것은 사실상 각도라는 용어를 정의하기 전뿐만 아니라, 그 후까지도 그리고 실제로는 중·고등학교에서도 수학용어로서의 역할을 한다. 오히려 각도라는 용어를 찾아보기가 어렵고, 초등학교 이후에는 그것을 사실상 거의 사용하지 않는다. 이렇게 보면 각도기를 제외하고는 각도라는 용어 사용이 불가피하다고 보기 어렵다. 그런 만큼 초등학교에서 각도라는 용어를 포기하고 각의 크기라는 표현을 무정의 용어처럼 사용하는 것을 생각할 필요가 있다. 이때 각도기는 '각의 크기를 재는 기구의 이름' 정도로 소개하면 된다. 또는 각도기 대신 분도기라는 용어를 사용하면, 각도라는 용어를 피할 수 있다.[2] 제7차 초등학교 교육과정에 따른 <4-가>교과서(교육인적자원부, 2005, p.52, 이하, 간

1) http://www.nciku.cn

2) 이하 이 논문에서도 각도라는 용어를 사용하지 않아도 된다는 것을 예시하기 위해, 각의 크기라는 표현과의 대비 과정에서 각도라는 용어를 반드시 사용해야 하는 경우를 제외하고는, 각도라는 용어 대신 각의 크기라는 표현을 사용한다. 다만 각도기라는 용어는 그대로 사용한다.

단히 7차 <4-가>교과서)에서 각도라는 용어를 정의하고 있지만, 사실 제7차 초등학교 교육과정(교육부, 1998)과 그 해설서(교육인적자원부, 1999c)에서 각도라는 용어를 사용해야 한다고 한 것은 아니다. 이에 비해 2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.100)에서는 '각도의 뜻을 알게 한다.'는 목표를 명확히 제시하고 있다.

각의 크기라는 표현은 '(두 각 중 어느 한) 각이 더 크다(또는 작다)'라는 표현과 관련이 있다. 두 각의 크기를 직접비교할 수 있기 위해서는 한 각을 다른 각 위로 직접 옮겨놓을 수 있어야 한다. 예를 들어 각 A, B에 대해 각 A의 한 변과 각 B의 한 변을 꼭짓점이 일치하도록 포개어 놓고, 각 A의 나머지 한 변과 각 B의 나머지 한 변이 서로 어떤 위치에 있는지 살펴본다. 이때 세 가지 경우를 생각할 수 있다. 첫째 각 B가 각 A보다 더 큰 경우이다. (또는 각 A가 각 B보다 더 작은 경우이다.) 둘째 각 B가 각 A보다 더 작은 경우이다. (또는 각 A가 각 B보다 더 큰 경우이다.) 셋째 각 A와 각 B가 (서로) 같은 경우이다. 현재 우리나라 <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b, p.45)에서는 앞의 두 경우를 취급하는 반면, 셋째 경우는 취급하지 않는다.

북한의 소학교 3학년 교과서(남호석, 김희일, 2002, p.52)에서는 두 각의 크기를 직접비교하는 장면에서 "두 각을 꼭 맞게 겹쳐 놓을 수 있으면 두 각은 같다고 말합니다."와 같이 '두 각은 같다'를 정의하고 있다. 중국 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2002, p.122)에서도 두 각의 크기를 직접비교하는 장면에서 두 각이 같다는 것을 취급하고 있다. 이것을 번역한 연변 조선족 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2003, p.168)에서는 '두 각이 같다'는 표현을 사용하고 있다. 이에 비해 우리나라 초등학교 교과서에서는 '두 각이 (서로) 같다'는 표현 대신, 각의 크기를 재기 위한 표준단위를 도입한 후에 '(서로) 크기가 같은 각'이라는 표현을 사용한다.[3] 이 표현은 명백히 '두 각의 크기가 (서로) 같다'는 것을 염두에 둔 것이다.

이와 같이 '두 각이 (서로) 같다'는 표현을 사용하지 않을 수도 있고, 사용할 수도 있다. 두 각의 크기를 비교하면서 한 각이 다른 한 각보다 크다(또는 작다)는 표현을 사용하게 되면, 북한 교과서나 중국 교과서에서처럼 동시에 두 각이 (서로) 같다는 표현을 사용하는 것이 자연스러울 수 있다. 그런데 우리나라 교과서에서처럼 그 표현을 사용하지 않는 데에도 나름대로의 이유가 있다. 예를 들어 두 각 A, B가 별개의 서로 다른 각이라면, 그 두 각을 꼭 맞게 겹쳐 놓을 수 있다고 하더라도 그 두 각은 별개의 도형이기 때문에 서로 합동일 수

3) <4-1>교과서(교육인적자원부, 2010b, p.63)에서 "각의 크기를 재어보고 서로 같은 각을 찾아 색칠하시오."라는 문장을 볼 수 있다. 그러나 여기서 '서로 같은 각'이 '두 각이 같다'는 것에서 비롯된 것으로 볼 수 없다. 이 이전에 '두 각이 같다'는 것을 염두에 두고 '(서로) 같은 각'이라는 표현을 사용한 적이 없고, 이 이전과 이후에도 '크기가 같은 각'이라는 표현을 사용하고 있으므로, 이 문장에서 '서로 같은 각'은 실제로는 '크기가 서로 같은 각'의 오기라고 보아야 한다. 이 교과서에서는 이 이외에도 오기로 볼 수 있는 곳이 있다. 예를 들어 같은 쪽에서 "각도기를 이용하여 두 각이 각각 30°인 이등변삼각형을 그리고 그린 삼각형의 두 변의 길이가 서로 같은지 확인해 보시오."는 "각도기를 이용하여 두 각의 크기가 각각 30°인 이등변삼각형을 그리고 그린 삼각형의 두 변의 길이가 서로 같은지 확인해 보시오."라고 하는 것이 바르다고 할 수 있다. 또, 67쪽에도 오기로 볼 수 있는 것이 있다. "직각보다 작은 각을 예각이라고 합니다. 직각보다 크고 180°보다 작은 각을 둔각이라고 합니다."와 같이 예각과 둔각을 정의하는데, 이때 직각은 각의 크기를 나타내는 표준단위로서의 1직각을 의미하지 않는다. 따라서 '180°보다 작은 각'은 '평각'이 되어야 한다. 그러나 초등학교에서 평각이라는 용어를 사용하지 않지 때문에, '180°보다 작은 각' 대신 '크기가 180°보다 작은 각' 또는 '각도가 180°보다 작은 각'이라고 해야 할 것이다. 이러한 오기는 도형으로서의 각과 측도(測度, measure)로서의 각의 크기를 혼동하거나 혼용하는 것에서 비롯된 것이라 할 수 있다.

는 있지만 서로 같은 각일 수는 없다. 즉, 각을 도형의 관점에서만 보면, 별개의 두 각이 그 크기는 서로 같을 수 있지만 서로 같은 각이 될 수는 없다. 이런 이유에서 <4-1>교과서에서는 '두 각이 같다'는 표현을 사용하지 않고, 그 대신 (서로) 크기가 같은 각이라는 표현을 사용하는 것이라 할 수 있다. 이 표현은 도형으로서의 각에 초점을 맞추는 대신 양인 각의 크기에 초점을 맞춘 것이다.

한편, 2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.100)에서는 '각도의 뜻을 알게 한다.'는 하위 목표를 설명하면서 "각의 크기는 그려진 변의 길이와 관계없이 두 변이 벌어진 정도를 말하는 것임을 알게 한다."고 진술하고 있다. 그러나 <4-1> 교과서에서는 이런 내용을 취급하지 않고 있다. 이에 비해, 7차 <4-가> 교과서(교육인적자원부, 2005, p.41)에서는, 각의 크기를 비교하는 장면에서 "각의 크기는 그려진 변의 길이와 관계없이 두 변이 벌어진 정도에 따라 다릅니다."라는 진술에서 볼 수 있듯이, 이 내용을 분명하게 취급하고 있다. 2006년 해설서를 존중한다면 <4-1> 교과서에서 각의 크기를 비교하는 장면에서 이 내용을 취급하는 것이 옳다.

III. 각의 크기를 측정하기 위한 임의단위와 표준단위

임의단위에 의한 각의 크기의 측정과 관련하여, 2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.101)에서는 첫째로 간접비교가 필요한 상황을 제시하여 임의단위의 필요성을 알게 하고, 둘째로 각의 크기를 임의단위의 몇 배로 나타내어 보고 임의단위의 불편함을 느끼게 할 것을 주문하고 있다. 두 각의 크기를 간접비교하기 위해서는 그 중의 한 각 또는 두 각 모두의 본을 떠서 두 각의 크기를 직접비교할 때처럼 하면 된다(片桐重男, 1995; 이용률, 2005). 두 각의 크기가 확연히 차이나는 경우에는 한 각을 다른 한 각 위로 옮겨서 직접비교하지 않아도 시각적으로 두 각의 크기를 분명하게 비교할 수 있다. 그러나 두 각의 크기가 시각적으로 확연히 차이나지 않으면 직접비교를 해야 한다. 이때 두 각 중 어느 하나라도 옮길 수 없다면 직접비교가 불가능하고 간접비교를 해야 한다. 예를 들어 지도 위에 그려져 있는 두 개의 각은 움직일 수 없기 때문에, 한 각을 투명 종이 등을 사용하여 본을 뜬 후, 그것을 다른 한 각에 겹쳐 그 크기를 비교해야 한다(片桐重男, 2001). 이와 같은 상황이 바로 두 각의 크기를 간접비교하는 상황이다.

초등학교에서 두 각의 크기를 간접비교하는 상황을 취급하지 않을 수도 있다. 예를 들어 일본 교과서(澤田利夫 외, 2001a), 북한 교과서(남호석, 김희일, 2002), 중국 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2002)와 이것을 번역한 연변 조선족 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2003)에서는 두 각의 크기를 간접비교하는 상황을 찾을 수 없다. 북한 교과서(p.53)와 중국 교과서(p.122; 연변 조선족 교과서, p.168)에서는 두 각의 크기를 직접비교하는 것에 이어 간접비교와 임의단위에 의한 측정을 생략한 채 곧바로 각의 크기를 재기 위한 표준단위를 도입한다. 초등학교 수준에서는 두 각의 크기를 간접비교하는 실제적인 상황이 그다지 많이 일어나지 않는다는 주장(이용률, 2005)이 있긴 하지만, 두 각의 크기를 간접비교하는 상황을 생각할 수 없는 것은 아니다. 예를 들어 〈4-1〉 교과서에서는 두 각의 크기를 간접비교하는 상황을 보여주고 있다. 여기서는 시각적으로 크기가 확연히 차이나지 않는 두 각을 제시하고, 투명 종이를 이용하여 어느 한 각의 본을

뜬 다음, 그것을 다른 한 각에 겹쳐보게 하고 있다(교육과학기술부, 2010b, p.45).

어떤 각 A가 있을 때, 임의로 그 각보다 작은 각 B를 만들어 각 A의 크기가 각 B의 크기의 몇 개분인가를 알아보는 것이 임의단위에 의한 각의 크기의 측정이다(片桐重男, 1995; 이용률, 2005). 이때 작은 각 B의 크기가 임의단위 즉, 큰 각 A의 크기를 측정하기 위한 단위의 역할을 한다. 제7차 초등학교 교육과정 해설서(교육인적자원부, 1999c, p.61)에서 "각의 크기를 직접 비교해 보고, 간접비교가 필요한 상황을 제시하여 임의단위 필요성을 느끼게 한다. 각의 크기를 임의단위의 몇 배로 나타내어 보고, 임의단위의 불편함을 느끼게 하여 보편단위인 도(°)를 도입한다."와 같이 간접비교가 필요한 상황을 제시하여 임의단위 필요성을 느끼게 한다는 주문을 했었지만, 7차 <4-가> 교과서(교육인적자원부, 2005)에서 그것이 구현된 것은 아니다. 실제로는 7차 <4-가> 교과서에서 임의단위를 사용한 각의 크기의 측정을 전혀 취급하지 않았다. 제7차 초등학교 교육과정 해설서에서의 이 부분은 2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.101)에서도 사소한 자구 수정을 제외하면 거의 그대로 반복되고 있고, 또한 <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b)에서도 임의단위를 사용한 각의 크기의 측정을 전혀 취급하지 않고 있다.

우리나라 초등학교 교과서에서 임의단위에 의한 각의 크기의 측정을 취급한 적이 없었던 것은 아니다. 예를 들어 제6차 초등학교 교육과정 해설서에서는 임의단위에 의한 각의 크기의 측정의 취급을 명시적으로 언급하지 않았지만, 제6차 초등학교 교육과정에 따른 <4-1> 교과서(교육부, 1999a, p.39, 이하, 간단히 6차 <4-1> 교과서)에서는 단위각 U를 주고, 그것의 본을 떠서 각 A, B, C의 크기를 단위각 U의 크기의 몇 배로 나타내게 하고 있다.[4] 이때 단위각 U는 임의로 주어진 것이다. 따라서 단위각이 달라지면, 예를 들어 단위각 W를 주고, 그것의 본을 떠서 각 A, B, C의 크기를 단위각 W의 크기의 몇 배로 나타내게 하면, 그 결과는 앞의 단위각 U를 사용한 결과와 달라진다. 각의 크기를 간접비교하는 상황에서, 예를 들어 어떤 각 A의 크기가 그냥 임의로 만든 작은 각 U의 크기의 몇 배가 되는가 하는 것이 궁금할 이유가 없다. 그렇기보다는 각 U가 임의의 각이기는 하지만, 각 A의 크기가 각 U의 크기의 몇 배가 되는지를 측정해야 할 나름대로의 이유가 있어야 한다. 학생들에게 어떤 단위각 U를 사용하는 상황을 제시할 수는 있지만, 이때 그 단위각 U를 사용하지 않으면 안 되는 타당한 이유를 제시하는 것은 쉽지 않다.

7차 <4-가>교과서와 <4-1>교과서에서 임의단위에 의한 각의 크기의 측정을 구현하지 못하는 것은 초등학교 수준에서 그러한 상황이 학생들에게 의미 있도록 제시하는 것이 결코 쉽지 않기 때문이다. 이제 2006년 교육과정이 본격적으로 시행되고 있으므로, 2006년 해설서와 <4-1> 교과서 사이의 불일치에 주목할 필요가 있다. 교과서가 본질적으로 초등학교 교육과정과 초등학교 교육과정 해설서를 기반으로 한 것이라고 보면, 2006년 해설서를 존중해서 <4-1> 교과서에서 각의 크기를 임의단위를 사용해서 측정하는 상황을 취급해야 하지만, 그것을 구현할 구체적인 상황을 제시하는 것이 현실적으로 어렵다면, 2006년 해설서를 수정해야 할 것이다.[5] 임의단위에 의한 각의 크기의 측정을 생각할 수는 있지만, 사실상 그것은 그

4) 6차 〈4-1〉 교과서(교육부, 1999a, p.39)에서는 단위각이라는 용어를 정의 없이 사용하고 있다. 단위각이라는 용어는 교육부 편수자료, 대한수학회 수학용어집(인터넷판), 국어사전 어디에도 등재되어 있지 않다.

다지 행해지지 않는다(片桐重男, 1995; 이용률, 2005)는 것을 고려할 필요가 있다. 片桐重男(2001)은 각의 크기의 지도 내용에서 아예 임의단위에 의한 각의 크기의 측정을 취급하지 않고 있다.

2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.101)에 따르면, 각의 크기를 측정하는 임의단위의 불편함을 느끼게 하여 각의 크기를 측정하는 표준단위가 필요하다는 것을 알게 해야 한다. 이 진술이 요구하는 것은, 6차 〈4-1〉 교과서에서 볼 수 있듯이, 서로 다른 단위각을 사용하여 각의 크기를 측정하면, 그 결과가 단위각에 따라 달라지기 때문에 불편하고, 따라서 그 결과가 달라지지 않도록 각의 크기를 측정하는 표준단위가 필요하다는 것을 알게 해야 한다는 것이다. 그러나 이미 언급했듯이, 〈4-1〉 교과서에서는 각의 크기를 측정하기 위한 임의단위를 전혀 취급하지 않는다. 그래서 〈4-1〉 교과서에서는 2006년 해설서에서 요구하는 방식에 따라 표준단위를 도입할 수 없다. 그 대신 시계의 큰 바늘과 작은 바늘이 이루는 각의 크기가 얼마인지 어떻게 알 수 있는가를 묻는다(p.46). 이 질문의 의도는 각의 크기를 재기 위한 표준단위가 필요하다는 것을 학생들이 인식해야 하는 것이다. <4-1>교과서에서는 이러한 질문에 이어 각의 크기를 나타내기 위한 표준단위로 1직각과 1도를 정의·소개한다. 7차 <4-가> 교과서(교육인적자원부, 2005, p.42)와 <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b, p.46)에서는 모두 "각의 크기를 각도라고 합니다. 각도를 나타내는 단위는 1직각과 1도가 있습니다. 1직각을 똑같이 90으로 나눈 하나를 1도라 하고, 1°라고 씁니다."와 같이 1직각을 이용해서 1도를 정의하고 있다. 그리고 각도기에 직각을 표시한 그림을 주고, 그 아래 '1직각=90°'라고 병기하고 있다. 일본 교과서(澤田利夫 외, 2001a, p.6)의 정의도 이와 같다. 이에 비해 북한 교과서(남호석, 김희일, 2002, p.53)에서는 "분도기에서 작은 눈금사이의 각의 크기를 1도라고 부릅니다."와 같이 1도를 정의하고 있다. 한편, 중국 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2002, p.122)와 이것을 번역한 연변 조선족 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2003, p.168)에서는 반원을 180몫으로 똑같게 나누었을 때 그 한 몫에 대한 각을 1도인 각이라 하고 있다. 1도를 어떻게 정의하든, 그것은 원을 이루는 각의 크기가 360도라는 것을 전제로 한다. 그것은 원을 360등분한다는 것과 같다.

우리나라 <4-1> 교과서에서 왜 1직각을 똑같이 90으로 나누는가? 이 질문에 답하는 것은 쉽지 않다. 그것은 원이 이루는 각의 크기를 360도라고 정했기 때문이지만, 학생들에게 그렇게 말해줄 수는 없다. 사실 왜 원을 360등분했는지도 분명한 것은 아니다. 흔히 바빌로니아의 천문학자들이 원과 1년을 동일시해서 1년을 360일로 보고, 원도 360등분한 것으로 추측하고 있지만(Cajory, 1917; Smith, 1958; Klein, 1974; Kine, 1990; Maor, 2003), Maor(2003, p.36)의 말처럼, 그들이 원을 360등분한 이유는 아마도 영원히 알지 못할 것이다. 아무튼 1도의 정의는 원을 이루는 각의 크기가 360도라는 것을 전제로 하지만, 학생들에게 그러한 전제가 주어지는 것은 아니다. 그것은 전제로 주어지는 것이 아니라 1도의 정의를 바탕으로 알아내야 하는 것이다. 우리나라의 경우, 학생들은 1직각=90°이므로, 4직각=360°라는 것을 알 수 있겠지만, 그것이 원이 이루는 각의 크기라는 것을 알 수는 없다. 우리나라 <4-1> 교과서에서는

5) 현실적으로 2006년 해설서가 교과서 개발에 앞서 집필되지 않았다는 것이 이러한 불일치를 가져온 한 가지 중요한 요인이다. 이러한 불일치를 해소하기 위해서는 교육과정의 고시와 함께 동시에, 또는 적어도 교과서 개발이 시작되기 전에 해설서도 발표되어야 한다.

원이 이루는 각의 크기가 360도가 된다는 것을 명시적으로 언급하고 있지는 않기 때문이다.

제7차 초등학교 교육과정 및 해설서 그리고 2006년 교육과정 및 2006년 해설서에서는 각의 크기를 나타내기 위한 표준단위로 1도에 대해서만 언급할 뿐, 표준단위 1직각에 대해서는 전혀 언급하지 않고 있다. 그럼에도 불구하고 7차 <4-가> 교과서(교육인적자원부, 2005, p.42)와 <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b, p.46)에서는 모두 각의 크기를 나타내기 위한 표준단위로 1직각을 소개하고 있다. 각의 두 변이 ㄴ 모양으로 벌어졌을 때의 각이 도형으로서의 직각이고, 1직각은 도형으로서의 직각의 크기를 나타내는 양이다. 1직각을 표준단위로 사용하는 것의 역사가 짧은 것은 아니다. Gandz(1929)에 의하면, 유클리드 시대에는 1직각과 그것의 자연수배, 분수배를 사용한다는 것은 각의 크기 측정에서 상식적인 일이었다. 그러나 지금은 그러한 전통이 거의 사라졌다고 할 수 있다. 본 연구에서 참고한 미국의 교과서(Serra, 1997)에서는 1직각을 표준단위로 취급하고 있지 않았다. 초등학교 교사를 위한 미국의 수학책 두 종(Musser & Burger, 1997; O'Daffer et al., 1998)에서도 1직각을 표준단위로 취급하고 있지 않았다. 일본 교과서(澤田利夫 외, 2001a), 북한 교과서(남호석, 김희일, 2002), 중국 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2002)와 이것을 번역한 연변 조선족 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2003)에서는 1직각을 표준단위로 취급하지 않고 있다. 그러나 일본의 초등학교 교사를 독자로 하는 片桐重男(1995, 2001)과 우리나라의 초등학교 교사를 독자로 하는 이용률(2005)에서는 1직각을 표준단위로 취급하고 있다.

우리나라 교과서에서 1직각을 표준단위로 취급하고 있지만, 남진영과 임재훈(2008)은 7차 <4-가> 교과서에서 각의 크기를 나타내기 위한 표준단위로 1직각을 정의하지만, 교과서에서 1직각을 표준단위로 거의 사용하지 않는 것은 초등학교에서 1직각을 표준단위로 소개하는 이유를 불분명하게 하며, 직각은 유클리드 기하학의 이론적 단위인데, 학교수학에서 이론적 단위로 사용하지 않을 것이라면 1직각을 굳이 소개할 필요가 없다고 말하고 있다. 〈4-1〉 교과서(교육과학기술부, 2010b, p.56)에서도 3직각이 얼마인가를 묻는 문제만 제시되어 있을 뿐, 1직각을 표준단위로 거의 사용하고 있지 않다.

IV. 초등학교에서 취급하는 각의 크기의 범위

일본 교과서(澤田利夫 외, 2001a, p.11), 중국 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2002, p.124)와 이것을 번역한 연변 조선족 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2003, p.171)에서는 크기가 360도까지인 각을 취급한다.[6] 우리나라 초등학교의 경우, 2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.100)에 의하면, '각의 크기는 각의 꼭짓점을 중심으로 두 변이 벌어진 양'으로, 각의 변의 길이와 관계없이 두 변이 벌어진 정도를 말한다. 그런데 평면에서 각의 꼭짓점을 중심으로 두 변을 그리면, 두 변이 일직선을 그리거나 일치하지 않는 경우, 열각과 우각의 두 각이 만들어진다. 보통 각이라고 하면 열각을 의미하므로, 우리나라 초등학교의 경우는 열각 즉, 그 크기가 180도보다 작은 각만을 취급하는 것으로 생각할 수 있다. 그러나 2006년 해설서에서 열각만을 취급한다고 명시적으

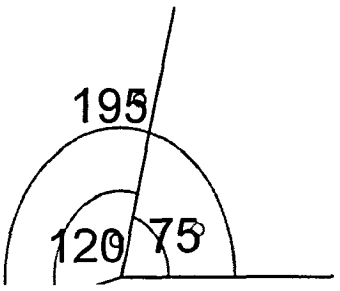
6) 북한 교과서(남호석, 김희일, 2002, p.58)의 경우는 평각까지 취급한다고 할 수 있지만, 사각형의 네 각의 크기의 합을 취급하면서 360도를 제시하고 있다. 그러나 크기가 360도인 각을 그림으로 제시하고 있는 것은 아니다. 이때 이 360도는 180도를 두 배해서 얻은 값이다.

로 언급하고 있는 것은 아니다. 실제로 <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b)와 <4-1> 익힘책(교육과학기술부, 2010c)에서도 그림으로 제시되어 있는 각의 경우, 그 크기가 180도 이상인 것은 찾아볼 수 없다. 따라서 이렇게 보면, 우리나라 초등학교에서 그 크기가 180도보다 작은 각만을 취급한다고 볼 수 있다.

하지만, 우리나라 초등학교에서 크기가 180도보다 작은 각만을 취급한다고 단정할 수는 없다. <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b)를 보면, 크기가 180도인 각을 그림으로 나타내지 않고 있고, 그것을 명시적으로 취급하지 않고 있다. 2006년 중학교 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008b, p.71)에 의하면, 크기가 180도인 각 즉, 평각은 중학교 1학년에서 취급하게 되어 있다. 그러나 초등학교 4학년 수학에서 크기가 180도인 각을 알고 있다고 가정하지 않으면 안 되는 상황이 있다. 2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.101)에서는 삼각형의 세 각의 크기의 합을 각도기로 재어보거나 삼각형 모양의 종이에서 세 꼭짓점 부분을 잘라 각을 합쳐보는 활동 등의 방법으로 그 합이 180도가 되는 것을 알게 한다고 되어 있다. 첫째로 삼각형의 세 각의 크기를 각각 각도기를 사용하여 측정한 다음, 그것을 더해서 180도가 된다고 설명하는 것이다. 실제로는 측정 오차가 있으므로 그렇게 얻은 합이 180도라고 주장하는 것은 무리이지만, 초등학교 수준에서는 그런 주장을 받아들일 수 있다고 해도, 학생들이 크기가 180도인 각의 모양을 실제로 아는 것은 아니다. 크기가 180도인 각을 취급한 적이 없으므로, 크기가 180도인 각의 모습을 알 수 없다. 따라서 이 경우에 180도는 그 실체가 없이 계산으로만 가능한 것이다. 둘째로 삼각형 모양의 종이를 꼭짓점을 각각 포함하는 세 조각으로 잘라서, 각 조각의 꼭짓점이 모두 한 직선위의 한 점 P에 모이도록 놓으면, 그 세 부분이 한 직선 위에 있기 때문에 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180도라고 설명하는 것이다. 이 설명에는 그 세 부분이 한 직선 위에 있다는 것을 보증할 수 없다는 약점이 있지만, 초등학교 수준에서 그것을 그대로 받아들일 수 있다고 해도(박교식, 1998), 학생들은 그 한 직선이 P를 꼭짓점으로 하는 평각이 된다는 것을 배우지 않았기 때문에, 실제로는 학생들이 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180도라는 것을 이해하는 것은 아니다. 하지만 <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b, p.52)에서는 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180도라는 것을 설명하기 위해 평각을 이용하는 상황을 보여주고 있다. 또, <4-1> 익힘책(교육과학기술부, 2010c, p.59)에서 삼각형의 한 외각의 크기를 구하는 문제를 제시하고 있는데, 그것도 평각을 이용하는 것이다. 이런 점에서 보면 우리나라 초등학교에서 크기가 180도인 각을 취급하지 않는다고 보기도 어렵고, 취급한다고 보기도 어렵다.

<4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b, p.51, p.56)에서는 75°+120°는 몇 도인지를, 그리고 3직각은 몇 도인지를 묻는 문제를 제시하고 있다. 75°+120°=195°이고, 3직각은 270도이다. 이 둘은 모두 180도보다 크다. 크기가 각각 75도와 120도인 두 각에 대해, 75°+120°는 무엇을 의미하는가? <4-1>교과서(교육과학기술부, 2010b, p.51)에서 예시한 방식을 따르면, 그것은 [그림 IV-1]과 같다. 그런데 <4-1>교과서와 <4-1> 익힘책에서는 이와 같은 모양의 각을 취급한 적이 없다. 따라서 학생들에게 195도는 그 실체가 없이 계산으로만 가능한 것이다. 3직각의 경우도 마찬가지이다. 270도는 계산으로만 가능하며, 크기가 270도인 각의 모양은 알지 못한다. 이런 점에서 보면 우리나라 초등학교에서 크기가 180도보다 큰 각을 취급하지 않는다고 보기도 어렵고, 취급

한다고 보기도 어렵다.



[그림 IV-1] 크기가 195도인 각

2006년 해설서(교육과학기술부, 2008a, p.101)에서는 사각형의 네 각의 크기의 합을 각도기로 재어보거나 사각형 모양의 종이에서 네 꼭짓점 부분을 잘라 각을 합쳐보는 활동 등의 방법으로 그 합이 360도가 되는 것을 알게 한다고 되어 있다. 여기서는 세 가지 설명 방법이 가능하다. 첫째로 사각형의 네 각의 크기를 각각 각도기를 사용하여 측정한 다음, 그것을 더해서 360도가 된다고 설명하는 것이다. 사실상 측정 오차가 있으므로 그렇게 얻은 합이 360도라고 주장하는 것은 무리이지만, 초등학교 수준에서 그런 주장을 받아들일 수 있다고 해도, 학생들이 크기가 360도인 각의 모양을 실제로 아는 것은 아니다. 크기가 360도인 각을 취급한 적이 없기 때문이다. 둘째는 사각형을 대각선을 기준으로 두 개의 삼각형으로 분할하여, 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180도이므로 그것을 두 배하여 360도라고 설명하는 것이다.[7] 이 두 경우 360도는 그 실체가 없이 계산으로만 가능한 것이다. 셋째로 사각형 모양의 종이를 꼭짓점을 각각 포함하는 네 조각으로 잘라서, 각 조각의 꼭짓점이 모두 한 점 P에서 모이도록 놓으면, 그 네 조각이 서로 겹치지 않고, 꼭 맞게 되어 하나의 평면을 이루기 때문에 사각형의 네 각의 크기의 합이 360도라고 설명하는 것이다. 그러나 이 설명에는 상당한 비약이 있다. 우선 그 네 조각이 서로 겹치지 않고, 꼭 맞게 되어 하나의 평면을 이룬다는 것을 보증할 수 없다. 초등학교 수준에서 그것을 그대로 받아들인다고 해도, 학생들은 그 네 조각이 서로 겹치지 않고, 꼭 맞게 되어 하나의 평면을 이루기 때문에 그 크기가 360도가 된다는 설명을 이해할 수 없다. 이 설명을 이해하기 위해서는 먼저 크기가 360도인 각을 알고 있어야 하지만, <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b)에서 크기가 360도인 각을 취급한 적이 없다. 그럼에도 불구하고 <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010b, p.54)에서는 사각형의 네 각의 크기의 합이 360도라는 것을 설명하기 위해 크기가 360도인 각을 이용하는 상황을 보여주고 있다.[8] 이런 점에서 보면 우리나라 초등학교에서 크기가 360도인 각을 취급하지 않는다고 보기도 어렵고, 취급한다고 보기도 어렵다.

---

7) 북한 교과서(남호석, 김희일, 2002, p.58)에서의 360도 역시 계산으로만 가능한 것이다. 이에 비해 일본 교과서(澤田利夫 외, 2001a), 중국 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2002)와 이것을 번역한 연변 조선족 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2003)에서는 크기가 360도까지의 각을 실제로 취급한다. 중국교과서에서는 크기가 360도인 각을 周角이라 하며, 그것을 연변 조선족 교과서에서는 '원각'이라고 번역하고 있다. 한편, 북한의 고등중학교 1학년 교과서(남호석, 김봉래, 김경훈, 2002)에서는 '한바퀴각'이라 하고 있다.

8) 이 둘째 방법은 6차 <4-2> 교과서(교육부, 1999b, p.27), 7차 <4-가> 교과서(교육부, 2005, p.48), <4-1> 교과서(교육부, 2010b, p.57), 일본 교과서(澤田利夫 외, 2001b, p.11), 북한 교과서(남호석, 김희일, 2002, p.58), 중국 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2002, p.141)와 이것을 번역한 연변 조선족 교과서(人民教育出版社小學數學室編著, 2003, p.193)에서 모두 사용하고 있다. <4-1> 교과서(교육부, 2010b)에서 명시적으로 이 둘째 방법을 제시하고 있는 것은 아니지만, 네 각의 크기의 합이 왜 360도인지 세 가지 방법으로 설명하라는 문제를 제시하고 있는 것에서, 이 둘째 방법을 염두에 두고 있음을 알 수 있다. 한편, 셋째 방법은 7차 <4-가> 교과서(p.47), <4-1> 교과서(p.54)에서 만 볼 수 있다. 첫째 방법은 <4-1> 교과서(p.54), 북한 교과서(남호석, 김희일, 2002, p.58), 일본교과서(澤田利夫 외, 2001b, p.11)에서 볼 수 있다.

V. 요약 및 결론

본 연구에서는 먼저 각도라는 용어와 각의 크기라는 표현에 관해 논의했다. 현재 학교수학에서 '각도'는 사실상 용어로서의 실효성을 상당히 상실한 반면에, '각의 크기'는 중·고등학교 수학에서 이미 우세하게 사용되고 있다. 실제로 많은 중·고등학교 수학 교과서에서 각도라는 용어를 사용하지 않는다는 사실은 각도라는 용어가 불가피한 것이 아님을 말해 준다. 따라서 이런 실상을 반영해서 초등학교 수학에서 각도라는 용어를 포기하고 각의 크기라는 표현을 전면적으로 수용해서 무정의 용어처럼 사용하는 것을 고려할 필요가 있다. 이때 각도기라는 용어는 '각의 크기를 재는 기구의 이름'을 나타내는 것으로 그대로 사용하거나 또는 각도기라는 용어 대신 분도기라는 용어를 사용할 수 있다. 한편, 2006년 해설서에서 '두 각이 (서로) 같다'는 것의 처리에 관해 명확한 입장을 밝힐 필요가 있다. 또, <4-1> 교과서에 각의 크기는 그려진 변의 길이와 관계없이 두 변이 벌어진 정도에 따라 다르다는 것을 명시할 필요가 있다.

본 연구에서는 둘째로 각의 크기를 측정하기 위한 임의단위와 표준단위에 관해 논의했다. 2006년 해설서에서는 먼저 간접비교가 필요한 상황을 제시하여 임의단위의 필요성을 알게 해야 한다고 되어 있지만, <4-1> 교과서에서는 각의 크기를 측정하기 위한 임의단위를 전혀 취급하지 않는다. 다음으로 2006년 해설서에서는 각의 크기를 임의단위의 몇 배로 나타내어 보고 임의단위의 불편함을 느끼게 하여 각의 크기를 측정하는 표준단위가 필요하다는 것을 알게 해야 한다고 하지만, <4-1> 교과서에는 표준단위를 그런 식으로 도입하지 않고 있다. 따라서 2006년 해설서와 교과서 사이의 이러한 불일치를 해소할 필요가 있다. 임의단위에 의한 각의 크기의 측정을 생각할 수는 있지만, 그것이 그다지 행해지지 않는다는 작금의 실정을 받아들여, 2006년 해설서에서 임의단위에 의한 각의 크기의 측정을 요구하지 않는 것을 고려할 필요가 있다. 한편, 2006년 교육과정 및 2006년 해설서에서는 표준단위로 1직각을 언급하고 있지 않지만, <4-1> 교과서에는 표준단위로 1직각을 취급하고 있다. 그러나 1직각을 거의 활용하고 있지 않아 그것을 표준단위로 도입하는 이유가 분명하지 않다. 따라서 2006년 해설서에서 1직각의 표준단위로서의 역할을 분명히 명시할 필요가 있고, 그에 따라 교과서에서도 실질적으로 그것을 활용하는 장면을 제시해야 한다.

본 연구에서는 셋째로 초등학교에서 취급하는 각의 크기의 범위에 대해 논의했다. 2006년 교육과정이나 2006년 해설서에서는 초등학교에서 취급하는 각의 크기의 범위를 명확하게 언급하고 있지 않다. <4-1> 교과서를 보면, 먼저 그림으로 제시된 각의 경우, 그 크기가 180도보다 작다. 따라서 초등학생들의 각에 대한 시각 이미지는 크기가 180도보다 작은 각에 머물게 된다. 한편, <4-1> 교과서에서 각의 크기의 합을 구하는 과정에서 각의 크기가 180도인 경우, 180도보다 큰 경우, 360도인 경우가 등장한다. 하지만, 그런 크기를 갖는 각들이 그림으로 제시된 것은 아니다. 따라서 학생들은 그런 각들이 그림으로 어떻게 표시될 수 있는지 알지 못한다. 그럼에도 불구하고, <4-1> 교과서에서는 삼각형의 세 각의 크기의 합을 구하는 과정과 사각형의 네 각의 크기의 합을 구하기 위해 삼각형과 사각형을 각각 잘라 붙이는 과정에서 각각 평각과 1회전을 염두에 두어, 결과적으로 학생들이 크기가 180도인 각과 크기가 360도인 각이 그림으로 어떻게 표현될 수 있는지 이미

알고 있다는 것을 전제로 하고 있다. 이것은 비약이다. 이러한 비약을 해결할 수 있기 위한 한 방법이 1직각을 표준단위로 사용하는 것이다. 이때 2직각, 3직각, 4직각까지 취급하는 것이 필요하다. 그림을 사용하여 크기가 1~4직각인 각을 제시할 필요가 있다. 이 과정에서 크기가 180도보다 크고, 360도보다 작은 각도 취급할 수 있다. 특별히 사각형의 네 각의 크기의 합이 360도라는 것을 설명하기 위해 사각형을 두 개의 삼각형으로 분할하는 방법이 다른 두 방법에 비해 수학적으로 명쾌하다는 점에서 교과서에서 본문으로 제시할 필요가 있다.

교육과정은 국가 수준의 학교수학을 규정한다. 그것은 학생용으로 각색되어 교과서에 실리며, 그렇게 각색된 것이 수업을 통해 학생들에게 전수된다. 이때 학생용으로 교육과정을 각색하는 것이 일차적으로 중요하기 때문에, 그 각색 과정에서의 왜곡을 막기 위한 장치가 필요하다. 현재로는 해설서가 그 역할을 하고 있다. 그러나 해설서의 해설이 명확하지 못해, 교과서의 내용과 혼선을 빚는 경우가 발생하기도 한다. 초등학교에서의 각도 관련 지도 내용도 그런 경우로 볼 수 있다. 이런 혼선을 피하기 위해서는 해설서의 내용과 교과서의 내용을 일치시키려는 노력을 해야 한다.

참고문헌

강윤수 · 박수정(2003). 삼각함수에 관한 오류유형과 분석과 그 지도 방법. **한국학교수학회논문집 6**(1). 101-113.

강희태 · 권연근(1998). 수학과 CAI프로그램 모형 개발과 적용. **초등수학교육 2**(1), 53-64.

김동강(2003). 초등학교 각도 학습을 위한 웹 코스웨어 구현 및 적용. 동양대학교 대학원 석사학위논문.

김현웅(2001). 호도법과 주기함수에 대한 오개념과 오류에 관한 연구. 교원대학교 대학원 석사학위논문.

나병채(2002). 고등학교 2학년 학생들의 삼각함수 개념에 대한 이해 실태 분석. 교원대학교 대학원 석사학위논문.

남진영 · 임재훈(2008). 라디안에 대한 교수학적 분석. **수학교육학연구 18**(2). 263-281.

박교식(1998). 우리나라 초등학교 수학의 정체성에 관한 연구. **대한수학교육학회논문집 8**(1). 89-100.

박응규 · 안변홍(2006). 학습 활동 중심의 초등학교 수학과 각도 학습 웹 코스웨어의 설계 및 구현. **한국콘텐츠학회논문지 6**(12). 192-200.

백종림(2009). 교구를 활용한 학습활동이 각과 각도의 개념이해에 미치는 영향. 대구교육대학교 대학원 석사학위논문.

송은영(2008). 삼각함수 개념의 지도에 관한 연구. 서울대학교 대학원 석사학위논문.

이상훈(1995). 각의 교육에 대한 소고. **삼척대학교 논문집 28**. 229-241.

이용률(2005). **지도내용의 핵심과제 99**. 서울: 경문사.

이종희(2001). 각 개념에 대한 수학교육적 분석. **학교수학 3**(1). 25-44.

장영수(2006). 삼각함수 개념의 이해 실태 분석 및 지도 방안에 관한 연구. 교원대학교 대학원 석사학위논문.

정현아(2008). 고등학교 10-나 단계 삼각함수 개념의 이해와 지도에 관한 연구. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.

片桐重男(1995). **數學的な考え方お育てる量と測定の指導**. 東京: 明治圖書.

片桐重男(2001). **算數科の指導內容の體系**. 東京: 東洋館出版社.

Cajory, F. (1917). *A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching*. Charleston, SC: BiblioLife.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). *The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents*. Journal for Research in Mathematics Education Monograph series No.3. Reston, V: National Council of Teachers of Mathematics.

Gandz, S. (1929). The origin of angle geometry. *ISIS 12*(3). 452-481.

Klein, H. A. (1974). *The world of measurements*. New York: Simon And Schuster.

Kline, M. (1990). *Mathematical thought from ancient to modern times* (vol 1). New York: Oxford University Press.

Maor, E. (2003). **사인코사인의 즐거움**. 조윤정 (역), 서울: 파스칼북스. (영어 원작은 1998년에 출판)

Musser, G. L., & Burger, W. F. (1997). (1998). *Mathematics for elementary teachers*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

O'Daffer, P., Charles, R., Cooney, T., Dossey, J., & Schielack, J. (1998). *Mathematics for elementary school teachers*. Menlo Park, MA: Addison Wesley Longman, Lnc.

Osborne, A. R. (1976). Mathematical distinctions in the teaching of measure. In D. Nelson & R. E. Reys. *Measurement in school mathematics*. pp.11-34. Reston, V: National Council of Teachers of Mathematics.

Smith, D, E. (1958). *History of mathematics* (vol 1). New York: Dover Publications, Inc.

[국내 교과서, 익힘책, 교육과정, 해설서]

계승혁 · 김홍종 · 박복현 · 남진영(2009). **고등학교 수학**. 서울: 성지출판(주).

교육과학기술부(2006). **수학과 교육과정**.

교육과학기술부(2007). **편수자료**.

교육과학기술부(2008a). **초등학교 교육과정 해설(IV)**. 서울: 대한교과서주식회사.

교육과학기술부(2008b). **중학교 교육과정 해설(III)**. 서울: 대한교과서주식회사.

교육과학기술부(2010a). **수학 3-1**. 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부(2010b). **수학 4-1**. 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부(2010c). **수학 4-1 익힘책**. 서울: 두산동아(주).

교육부(1996). **초등학교 교육과정 해설(I)**. 서울: 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(1998). **수학과 교육과정**. 서울: 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(1999a). **수학 4-1**. 서울: 국정교과서 주식회사.

교육인적자원부(1999b). **수학 4-2**. 서울: 국정교과서 주식회사.

교육인적자원부(1999c). **초등학교 교육과정 해설(IV)**. 서울: 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(2005). **수학 4-가**. 서울: (주)천재교육.

김홍종 · 계승혁 · 오지은 · 원애경(2009). **중학교 수학 1**. 서울: 성지출판(주).

우정호 · 박교식 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 임재훈 · 박인 · 지은정 · 신보미 · 최인선(2009a). **중학교 수학 1**. 서울: (주)두산.

우정호 · 박교식 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 임재훈 · 신보미 · 최인선 · 박인 · 지은정(2009b). **고등학교 수학**. 서울: (주)두산.

정상권 · 이재학 · 박혜숙 · 홍진곤 · 서혜숙 · 박부성 · 강은주(2009). **중학교 수학 1**. 서울: (주)금성출판사.

황선욱 · 강병개 · 김수영(2009b). **고등학교 수학**. 서울:(주)좋은책신사고.

황선욱 · 강병개 · 김수영 · 박정아(2009a). **중학교 수학 1**. 서울:(주)좋은책신사고.

[북한, 일본, 중국, 미국 교과서]

남호석 · 김희일(2002). **수학(소학교3)**. 교육도서출판사.

남호석 · 김봉래 · 김경훈(2002). **수학(고등중학교 1)**. 교육도서출판사.

人民教育出版社小學數學室編著(2002). **數學 第八卷**. 北京: 人民教育出版社.

人民教育出版社小學數學室編著(2003). **수학 제8권**. 延邊教育出版社理科編譯室(역). 延邊: 延邊教育出版社. (중국어 원작은 2002년에 출판)

澤田利夫 외 23명(2001a). **小學算數4下**, 東京: 教育出版株式會社.

澤田利夫 외 23명(2001b). **小學算數5下**, 東京: 教育出版株式會社.

Serra, M. (1997). *Discovering geometry: an inductive approach*. (2nd edition). Berkeley, CA; Key Curriculum Press.

[인터넷 자료]

중국어 사전 http://www.nciku.cn

국어사전 http://krdic.naver.com/

대한수학회 http://www.kms.or.kr/home/kor/

An Analysis and Criticism on Contents Related on Angular Measure in Korean Elementary Mathematics Subject

Park, Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

In school mathematics, gakdo(korean, ie angular measure in english) lost effectiveness as a term, on the other hand, an expression gak-ui-kugi(korean, ie size of angle in english) is prevalent these days. So it is necessary to accept this expression. It is necessary to specify in textbook that the size of angle rely on the degree of gap between two edges regardless of the length of edges. The content of curriculum manual and the content of textbooks must be reconciled. Random units for measuring the size of angle are not contained in textbooks. It can be possible, but it is not carried out actually. So, it is necessary not to require it in curriculum manual considering this circumstance. In curriculum manual, it is necessary to specify the role of 1-right angle as a standard unit, and situations to use it must be presented in textbooks. In cut-paste method of finding the sum of the size of three angles in a triangle and the sum of the size of four angles in a quadrilateral, keeping a straight angle and one rotation in mind, an explanation is based upon a premise that students know how to express the 180° and 360° in figure as a result. It is a leap of logic.

* key words : 1-right angle(1직각), 각도 angular measure(각도), curriculum manual(교육과정 해설서), size of angle(각의 크기)

논문접수 : 2010. 2. 15
논문수정 : 2010. 3. 8
심사완료 : 2010. 3. 16