

교구를 활용한 학습활동이 각과 각도의 개념이해에 미치는 영향

백종림 · 최재호

ABSTRACT. The purpose of this paper was to develop manipulative materials to teach the angle concepts and construct a teaching-learning program by using that. Furthermore, this study analyzed how does the program affect students understanding of the angle concepts. To check the effects of learning activities with manipulative materials on the understanding of an angle concepts, applied observation during class and write a mathematics journal writing, a description of students impressions at the end of the class and analyzed before and after test paper. We find that students approached the subject more friendly and knew well about the mathematical concepts by using materials. Furthermore, this activity helped that way to solve add and subtract of the angle, estimate ability, round angle concept, positive response in mathematics learning.

I. 서론

21세기의 지식, 정보화 기반 사회에서는 단순한 기능인의 양성보다는 자신의 지적 가치를 창출할 수 있는 인간의 육성이 강조되고 있다. 그러므로 앞으로의 사회는 점진적으로 과학 기술이 지배하는 현상이 두드러질 것이며, 과학 기술 및 사회 발전의 원동력으로써 수학은 그 역할이 증대되어 질 것이다. 또한 국가 발전에 필요한 창의적이고 생산적인 일을 할 고급 인력의 양성과, 개개인의 잠재력을 최대한 계발시킬 수 있는 수학 교육이 요구되므로 수학적 개념과 원리를 발견할 수 있는 기쁨을 주고, 지적 호기심을 충족시킬 수 있는 수학을 학습하기 위한 수학과와 역할이 중요하다.

2010년 2월 투고, 2010년 2월 심사 완료

2000 Mathematics Subject Classification: 97D40

Key Words: 각의 개념, 수학 교구, 수학 일기, 수학 학업성취도.

제 7차 수학과 교육과정에서 제시하는 수학 지도의 목표는 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계 이해를 바탕으로 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있어야 하며, 해결하는 태도를 길러야 한다고 기술하고 있다(교육인적자원부, 1998). 이러한 능력은 단순히 수학적인 개념이나 원리, 법칙만을 익혀서는 개발되는 것이 아니다. 계산기능이 기초기능으로 매우 중요하게 여겨지는 현실에 비추어 보면 많은 학생들이 수없이 반복하면서 계산하는 것을 볼 수 있다. 학생들이 의미 없이 수치 계산만 반복한다면 이것은 불행한 일이 될 것이며 결과적으로 학생들로 하여금 수학을 싫어하게 하는 원인이 될 수도 있다(배중수, 2002). 아동들의 흥미를 배려하고 수학적 연결성을 인식시키는 노력이 필요하다.

초등학생의 인지 발달은 주로 구체적 조작 활동을 통하여 이루어진다는 점을 감안할 때, 초등학생들에게 개념을 지도하기 위해서는 우리가 살고 있는 실생활과 추상적인 수학의 세계를 연결시켜주는 구체적인 조작 모델이나 교구가 필요하다고 할 수 있다. Bruner에 의하면 성인일지라도 그들의 활동이나 행동을 상징적 표상 또는 영상적 표상 형태로 나타내기 전에 이러한 활동이나 행동 기능의 습득과 숙달이 요구된다고 한다. Dewey, Dienes, Gattegno, Piaget 등 여러 학자들은 교구의 필요성을 지지하였으며, 현실주의 수학교육(Realistic Mathematics Education, RME)이론에서도 구체에서 추상으로 전이되는 수평적 수학화 과정에서 교구의 사용을 권고하고 있다. 이인환 외(1999)와 정동권(2000) 등은 교구를 활용한 수학 교수·학습법을 조사하였으며, Spikell(1993), Thompson(1994), 김상미(1997), 김수미(2000), 안병곤(2002) 등의 연구에서도 교구의 교육적 효과를 검증하였다(남승인, 2003 재인용).

현행 교육과정상에서 교구의 활용이 활발하게 되고 있는 영역 중의 하나가 도형 영역이다. 그 중에 각에 대한 학습에 있어서 개발된 교구는 다른 도형 영역에 비해 많지가 않다. 각, 각도에 대한 학습에서는 각의 크기 단위인 1도를 알고, 각도기를 이용하여 각의 크기를 측정하며, 주어진 각의 크기에 맞는 각을 그리고 각도와 관련된 문제를 해결할 수 있도록 한다. 그리고 올바른 각의 개념이해를 바탕으로 다양한 종류의 삼각형, 사각형의 성질 및 특성을 분류하고 있다. 따라서 올바른 각의 개념 이해가 도형학습의 기반이 된다. 하지만 00광역시의 초등학교 5학년 학생들에게 예비검사지를 통해 각의 이해도에 대해 조사해 본 결과 각의 개념 이해 정도가 부족하고, 1도에 대한 이해, 둔각이라는 용어에 대한 이해가 부족하였다. 또한 각도기에 제시되는 2직각의 개념은 알고 있으나 더 확대된 4직각에 대한 개념은 미약하였다. 이에 각의 개념 지도에 도움이 될 수 있는 새로운 교구의 개발에 대한 필요성을 느낄 수 있다.

따라서 본 연구는 각과 각도라는 개념을 지도할 수 있는 교구 개발과 이것을 활용하여 교수·학습 프로그램을 구안·적용함으로써 학습자가 각에 대한 개념을 명확히 이해할 수 있도록 돕고자 한다.

본 연구의 연구 목적을 달성하기 위한 연구문제는 다음과 같다.

가. 각의 개념 이해와 관련된 제 7차 수학교육과정을 분석하여 각과 각도의 지도에 활용할 수 있는 교구를 개발하고 이를 활용한 교수·학습 프로그램을 구안한다.

나. 프로그램 적용을 통하여 교구를 활용한 학습 활동이 학습자들의 각과 각도의 개념 이해에 미치는 영향을 분석한다.

II. 이론적 배경

1. 수학 학습에서의 교구란?

가. 교구의 의미 및 필요성

수학적 개념이나 논리가 다양한 문제 해결을 통해 흡수한 수학적 정보를 개념화시켜 이를 추상화하는 활동을 보장하기 위해 가장 중요한 활동의 대상이 되는 것이 교구의 활용이다. 교구를 특정한 단순 놀이에 국한하거나 모방의 단계에서 벗어나 감각, 운동적인 행위를 증진시키고 과제와의 상호관련성을 탐색하여 단계적으로 다양한 수학적 활동을 안내함으로써 의미를 부여하고 스스로 규칙을 발견하는 경험을 할 필요성이 있다. 이에 대한 학습의 실질적인 지원자 역할을 하는 교구는 학습을 보다 쉽고 구체적으로 전개시키기 위한 방법으로 사용되는 도구으로써 교구가 특정 영역에 제한된 것이 아니라 수학의 여러 영역에서 학습자의 적극적인 사고 유발과 수학적 활동의 전개를 위한 활동의 대상으로 사용되었다면 어떤 것이든 간에 수학 교구가 될 수 있다. 따라서 수학 교구의 질을 결정하는 것은 교구에 내재된 질적인 측면에 의해서가 아닌 교구가 학습자에 의해 어떻게 조작되고 어떻게 의미 구성을 돕느냐에 따라 그 질을 결정한다.

우리나라 제 7차 교육과정의 수학과 교수학습방법 중 ‘교육 기자재의 활용’ 항목에서 초등학교 학생의 인지 발달은 주로 구체적 조작 활용을 통하여 이루어진다는 점을 감안하여 새로운 개념이나 내용의 학습, 지도 과정에 가능한 구체적 조작 활동을 해 보일 수 있거나 학생 스스로 실험해 볼 수 있는 도구를 활용하는 것이 바람직하다며 교구 활용의 필요성에 대한 근거를 제시하고 있다(교육인적자원부, 1998).

현실주의 수학교육(RME)이론의 수학적 원리 중에서 우선적으로 언급하는 내용은 ‘학습은 구체물에 의해 자극받는 (재)구성 활동이며, 교수는 학생들에 의해 이해할 수 장면의 문제를 이용해야 한다’ 고 학생들의 사고 수준에 대해 고려한

교구의 활용을 강력히 권고하고 있다.

NCTM(2000)에서는 기하적 모델 활용에 관한 목표와 단계별 목표를 찾을 수 있는데, 기하적 모델 활용에 관한 내용은 “문제를 해결하기 위하여, 시각화, 공간적인 추론과 기하적 모델링을 사용할 수 있어야 한다.”와 같이 제시하고 있다.

그리고 Dinesse의 지각적 다양성의 원리에 의하면 여러 표현 사이의 연결과 전환이 잘 이루어질수록 이해의 정도가 높다고 할 수 있는데, 교구는 구체와 추상을 연결하는 매개로서 교구를 활용함으로써 수학 학습의 효율성과 효과성을 높일 수 있다는 것을 의미한다(박선희, 2006 재인용). 이에 본 연구에서는 교구를 수학의 추상적 아이디어를 구체화한 것으로서, 학생들이 다루기 쉽고, 학습자에게 의미 있는 수학적 경험을 제공해 줄 수 있으며, 다양하게 활용이 가능한 것을 교구로 정의하고 기존에 제시된 교구의 사용과 더불어 원형각도기를 사용한다.

나. 교구 활용 시 고려해야 할 점

교구 활용을 통한 활동은 그 자체가 중요하기 보다는 사고 활동의 수단으로서 의미를 가진다. 추상적인 수학적 내용을 구체적인 대상과 관련지음으로써 학습자의 이해를 도울 수 있기 때문이다. 또한 학습의 동기와 흥미를 유발하는 효과를 거둘 수 있는 장점을 가지고 있다. Piaget 역시 아동들의 경우 구체적인 활동을 통해서 가장 잘 학습한다고 보았다(Ginsberg & Oppen, 1969). 이러한 사실로부터 구체적 조작물을 적절히 활용하면 수학 개념 학습에 도움이 된다는 것을 알 수 있다.

이에 따라 교구를 활용한 수업이 효과적이기 위해서 고려해야 할 사항을 살펴보면 다음과 같다(Suydam & Higgins, 1976; 남승인, 2003 재인용).

첫째, 교구조작을 통하여 수학적 개념을 자연스럽게 표상할 수 있어야 한다.

둘째, 지도하려는 수학적 원리 법칙을 자연스럽게 연결시킬 수 있어야 한다.

셋째, 조작하기 간편하고, 쉬워야 하며 안전성을 유지해야 한다.

넷째, 가능하다면 다양하게 활용될 수 있어야 한다.

다섯째, 조작과정과 결과에서 깨달은 사실을 수학적으로 표현할 수 있어야 한다.

여섯째, 학생 스스로 조작이 가능해야 하며 조작하는데 너무 많은 시간이 투입되지 않아야 한다.

일곱째, 학생들의 호기심을 자극해야 하며 사고 과정에 도움이 되어야 한다.

여덟째, 조작 과정에서 가급적 다양한 감각기능을 사용할 수 있어야 한다.

아홉째, 개념의 오류나 사고의 혼란을 일으키지 않아야 한다.

열째, 가급적 구하기 쉽고 가격이 저렴해야 한다.

이와 같이 교구의 활용에 있어서 교구 사용의 효과는 최대한으로 올릴 수 있는 최적의 교구를 선택하는 것이 필요하고 개념의 학습을 위해 필요한 교구를

적절히 활용함으로써 아동의 수학적 사고력 자극을 도와야 한다.

다. 각의 개념 학습에 활용할 수 있는 교구

현재 알려져 있거나 사용되고 있는 수학 교구는 다양하다. 그 중 각의 개념 영역에서 사용할 수 있는 교구에는 펜토미노, GSP 프로그램, 칠교놀이, 패턴블록, 모자이크 퍼즐, 각도기 등 다양하지만 여기에서는 원형각도기의 활용성을 중심으로 살펴보려고 한다.

사전 조사를 통해 각에 대한 아동들의 개념을 알아보았더니, 예각에 대한 개념은 잡혀있었으나 둔각, 4직각의 개념이 부족하였기 때문에 예각에서 벗어나 2직각, 3직각, 4직각까지 개념을 확대할 수 있는 교구의 필요성을 느꼈다. 그래서 이러한 교구를 제작하여 각의 개념 지도에 활용하고자 하였다.

눈금을 나타내는 판과 각을 만들기 위해 색깔이 있는 투명 필름을 사용한다. 그리고 더 작은 형태의 원을 만들어 두 개의 각을 비교하는 활동을 할 수 있다. 일반적인 각도기와는 달리 이 각도기는 360° 까지 제시된다. 2직각의 개념에서 3직각, 4직각의 개념까지 눈으로 확인할 수 있고 각도의 합과 차를 구할 수 있는 원리를 탐구할 수 있다(片桐重男, 1995). 필름지를 이용하여 각의 크기를 조작할 수 있다는 점에서 흥미를 유발시킬 수 있고 각의 크기를 눈으로 비교하기 쉽다. 가장 작은 원은 90° 의 간격으로 나누어져 있고 다음은 30° , 10° , 5° 로 나누어져 있다. 하지만 1° 의 단위가 제시되어 있지 않아 정확한 각의 크기를 측정할 때에는 일반 각도기와는 병행이 필요하다.

2. 각의 개념

각(Angle)이란 평면 위의 한 점 O로부터 나오는 두 개의 반직선 OX, OY로 만들어지는 도형을 각이라고 한다. 이것을 $\angle XOY$ 로 나타낸다. 또 O를 각의 꼭지점, OX, OY를 각의 변이라고 한다. 이 때, (그림 1)에서 α 의 부분과 β 의 부분의 두 가지로 생각할 수 있으나, $\angle XOY$ 라고 하면 보통은 그의 한 쪽만을 생각한다. 그래서, OY가 OX의 위치로부터 O를 중심으로 하여 회전한 것이라고 생각할 때, 평면 위를 OY가 지나간 부분을 그 각의 내부, 그 이외의 부분을 각의 외부라고 한다. 각은 도형으로서 보는 것과 동시에, 그의 회전량이라고도 생각할 수 있으며, 이것을 그 각의 크기라고 한다(박을용 외, 1992).

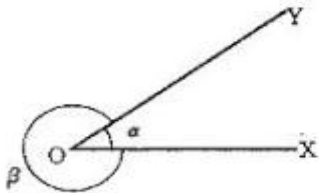


그림 1. 각

3. 수학일기 및 학습감상문 쓰기

수학적 의사소통에서 가장 많이 사용되는 방법이 쓰기이다. 쓰기의 의사소통 능력은 수학용어, 기호, 그래프 등의 수학적 표현과 일상 언어를 적절하고 다양하게 사용할 수 있는지를 보고 평가할 수 있다. 수학일기 쓰기, 포트폴리오, 에세이, 프로젝트 등 다양한 방식이 제시된다. 본 연구에서는 각과 각도에 대한 학습을 할 때 제시되는 교구의 사용과 더불어 원형각도기를 직접 제작하여 학습에 투입함으로써 학습 활동에 어떠한 영향을 주는지 알아보고자 한다. 이를 위하여 원형각도기 제작 및 학습활동에서 느낀 점을 기록한 학습감상문과 수학적 사고를 투영하며 자유롭게 쓰는 수학일기를 분석하는 방법을 사용하도록 한다.

학습감상문은 에세이 형식으로 학습활동 후 그들이 느낀 점에 대하여 자유롭게 기술하도록 하는 쓰기 활동이다. 학습감상문을 통해 교수·학습 활동에 사용된 다양한 매개체들에 대한 효과를 보다 명확히 분석할 수 있으며 개선 방안을 모색하는데 중요한 자료로써 활용할 수 있다. 본 연구에서는 원형각도기를 활용하여 수업을 진행한 후 각의 지도에서 수학교구로써 원형각도기가 갖는 유용성과 문제점을 파악하기 위하여 학습감상문을 활용하였다.

수학일기란 생활 장면에서 자연스럽게 일어나는 일상 속에서 수학적 요소를 사용한 일, 수학 철학적인 면, 수학 교육적 측면, 수의 올바른 사용, 가치관 정립, 수학적 사고가 요구되는 장면 등을 소개하고 동기부여, 심리적인 갈등, 문제 해결, 의사 결정, 성숙되어지는 일련의 과정 및 자기반성 등이 나타나게 기술된 일상적인 이야기를 말하는 것이다(김상룡, 1999).

수학일기 쓰기는 교사에게는 학생들의 수학에 대한 생각, 개념이해 등의 자료를 제공해 주며, 학생에게는 학습의 반성, 새로운 학습과 이미 배운 것의 통합과 동화를 가능하게 한다. 그러므로 본 연구에서는 학생들의 활동을 면밀하게 살펴 보기 위해 수학일기를 활용하도록 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구의 대상 및 기간

본 연구를 위해 울산광역시 중구에 소재하는 M초등학교 4학년 4개 반 중 연구자의 반(남18, 여13)을 실험반으로 선정하였으며 각의 이해 및 학습 능력에 미치는 영향을 알아보기 위해 나머지 반 중 1개 반(남17, 여15)을 비교반으로 선정하였다. 연구에 참여한 두 집단은 2008년 3월에 실시한 진단 평가 결과 동질 집단으로 판정된 집단이다. 실험 집단 31명은 2008년 4월에서 5월까지 각도 단원 8차시와 삼각형 단원의 두 차시를 교구를 활용하여 각에 대해 학습하였으며, 비교 집단 32명은 전통적인 수업 방법을 적용하여 수업을 하였다. 총 적용 기간은 2008년 3월에서 7월까지 5개월이다.

2. 연구 방법

본 연구에서는 초등학교 수학과 교육과정 중에서 4-가 단계의 각과 관련한 단원에 대해 각과 각도의 지도에 활용할 수 있는 교구를 개발하고, 교수·학습 프로그램을 구안하여 실제 수업에 투입하여 각과 각도의 개념 이해에 미치는 영향을 알아보려고 한다.

사전 조사로써 5학년들이 이전 배운 각의 개념을 어떻게 이해하고 있는지를 알아보기 위해 사전 검사 문항지를 작성하여 알아보았다. 사전조사 결과 각의 용어에 대한 개념, 4직각의 개념, 1°의 개념 등 각의 개념이 명확하게 정립되어 있지 않아서 보다 효율적인 학습 지도 방법을 모색하게 되었다. 다음으로 참고 문헌과 선행 연구를 검색하고 자료를 분석한 후 교과서 분석을 통해 교수·학습 프로그램을 구안하고, 효율적인 지도를 위해 교구를 개발·적용하고 활용하는 10개 차시의 수업을 진행한다. 수업 중에는 활동 모습과 문제 해결 과정을 살펴보고 수업이 끝난 후에는 수학일기쓰기, 학습감상문 쓰기를 하여 학생들의 반응을 분석하였다. 교구를 활용한 학습이 각의 개념 이해에 미치는 영향을 조사하기 위해 사전, 사후 조사를 통해 분석하였다.

IV. 연구의 실제

본 연구에서는 4-가 단계의 각의 개념에 대한 학습에 유용한 교구의 개발 및 이를 활용한 교수·학습 프로그램을 구안하고, 실제 수업에 투입하여 학생들의 각과 각도의 개념 이해에 미치는 영향을 알아보려고 한다.

1. 연구문제 1의 실행

제 7차 수학교육과정을 분석하여 각의 지도에 활용할 수 있는 교구를 개발하고, 이를 활용한 교수·학습 프로그램을 구안한다.

가. 4-가 단계의 각의 개념과 관련된 수학과 교육과정 내용 분석

4-가 단계의 각의 개념과 관련된 수학과 교육과정 내용들을 구체적으로 분류해보면 [표 1]과 같다(교육인적자원부, 2007).

올바른 각에 대한 이해는 도형 학습의 바탕이 된다. 각의 크기를 나타내는 각도라는 개념 또한 일상생활에서 유용하다. 제 7차 교육과정 4-가 단계의 각도 단원에서는 각에 대한 개념의 충분한 이해가 필요하고, 삼각형 단원에서는 각에 대한 이해가 바탕이 되어야 한다. 그러므로 4-가 단계의 수학과 교육과정에서 각과 각도에 대한 개념의 이해를 중심으로 하여 연구하고자 한다.

[표 1] 4-가 단계에서 각의 개념과 관련된 교육과정 내용

단원	차시	주제	활동 내용
3. 각도	1/8	각의 크기	1. 부채 만들기 2. 부채 모양을 움직이면서 각의 크기 알아보기 3. 두 각의 크기 비교하기
	2~3/8	각도의 단위 알기, 각도재기와 각도 그리기	1. 각도 읽기 2. 각도기를 이용하여 각도 재기 3. 크기가 45°인 각 그려보기 4. 각도기로 45°인 각 그리기
	4/8	각도의 어림 합과 차	1. 각의 크기를 어림하고, 각도기로 재어보기 2. 제시된 두 각을 만들고, 그것을 이용하여 각도의 합과 차 구하기
	5/8	삼각형의 세 각의 크기의 합	1. 삼각형의 세 각의 크기의 합을 각도기로 재어서 알아보기 2. 삼각형의 세 각의 크기의 합을 종이를 오려서 알아보기
	6/8	사각형의 네 각의 크기의 합	1. 사각형의 네 각의 크기의 합을 각도기로 재어서 알아보기와 종이를 오려서 알아보기 2. 사각형을 삼각형 2개로 나누고, 삼각형을 이용하여 네 각의 크기의 합 알아보기
	7/8	도형 만들기, 문제 해결	자와 각도기를 사용하여 재미있는 도형 만들기
	8/8	수준별 학습	삼각자 2개를 이용해 여러 가지 크기의 각도 만들기
4. 삼각형	1/7	이등변삼각형 알아보기	1. 두 변의 길이가 같은 삼각형 찾기 2. 색종이를 반으로 접어서 오려 낸 삼각형을 보고 이등변 삼각형은 두 변의 길이와 두 각의 크기가 같음을 알게 하기
	2/7	정삼각형 알아보기	1. 여러 가지 삼각형의 세 변의 길이를 재어 보아, 세 변의 길이가 같은 삼각형 찾기 2. 컴퍼스를 이용하여 정삼각형 그리고 세 각의 크기 재어보기
	3/7	예각과 둔각 알아보기	1. 삼각자를 이용하여 직각보다 큰 각과 작은 각 분류하기 2. 막대 2개로 예각과 둔각 만들기
	4/7	예각삼각형, 둔각삼각형 알아보기	1. 여러 가지 삼각형을 보고, 삼각형의 각을 예각, 직각, 둔각으로 구분하기 2. 집판을 이용 여러 가지 예각, 둔각삼각형 만들기
	5/7	재미있는 놀이, 문제 해결	문제카드에 주어진 삼각형 그려보는 놀이하기
	6~7/7	수준별 학습	1. 성냥개비로 정삼각형을 만들고 그 개수 살펴보기 2. 색종이로 이등변삼각형을 만들어 반으로 접었다가 펴서 두 각의 크기가 같음을 알기

나. 각의 개념 학습을 위한 효과적인 교구 개발

교육과정에 제시된 교구와 더불어 원형각도기를 활용하여 구체와 추상을 연결

하는 매개체로써 더 잘 이용될 수 있도록 하고자 한다. 원형각도기의 제작 방법은 [표 2]와 같다(何森眞人, 2007).

바닥 원판은 90도, 30도, 10도, 5도씩 눈금이 표시되어 있으며, 색이 있는 두 개의 투명 필름지를 끼워서 활동을 하게 된다. 원형각도기의 투명 필름지를 1개만 끼우게 되면 각의 크기 조작, 각의 어림, 예각과 둔각 학습, 1직각에서부터 4직각까지의 학습 등을 할 수 있으며, 작은 필름지를 함께 사용하면 각의 크기 비교, 각의 어림 합과 차를 학습하는데 효과적이다. 단, 정확한 각을 측정하기 위해서는 일반각도기와의 병행이 필요하다.

[표 2] 원형각도기 제작방법

사진 자료	보충 설명	사진 자료	보충 설명
	① 반지름 4.5cm의 원판과 각각 다른 색의 투명 필름 (반지름 4.5cm, 2.5cm)을 준비한다.		② 선을 따라 반지름의 길이만큼 자른다.
	③ 투명 필름도 반지름의 길이만큼 한 선분만 자른다.		④ 작은 투명 필름 반지름 길이만큼 자른다.
	⑤ 눈금이 있는 원판에 큰 투명 필름지를 끼운다.		⑥ 작은 투명 필름지를 끼운다.
	⑦ 투명 필름지를 조작해 보고 잘 만들어졌는지 확인한다.		⑧ 완성

다. 교구를 활용한 수학 학습 방안

4-가 단계의 도형 및 측정 영역에서 3단원 ‘각도’의 8차시와 4단원 ‘삼각형’의 두 차시, 총 10차시의 학습 요소를 선정하였다. 학습 활동에 효과적으로 사용할 수 있는 교구를 투입하여 각의 개념 이해를 돕고자 하였다. 교육과정에 제시된 자료들은 종이부채, 각도기, 색종이, 삼각자 등이 있지만, 추가적으로 각도의 학습을 위해 사용된 교구는 원형각도기, 칠교놀이, 펜토미노, 거북명령프로그램, GSP 프로그램이 있다. 4-가 단계의 각도 단원에서 활용할 교구는 [표 3]과 같으며, 삼각형 단원 중 일부 차시에 사용할 교구는 [표 4]와 같다.

[표 3] 3단원에서 교구활용 방안

차시 내용	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시	6차시	7차시	8차시
주요 내용	각의 크기	각도의 단위 알기	각도 재기, 각도그리기	각도의 어림, 합과 차	삼각형의 세 각의 크기의 합	사각형의 네 각의 크기의 합	재미있는 도형 만들기, 문제해결	수준 별 학습
사용 교구	원형 각도기, 종이부채	원형 각도기, 각도기	각도기, 원형각도기	원형각 도기, 색종이	칠교놀이, GSP, 색종이	펜토미노 색종이	각도기, 거북명령 프로그램	삼각 자

[표 4] 4단원에서 교구활용 방안

차시 내용	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시	6~7차시
주요 내용	이등변삼 각형 알아보기	정삼각형 알아보기	예각과 둔각 알아보기	예각삼각형과 둔각삼각형 알아보기	재미있는 놀이, 문제해결	수준별 학습
사용 교구	-	-	원형각도기, 삼각자	삼각자, 점판	-	-

라. 교수·학습의 실제

10개의 수업 차시 중에서 다양한 교구를 활용하여 학습할 차시를 선택해 교수·학습 지도안을 구안하고 수업을 진행하였다.

1) <4-가> ‘3. 각도’ 단원에서 교구의 활용

가) 1차시

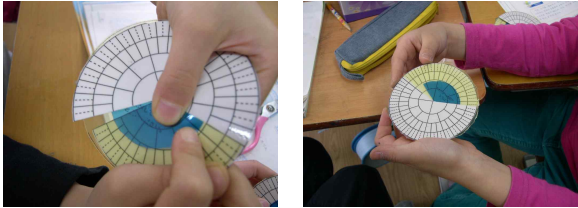
각도 단원의 1차시에서는 각의 크기를 이해하고, 두 변의 벌어진 정도에 따라

각의 크기가 다르다는 것을 알아본다. 이 차시에서 사용되는 교구는 원형각도기와 종이 부채이다. 교육과정에서는 종이부채를 만들어 각의 크기를 알아보는 것이 제시가 되고, 투명종이로 각을 본떠서 겹쳐보며 각의 크기를 비교하는 것이 제시가 되지만, 본 차시에서 추가적으로 원형각도기를 사용하여 각의 크기를 비교하는 활동을 한다. 원형각도기로 각의 크기를 비교할 때 눈금판 이외에 크기가 다른 두 개의 필름지를 사용하기 때문에 변의 길이, 혹은 각 사이의 면적과 각의 크기와는 상관없다는 사실을 눈으로 확인할 수 있게 된다.

첫 번째 활동은 종이부채를 만들어서 부채를 움직이면서 각의 크기를 알아보게 하는 것이다. 따라서 여기서는 실제로 만든 부채를 펼치면서 각의 크기를 비교하게 하고, 각의 크고 작음을 두 변의 벌어진 정도로 구분할 수 있다는 것을 알고 있는가를 파악해야 한다. 다음 활동으로 주어진 각을 직관적으로 비교하고, 투명종이로 한 각의 본을 떼서 다른 각에 겹쳐서 확인한다. 또한 변의 길이가 길고 각의 크기가 작은 각과 변의 길이가 짧고 각의 크기가 큰 각을 제시하고 어느 각이 더 큰지를 알아본다. 다음으로 짝 활동을 제시하는데 원형각도기를 이용하여 각의 크기를 비교하는 것이다. 짝과 함께 원형각도기로 각의 크기에 대한 문제를 내고 답을 확인함으로써 각의 크기는 변의 길이와 상관없이 변이 벌어진 정도에 따라 다름을 알아내도록 한다.

[표 5] 3단원 1차시 교수·학습의 전개

본시주제	각의 크기			
학습목표	<ul style="list-style-type: none"> · 부채로 여러 가지 모양의 각을 만들고 각의 크기를 이해한다. · 본을 떼서 각의 크기를 비교할 수 있다. 			
교수· 학습 과정	단계	교수·학습 활동	시 간	학습 자료
자유탐구 활동	전시 학습 상기 학습 목표 제시	<ul style="list-style-type: none"> ○ 직각에 대한 학습 회상 - 직각을 원형 각도기로 만들어보기. - 직각의 2배가 되는 각도 만들어보기 <ul style="list-style-type: none"> ○ 학습목표 제시 “ 여러 가지 각을 만들고 각의 크기를 이해, 비교할 수 있다. ” 	4분	원형 각도기
학습할 원리와 관련한 조작활동	활동1	<활동1> 부채만들기 <ul style="list-style-type: none"> ○ 색도화지로 부채 모양 만들기 ① 한 쪽을 접은 후, 뒤집어서 같은 간격으로 접기 ② 접은 색도화지를 다시 펼친 후 반으로 접기 	7분	A4 색지, 풀

탐구한 수학적 원리의 형식화	<p>③떨어진 부분을 풀로 붙이기</p> <p>활동2 <활동2>각의 크기 알아보기</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 만든 부채를 움직이면서 각의 크기 알아보기 - 각의 크기 비교하기 	5분	투명 종이
	<p>활동3 <활동3> 가와 나의 각 비교</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 가와 나의 두 각의 크기를 비교하기 -직관적으로 비교하기 -투명종이로 본떠서 확인하기 ○ 가: 변의 길이가 길고 각의 크기가 작은 각 나: 변의 길이가 짧고 각의 크기가 큰 각 - 어느 각이 큰지 비교하기 	7분	
	<p>활동4 <활동4> 원형각도기로 각의 크기 비교하기</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 함께 각을 움직여보기 -어느 각이 더 큰 것인지 확인하기 -가: 큰 원, 나 : 작은 원 	7분	
			
익히기 및 적용하기	<p>활동 내용</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 활동으로 알게 된 것 <p>각의 크기는 그려진 변의 길이와 관계 없이 두 변 이 벌어진 정도에 따라 다릅니다.</p>	1분	원형 각도기 ※변의 길이와 각의 크기의 관계를 인지하 도록 한다.
	<p>정리 하기</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 원형각도기를 사용하여 서로 문제를 내어서 더 큰 각 찾기 - 짝과 함께 문제를 내고 풀기 - 모르는 친구 가르쳐주기 	6분	
	<p>차시 예고</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 다음시간은 각도에 대해 학습 -준비물 : 각도기 	3분	

나) 2~3차시

2차시에서는 각도의 뜻과 각도의 단위인 직각, 도(°)를 이해하고, 각도를 읽을 수 있어야 하며, 3차시에서는 각도를 어렵하고 실제로 재어 비교하는 활동이다.

그러므로 각도의 뜻과 단위를 알아야 하고, 각도기의 사용법을 익혀서 주어진 각도를 잴 수 있어야 한다. 또한 각도기를 이용하여 각도를 그리게 된다. 2~3차시에서 사용되는 교구로는 일반각도기가 주로 쓰이고 보조교구로 원형각도기가 사용된다. 먼저, 제작된 모형시계를 조금씩 돌리면서 각의 크기가 어떻게 변하는지 살펴보도록 한다. 그리고 바늘이 정확히 3시를 가리킬 때의 각의 크기를 보고 직각보다 큰지 작은지를 알아보도록 한다. 각도를 정확히 알기 위해서는 길이를 재는 자와 같이 각의 크기를 재는 측정도구가 필요함을 알게 하고 각을 측정하는 도구가 각도기임을 설명한 후 각도기의 구조를 파악하도록 한다. 추가적으로 원형각도기로 1직각을 만들어보고 개념을 더 확대하여 2, 3, 4직각에 대해 알아보도록 한다.

2차시의 첫 번째 활동은 각도기로 각도를 잰 그림을 보고 각도를 읽는 활동이다. 각도를 읽을 때 각의 기선이 오른쪽에 있으면 오른쪽에서 왼쪽으로 매긴 숫자를 읽고, 각의 기선이 왼쪽에 있으면 그 반대임을 알려주고 각도를 읽게 한다. 다음으로는 직접 각도를 재는 활동을 하게 되고, 3차시에는 각도기로 각을 그려보는 활동을 하게 된다.

다) 4차시

4차시에는 각도를 어렵하고 실제로 재어 비교를 하고 다양한 활동을 통하여 각도의 합과 차를 구한다. 이 차시에서 사용되는 교구는 일반각도기와 색종이, 원형각도기이다. 먼저 주어진 각의 크기를 어렵하고, 각도기를 이용하여 실제로 재어본다. 각도의 어렵은 각도기를 사용하지 않고 각도를 알아보는 지적 과정으로, 어렵을 지도할 때 학생들이 어렵한 것에 대하여 오답 처리를 하지 않도록 해야 한다. 각도를 어렵하여 말하게 한 후, 어렵한 것을 측정 도구인 각도기를 사용하여 측정하고 확인하게 한다. 이러한 활동을 통하여 각에 대한 양감이 길러지게 된다. 다음으로 제시된 두 각을 색종이로 만들고, 두 각도의 합과 차를 구하는 방법을 알아본다. 두 각의 합이 어느 정도가 될지 각을 놓고 어렵하고 직접 각도기로 재어서 생각한 것과 어떻게 다른지 알아보게 한다, 원형 각도기를 이용하여 각도의 합과 차 구하기를 반복하면서 각도의 합과 차의 원리를 파악하고 좀 더 쉽게 할 수 있는 방법을 탐구한다.

라) 5차시

삼각형의 모양과 크기가 여러 가지이므로 삼각형의 세 각의 합도 다르다고 생각하는 학생들에게 다양하고, 구체적인 활동을 통해서 삼각형의 모양과 크기가 다르더라도 모든 삼각형의 세 각의 합은 180° 임을 알게 한다. 이 차시에서 사용되는 교구는 색종이와 칠교놀이이다. 교사는 GSP 프로그램도 사용한다.

먼저, 삼각형 칠교놀이 조각의 세 각의 크기를 각도기로 재어서 알아보고, 그 합을 구한다. 다음으로 색종이를 이용하여 자신이 만들고 싶은 삼각형을 만들어

세 각의 크기를 접어서 모아보는 활동, 세 각의 크기의 합을 종이를 오려서 알아보는 활동을 하게 된다. 마지막으로 교사는 GSP 프로그램을 활용하여 모양과 크기가 다양한 삼각형의 세 각의 합을 보여준다.

마) 6차시

삼각형과 마찬가지로 사각형도 모양과 크기가 여러 가지이므로 사각형의 네 각의 합도 다르다고 생각하는 학생들에게 다양하고 구체적인 활동을 통해서, 그 모양과 크기가 다르더라도 모든 사각형의 네 각의 크기의 합은 360° 임을 깨닫도록 한다. 사용되는 교구는 색종이와 펜토미노이다.

사각형 펜토미노의 네 각의 크기를 각도기로 재어서 알아보고, 그 합을 구한다. 그리고 사각형 펜토미노 4개를 준비하고 조각의 각을 맞추어 네 각의 크기의 합을 알아본다. 다른 형태의 사각형을 색종이로 만들어서 오린 다음, 한 점 또는 한 곳에 맞추어 붙여봄으로써, 네 각의 크기의 합이 360° 임을 확인하게 한다.

바) 7차시

7차시에서는 재미있는 도형을 만들어보는 활동이 진행된다. 이 차시는 컴퓨터실에서 이루어지며 거북명령프로그램을 사용한다.

먼저 자와 각도기로 45° 그리기를 학습한 후 거북명령프로그램에 접속한다. 3학년 때 거북명령프로그램을 한 번 사용해 본 경험이 있지만 기본적인 용어를 설명하고 ‘돌자’의 개념에서 각도를 도입한다. 사각형 그리기, 삼각형 그리기 등 기본적인 도형을 연습하고 난 후, 토론을 통해 제시된 그림을 그리기 위해서는 어떤 명령을 넣어야 할지 결정한다. 시행착오를 충분히 인정해주도록 한다.

사) 8차시

삼각자 2개를 이용하여 여러 가지 크기의 각을 만든다. 이 차시에서 필요한 교구는 삼각자이다. 삼각자 2개의 각을 겹치지 않게 이어 놓았을 때, 이어진 전체의 각이 나온다는 것을 알고, 각을 겹치게 놓았을 때는 각의 차가 나온다는 것을 알게 된다. 이 활동은 삼각자 2개의 각의 합과 차를 이용하여 제시된 각을 만드는 상황이다. 3단원에서 습득한 지식과 개념을 바탕으로 주어진 각을 만들어 보도록 한다.

2) <4-가> ‘4. 삼각형’ 단원에서 교구의 활용

가) 3차시

3-가 단계의 3단원에서 학습한 직각과 4-가 단계의 3단원에서 공부한 각도를 상기시키고, 이 차시에서는 각을 직각, 직각보다 작은 각, 직각보다 크고 180° 보다 작은 각으로 분류하여 보게 하여 직각보다 작은 각을 예각, 직각보다 크고 180° 보다 작은 각을 둔각이라 함을 알게 한다. 이 차시에서 사용되는 교구는 원형각도기와 삼각자이다.

먼저 삼각자를 이용하여 직각과 같은 각을 찾아본 다음 직각보다 큰 각과 직각보다 작은 각으로 분류한다. 원형각도기를 이용하여 예각과 둔각을 만들어 본다.

나) 4차시

앞 차시에서 예각과 둔각을 배웠으므로 예각삼각형과 둔각삼각형을 알아보도록 한다. 이 차시에서는 삼각자와 점판이 교구로 사용된다.

먼저 삼각형에서 예각과 둔각을 찾아 삼각형을 세 종류로 나누어보고, 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형의 용어를 안다. 그리고 점판을 이용하여 다양한 삼각형을 만들고 무슨 삼각형인지 알아보는 활동을 진행한다.

2. 연구문제 2의 실행

프로그램 적용을 통하여 교구를 활용한 학습 활동이 각과 각도의 개념 이해에 미치는 영향을 분석한다.

교구를 활용한 학습 활동이 각과 각도의 개념이해에 미치는 영향을 알아보기 위해 4-가 단계의 3단원 8차시와 4단원 2차시에 한하여 수업을 적용해보고 분석해보기로 한다.

가. 적용 대상

울산광역시 중구에 소재하는 M초등학교 4학년 2개 학급의 학생들을 연구의 대상으로 한다. 연구에 참여한 두 집단은 2008년 3월에 실시한 진단 평가 결과 동질 집단으로 판정된 집단으로 실험집단은 남 18, 여 13명, 총 31명으로 구성되어 있고 비교집단은 남 17명, 여 15명, 총 32명의 학생으로 구성되었다.

나. 적용 방법

각의 개념 학습 방안을 위한 교구를 모색하고 교수·학습 과정안을 구안하여 10차시의 수업에 적용한다. 실험 전 진단평가와 실험 후 평가를 통하여 교구를 활용해 각에 대해 학습했을 때의 효과를 비교 집단과 비교하여 분석한다.

다. 수업의 실제 및 분석

학생들은 흥미와 호기심을 가지고 수학 수업에 임했다. 총 10차시의 수업 중 수학적 개념 이해와 관련해 학생들의 특징적이며 긍정적인 반응을 이끈 대표적인 수업 사례들을 다음과 같이 제시하였다.

사례 1. 여러가지 모양의 각을 만들고 각의 크기를 이해하며, 본을 떼서 각의

크기를 비교할 수 있다. (1/8)

교수 · 학습 내용: 먼저 종이부채를 조작하며 부채를 움직이면 각의 크기가 어떻게 달라지는지 알아보도록 했다. 두 각을 제시하고 각의 크기를 눈으로 비교해보도록 하고 본을 떠서 알아보게 한다. 원형 각도기를 사용하여 노란색, 빨간색 원을 조작하여 두 각의 크기를 비교하도록 하고 변의 길이와 관계없이 두 변의 벌어진 정도에 따라 각의 크기가 달라짐을 알아낼 수 있도록 하였다. 본 주제의 내용으로 원형 각도기를 조작하며 변의 길이는 각의 크기와 무관함을 스스로 알아내는 모습을 살펴볼 수 있었다. 활동으로 두 각의 크기를 투명종이로 본떠서 확인한 후 원형각도기로 각의 크기를 비교하는 활동을 하였다. 간단한 문제를 낼 것이라는 교사의 예상을 깨고 아동들은 작은 원과 큰 원을 돌려가며 근소한 차이를 둔 문제를 내어 짝과 경쟁을 하기도 했다. 3직각 이상의 각으로 크기를 비교하는 아동들도 많았다.

S_1 : 어느 게 더 크게?

S_2 : 빨간 색! 이제 내가 낸다. 뭐가 크게?

S_1 : 아, 너무 차이 안 나잖아. 조금만 더 돌려줘.

쉽게 각의 크기를 비교하는 아동들이 많았다. 재미있게 활동을 하였다. 하지만 한 아이는 원의 크기와 각의 크기의 개념을 잘 잡지 못했다.

S_3 : 어떤 게 더 큰지 말해봐.

S_4 : 이겨.....

S_3 : 아닌데. 다시 봐라.

S_3 학생은 답답해하면서 각의 크기에 대해 직접 가르쳐 주었다. 직접 가르치며, 배우며 각의 크기에 대해 학습하고 있었다. S_4 학생이 어느 정도 이해를 했다는 생각이 들 때 활동을 마치고 학습을 정리했다.

1차시의 수업을 진행하면서 아동들은 원 형태의 각도기를 낮설어하면서도 신기하게 생각했다. 각의 크기를 비교하기 위해 짝과 함께 문제를 내고 푸는 과정을 즐겼으며, 조작하는 원의 크기가 다름에도 불구하고 각의 크기를 비교하기 위해서는 벌어진 정도를 봐야한다는 것을 조작과정에서 깨달을 수 있었다. 일반 각도기와 다르게 3직각과 4직각을 볼 수 있다는 것을 알아낸 아동 또한 있었다. 왜 일반 각도기에는 180도 밖에 없는지 의문을 가지기도 하였으며 돌리는 활동이 재미있다고 하며 일반 각도기 말고 원형 각도기만 사용하자는 아동 또한 있었다.

S_2 아동은 다소 산만하며 장난꾸러기이다. 이 학습에 대한 개념이해는 빨랐으며 짝 활동을 할 때 자신이 내는 문제는 익살맞게도 굉장히 근소한 차이의 문제만을 내었으며 짝이 헛갈려하는 것을 즐겼다. 하지만 즐거운 마음으로 수업에 임하였고 딴 짓을 하지 않고 다양한 질문을 했다.

각도에 대한 이해가 잘 되지 않은 S_4 아동은 교과학습부진 아동이었으며, 변의

길이가 길면 각도도 커진다는 생각을 하여 계속 잘못된 선택을 하고 있었다. 하지만 짝 활동을 통해 직접 조작을 하고, 친구의 설명을 듣고 결국 각도는 변의 길이와는 무관하다는 것을 이해하게 되었다.

사례 2. 각도를 어렵하고 실제로 재어 비교할 수 있으며, 구체적 조작활동을 통하여 각도의 합과 차를 구할 수 있다. (4/8)

교수·학습 내용: 산과 관련된 이야기와 함께 두 개의 각을 제시하고 어느 것이 올라가기 더 힘들지 질문하며 학습을 시작한다. 각을 보고 그 각도를 어렵하여 본다. 색종이로 제시하는 각을 그리고 가위로 오린 후 두 각의 합과 차를 구하고, 원형 각도기를 이용하여 각도의 합과 차를 구해본다. 학생들에게 각에 대한 양감이 길러질 수 있도록 하며, 토의가 활발하게 이루어져서 다양한 방법을 찾아 두 각의 합과 차를 구할 수 있도록 한다.

원형 각도기를 사용해서 각도의 합과 차를 구하는 활동을 처음에는 생소해 했다. 하지만 조작과 토의를 통해 합을 구하기 위해서는 먼저 한 각을 맞춰 놓은 후 그 각도에서부터 다음의 각도만큼 더 가면 구할 수 있다는 것을 깨달았으며, 각도의 차는 두 각을 한 곳에 위치시킨 후 주어진 각 만큼 반대 방향으로 이동시키면 된다는 것을 알아냈다. 색종이 활동에서 혼란을 겪던 아이들도 원형 각도기를 통해 개념을 잡을 수 있었다. 조작 활동을 통해 각도의 합과 차를 구하니 흥미가 유발되었다.

라. 원형각도기를 사용 후 학습감상문 분석

각도의 합과 차를 원형각도기를 사용하여 학습한 소감을 적어보도록 했다. 아동들은 각도의 합과 차를 원형각도기를 조작해서 학습하여 재미있었다는 반응이 많았으며, 각도기에서 좀 더 보충해야 할 부분을 적은 경우도 있었다. 그 반응의 유형은 다음과 같다.

먼저 일반 각도기에 익숙해져있는 한 아동(그림 2)은 원형각도기가 360도로 이루어져 있는 것을 신기하게 생각했다. 계산만 하면 합과 차가 나오는데 조작을 하려니 힘든 점은 있지만 더 쉽게 원리를 이해할 수 있다는 생각을 하였다. 또 다른 아동(그림 3)은 각도기를 직접 만들 수 있다는 것에 희열을 느꼈으며, 합과 차를 자신이 만든 각도기로 구할 수 있었다는 것에 성취감을 느꼈다. 소극적인 성격임에도 불구하고 1차시, 각의 크기를 비교하는 활동에서도 적극성을 띄며 짝과 활동을 하던 아이가 바로 이 반응을 보였다. 다소 산만한 한 아동(그림 4)은 원형 각도기를 사용하니 차분히 앉아 있는 모습도 보여 주었다. 원을 돌려보는 활동에서 시간이 걸리는 것을 못 참고, 360도를 돌렸을 때 원이 빠져버리자 가끔 인내심을 잃었지만 신나게 활동을 하였다. 한 소극적인 아이(그림 5)는 처

음에 원형 각도기로 합과 차를 구하는데 어려움을 겪었지만 토론을 통해서 이 아동은 방법을 알아냈으며 재미있게 활동을 할 수 있게 되었다. 또한 자신이 구한 답을 다시 검산을 하고 확인한 후 성취감을 느꼈다.

아동들은 원형각도기를 손쉽게 만들 수 있었으며, 자신이 만든 각도기로 직접 수업에 사용하는 것을 흥미롭게 생각했다. 한 아이는 원래 각도기는 180도까지만 있는 줄 알았는데 360도까지 있다는 것을 신기하게 생각하였고, 처음에 ‘이건 뭐지?’ 라는 생각을 했지만 나중에는 ‘이 각도기에 이런 원리가 있었구나.’ 라는 것을 깨달았다고 말을 했다. 360도를 돌리면 원이 빠져버려 다시 끼워야 하는 불편함이 있었지만, 돌리면서 4직각, 즉 360도는 원을 완전히 한 바퀴 돌린 크기라는 것을 알았다고 대답했다. 그래서 큰 각도의 계산이 가능하다는 것도 장점으로 제시하였으며, 플라스틱 각도기는 휘어질 수 없어서 아무데서나 쓸 수 없지만 원형 각도기는 휘어져서 장소의 제약 없이 조작할 수 있어서 좋다고 하였다. 편리한 점으로 일반각도기처럼 밑금을 맞추는 과정이 어렵지 않다는 것을 말하였다. 자

나는 3단원이 재미있었다 그리고
교배가면 각도를 재미있게 할
수 있게 된 것 같다. 지금까지 360°
각도기를 만들어서 배기, 더하기
를 해서 재미있었다 그리고 만
능과정도 재미있고 조마 조마 했
다 그리고 각도를 그려보는 것이
좋았다

그림 2. 활동 후 학습감상문 1

처음에는 원형 각도기 익숙하지 않고
그냥 각도기만 익숙했는데 각도는
별로 재미가 없었지만 원형각도기는
신나고 재미있고 신기하다.
그리고 서로 쉽보다 어렵지만
성취감이 있어서 좋다 그리고
수학을 더 쉽게 이해할 수 있게 만들어
주어서 좋다.

그림 3. 활동 후 학습감상문 2

돌리는 것은 양산한 것보다 재미있고
창의력을 올려주는 원형각도기
입니다. 원형각도기로 하면
양산으로 하는 것보다 정확한
계산이 가능해 더 정확합니다.
그리고 단점도 오래 걸리거나
재미 없습니다.
원형각도기는 지루하지 않고 계산할 때
재미 있습니다.

그림 4. 활동 후 학습감상문 3

원형 각도기(처럼) 애썼지만 해보니
각도기로 돌리면서 한 바퀴 계산보다 재미있
고 두 다 귀찮고 답도 확인해 보았다.
원형각도기는 합과 차도 귀찮고 답도 다 확인
할 수 있어 좋은 것 같다

그림 5. 활동 후 학습감상문 4

대한 기대감을 표현하였다. (그림 7)의 아동은 원형각도기에 구성되어 있는 눈금을 분석하고, 이 각도기로 덧셈과 뺄셈을 하는 방법을 기록하였으며, 원형각도기로 각도를 재는 기능까지도 생각하여 적어놓았다. 제시된 일부의 내용 이외에도 흥미를 느꼈던 내용들을 일기로 길게 적어놓았다.

V. 연구 결과의 분석

1. 각의 개념에 대한 사전 실태 조사

각의 개념 이해의 정도를 파악하기 위해 2008년 3월 5학년 한 반을 대상으로 사전 실태 조사를 해보았다. 사전 분석 결과에 따른 특이 사항을 살펴보면 다음과 같다.

오답이 가장 많은 문항은 각의 용어에 대한 물음이었다. 둔각에 대한 개념을 묻는 질문에서는 정답률이 9.4%로 3명의 학생만이 정확한 응답을 하였다. 오답 유형은 각의 크기가 150인 각, 각이 큰 각 등 막연히 큰 각으로 인식하고 있었다. 시계 바늘의 각도를 묻는 문항 또한 오답률이 52.6%로 높았으며, 이 문항은 4직각에 대한 개념이 필요한 시계 바늘의 각도를 묻는 질문이다. 시계 바늘이 2시를 가리킬 때의 각도를 알기 위해서는 4직각의 개념인 360° 를 알아야 하고, 1시간의 각도를 계산해 낼 줄 알아야 한다. 오답의 유형으로 30° 라는 응답이 가장 많이 나왔으며 이것은 시계 바늘이 한 바퀴 돌 때의 각을 180° 로 인식을 할 가능성이 있다. 둔각이라는 용어에 대한 이해가 필요하며, 2직각보다 큰 각인 3직각과 4직각에 대한 학습이 요구된다고 볼 수 있다. 오답률이 높은 것으로 1° 에 대한 개념을 묻는 문항을 볼 수 있다. 복수 응답을 요구하는 문항이며 34.4%의 아동만이 정답을 선택했다. 1° 란 1직각을 90으로 나눈 것 중 하나라는 것에 응답을 한 아동은 84.4%지만, 완전히 회전한 것을 똑같이 360° 로 나눈 하나라는 것을 선택한 아동은 59.4%이며, 두 가지를 다 선택한 아동은 34.4%이다. 이는 1직각을 90으로 나눈 하나라는 1° 의 개념을 2직각, 3직각, 4직각에 확장시켜 적용하는 능력과 2, 3, 4직각에 대한 개념 이해의 부족으로 보인다.

정답률이 높은 문항은 각의 크기를 묻는 문항과 기본적인 각도를 읽는 문항이었다. 90.6%의 정답률을 보였으며, 3번 문항의 경우 4-가 단계 3단원의 1차시에 해당하는 내용이다. 각의 크기를 비교하는 것과 각도기의 눈금을 통해 각을 읽는 것은 습득이 잘 되어 있었다. 하지만 6번 문항의 오답자들은 모두 60° 라는 답을 썼으며, 이것은 각과 밑금이 맞추어진 방향부터 각을 읽지 못해서 생긴 오류이다. 따라서 각도기의 눈금을 읽는 방법에 대한 지도가 필요하다.

2. 사전 진단평가

교구를 활용한 학습 활동이 각의 개념 이해에 미치는 영향을 알아보기 위해,

기존의 교수·학습 방법을 유지한 비교집단과 교구를 활용하여 학습한 실험집단을 대상으로 한 사전 진단평가의 결과를 비교하여 동질성을 확인한 후 그 효과를 알아보았다. 사전진단평가는 2008년 3월에 실시한 국가수준 교과학습 진단평가 수학 교과를 활용하였다. 사전진단평가의 결과는 [표 6]과 같다.

[표 6] 사전 진단평가 결과

	집단	N	평균	표준편차	t	p
진단평가	실험집단	31	28.16	1.93	0.362	0.719
	비교집단	32	27.94	2.87		

국가수준 교과학습 진단평가 수학교과 30문항 (총점 30점)으로 평가를 하였다. 사전 진단평가의 결과를 보듯이 실험반과 비교반의 인원은 각각 31명, 32명이었고, 실험집단의 평균은 28.16점, 비교집단은 27.94점, 표준편차는 각각 1.93, 2.87, 검증 통계량의 t 값은 0.362이며 유의확률은 0.719로 $p > .05$ 이다. 즉, “두 집단 간 차이가 없다.”라는 영가설을 만족시킨다. 따라서 실험집단과 비교집단이 동질집단이라는 판단을 내릴 수 있다.

3. 사후 학업성취도 검사

가. 중간학력평가

동질성을 가지는 두 집단에 대해서 수학 4-가 단계 3단원과 4단원 일부를 마친 후 중간학력평가를 실시하였는데 실험집단과 비교집단의 중간학력평가 분석 결과는 [표 7]과 같이 나타났다.

[표 7] 중간학력평가 결과

	집단	N	평균	표준편차	t	p
중간 학력평가	실험집단	31	86.32	8.28	0.945	0.349
	비교집단	32	84.19	9.59		

중간학력평가의 결과를 보면 실험집단과 비교집단의 평균은 각각 86.32와 84.19로 2.13점 차이가 났다. 하지만 분석 결과 유의미한 차이는 없었다. 다음으로 각도 단원이 수학 점수에 미친 영향을 살펴보기 위해 연구 해당 문항만을 따로 뽑아내어 분석한 결과는 [표 8]과 같았다..

[표 8] 중간학력평가 문항 중 해당문항 분석 결과

	집단	N	평균	표준편차	t	p
해당문항	실험집단	31	28.59	4.35	0.764	0.448
	비교집단	32	27.56	3.51		

1학기 중간학력 평가에는 각과 각도에 대한 문제가 8문항 출제되었다. 각과 각도에서는 난이도 하의 문항이 많이 출제되었으며, 총 배점은 32점이고 실험반의 평균 득점은 28.59점, 비교반의 평균 득점은 27.56점으로 실험반이 1.03점 더 높았지만 그다지 유의미한 차이가 나지는 않았다. 상, 중, 하 수준의 아동을 명확히 구분해 줄 문제보다는 평이한 문제가 출제되어 실력의 차이가 드러나지 않았다.

차이가 나는 문제를 문항별로 비교해보면 각도의 개념에 관한 것이었다. 각도의 개념을 적는 문제에서 실험반의 오답 인원은 5명으로 두 변을 이은 선, 각도 기 등의 답이 나왔고, 비교반의 오답 인원은 16명으로 전체의 50%를 차지하는 수준이었다. 오답의 유형은 각도란 각이다, 단위, 꼭지, 각의 넓이, 삼각형, 몇 도, 각도기, 180 등과 같았다.

다음으로 차이를 보인 문항은 시계바늘의 각도를 구하는 것이었다. 실험반의 오답 인원은 2명, 비교반의 오답 인원은 6명이다. 시계가 한 바퀴 돌 때를 360° 라 하고 1시간을 움직일 때 각도는 30° 임을 파악하지 못하고 오답을 고른 경우이다. 또한 삼각형의 내각의 합을 구체물을 조작하여 나타내거나, 그림으로 표현하라는 문항에서도 그 차이가 나타났는데, 실험반은 71%, 비교반은 56%의 정답률을 보였다. 실험반의 아동들은 삼각형 모양의 종이를 잘라서 각들을 모아 붙이거나, 접어서 나타내는 방법을 많이 사용하였고, 오답의 경우는 삼각형의 내각의 합이 180° 임을 이용하여 세 각도를 각각 60° 씩으로 지정해 놓고 더하는 경우가 있었다. 비교반에서 오답을 적은 아동의 경우에는 삼각형 모양의 종이를 이용해 가위로 잘라서 붙였지만 삼각형의 세 각이 아닌 가위로 잘라서 만들어진 각을 모아 붙이는 경우도 있었다. 이는 삼각형의 세 각의 합이 왜 180° 인지 그 과정을 모르고 있다는 의미이며, 이를 알아보기 위한 조작 활동에도 서툴다는 것으로 받아들여진다.

나. 사후 학업성취도 평가

[표 9]와 같이 3단원 8차시의 내용과 4단원의 2차시의 내용과 관련하여 10개의 문항을 구성하여 평가를 실시하였다. 평가 문항은 7차 교육과정에 제시된 학습 목표를 중심으로 문항을 구성하였으며 실험반의 평균 점수는 80.67점으로 비교반의 평균점수인 72.32보다 8.35점 높았다. 그 결과는 다음과 같다.

[표 9] 실험집단과 비교집단의 학업 성취도 평가 결과

	집단	N	평균	표준편차	t	p
학업 성취도	실험집단	31	80.67	13.82	2.399*	0.020
	비교집단	32	72.32	13.35		

(* $p < .05$)

검증 통계량의 t값은 2.399 이며, 유의 확률은 0.020으로 $p < .05$ 이다. 즉 “두 집단 간의 차이가 없다.” 라는 영가설이 발생할 확률이 5%도 안 된다는 것이다. 그러므로 유의수준 .05에서 두 집단 간의 차이가 존재한다. 따라서 “비교집단과 실험집단의 학업성취도에 차이가 있다.” 라는 결론을 내릴 수 있다. [표 10]의 분석 결과들을 중심으로 정답률의 차이가 두드러지는 문항들을 살펴보면 다음과 같다.

시침과 분침이 이루는 각도를 묻는 문항에서 실험반과 비교반의 정답률은 각각 90%와 71%로 나타났다. 실험반의 오답 분포에서는 특이할만한 점을 발견할 수 없지만 비교반의 오답 분포를 보면 5시 5분이라는 응답에 오답이 몰려 있었다.

삼각형의 세 각의 합에 대해 묻는 문항의 경우 실험반은 전원 정답이었지만 비교반은 5명이 오답을 적었다. 삼각형의 세 각의 합이 180° 임을 알아야 하고 이를 좀 더 오랫동안 기억하고 그 원리를 파악하는 것이 필요하다. 이는 칠교놀이와 색종이를 이용하여 다양한 모양과 크기의 삼각형으로 조작한 실험반이 더 유리했다고 생각된다.

1직각보다 크고 2직각보다 작은 둔각을 표시하는 문제에서는 이 용어를 이해하지 못하고 두 개의 각을 모두 표시한다든지, 자기 나름의 선분을 하나 더 긋는 경우가 많았다. 특히 비교반에서 용어의 이해력이 떨어졌다. 두 가지 각을 모두 표시하거나 비스듬한 선분의 수선을 그리고 평각을 표시, 두 개의 각을 모두 표시해 놓는 등의 오답이 나타난다. 각도라는 개념에 대한 이해가 부족하여 각이 표시된 부분의 넓이를 각도라고 이해한 학생도 있었다.

각과 각도에 대한 개념을 묻는 문항에서도 정답률의 차이가 있었다. 각에 대한

[표 10] 사후 학업성취도 평가 문항 분석

문항	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
평가 영역	개념 이해	개념 이해	개념 이해	개념의 이해	문제 해결력	문제 해결력	기본적 지식	문제 해결력	개념 이해	개념 이해	
평가 개념	각과 각도	각	각의 크기	각에 대한 용어	각도	각도의 합과 차	각도기 사용	삼각형 세 각의 크기	360° 의 이해	둔각의 이해	
내용	각과 각도의 의미	각을 찾아 보기	각의 크기 비교	직각, 예각, 둔각의 의미	시계의 각도	각도의 합과 차 구하기	각도를 채는 순서	나머지 한 각의 크기 구하기	나머지 한 각 찾기	둔각 표시하기	
정답률 %	실험	각 45 각도 74	100	94	직 100 예 97 둔 48	90	그림 61 계산 74	58	100	68	71
	비교	각 3 각도 35	100	87	직 97 예 87 둔 35	71	그림 29 계산 52	58	84	71	42

개념을 묻는 문항에서는 실험반의 정답률은 45%였지만 비교반의 정답률은 3%밖에 미치지 못했다. 각도의 개념을 묻는 질문 역시 실험반은 74%, 비교반은 35%로 차이가 났다. 또한 각도의 합과 차를 그림으로 나타내는 문항에서도 그림 표현의 정확도는 실험반이 우수하게 나타났다. 이는 원형각도기로 각도의 합과 차를 학습하여 합과 차를 구할 수 있는 방법에 대한 사고를 할 수 있었기 때문이다.

둔각을 찾아 표시하라는 문항에서도 그 차이가 나타났는데, 실험반은 71%의 정답률을 보이고 비교반은 42%의 정답률을 보였다. 둔각이라는 용어를 사용하기 보다는 1직각보다 크고 2직각보다 작은 각을 표시하라고 문제를 제시하여 그 용어를 이해할 수 있어야 풀 수 있는 문제였으며 예각을 표시한 학생들도 많았다. 나머지 문항의 결과는 유사하게 측정되었다.

VI. 결론 및 제언

본 연구는 각의 개념 이해와 관련된 제 7차 수학교육과정을 분석하여 각과 각도의 지도에 활용할 수 있는 교구를 개발 및 이를 활용한 교수·학습 프로그램을 구안한 후 프로그램 적용을 통하여 교구를 활용한 학습 활동이 각과 각도의 개념 이해에 미치는 영향을 알아보려고 하였다. 이러한 연구를 통하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

첫째, 수학 수업에 활용될 수 있는 다양한 교구를 조사하고 각과 각도의 지도에 사용할 수 있는 교구를 선정하여 수업 상황에 적용하였다. 직접 원형각도기를 만들어보고 수업 상황에 도입을 함으로써 조작의 즐거움을, 또 아동들에게 수학이 재미있는 것이고 다양한 활동을 할 수 있는 교과라는 생각을 심어주었다.

둘째, 교구를 활용한 수업을 통해 주제에 친숙하게 접근하고 수학적 개념을 보다 명확하게 인식할 수 있었다. 더 나아가 각도의 합과 차를 구하는 방법, 어렵능력을 길러주었으며, 원형각도기로 각도를 눈으로 보면서 4직각의 개념을 심어줄 수 있었으며 수학 학습에 대해 긍정적인 반응을 유도하였다. 하지만 3직각 이상의 큰 각을 나타낼 때에는 필름지가 빠지는 불편함이 있었으며, 각도의 합과 차를 구할 때 1도 단위의 세밀한 각도의 계산은 할 수 없었다는 단점이 있었다.

셋째, 교구를 활용한 학습 활동이 각과 각도의 개념 이해에 미친 영향은 학습 능력에서도 볼 수 있다. 동질 집단으로 여겨지는 두 학급의 사후 검사에서는 실험반의 평균 점수는 80.67점으로 비교반의 평균점수인 72.32보다 8.35점 높은 점수를 보이며 유의미한 차이가 나타났다. 중간학력평가에서는 유의미한 차이가 나타나지는 않았지만 각과 각도의 개념, 4직각에 대한 개념을 활용한 시계 바늘의 각도를 구하는 문항, 조작활동을 통하여 삼각형의 내각의 합을 구하는 문항에서

차이가 있음을 알 수 있었다.

이를 통해서 교구를 활용한 학습활동이 각과 각도의 개념 이해에 있어서 유의미한 영향을 끼친다는 것을 알 수 있다.

이상의 연구결과를 토대로 수학 교수·학습에서 교구의 활용과 관련지어 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 4학년 가 단계에서의 각에 대한 이해를 조사하면서 계열성에 대한 정리가 필요함을 느꼈다. 3학년의 직각에서부터 4학년에 제시되는 각도 그리고 수학과 교육과정의 각에 대한 개념의 계열성을 정리한다면 각의 지도에 있어서 도움이 될 것이다. 따라서 효율적인 교수·학습을 위해 수학과 영역별 계열성에 대한 정리 및 심도 있는 연구가 이루어져야 하겠다.

둘째, 본 연구에서는 각과 각도 개념지도와 관련하여 교구의 활용방안을 모색하였는데, 학생들의 학습능력신장을 위하여 각 이외의 영역에서도 수학 지도에 활용될 수 있는 다양한 교구의 개발 및 연구가 필요하다는 것을 알 수 있다.

참고 문헌

- [1] 교육인적자원부 (1998). 초등학교교육과정해설(IV). 서울: 대한교과서주식회사.
- [2] 교육인적자원부 (2007). 초등학교 교사용 지도서 수학 4-나. (주)천재교육.
- [3] 김상룡(1999). 수학일기(Mathematical Journal)에 관한 연구. 科學·數學教育 硏究 22. 27-43. 대구교육대학교 과학교육연구소.
- [4] 남승인(2003). 초등학교 수학학습에서 교구활용에 관한 연구(칠교판 활용을 중심으로). 대구교육대학교 논문집 38, 109-134.
- [5] 박선희(2006). 초등수학교육에서의 교구활용방안 연구. 제주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [6] 박을용·김치영·박한식·조병하·정지호(1992). 數學 大辭典(下). 한국사전연구원.
- [7] 배중수(2002). 초등수학교육 내용지도법. 경문사.
- [8] 이인환·류기천·이석희(1999). 수학 교육과 탱그램 활동, 한국수학교육학회 지 시리즈 F<수학교육학술지> 3, 139-168.
- [9] 정동권(2000). 초등학교 수학 수업에서 패턴블록의 활용. 과학교육논총 12, 1-28. 인천교육대학교 과학교육연구소.
- [10] Ginsberg, H. & Opper, S.(1969). Piaget's theory of intellectual development. Englewood Cliffs, N.J.:Prentice - Hall.
- [11] National Council of Teachers of Mathematics(2000). Principle and Standards for School Mathematics. Reston, VA : Author.

[12] 何森眞人(2007). 授業の上ネタ:すぐに使える算数おもしろ教具.フォーラム・A.

Jong Rim Baek and Jae Ho Choi

Department of Mathematics Education

Daegu National University of Education

1797-6 Daemyong 2dong, Namgu

Daegu 705-715, Korea

E-mail address: jrimbaek@hanmail.net, choijh@dnue.ac.kr