

특별직교이방성 이론에 의한 포스트텐션 슬래브교의 해석

한봉구¹ · 방배산²

서울과학기술대학교 건설공학부 교수¹, 서울과학기술대학교 건축토목협동과정, 석사과정²

Analysis of Post-tensioned Slab Bridge by Means of Specially Orthotropic Theory

Han, Bong-Koo¹ · Bang, Bae-San²

¹Seoul National University of Science & Technology, Professor, Corresponding author,

²Seoul National University of Science & Technology, Graduate student

Abstract: A post-tensioned slab bridge is analyzed by the specially orthotropic theory. Each longitudinal and transverse steel layer is regarded as a lamina, and material constants of each lamina is calculated by the use of rule of mixture. This slab bridge with simple support is under uniformly distributed vertical and axial loads. In this paper, the finite difference method and the beam theory are used for analysis. The result of beam analysis is modified to obtain the solution of the plate analysis. The result of this paper can be used for post-tensioned slab bridge analysis by the engineers with undergraduate study in near future.

Key Words: specially orthotropic theory, beam theory, plate theory, slab bridge

1. 서론

토목, 건축 분야의 건설에는 주로 콘크리트 및 강재 등이 구조용 재료로 주로 사용되어져 왔다. 그러나 최근 산업이 급속도로 발전함에 따라 구조물이 대형화되고, 중량과 부식, 내구성 문제 및 경과 연수의 증가로 인한 유지 보수가 중요한 문제로 대두됨에 따라 신소재인 복합재료를 건설에 응용하기 위한 노력들이 활발하게 진행되어 왔다.

복합재료는 이방성이므로 휨-인장, 인장-전단 및 휨-비틀림 연계(coupling)효과의 발생으로 고전이론에 비해 너무 어렵다는 단점이 있으므로 일반 기술자들이 건설분야에 응용하기에는 많은 어려움이 있다. 이러한 문제점들은 토목 구조물처럼 단면이 커질 경우 특별직교이방성이론으로 해석이 가능하다는 결과가 제시됨에 따라 해석에 따른 어려움이 점차 해결되고 있

다.(Kim, 1993, 1995, Han & Kim 2001)그러나 대부분의 토목구조물은 그 경계조건이 복잡함을 갖고 있으며, 이러한 구조물에 관한 정확한 해를 구한다는 것은 상당한 어려움이 있다. 이러한 문제를 공학적으로 충분히 정확한 결과를 얻을 수 있는 방법 중 하나가 유한차분법이다.

토목 구조물의 대부분은 판 구조요소로 되어 있으며 이들 중 많은 부분이 여러 소재를 합성한 복합구조로 구성되어 있다. 그 중 대표적인 구조물이 포스트텐션된 슬래브 교량이다. 본 논문에서는 포스트텐션된 슬래브 교량을 복합 적층판으로 고려하여 해석하고 그 타당성을 입증하고자 한다. 그 중 복철근으로 배근된 포스트텐션된 슬래브 교량은 각각의 층이 대칭으로 구성되어 있어 $[0^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_r$ 형태의 특별직교이방성 판과 동일하게 거동한다고 가정할 수 있다.

본 논문에서는 양단 단순, 타단자유(SF)로 지지된 복철근 콘크리트 슬래브에 프리스트레스를 도입한 경우 특별직교 이방성 이론에 의한 해석결과(Han,

주요어: 특별직교이방성이론, 보이론, 판이론, 슬래브교

Corresponding author: Han, Bong-Koo

Department of Civil Engineering, Seoul National University of Science & Technology, Professor, 172 Gongneung-dong, Nowon-gu, Seoul 139-743, Korea.

Tel: +82-2-970-6577, Fax: +82-2-948-0043, E-mail: bkhan@seoultech.ac.kr

투고일: 2010년 1월 2일 / 수정일: 2010년 2월 3일 / 게재확정일: 2010년 6월 2일

2001, 2003, Kim, 1999)와 단순지지된 슬래브의 보 이론에 의한 해석 방법(Stephen, 1989)을 비교하여 본 논문에서 제시하고 있는 방법이 타당하며 실용적임을 밝히고자 한다.

2. 본 연구에서 사용된 이론과 공식

2.1 특별직교이방성 이론에 의한 포스트텐션된 슬래브 교량의 해석

등분포 수직하중과 축방향 등분포 하중을 동시에 받는 특별직교이방성 복합적층판의 평형방정식은 다음 식(1)과 같다.(Kim, 1995)

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -q(x, y) \quad (1)$$

이 때 단면력과 처짐과의 관계는 다음 식(2), 식(3), 식(4) 와 같이 쓸 수 있다.

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$M_{xy} = -2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

식(4)를 식(1)에 대입하여 정리하면 다음 식(5)와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 4D_{66} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -q(x, y) \quad (5)$$

2.2 복철근 직사각형보의 고전적 보 이론

고전적 보 이론에 의하여 복철근 직사각형보를 해석하기 위하여 자유물체도를 그리면 Fig. 1 과 같다.

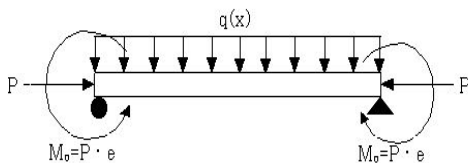


Fig. 1 Free body diagram for reinforced beam element

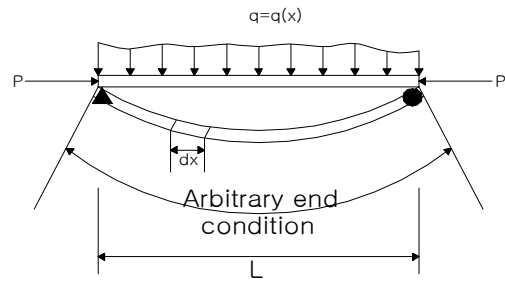


Fig. 2 Deflection shape for reinforced beam element

Fig. 2 는 축방향력과 등분포하중을 받는 복철근 직사각형 보의 처짐 상태를 나타내고 있다. 본 논문에서 이용될 보 이론은 포스트텐션된 슬래브 교량을 단위 폭의 보로 고려하여 해석하였다. 미소구간 dx 를 확대하여 dx 구간에 작용 중인 상태를 나타내면 Fig. 3 과 같이 나타낼 수 있다.

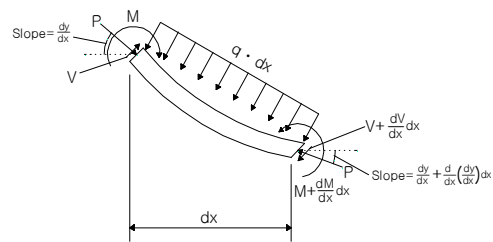


Fig. 3 Acting force at the finite section dx

위의 Fig. 3 에서 $\frac{dV}{dx} - P \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -q$ 라는 평형방정식이 성립한다.(Kim, 1993, Stephen et al. 1989, Whitney et al. 1970, Pagano, 1970)

$$\text{이때 } v = \frac{dM}{dx} \text{ 이므로 } \frac{d^2 M}{dx^2} - P \frac{d^2 y}{dx^2} = -q$$

$$\text{여기서 } M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} \text{ 이므로}$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = q \quad (6)$$

식(6) 에서 처짐에 관한 방정식을 유도하여 정리하면 식(7) 과 같이 쓸 수 있다.

$$y = \frac{e(1 - \cosh kl)}{2 \sinh kl} \sinh kx + \frac{e}{2} \cosh kx + \frac{e(\cos kl - 1)}{2 \sin kl} \sin kx - \frac{e}{2} \cos kx$$

$$+ \frac{1}{D} \left(\frac{1}{24} qx^4 - \frac{1}{12} q lx^3 + \frac{1}{24} q l^3 x \right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 M &= -D_{11}y'' \\
 &= -\frac{Pe(1-\cosh kl)}{2\sinh kl} \sinh kx - \frac{Pe}{2} \cosh kx \\
 &+ \frac{Pe(\cos kl-1)}{2\sin kl} \sin kx - \frac{Pe}{2} \cos kx \\
 &- \left(\frac{1}{2} qx^2 - \frac{1}{2} q lx \right) \quad (8)
 \end{aligned}$$

여기서, D 는 복합재료의 적층판에서 구한 D_{11} 값이다.

3. 수치해석

본 연구에서는 포스텐션된 슬래브교량을 Fig 4와 같이 모델링하였다. 이때 사용한 물성 값은 다음과 같다.

- 콘크리트 설계기준강도 : $f_{ck} = 24 MPa$
- 종방향 철근 : D25-200mm 간격으로 배치
- 횡방향 철근 : D13-200mm 간격으로 배치
- 철근의 피복두께 : 30mm
- 콘크리트탄성계수:

$$E_c = 8,500 \sqrt[3]{f_{ck} + 8} = 26,985 MPa$$

- 철근의 포아송비 : $\nu_s = 0.3$
- 콘크리트의 포아송비 : $\nu_c = 0.18$

본 연구에서는 mesh 의 크기를 1.0 m 로 하였으며, 교량중심으로부터 편심거리가 0.2 m 인 경우에 대해서 연구를 수행하였다.

수직방향 하중조건으로는 자중 $0.6 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 15 \text{ kN/m}^2$ 이고 총하중이 $15 + 12.5 = 27.5 \text{ kN/m}^2$ 이 작용하는 것으로 하였으며, 축방향 하중을 100 kN, 200 kN, 400 kN, 700 kN, 1000 kN로 증가시키면서 판의 축방향 하중별 단면력과 처짐에 대한 해석을 수행하였다.

4. 비교분석 및 고찰

판의 자중과 등분포 수직하중을 고려하고 편심은 0.2 m 로 고정하여 축방향 하중을 100 kN, 200 kN, 400 kN, 700 kN, 1000 kN으로 변화를 주고, 단위 폭을 가진 보의 모멘트 값을 비교 분석하였다.

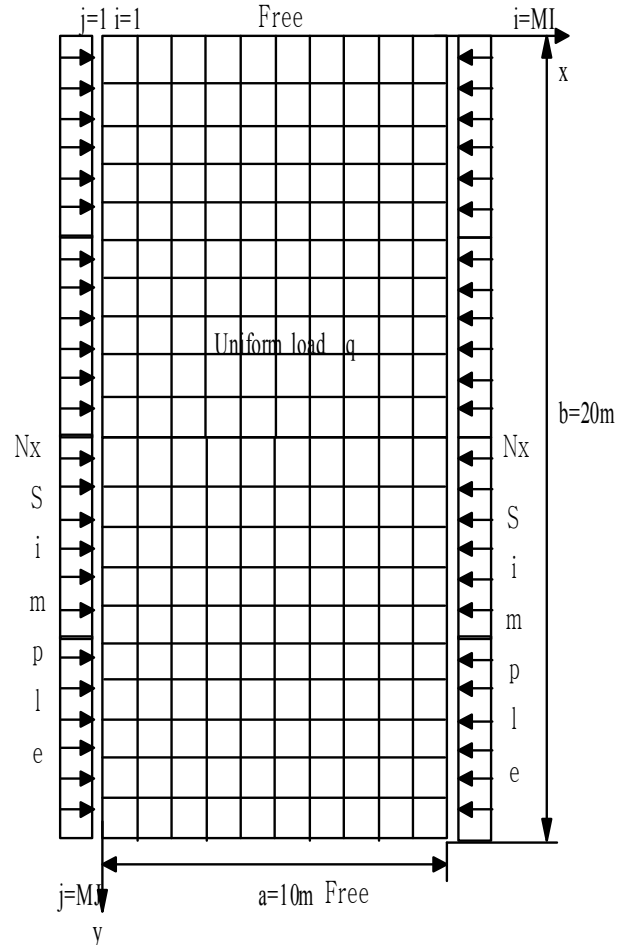


Fig. 4 Modeling of Slab Bridge

4.1 특별직교 이방성 이론에 의한 경우

본 연구에서는 x 방향이 단순지지 되고 y 방향이 자유인 경계조건을 갖는 경우의 $x = 1 \text{ m}, 3 \text{ m}, 5 \text{ m}, 7 \text{ m}, 9 \text{ m}$ 에서의 100 kN, 200 kN, 400 kN, 700 kN, 1000 kN의 축방향 하중을 증가시키며 고찰하였다.

Table 1은 축방향 하중의 증가에 따른 교량 중심선상 지점으로부터 위치별 모멘트 값을 나타낸 것이다.

4.2 보 이론에 의한 수치 해석의 경우

Table 2 는 특별직교이방성의 경우와 같이 x 방향이 단순지지 되고 y 방향이 자유단인 경계조건을 갖는 단순보의 $x = 1 \text{ m}, 3 \text{ m}, 5 \text{ m}, 7 \text{ m}, 9 \text{ m}$ 에서 축방향 하중을 100 kN, 200 kN, 400 kN, 700 kN, 1000 kN의 축방향 하중 증가에 따른 교량 중심선상 지점으로부터 위치별 모멘트 값을 나타내었다.

Table 1. Mx with Increase of Axial Load (N·m)

N x	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	105734.6	85866.3	46009.5	-14063.2	-74491.1
3m	273697.2	254029.0	214464.0	154434.1	93551.18
5m	329762.1	310188.6	270730.7	210737.5	149744.5
7m	273690.0	254034.6	214461.7	154425.2	93552.28
9m	105735.2	85864.2	46009.2	-14062.3	-74490.5

Fig. 5 는 경간 방향의 거리에 따른 모멘트를 그래프로 나타낸 것이다.

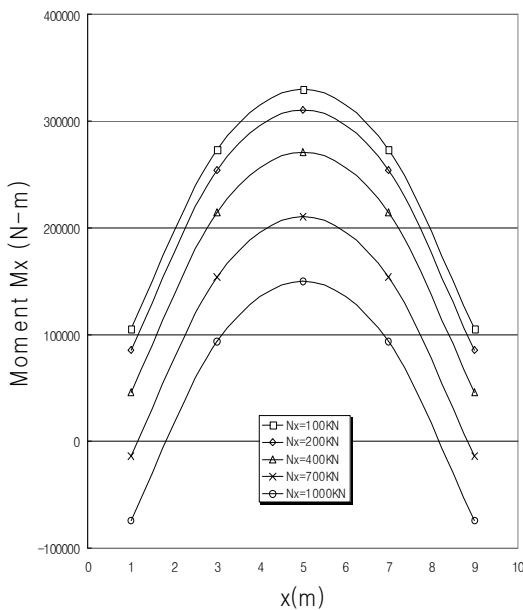


Fig. 5 Mx Distribution

Table 2. Mx with Increase of Axial Load (N·m)

Nx	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	104865.4	85043.6	45288.3	-14623.6	-74870.8
3m	271412.7	251888.5	212579.8	152965.4	92569.0
5m	326943.7	307534.0	268404.7	208935.3	148534.8
7m	271412.7	251888.5	212579.8	152965.4	92569.0
9m	104865.4	85043.6	45288.31	-14623.6	-74870.8

Fig. 6 은 지간 방향의 거리에 따른 모멘트를 그래프로 나타내었다.

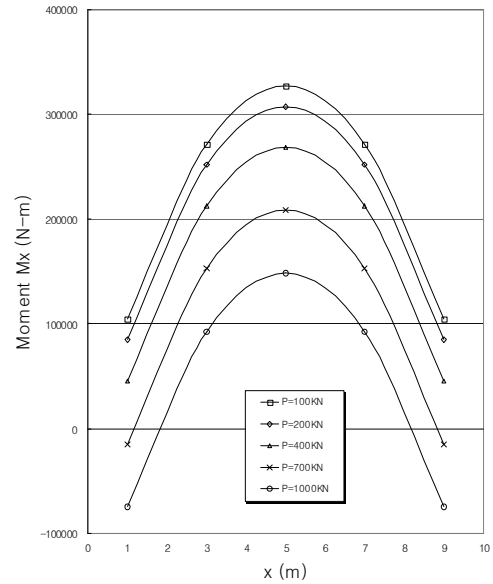


Fig. 6 Mx Distribution

4.3 결과 분석 및 고찰

정확도를 검증하기 위해 양단 단순지지, 타단 자유인 경우의 복합적층판 이론에 의한 모멘트 결과를 비교한 결과 축방향 하중 증가에 따른 교량 중심선상 지점으로부터 위치별 모멘트는 100 kN 에서 2818 N · m 의 차이를 나타내었으며, 1000 kN에서의 모멘트는 1210 N · m 의 차이를 나타내었다.

양단 단순지지, 타단 자유인 경계 조건하에서의 복합적층판 이론에 의한 포스트텐션된 슬래브 교량의 해석과 고전적인 보 이론에 의한 포스트텐션된 슬래브 교량의 해석 결과 처짐과 모멘트 값에 있어서 큰 차이를 보이지 않았다. 같은 조건의 모멘트의 차이는 0.01% 의 오차만이 발생됨을 알 수 있다.

이러한 일련의 결과를 고찰하여 보면 복합적층판 이론에 의한 해석 결과와 보 이론에 의한 포스트텐션된 슬래브 교량의 해석의 결과가 거의 일치함을 알 수 있었다.

5. 결론

본 논문에서는 포스트텐션된 슬래브 교량을 복합적층판의 이론에 의해 처짐과 모멘트를 구하고, 보 이론에 의하여 처짐과 모멘트를 구하여 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 논문에서 제시한 축방향 압축력과 단부모멘트, 등분포 수직하중을 받는 포스트텐션된 슬래브 교량에 대한 복합적층판 이론을 응용한 해석방법을 제

시하였다.

(2) 특별직교 이방성 판이론의 해석 결과와 보 이론에 의한 해석 결과를 비교해 본 결과, 본 연구에서 제시하고 있는 해석 방법에 대한 정확성을 입증할 수 있었다.

(3) 축방향 하중의 증가에 따른 처짐과 모멘트 값의 차이가 매우 적으므로 본 해석방법의 타당성과 실용성을 입증할 수 있었다.

References

- Ashton, J. E. (1970). "Anisotropic Plate Analysis-Boundary Condition", *J. of Composite Materials*, pp. 162-171.
- Han, B. K. and Kim D. H. (2001). "Analysis of Steel Bridges by Means of Specially Orthotropic Plate Theory", *Journal of KSSC*, Vol. 13, No. 1, pp. 61-69.
- Han, B. K, and Kim, D. H. (2003). "Analysis of Prestressed Concrete Slab Bridge by Beam Theory." *Journal of KISM*, Vol. 7, No. 2, pp. 115-124.
- Kim, D. H. (1993). Simple Method of Anaysis for Preliminary Design of Certain Composite Laminated Primary Structures for Civil Construction II, *Journal of Materials Processing Technology*, 55, Elsevier, London.
- Kim, D. H. (1995). *Composite Structure for Civil and Architectural Engineering*, E & FN Spon, 1st edition, London.
- Kim, D. H., Han, B. K., Lee, J. H., Hong, C. W. (1999). "Simple Methods of Vibration Analysis of Three Span Continuous Reinforced Concrete Bridge with Elastic Intermediate Supports." *Proceeding of the Advances in Structural Engineering and Mechanics*, Seoul, Vol. 2, pp. 1279-1284.
- Pagano, N. J. (1970). "Exact Solution for Rectangular Bidirectional Composites and Sandwich Plates." *J. Comp. Mat.*, Vol. 4, No. 1, pp. 20-34.
- Stephen P. Timoshenko, and S. Woinowsky-Krieger. (1989). *Theory of Plates and Shells*, Second Edition, Mcgraw Hill Book Co.
- Whitney, J. M. and Leissa, A. W. (1970). "Analysis of a Simply Supported Laminated Anisotropic Rectangular Plate." *AIAA J.*, Vol. 8, No. 1, pp. 28-33.