

논문 2010-47SD-5-2

Spectral-Amplitude-Coding Optical CDMA를 위한 Extended Hadamard Code

(Extended Hadamard Codes for Spectral-Amplitude-Coding Optical
CDMA)

지 윤 규*

(Yoon Kyoo Jhee)

요 약

Hadamard code를 이용한 spectral-amplitude-coding optical code-division multiple-access(OCDMA)는 효율적인 시스템을 구성할 수 있으나 2^n 개의 code length만을 갖는 특성을 지닌다. 이의 한계성을 극복할 수 있는 extended Hadamard codes를 제안하고 주된 잡음인 phase-induced intensity noise(PIIN)를 분석하여 향상된 시스템의 특성을 보인다.

Abstract

Good performance of spectral-amplitude-coding optical CDMA can be obtained using codes based upon Hadamard matrices, but Hadamard codes have very restrictive code lengths of 2^n . In this paper a new code family, namely extended Hadamard code, is proposed to relax the code length restriction and the number of simultaneous users. The improved performance of the proposed system is analysed with the consideration of phase-induced intensity noise(PIIN).

Keywords : extended Hadamard code, phase-induced intensity noise, optical CDMA

I. 서 론

아주 낮은 전파손실과 고속의 정보를 전달할 수 있는 특성으로 인하여 single-mode 광섬유는 고속의 장거리 통신링크에 널리 사용되고 있다. 또한 이 광섬유를 이용한 local area networks(LAN's)의 발전이 급속히 이루어지고 있어 각 사용자가 효율적으로 network resources를 공유하는 연구가 중요하다. Optical code-division multiple access (OCDMA)는 엄격한 파장제어 없이 네트워크에 비동기적으로 접속할 수 있는 장점이 있다.

이상적인 spectral-amplitude-coding OCDMA 시스템은 bandwidth $\Delta\nu$ 구간에서 평평한 unpolarized source spectrum을 가정한다. 전송된 spectrum은 N개의 직사각형조각으로 나누어지고 사용자의 code에 따라서 amplitude masking된다. 수신기에 입력되는 신호에는 필요한 정보와 더불어 불필요한 multiple-access interference(MAI)가 공존하고 있어 이를 제거하기 위하여 orthogonal code를 사용함이 필수적이다^[1~4]. Orthogonal code의 하나로서 Hadamard matrices를 이용하여 효율적인 optical CDMA 시스템을 구현할 수 있었다^[3].

그러나 Hadamard code는 2^n 개의 제한적인 code length만으로 구성될 수 있어 code 길이를 유연하게 조절하기가 쉽지 않다. 본 논문에서는 code length를 더 유연하게 조절할 수 있는 extended Hadamard code를

* 정희원, 이화여자대학교 전자공학과
(Dept. of Electronics Engineering, Ewha Womans University)
접수일자: 2009년8월5일, 수정완료일: 2010년3월31일

제안하고 주된 잡음인 phase-induced intensity noise (PIIN)를 분석하여 Hadamard code 보다 향상된 시스템 성능을 보임을 기술한다.

II. Extended Hadamard Code Designs

1. Extended Hadamard Code의 구성

Extended Hadamard code의 구성은 Hadamard code 를 다음과 같이 mapping 함으로서 얻을 수 있다. H를 Hadamard matrix의 첫 행을 제거한 후에 1에 "0"을 (-1)에 "1"을 대입한 (0,1)로 이루어진 $M \times (M+1)$ normalized Hadamard matrix라고 할 때 extended Hadamard matrix C는 다음 식과 같이 각 element에 identity matrix를 곱하여 얻을 수 있다.

$$C = \left\{ \begin{array}{cccc} h_{2,1} * I_L & \dots & h_{2,k} * I_L & \dots & h_{2,M+1} * I_L \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{M+1,1} * I_L & \dots & h_{M+1,k} * I_L & \dots & h_{M+1,M+1} * I_L \end{array} \right\} \quad (1)$$

윗 식에서 I_L 은 $L \times L$ identity matrix이다. 같은 방법으로 \bar{C} 는 $(1-h_{k,\ell})$ 로 구성된 \bar{H} 의 각 element에 $L \times L$ identity matrix를 곱하여 얻을 수 있다. 이와 같이 구한 matrix의 각 행은 codeword가 된다.

4×4 Hadamard matrix를 사용하여 $M=3, L=2$ 인 extended Hadamard code를 생성하는 과정을 예로 들어 설명하기로 한다. 4×4 Hadamard matrix

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

의 각 element에 1대신에 0을 -1

대신에 1을 치환한 후에 첫 번째 행을 제거하여 얻은 matrix는 다음과 같이 $M=3$ 인 경우의 3×4 의

$$\text{normalized Hadamard matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

가 되며 각 행은

normalized Hadamard code가 된다.

이 matrix의 각 element에 2×2 identity matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

을 곱하면

$$\begin{bmatrix} 00100010 \\ 00010001 \\ 00001010 \\ 00000101 \\ 00101000 \\ 00010100 \end{bmatrix}$$

이 되며 각 행은 <표 1>의

표 1. $M=3, L=2$ 인 경우의 extended Hadamard codewords

Table 1. Extended Hadamard codewords when $M=3$ and $L=2$.

k	ℓ	codeword $c_{k,\ell}$	codeword $\bar{c}_{k,\ell}$
1	1	00100010	10001000
1	2	00010001	01000100
2	1	00001010	10100000
2	2	00000101	01010000
3	1	00101000	10000010
3	2	00010100	01000001

codeword $c_{k,\ell}$ 에 나타나 있는 extended Hadamard code가 된다.

$M=3$ 이고 $L=2$ 인 경우의 codeword를 <표 1>에 나타내었다. 위에서 설명한 예에서 Hadamard matrix의 각 행을 취한 normalized Hadamard code의 길이는 4이 었으나 각 element에 2×2 identity matrix $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 을 곱 하여 구한 extended Hadamard codeword의 길이는 $4 \times 2 = 8$ 로 증가하게 되며 codeword의 개수도 두 배 로 증가한 6이 된다. 만약에 3×3 identity matrix를 각 element에 곱하면 codeword의 길이와 개수는 각각 3배 로 증가하게 된다. 이와 같은 방법으로 초기에 취한 Hadamard matrix와 곱하여 주는 identity matrix의 dimension으로 extended Hadamard codeword의 길이를 유연하게 조절할 수 있다.

2. 시스템 구성

Extended Hadamard code를 이용한 fiber-optic CDMA 네트워크는 그림 1과 같이 구성 할 수 있다. ML개의 송수신기가 star coupler를 통하여 서로 연결되어 있다. k번째 사용자의 송신기는 광대역 incoherent optical source인 LED(light emitting diode)로부터 나오

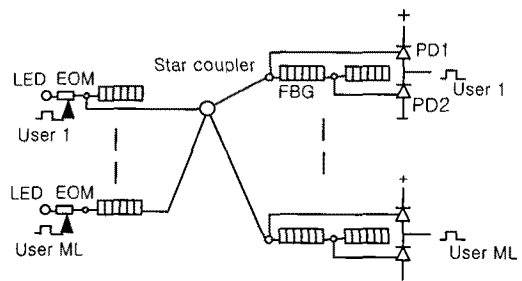


그림 1. Spectral-amplitude OCDMA 시스템
Fig. 1. Spectral-amplitude OCDMA system.

는 빛에 electro-optic modulator(EOM)를 이용하여 on-off keying 형태로 사용자의 정보를 실는다.

각 데이터에 해당하는 광신호는 fiber Bragg grating(FBG)을 지나며 spectral slicing 형태로 encoding된다. FBG에서 반사된 spectrum은 사용자의 extended Hadamard code에 해당되며 code vector $C_{k,\ell} = (c_{k,\ell,1}, \dots, c_{k,\ell,N})$ 로 나타난다. 여기서 $N = (M+1)L$ 은 code의 길이가 되며 $c_{k,\ell,n} \in \{0,1\}$ for $1 \leq n \leq N$ 은 (k,ℓ) 번째 사용자의 spectral code가 된다.

$ML \times ML$ 의 passive star coupler는 이 시스템에서 local network 사용자를 연결하는 역할을 하고 각 사용자의 송신기는 spectrum encoded 신호를 모든 수신기에 broadcast하게 된다. 수신된 신호 spectrum은 모든 사용자가 송신한 신호의 합으로서 $r = \sum_{k,\ell=1}^K b_{k,\ell} C_{k,\ell}$

이 된다. 이 식에서 $b_{k,\ell} \in \{0,1\}$ for $k,\ell = 1, \dots, K$ 는 (k,ℓ) 번째 사용자의 information bit이다. 수신기는 FBG로 구성된 optical correlator를 사용하여 수신된 전체 신호로부터 원하는 신호를 추출해 낸다. Correlator의 출력에는 원하는 신호와 원하지 않는 신호인 multiple-access interference(MAI)가 혼재되어 있으므로 MAI를 줄이기 위하여 orthogonal code를 사용한다. 본 논문에서는 orthogonal code로 extended Hadamard code를 사용하고 FBG와 balanced receiver를 decoder로 사용한다.

이 시스템의 동작을 자세히 설명하기 위하여 수신기 1번이 <표 1>의 첫 번째 codeword를 사용한 경우를 예로 든다. 수신기의 앞쪽에 위치한 FBG는 00100010의 1에 해당하는 파장을 반사시키고 나머지 하나는 10001000의 1에 해당하는 파장을 반사시키도록 구성된다. 사용자 1 번($s = \ell = 1$)에게 신호를 보내기 위해서는 00100010 codeword를 사용해야 하므로 앞에 위치한 FBG에서 2 단위의 신호가 반사되어 PD1(photodiode)에서 수신된다. 나머지 code들은 사용자 1번에게는 모두 interference가 된다. ℓ 값이 다른 00010001, 00000101, 00010100은 수신기 1번의 codeword와 crosscorrelation이 0이 되어 두개의 FBG에서 반사되는 파장이 없어 수신되는 신호는 없다. ℓ 값이 같고 k 값은 다른 00001010, 00101000은 두 개의 FBG에서 각각 1단위 씩 반사되어 서로 다른 PD에서 수신되나 balanced detector 구조이므로 서로 상쇄되어 수신되는 신호가 없어 interference들이 모두 제거되는 구조이다.

3. Phase-Induced Intensity Noise 분석

Encoding process 이후 passive star coupler에서 합해진 신호는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_{ML}) = \sum_{k=1}^M \sum_{\ell=1}^L b_{k,\ell} C_{k,\ell} \quad (2)$$

여기서 $b_{k,\ell}$ 은 (k,ℓ) 번째 사용자의 binary data bit이다. (j,s) 번째 사용자의 정보가 원하는 정보라면, $C_{k,\ell}$ 과 $C_{j,s}$ 의 correlation은

$$R_{cc}(j,s,k,\ell) = \sum_{i=1}^N C_{j,s}(i) C_{k,\ell}(i) = \begin{cases} \frac{M+1}{2}, & s = \ell, j = k \\ \frac{M+1}{4}, & s = \ell, j \neq k \\ 0, & s \neq \ell \end{cases} \quad (3)$$

이다. $C_{k,\ell}$ 과 $\overline{C_{j,s}}$ 의 correlation은

$$R_{cc}(j,s,k,\ell) = \sum_{i=1}^N C_{j,s}(i) \overline{C_{k,\ell}(i)} = \begin{cases} 0, & s = \ell, j = k \\ \frac{M+1}{4}, & s = \ell, j \neq k \\ 0, & s \neq \ell \end{cases} \quad (4)$$

이 된다. (3)과 (4)식의 correlation을 구하는 방법을 설명하기 위하여 <표 1>에 있는 codeword를 예로 든다. $s = \ell = 1, j = k = 1$ 인 경우에 (3)식은 autocorrelation에 해당되어 00100010의 각 요소들끼리 곱한 후에 합하는 것을 의미하므로 $\frac{M+1}{2} = 2$ 가 되며 (4)식은 00100010과 10001000의 각 요소를 곱하여 더하는 것이 되므로 0이 된다. $s = \ell = 1, j \neq k$ 인 경우는 <표 1>에서 ℓ 은 동일하고 k 는 다른 경우이므로 (3)식은 00100010과 00001010의 crosscorrelation에 해당되어 $\frac{M+1}{4} = 1$ 이 된다. 이 경우 (4)식은 00100010과 10100000의 crosscorrelation에 해당되어 역시 $\frac{M+1}{4} = 1$ 이 된다. $s \neq \ell$ 인 경우는 ℓ 값이 서로 다른 경우에 해당되어 (3)식은 한 예로 00100010과 00010001의 crosscorrelation이 되어 0이며 (4)식은 00100010과 01000100의 crosscorrelation으로 0이 된다. 이와 같은 방법으로 다양한 ℓ 과 k 값들에 대하여 구한 결과를 일반화시켜 (3)과 (4)식을 얻을 수 있었다. (k,ℓ) 번째 사용자의 수신기에

있는 FBG와 PD(photodiode)를 통한 출력은 correlation의 차이에 비례하며 그 차이는 다음 식으로 주어진다.

$$R_{\alpha}(j,s,k,\ell) - R_{\alpha}(j,s,k,\ell) = \begin{cases} \frac{M+1}{2}, & s = \ell \text{ and } j = k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

이 결과 식으로부터 원하는 정보가 추출되고 MAI가 제거되었음을 알 수 있다.

하나의 bit period 동안 (k, ℓ) 번째 수신기에서의 power spectral density(PSD)를 photodiode1(PD1)과 photodiode2(PD2)에서 각각 계산하면 다음 식이 된다.

$$G_1(\nu) = \frac{P_{sr}}{\Delta\nu} \sum_{j,s=1}^K d_{j,s} \sum_{i=1}^N C_{j,s}(i) C_{k,\ell}(i) \cdot \left\{ u\left[\nu - \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2N}(-N+2i-2)\right] - u\left[\nu - \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2N}(-N+2i)\right] \right\} \quad (6)$$

$$G_2(\nu) = \frac{P_{sr}}{\Delta\nu} \sum_{j,s=1}^K d_{j,s} \sum_{i=1}^N C_{j,s}(i) \overline{C_{k,\ell}(i)} \cdot \left\{ u\left[\nu - \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2N}(-N+2i-2)\right] - u\left[\nu - \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2N}(-N+2i)\right] \right\} \quad (7)$$

$u(\nu)$ 는 unit step function, P_{sr} 은 하나의 송신기로부터 수신된 전력, $\Delta\nu$ 는 optical source bandwidth in Hertz, $d_{j,s}$ 는 (j,s) 번째 사용자의 data bit이고 K 는 active user의 수이다. 모든 사용자가 "1"을 보낸다고 가정하면 PD1에 수신된 총 전력파와 mean squared power는 각각 다음 식이 된다.

$$\int_0^\infty G_1(\nu) d\nu = \frac{P_{sr}}{N} \left\{ \frac{M+1}{2} + \frac{M+1}{4} \left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor + 1 \right\} \quad (8)$$

$$\int_0^\infty G_1^2(\nu) d\nu = \frac{P_{sr}^2}{N\Delta\nu} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{C_{k,\ell}(i) \left[\sum_{j,s=1}^K d_{j,s} C_{j,s}(i) \right]}{\left[\sum_{m,n=1}^K d_{m,n} C_{m,n}(i) \right]} \right\} = \frac{P_{sr}^2}{N\Delta\nu} \left\{ \frac{\left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor + 1}{2} \right\} \left\{ \frac{M+1}{2} + \frac{M+1}{4} \left(\left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor - 1 \right) \right\} \quad (9)$$

위의 식에서 $\lfloor \cdot \rfloor$ 는 floor function을 나타낸다. 동일한 조건에서 PD2에 수신된 총 전력파와 mean squared power는 각각 다음 식이 된다.

$$\int_0^\infty G_2(\nu) d\nu = \frac{P_{sr}}{N} \left\{ \frac{M+1}{4} \frac{\left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor + 1}{2} \right\} \quad (10)$$

$$\int_0^\infty G_2^2(\nu) d\nu = \frac{P_{sr}^2}{N\Delta\nu} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\overline{C_{k,\ell}(i)} \left[\sum_{j,s=1}^K d_{j,s} C_{j,s}(i) \right]}{\left[\sum_{m,n=1}^K d_{m,n} C_{m,n}(i) \right]} \right\} = \frac{P_{sr}^2}{N\Delta\nu} \left\{ \frac{\left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor + 1}{2} \right\} \left\{ \frac{M+1}{4} \left(\left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor - 1 \right) \right\} \quad (11)$$

Desired user로부터 수신된 신호는 photodiode의 전류차가 되어 다음 식으로 나타내진다.

$$I = I_1 - I_2 = R \int_0^\infty G_1(\nu) d\nu - R \int_0^\infty G_2(\nu) d\nu = R \frac{P_{sr}}{2L} \quad (12)$$

위 식에서 $R = \frac{\eta e}{h\nu_c}$ 은 PD의 responsivity이며 η 는 quantum efficiency, e 는 전자의 전하량, h 는 Plank 상수이고 ν_c 는 central frequency이다. PIIN에 해당하는 수신된 photocurrent의 variance를 (9)와 (11)식을 이용하여 구하면

$$\langle i_{INT}^2 \rangle = BR^2 \int_0^\infty G_1^2(\nu) d\nu + BR^2 \int_0^\infty G_2^2(\nu) d\nu = \frac{BR^2 P_{sr}^2}{4L\Delta\nu} \left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor \left(\left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor + 1 \right)$$

이 된다. 실제로 각 사용자가 "1"을 보낼 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로 이 경우 위의 식은 다음과 같이 된다.

$$\langle i_{INT}^2 \rangle = BR^2 \int_0^\infty G_1^2(\nu) d\nu + BR^2 \int_0^\infty G_2^2(\nu) d\nu = \frac{BR^2 P_{sr}^2}{8L\Delta\nu} \left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor \left(\left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor + 1 \right) \quad (13)$$

(12)와 (13) 식으로부터 PIIN으로 인한 signal-to-noise ratio(SNR)을 구하면 다음 식이 된다.

$$SNR = \frac{(I_1 - I_2)^2}{\langle i_{INT}^2 \rangle} = \frac{2\Delta\nu}{BL \left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor \left(\left\lfloor \frac{K}{L} \right\rfloor + 1 \right)} \quad (14)$$

$L = 2, 4, 8$ 인 경우의 extended Hadamard code와 Hadamard code의 사용자 수에 따른 SNR을 계산하여 그림 2에 나타내었다. 이 계산을 위하여 $B = 500 \text{ MHz}$ 와 $\Delta\nu = 2.5 \text{ THz}$ 를 사용하였고 그림에 나타난 값들은 모두 평균값이라 할 수 있다. 이 그림이 보여 주듯이 L 값이 증가함에 따라서 PIIN의 감소를 통하여 SNR이 증가됨을 알 수 있다.

이와 같은 PIIN의 감소는 extended Hadamard code

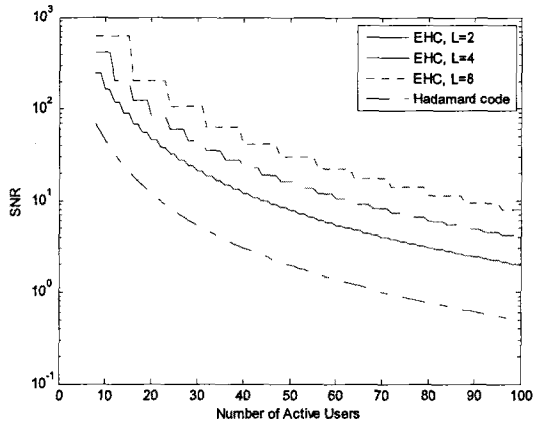


그림 2. 사용자 수에 따른 SNR

Fig. 2. SNR versus the number of active users.

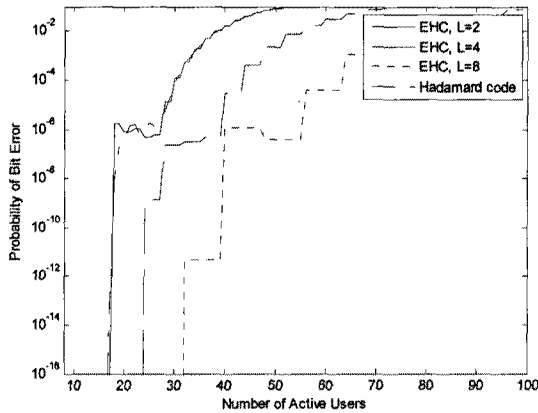


그림 3. 사용자 수에 따른 BER

Fig. 3. BER versus the number of active users.

의 in-phase cross correlation이 Hadamard의 경우보다 작아서 가능하다. 비록 extended Hadamard code의 weight가 크지 않아 autocorrelation이 작더라도 autocorrelation과 in-phase cross correlation의 비를 크게 유지할 수 있어 PIIN을 감소시키는 효과를 얻는다.

Gaussian approximation의 경우 bit error rate(BER)는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{SNR/8}) \quad (15)$$

$L=2, 4, 8$ 일 때 PIIN로 인한 BER을 그림 3에 그렸다. $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{SNR/2})$ 의 식으로부터 구한 Hadamard code의 경우(complementary keying)와 비교하면 L 값이 증가함에 따라 BER이 낮아져 시스템 성능이 향상됨을 알 수 있다. 본 논문은 정보가 1일 때는

pulse를 송신하고 0일 때는 신호를 보내지 않는 방법을 택했으므로 (15)식을 이용하여 BER을 구하고 비교 대상인 Hadamard code는 0일 때도 신호를 보내는 방법을 택하였으므로 $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{SNR/2})$ 를 사용하였다^[2]. 그림 2와 그림 3은 동시사용자 수를 연속적으로 증가시키며 구한 값을 그렸으나 SNR을 구한 (14)식의 분모에 있는 $\lfloor x \rfloor$ 로 표시된 floor 함수(x 보다 작은 최대 정수)가 불연속 함수이므로 그림 2에 jumping이 나타나고 이를 기반으로 구한 (15)식을 그린 그림 3 역시 jumping이 존재한다.

III. 결 론

본 논문에서는 Hadamard code word의 길이를 유연하게 변경시킬 수 있는 extended Hadamard code를 제안하였다. 주된 잡음인 PIIN을 계산하여 Hadamard code와 성능을 비교한 결과 L 을 증가시키에 따라 효과적으로 SNR과 BER을 향상시킬 수 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] E. Smith, R. Blaikie and D. Taylor, "Performance Enhancement of Spectral-Amplitude-Coding Optical CDMA Using Pulse-Position Modulation," *IEEE Trans. on Communications*, Vol. 46, no. 9, pp. 1176-1185, Sep. 1998.
- [2] Z. Wei, H. Shalaby and H. Ghafouri-Shiraz, "Modified Quadratic Congruence Codes for Fiber Bragg-Grating-Based Spectral-Amplitude-Coding Optical CDMA Systems," *J. of Lightwave Technology*, Vol. 19, no. 9, pp. 1274-1281, Sep. 2001.
- [3] M. Kavehrad and D. Zaccarin, "Optical Code-Division-Multiplexed Systems Based on Spectral Encoding of Noncoherent Sources," *J. of Lightwave Technology*, Vol. 13, no. 3, pp. 534-545, Mar. 1995.
- [4] S. Tseng and J. Wu, "Extended M-sequence codes for SAC FO-CDMA PONs applications," *Electronics Letter*, Vol. 44, no. 7, pp. 234-235, Mar. 2008.

— 저 자 소 개 —



지 윤 규(정회원)
1978년 서울대학교 전자공학과
학사 졸업.
1980년 서울대학교 전자공학과
석사 졸업.
1984년 The University of Texas
at Austin 전자공학과
박사 졸업.

<주관심분야 : 광통신, 광정보처리>