

재결정 위상: 척도 없는 거듭제곱 법칙 망

(Recrystallization Topology: a Scale-free Power-law Network)

박 재 현 [†]

(Jae-Hyun Park)

요약 최근에 비 구조적 피어투피어 시스템을 위해 분산적으로 재결정위상을 구성하는 위상 제어 프로토콜이 제안되었다[1]. 본 논문에서는 재결정위상이라고 불리는 이러한 계층적 위상이 척도 없는 거듭제곱 법칙 망임을 보인다. 우리는 재결정 위상의 분산된 구성을 위한 알고리즘의 프로세스를 모형화 하고, 평균 장 접근법(Mean field Approximation)과 연속체 이론(Continuum theory)에 근거를 두고 분석하여, 구성된 재결정 망이 척도 없는 망임을 보였다. 위상제어 알고리즘을 따르는 각 노드는 더 선호하는 노드에 대한 연결을 추가하고, 가장 비선호하는 노드에 대한 연결을 제거한다. 다시 말해, 알고리즘에 따라, 각 피어는 자신이 알고 있는 피어들 중에서 최고의 적중률(또는 검색 능력 혹은 선호도)을 가지고 있는 노드들과 연결을 추가하고, 최저의 적중률을 가진 노드들과의 연결을 끊는다. 이것은 비구조적 피어투피어 망에서 재결정 위상을 구성하기 위한 지역적인 프로세스를 실제로 표현한다. 우리는 차수의 분포를 분석적으로 유도한다. 분석 결과, 만들어지는 재결정 위상은 척도 없는 망이며, 이것의 거듭제곱 법칙의 지수 γ 는 3 이다.

키워드 : 척도없는 망, 거듭제곱법칙 분포, 위상 제어 프로토콜, 피어투피어 망, 재결정 위상

Abstract Recently the distributed topology control algorithm for constructing the Recrystallization Topology in the unstructured peer-to-peer network was proposed. In this paper, we prove that such a hierarchical topology is a scale-free power-law network. We present a model of a construction process of the distributed protocol, and analyze it based on a mean-field approximation and the continuum theory, so that we show that the constructed Recrystallization Topology is a scale-free network. In the proposed model, all nodes are born with some initial attractiveness and the system incorporates the rewiring of some links at every time step. Some old links are removed with the anti-preferential probability, and some new links are added with preferential probability. In other words, according to the distributed algorithm, each node makes connections to the more-preferential nodes having higher hit-ratio than other nodes, while it disconnects the anti-preferential nodes having lesser hit-ratio. This gives a realistic description of the local processes forming the recrystallization topology in unstructured peer-to-peer network. We calculate analytically the degree distribution. The analytic result indicates that the constructed network is a scale-free network, of which the scaling exponent is 3.

Key words : Scale-free network, Power-law distribution, Topology Control Protocol, Peer-to-peer Network, Recrystallization Topology

1. 개요

많은 자연계의 망들, 예를 들어 하나의 세포 안에 있는 분자들, 생태계의 종들, 사회적 무리 안에서의 사람들과 같은 망들은 L 연결들을 가진 노드들의 수가 L^{-k} 에 비례하는 척도-없는(Scale-free) 거듭제곱법칙(Power-law)의 망들이다(여기서 k 는 망에 의존적인 상수이다) [1,2]. 통신 망들, 특히 비구조적 피어투피어(Peer-to-peer) 망도 척도-없는 거듭제곱법칙 망이며, 이러한 위상에서는 소수의 노드들이 많은 연결들을 가지며, 통신

[†] 정 회 원 : 중앙대학교 공과대학 컴퓨터공학부 교수

hyunie@cau.ac.kr

논문접수 : 2008년 10월 17일

심사완료 : 2010년 2월 18일

Copyright©2010 한국정보과학회: 개인 목적이나 교육 목적인 경우, 이 저작물의 전체 또는 일부에 대한 복사본 혹은 디지털 사본의 제작을 허가합니다. 이 때, 사본은 상업적 수단으로 사용할 수 없으며 첫 페이지에 본 문구와 출처를 반드시 명시해야 합니다. 이 외의 목적으로 복제, 배포, 출판, 전송 등 모든 유형의 사용행위를 하는 경우에 대하여는 사전에 허가를 받고 비용을 지불해야 합니다.

정보과학회논문지: 정보통신 제37권 제3호(2010.6)

과 망구성에 있어 중심축의 중요한 역할을 한다[3]. 거듭제곱 법칙 망들의 이러한 특성들을 활용하여, 높은 차수의 노드들을 활용하는 효율적인 지역적 검색 전략들이 제안되어 왔다[4].

그런데, 시스템 설계자는 이렇게 생성된 위상보다 더 효과적인 망 위상을 설계할 수 있으며, 효과적인 검색 매커니즘을 만들기 위해 그것을 활용할 수 있다[4]. 구조적 피어투피어 망은 유일한 자원 각각을 망 안의 특정 노드에 사상한다. 이를 통해 검색은 효율적이 되지만 유연성이 부족하게 되고, 또한 망의 신뢰성 문제와 데이터 관리의 자율성 이슈들을 야기한다[4,5]. 그런데, 최근에 설계하는 망들에서의 최대 검색 성능은 위상이 척도-없는(거듭제곱 법칙) 망인 경우 달성될 수 있고, 이 경우 제공되는 검색 성능은 $O(\ln N)$ 임을 밝혀졌다[6,7].

본 논문에서는 비 구조적 피어투피어 망을 위해 재결정 위상을 구성하기 위한 분산 위상제어 알고리즘[1]을 사용하여 만들어진 계층적인 위상이 척도 없는 거듭제곱 법칙 망임을 보인다. 우리는 제안된 재결정 위상 제어 알고리즘[1]의 망 구성 프로세스의 모형을 제시한다. 이 알고리즘에 따르는 각 피어는 더 선호하는 노드에 대한 연결을 추가하고, 가장 비선호하는 노드에 대한 연결을 제거한다. 다시 말해, 각 피어는 자신이 알고 있는 피어들 중에서 최고의 적중률(또는 검색 능력 혹은 선호도)을 가지고 있는 노드들과 연결을 추가하고, 최저의 적중률을 가진 노드들과의 연결을 끊는다. 우리는 제시된 모형을 평균 장 접근법(Mean field approximation)와 연속체 이론(Continuum theory)에 기초를 두고 분석하여, 구성된 재결정 망이 척도 없는 망임을 보인다. 분석적으로 구해진, 재결정 위상의 거듭제곱 법칙의 지수 γ 는 3이다.

2. 관련 연구

Barabasi와 Albert는 최초로 존재하는 많은 망들의 노드의 연결들의 개수가 거듭제곱 법칙(Power-law)에 따르고, 따라서 이 망들이 척도없는 망임을 보였다. 이들은 척도없는 망의 생성 프로세스 모델을 최초로 제시하였다[8]. 그러나 이 모델은 매 시각 망에 노드가 추가되며, 연결들이 기존의 노드들 중 차수가 높은 노드들에만 붙는, 그러한 단방향 프로세스로 망을 구성하는 프로세스를 표현한다. 결과적으로, 이러한 프로세스로 망이 구성되면, 생성된지 오래된 노드들이 항상 높은 차수들을 가지게 되고, 신생 노드들은 낮은 차수를 가진다. 따라서 이는 기존의 비구조적 피어투피어 망의 모형으로는 적합하나, 양방향 프로세스가 존재하는 재결정 위상 제어 프로토콜의 망 구성 프로세스를 표현하지는 못하고 있다.

Chen의 모형[9]은 Barabasi-Albert 모형을 확장하여서 새로운 모형을 제시했다. 월드와이드웹(WWW)과 같은 실제 망들의 특성을 반영하여, 생성되었던 기존의 노드들 사이에 새로운 연결이 만들어지며, 기존 연결을 끊는 재연결 프로세스를 Barabasi-Albert 모형에 추가하여 확장했다. 이 모형은 각 시각에 추가되는 링크들이 기존의 노드들 중에 차수가 높은 노드들을 선호하여 붙는 단 방향 프로세스와 선호되는 기존 노드들 사이에 연결이 새로이 생성되는 양방향 프로세스에 의해서 망이 구성됨을 표현하나, 삭제되는 링크 또한 노드 간에 상호 비선호하는 경우에만, 다시 말해 양방향 프로세스에 의해서 이루어져서, 재결정 위상 제어 프로토콜의 실제적인 링크의 삭제 프로세스를 반영하지 못한다. 또한 새로운 노드가 생성되어 기존의 노드에 붙는 단방향 부착(Attachment) 프로세스도 가진다. 따라서, 이 모형 역시 재결정 위상 제어 프로토콜의 망 구성 프로세스와 일치하지는 않는다.

제안한 모형은 기존 노드들 사이의 불필요한 연결을 끊고 재연결되는 프로세스를 모형화 한다. 매 시각에 기존의 노드들 중에서 노드 상호간에 선호하는 경우에, (다시 말해 양방향 프로세스에 의해서,) 연결하는 프로세스는 Chen의 모형과 같으나, 새로운 노드가 생성되는 프로세스와 기존의 노드들 사이에 단방향으로 부착(Attachment)되는 프로세스는 Chen의 모형과는 달리 포함하지 않는다. 또한, 비호감을 가지는 노드와의 연결을 끊는 과정도 각 노드가 비호감 노드를 일방적으로 삭제하는 프로세스로 표현한다. 이러한 점들이 Chen의 모형과 차이점이다. 제안한 모형은 다음 절에 기술한 재결정 위상 제어 프로토콜의 위상 구성 프로세스를 잘 표현하고 있다.

3. 재결정 위상 구성 프로토콜

본 절에서는 재결정 위상 제어 프로토콜을 소개한다. 이 프로토콜에서 사용된 함수와 상수의 상세한 설명은 아래에 자세히 언급한 바와 같이 관련 연구[1]에 제시되어 있다.

제시된 재결정 위상 구성 프로토콜[1]에서는, 각 노드가 유지하고 있는 검색 능력면에서 평가된 피어들 목록들을, (피어 상호간의 다면 평가를 위해서,) 전달하기 위해 기존의 그누텔러 프로토콜의 풍(Pong) 메시지를 확장했다. 각 노드가 이러한 풍 메시지를 보내면, 그림 1에서 보인 바와 같이, 재결정 위상 구성 프로토콜의 `received_Pong_from_neighbors()` 함수를 사용하여, 도착한 풍 메시지의 다른 피어들에 대한 평가 목록을 꺼내, 연결을 거절하거나 연결에 실패한 피어의 리스트인 `BlackPeersList`에 들어있거나 이미 연결한 피어들의

리스트인 *ConnectedPeersList*에 존재하지 않는 피어들에 한하여 연결을 시도한다. 연결에 성공하면 자신의 피어들을 능력순으로 정렬한 목록인 *knownServentsList*를 연결한 피어의(피어주소, 능력치) 값을 사용하여 갱신한다. 연결에 실패하면, *BlackPeersList*에 넣고, 이는 들어간 피어가 시간이 지나면서 삭제되도록 *LRU* 알고리즘으로 관리한다[1].

또한, 피어투피어 망에서 파일을 찾는 질의에 대해 성공적인 답변을 받는 경우에, 이를 전달한 직접 연결된 이웃 피어들을 스스로 평가하여, 피어 스스로의 평가를 포함한 다중평가를 통해 알고 있는 피어의 리스트인 *knownServentsList*와 연결된 이웃의 리스트인 *ConnectedPeersList*의 해당 피어 항목의 능력평가치를 각각 갱신한다. 그 다음, 갱신 결과를 사용하여 *max_degree* 개의 상대적으로 우수한 이웃들만을 유지하고, 나머지 우수하지 못한 이웃들에 대한 연결을 제거한다. *connected_to()* 함수에 기술된 바와 같이, 다면 평가 결과 우수하다고 판정되어, 연결을 요청 받은 피어는 연결을 받아준다. 그 다음, 연결을 받아준 피어도 역시 *max_degree* 개수의 상대적으로 우수한 이웃만을 유지하고, 나머지 우수하지 못한 이웃들에 대한 연결을 제거한다[1].

위상 구성에 필요한 다면평가의 결과를 담은 메시지들의 수를 줄이기 위해서, 각 노드는 주기적으로 *send_ping_to_neighbors()* 함수를 사용하여 핑 (Ping) 메시지를 발생 시킨다. 높은 적중률을 가진 노드는 가까운 이웃 노드들에게 다중전송 방식으로 핑 메시지를 보내는 반면에, 낮은 적중률을 가진 노드는 *TTL*을 크게 설정해서 멀리 떨어진 노드에, 적은 수의 핑 메시지들을 보내게 된다. 다시말해, 각 노드는, 관련연구[1]의 정리 4에 의거하여, *TTL*이 $c_5 \cdot e^{-w \cdot hit_ratio}$ 로 설정된 핑 메시지들을 생성하여, 그것들을 관련연구[1]의 식 (7) 즉 $c_4 \cdot e^{-w \cdot hit_ratio}$ 의 수만큼 다중방송을 사용하여 보낸다. 결과적으로, 낮은 적중률을 가진 노드는 자신과 연결이 없는 멀리 떨어진 노드들에게 피어들의 목록을 요구하게 된다[1].

이러한 핑 메시지는 *adaptive_forward_of_ping()*를 사용하여 모든 중간 노드들에 의해서 함수 전달된다. 중간 노드들의 다중 전송되는 핑 메시지의 수는, 관련연구 [1]의 정리 4에 의거하여, 노드의 차수인 $c_4 \cdot e^{-w \cdot hit_ratio}$ 에 비례하게 한다. 한편 답변 메시지와 할 수 있는 핑 메시지는, 핑 메시지가 전달된 경로의 반대 방향의 경로를 사용하여 회신된다. 원천지와 목적지 노드 사이에 존재하는 중간노드들도 핑 메시지에 첨부된 평가된 피어들 리스트의 피어들에 대해 연결들을 시도한다[1]. (이는 *received_Pong_from_neighbors()*에 잘 기술되어 있다.)

한편 중간 노드들은 함수 *received_ping_from_neighbors()*를 사용해서 자신이 평가한 결과를 포함한 다면평가 결과를 담은 핑 메시지를 만들어 이웃들에게 보낸다. 이 경우 *TTL*을 $c_4 \cdot e^{-w \cdot hit_ratio}$ 로 설정하여 보냄으로써, 높은 적중율을 가진 노드들로부터 보내진 핑 메시지는 멀리 있는 노드들에 도달한다. 한편, 낮은 적중율을 가진 노드의 핑 메시지는 적은 수의 연결들을 통해서 가까운 노드들에 한하여 전달된다. 결과적으로 높은 적중율을 가진 노드들은 다면평가한 피어들의 목록을 멀리 배포하고, 이 메시지를 전달한 중간 노드들도 그 목록을 알게되어, 전달 경로의 중간에 있는 노드들도 이들 목록에 있는 우수한 피어들에게 연결을 시도한다. 낮은 적중율을 가진 노드들은 주변의 노드들의 국지적인 연결 요청만을 받게 된다. 결과적으로 노드들은 자신들 보다 약간 낮은 적중율을 가진 노드들과 주로 연결되고 더불어 몇몇의 높은 적중율을 가진 노드들과 연결된다[1].

정리하면, 알고리즘에 따르는 각 피어는 더 선호하는 노드에 대한 연결을 추가하고, 가장 비선호하는 노드에 대한 연결을 제거한다. 다시말해, 그림 1에 제시한 바와 같이, 각 피어는 *max_degree* 개의 우수한 이웃들만을 유지하고, 나머지 열등한 이웃들에 대한 연결을 제거한다. *connected_to()* 함수에 기술된 바와 같이, 평가 결과가 우수한 노드들로 부터의 연결을 요청 받은 피어는 이를 수락한다. 그리고 연결을 받아준 피어도 역시 *max_degree* 개수의 상대적으로 우수한 이웃만을 유지하고, 나머지 우수하지 못한 이웃들에 대한 연결을 제거한다. 결과적으로, 제안된 프로토콜은 많은 퍼텐셜을 가지는 노드들로부터 적은 퍼텐셜을 가지는 노드들로 부분 순서를 가지는 연결들의 위상을 만든다[1].

위상제어 프로토콜에 의해 구성된 위상에 3-코어연산 (3-core operation)을 적용하면, 몇 개의 분할들을 발견할 수 있다. K-core는 모든 노드가 적어도 k 개의 노드들로 연결된 부분 그래프이다. 1000개의 피어들로 구성된 망을 모의실험한 경우에 구성된 위상의 노드들의 대부분이 2개의 분할들을 구성한 것을 확인하였다[1].

그림 2에 보여진 것처럼, 분할의 노드들을 배치하기 위해서 Kamada-Kawai 알고리즘을 사용하면, 노드들은 동심원의 형태로 배치됨을 볼 수 있었다. 여기서, Kamada-Kawai 알고리즘은 널리 사용되는 힘에 의해 위치가 배정되는 알고리즘(force directed placement algorithm)이다. 이는 노드를 물체로, 연결을 노드들을 연결하며 힘을 제공하는 스프링으로 보며, 지역 에너지가 최소화 될 때까지 노드들을 그들에 있는 힘에 따라 움직이며 그래프를 펼친다. 결과적으로 척도 없는 망의 구성 과정은 Cohen의 연구[6]의 척도 없는 망의 구성과정을 설명하는 모형과 일관성이 있음을 알 수 있다[1].

```

X.send_ping_to_neighbors() //send ping mesg to neighbors periodically
Require: Int numberOfSentSocket, Set OpenSocketsList, Set knownServesList, int TTL =
 $c_5 \cdot e^{-w_{hit\_ratio}}$ 
1: OpenSocketsList.send(pingMesg, TTL)

X.received_ping_from_neighbors(Y, Mesg) //received ping mesg from neighbors
Require: Set knownServesList, int maxDegree =  $c_4 \cdot e^{w_{hit\_ratio}}$ 
1: if Mesg.ID  $\in$  seenDescIDList  $\vee Y = X$  then
2: return
3: else
4: X.adaptive_forward_of_ping()
5: TTL  $\leftarrow c_4 \cdot e^{w_{hit\_ratio}}$  // set the TTL of Pong mesg as  $c_4 \cdot e^{w_{hit\_ratio}}$ 
6: Y.sendPongs(knownServesList, TTL) // send knownServentList to peer Y
7: end if

X.adaptive_forward_of_ping() //Adaptive ping while reducing the number of Ping messages
Require: int maxDegree =  $c_4 \cdot e^{w_{hit\_ratio}}$ 
Int numberOfForwardedSocket = 0, List OpenSocketsList
// Choose the next hops for Adatptive walks
1: while (numberOfForwardedSockets  $\leq$  max_degree) do
2: if Z.HitRatio = max{ $Y_i$ .HitRatio,  $\forall Y_i$ .SocketID  $\in$  OpenSocketsList} then
3: Z.forward (pingMesg)
4: numberOfForwardedSockets++
5: end if
6: end while

X.received_Pong_from_neighbors(ServentsListFromPongMesg) //received pong mesg from neighbors
Require: Set knownServesList, int maxDegree =  $c_4 \cdot e^{w_{hit\_ratio}}$ , Set ConnectedPeersList, Set
BlackPeersList, List OpenSocketsList,
Ensure: ConnectedPeersList.size < maxDegree
1: X.backroute(PongMesg) // backroute Pong message to the peer who initiated Ping message
2: for each  $Y_i \in$  ServentsListFromPongMesg do
3: if  $Y_i \in$  BlackPeersList  $\vee Y_i \in$  ConnectedPeersList then
4: continue
5: else
6: X connects to  $Y_i$ 
7: if X connected to  $Y_i$ 

```

그림 1 재결정 위상 구성 프로토콜[1] (계속)

```

8:         then add  $Y_i$  to ConnectedPeersList and OpenSocketsList
9:         else add  $Y_i$  to BlackPeersList
10:         $X.pruning\_nodes\_having\_lesser\_potential\_energy()$ 
11:    end if
12: end for

 $Y.connected\_to(X)$  //Connected as best neighbors
Require: Set knownServentsList, int  $maxDegree = c_4 \cdot e^{w\_hit\_ratio}$ , Set ConnectedPeersList, Set BlackPeersList, Set OpenSocketsList,
Ensure: ConnectedPeersList.size <  $maxDegree$ 
1: if  $X \in ConnectedPeersList$  then
2:     return
3: else
4:      $Y$  accepts the connection from  $X$ 
5:     add  $X$  to ConnectedPeersList and knownServentsList, and OpenSocketsList
6:      $Y.pruning\_nodes\_having\_lesser\_potential\_energy()$ 
9: end if

```

그림 1 재결정 위상 구성 프로토콜[1] (계속)

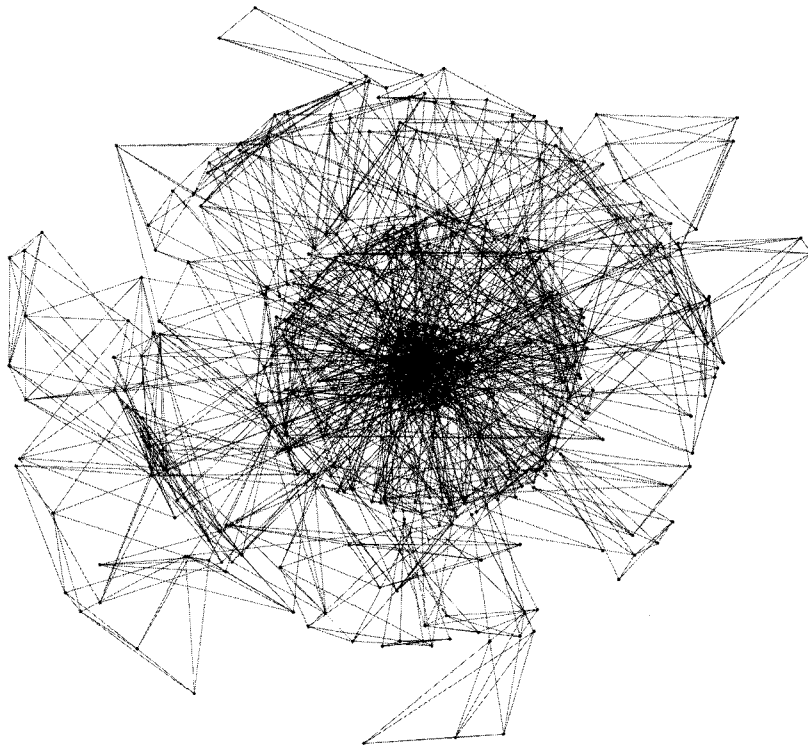


그림 2 Kamada-Kawai 알고리즘으로 배치한 재결정 위상의 3-core 분할[1]

4. 재결정 위상 구성 알고리즘의 프로세스 모형

전체 계에 속하는 각 노드 i 의 $k_i(t)$ 를 모두 구하는 것은 노드의 수가 너무 많아서 어려우므로, 평균 장 접근법을 사용하여 근사 해를 구한다. 다시 말해, 주어진 노드의 연결 차수(Degree)의 시간에 대한 변화는 평균 장 접근법(Mean field approximation)을 사용해서 접근적으로 계산할 수 있다. 우리는 차수 k 가 연속적이라 가정한다. 그러면, 노드의 선호도(preferential) 확률 $\Pi(k_i) = k_i / \sum_j k_j$ 를 노드 i 의 차수인 k_i 의 변화에 대한 연속적인 비율로 이해 할 수 있다. 재결정 위상 제어 프로토콜에 따르면, 각 노드는 각 시각에 다음 두 가지 프로세스들을 수행한다.

(1) 기존 노드들 사이에 새로운 연결들이 만들어진다. 즉, 각 노드는 노드 i 자신의 선호도 확률 $\Pi(k_i)$ 과 다른 노드들 j 의 선호도 확률 $\Pi(k_j)$ 의 결합 확률(Joint probability)에 따라, 상호 호감을 가지는 경우에 새로운 연결의 끝으로 선정된다.

(2) 기존 링크들이 제거된다. 즉, 노드 i 가 다음 비선호 확률(anti-preferential probability)에 따라 제거될 링크의 끝으로 선정된다.

$$\Pi^*(k_i) = \frac{1}{N-1} (1 - \Pi(k_i)) \tag{1}$$

여기서, N 은 망을 구성하는 전체 노드의 개수이며, $(N-1)^{-1}$ 는 $\sum_i \Pi^*(k_i) = 1$ 로 만들기 위한 확률의 정규화 계수이다.

노드 사이에 재연결이 되는 사건은 이산적 시간에 발생하지만, 아주 밀집되어 일어나기 때문에 연속체 이론에 의해 연속적인 시간에 일어나는 사건으로 간주할 수 있다. 따라서 각 노드 i 의 시각 t 에서의 연결 개수인 $k_i(t)$ 를 시간에 관하여 미분할 수 있다. 따라서, $k_i(t)$ 는 아래의 미분방정식을 만족한다.

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = A \sum_{j=1}^N \Pi(k_j) \Pi(k_i) - B \Pi^*(k_i) \tag{2}$$

식 (2)에 표현된 바와 같이, 재연결되는 과정을 연결과 단절의 두가지 과정(Processes)으로 나누어서 모형으로 만든다. 망의 숙성(ripening) 과정에서, 시간의 변화에 대한 각 노드의 안정된 연결들의 수의 변화는 식 (2)의 첫항으로 표현된 재연결되는 연결수의 기대값에서, 두번째항으로 표현된 끊어지는 연결수의 기대값을 뺀 값으로 표현된다. 식 (2)의 첫번째 항은 노드 i 가 상호 선호되는 경우에, 다시 말해 양방향 상호작용을 하여 연결이 생기는 프로세스를 표현하며, 이 항은 재연결 프로세스에 단방향 부착(Attachment)도 담고 있는 Chen의 모형[9]과 다르다. 두번째 항은 노드 i 가 상대방에

의해서 비선호되는 경우에, 다시 말해 단방향 상호작용을 하여 연결이 끊어지는 프로세스를 표현하며, 이 항도 Chen의 모형[9]과 다르다.

제안된 재결정 위상 제어 알고리즘[1]은 각 노드의 능력에 따라 각 노드의 연결 수를 일정한 수로 고정한다. 그리고, 모의 실험에 의하면, 재연결 과정 후에 망은 일정한 형상을 가지는 일종의 평형상태를 유지한다. 따라서, 평형상태를 이룬다는 일관성을 가정하고 다음과 같이 평균 장 접근법을 사용한다.

일반성을 잃지 않고, 먼저 m 을 노드의 평균 연결수라고 가정하자, 그리고 매 시각 t_i 마다 m 개의 재연결이 일어난다고 가정하자. 다시말해 연결수의 변화량 $\Delta k / \Delta t = m$ 이다. 재연결 프로세스를 표현한 식 (2)의 항들은 각각 연결하는 링크수의 기대값과 단절하는 링크수의 기대값을 표현한다. 여기서 각 항은 '(연결수의 변화량) / (단위시간) × (각사건의 확률)'로 표현된다. 따라서, 식 (2)의 계수 A 와 B 는 단위시간당 추가되는 연결수인 m 이라고 가정할 수 있다. 즉, $A = B = m$ 이라고 할 수 있다. (여기서 $m \geq 1$ 이다.)

그러므로, 우리는 위의 식 (2)를 다음과 같은 방정식으로 다시 적을 수 있다.

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = m \left[\Pi(k_i) - (\Pi(k_i))^2 \right] - m \frac{1 - \Pi(k_i)}{N-1} \tag{3}$$

앞에서, 매 시각 t_i 마다 m 개의 재연결이 일어난다고 가정하였다. 그런데 각 연결마다 2개의 노드의 차수가 1씩 증가되는 것을 감안하고, 재결정 위상의 완성 시간을 t 로 놓으면, 모든 노드의 차수의 총합은 $\sum_{j=1}^N k_j = \sum_{t_i=1}^t 2m = 2mt$ 이다. 그러면, 식 (2)는 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_i}{\partial t} &= m \left[\frac{k_i}{\sum_j k_j} - \frac{k_i^2}{(\sum_j k_j)^2} - \frac{1 - \frac{k_i}{\sum_j k_j}}{N-1} \right] \\ &= m \left[\frac{k_i}{2mt} - \frac{k_i^2}{4m^2 t^2} - \frac{1 - \frac{k_i}{2mt}}{N-1} \right] \\ &= \frac{k_i}{2t} - \frac{2mt - k_i}{2(N-1)t} - \frac{k_i^2}{4mt^2} \\ &= \frac{Nk_i}{2(N-1)t} - \frac{m}{(N-1)} - \frac{k_i^2}{4mt^2} \approx \frac{k_i}{2t}, \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 N 은 큰 수임을 가정하고, N 이 크면 $N \approx N-1$ 이며 $m \ll N-1$ 이고 $k_i \ll 2mt$ 이므로, 이러한 어렵계산(Approximation)이 성립한다.

이 식은 동형(Homogeneous) 미분방정식이고, 해는

변수의 분리에 의해서 다음과 같이 구할 수 있다. $\partial k_i / \partial t = k_i / 2t$ 이므로, 변수를 분리하면 $\partial k_i / k_i = \partial t / 2t$ 이다. 이 식의 양변을 적분하면 $\ln k_i = (1/2) \ln t + C_0$ 이다. 따라서 $k_i = C t^{1/2}$ 이다. 여기서 상수 C 는 적분상수 C_0 를 흡수한 상수이다.

여기에 초기 조건 $k_i(t=t_i) = m$ 을 적용하면, 적분상수 $C = m/t_i^{1/2}$ 임을 알 수 있다. 따라서, 식 (4)의 해는 다음과 같다.

$$k_i(t) = m \left(\frac{t}{t_i} \right)^{0.5}, \text{ 여기서 } N \text{은 큰 수이다.} \quad (5)$$

t_i 는 노드 i 의 성숙된 연결들이 완성되는 시각이다.

이 성질은 지수 γ 를 분석적으로 계산하는데 사용될 수 있다. 식 (5)를 사용하여, 시간 t 에서의 노드 i 의 연결 수가 k 보다 작을 확률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P(k_i(t) < k) = P\left(t_i > \frac{m^2 t}{k^2}\right). \quad (6)$$

일반성을 잃지 않으며, 더욱 선호하는 연결이 덜 선호하는 연결을 대체하는 것은 동일한 시간 간격으로 일어난다고 앞서 가정하였다. 그러면, 시각 t_i 에 노드 i 의 안정적으로 선호되는 연결들이 완성되는 확률은 다음과 같은 균일분포를 가진다.

$$P_i(t_i) = \frac{1}{t} \quad (7)$$

이것을 식 (6)에 대치하면,

$$P\left(t_i > \frac{m^2 t}{k^2}\right) = 1 - P\left(t_i \leq \frac{m^2 t}{k^2}\right) = 1 - \frac{m}{k^2} \quad (8)$$

이다.

따라서, 시각 t 에서 노드 i 가 k 개의 연결을 가지는 확률 밀도 함수는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$P(k_i(t) = k) = P(k) = \frac{\partial P(k_i(t) < k)}{\partial k} = \frac{2m}{k^3}, \quad (10)$$

따라서, 다음과 같이 지수를 구할 수 있다.

$$\gamma = 3 \quad (11)$$

이 차수는 m 과 무관하다.

따라서, 재결정 위상 프로토콜에 의해서 만들어지는 위상은 지수 $\gamma = 3$ 인, 척도없는 망이다. 식 (10)은 또한 거둬제급 분포 $P(k) \sim Gk^{-\gamma}$ 의 계수 G 가 노드의 평균 연결 수에 비례하는 사실을, 즉 $G \sim m$ 임을 나타내고 있다.

5. 결론

본 논문에서는 비 구조적 피어투피어 망에서 재결정 위상을 구성하는 분산 알고리즘[1]으로 만들어진 위상이

척도 없는 거둬제급 법칙 망임을 증명하였다. 우리는 재결정 위상 제어 알고리즘의 망 구성 프로세스를 선형 미분 방정식을 사용하여 모형화하였다. 재결정 위상 제어 알고리즘에 따르면, 매 시각에 각 피어는 더 선호하는 노드에 대한 연결을 추가하고, 가장 비선호하는 노드에 대한 연결을 제거한다. 다시 말해, 각 피어는 자신이 알고 있는 피어들 중에서 최고의 적중률(또는 검색 능력 혹은 선호도)을 가지고 있는 노드들과 연결을 추가하고, 최저의 적중률을 가진 노드들과의 연결을 끊는다. 이러한 위상 구성 프로세스를 평균 장 접근법(Mean field Approximation)와 연속체 이론(Continuum theory)에 기초를 두고 분석하여, 이 프로세스로 구성된 재결정 망이 척도 없는 망임을 보였다. 분석적으로 구해진, 재결정 위상의 거둬제급 법칙의 지수 γ 는 3이다.

참고 문헌

- [1] Jae-Hyun Park, "Distributed Construction of the Recrystallization Topology and Efficient Searching in the Unstructured Peer-to-Peer Network," *Journal of Korean Institute of Information Scientists and Engineers: Information Networking*, vol.35, no.4, pp.251-267, 2008. (In Korean)
- [2] R. Matei, A.Iamnitchi, and P.Foster, "Mapping the Gnutella network," *IEEE Internet Computing*, vol.6, no.1, pp.50-57, 2002.
- [3] Lada A. Adamic, Rajan M. Lukose, Amit R. Puniyani, and Bernardo A. Huberman, "Search in power-law networks," *Physical Review E*, vol.64, no.4, pp.046135, 2001.
- [4] Saurabh Tewari and Leonard Kleinrock, "Optimal search performance in unstructured peer-to-peer networks with clustered demands," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol.25, no.1, pp.84-95, 2007.
- [5] Alexander Loser, Steffen Staab, and Christoph Tempich, "Semantic social overlay networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol.25, no.1, pp.5-14, 2007.
- [6] R. Cohen and S. Havlin, "Scale-free networks are ultrasmall," *Physical Review Letters*, 90:058701, 2003.
- [7] P. Dasgupta, "A Multi-agent Mechanism for Topology Balancing in Unstructured P2P Networks," *Proceedings of the IEEE/WIC/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology*, IAT 2006, Washington DC, pp.389-392, 2006.
- [8] Albert-Laszlo Barabasi and Reka Albert, "Mean-field theory for scale-free random networks," *Physica A*, vol.272, pp.173-187, 1999.
- [9] Qinghua Chen and Dinghua Shi, "The modeling of scale-free networks," *Physica A*, vol.335, pp.240-248, 2004.



박 재 현

1988년 2월 중앙대학교 전자계산학과 졸업. 1991년 2월 한국 과학기술원 전산학과 석사학위 취득. 1995년 8월 한국 과학기술원 전산학과 박사학위 취득. 1995년 8월~2000년 2월 삼성전자 정보통신본부 데이터네트웍 개발팀 MPLS/ATM

개발담당. 2000년 3월~2002년 8월 영남대학교 전자정보공학부, 정보통신 전공 교수. 2002년 9월~현재 중앙대학교 컴퓨터공학부 교수. 관심분야는 ATM Switch Arch., Multi-protocol Label Switching System, Routing Protocols, Ad Hoc Networking, Peer-to-Peer System, Grid Computing