

# 환율 변동성 측정과 GARCH모형의 적용 : 실용정보처리접근법

Exchange Rate Volatility Measures and GARCH Model Applications : Practical Information  
Processing Approach

문창권(Chang-Kuen Moon)  
배재대학교 무역학과 교수

## 목 차

- |                                |            |
|--------------------------------|------------|
| I. 서론                          | V. 요약 및 결론 |
| II. 위험 측정과 변동성의 추정 및 예측        | 참고문헌       |
| III. GARCH(1,1)모형의 환율변동성 추정 적용 | Abstract   |
| IV. 추정모형의 타당성 검정과 변동성 예측       |            |

## Abstract

This paper reviews the categories and properties of risk measures, analyzes the classes and structural equations of volatility forecasting models, and presents the practical methodologies and their expansion methods of estimating and forecasting the volatilities of exchange rates using Excel spreadsheet modeling.

We apply the GARCH(1,1) model to the Korean won(KRW) denominated daily and monthly exchange rates of USD, JPY, EUR, GBP, CAD and CNY during the periods from January 4, 1998 to December 31, 2009, make the estimates of long-run variances in the returns of exchange rate calculated as the step-by-step change rate, and test the adequacy of estimated GARCH(1,1) model using the Box-Pierce-Ljung statistics Q and chi-square test-statistics.

We demonstrate the adequacy of GARCH(1,1) model in estimating and forecasting the volatility of exchange rates in the monthly series except the semi-variance GARCH(1,1) applied to KRW/JPY100 rate. But we reject the adequacy of GARCH(1,1) model in estimating and forecasting the volatility of exchange rates in the daily series because of the very high Box-Pierce-Ljung statistics in the respective time lags resulting to the self-autocorrelation. In conclusion, the GARCH(1,1) model provides for the easy and helpful tools to forecast the exchange rate volatilities and may become the powerful methodology to overcome the application difficulties with the spreadsheet modeling.

Key Words : volatility, GARCH(1,1), long-run variance, Box-Pierce-Ljung statistics Q, self-autocorrelation

## I. 서론

환율변동성은 선진국들간의 무역보다는 통화위험을 관리할 능력이 없는 개도국들간의 무역에 더 큰 피해를 주는 것으로 나타났다. 특히 OECD국가들 및 아시아 개도국들보다는 남미와 아프리카의 개도국들에 대해 더 큰 부정적인 효과가 나타났다[Sauer and Bohara(2001), pp. 144-145; Clark *et al.*(2004), p. 84]. 또한 동아시아 국가들의 경우에 환율 변동성은 위험회피적인 수출상들이 환위험 영향에 대한 노출 최소화를 위해 공급 및 수요 원천을 전환시키거나 거래를 축소시킴으로 실질수출에 유의적으로 부정적인 영향을 주는 것으로 나타났다[Poon *et al.*(2005), p. 157]. 특히 변동환율제도에서 생산성 증가에 따른 고용 증대는 국내통화의 명목 및 실질 평가절상을 초래하므로, 변동환율제도는 고용의 높은 변동성과 낮은 예상이윤을 초래할 수 있다. 또한 투자 및 이익회수의 시차로 인한 실질환율 위험의 효과는 구입하는 투입물, 생산물, 투자자본, 판매시장에 따라 다르게 나타나지만, 높은 환율 변동성은 해외 직접투자의 흐름을 감소시킨다[Brzozowski(2006), pp. 6-10].

무역과 해외투자의 성과에 대한 불확실성을 증가시키는 환율변동성 예측을 위해 랜덤워크 모형, 이동평균, ARCH(autoregressive conditional heteroscedasticity), GARCH(Generalized ARCH), SV(Stochastic Volatility) 등 많은 모형들이 개발되었다. 이러한 모형 중에서 이론적으로 GARCH모형이 우월하며, 변동성의 순환성, 비선형성, 레버리지효과 등을 고려하기 위해 GARCH의 여러 변형들이 개발되어 왔다[Jayasinghe and Tsui(2008), pp. 639-650].

그렇지만 Hull(2006), Hansen and Lunde(2005), Silvey(2007), Xiao and Aydemir(2007) 등은 여타 GARCH 변형들에 비해 예측력검정에서 GARCH(1,1)모형이 여타 모형들에 비해 대등하거나 우월한 성과를 제공한다는 결과를 제시했다. 따라서 GARCH(1,1)모형의 추정을 위한 실용적 접근법의 모색은 환위험 관리를 위한 환율 변동성 예측에 유용한 성과를 제공할 것이다.

본 연구는 기존 연구와는 달리 통계 패키지 중심의 분석에서 벗어나 무역 및 해외투자에 대한 위험 증가 및 억제효과를 초래하는 환율 변동성의 추정 및 예측을 위한 기존의 연구모형을 검토하고, 변동성 예측모형으로 널리 사용되고 있는 GARCH(1,1)모형의 적용 및 검정방법을 규명하고, 용이한 적용 수행을 위한 스프레드시트모형을 도출하고자 한다. 따라서 제2장에서 위험측정치 형태와 특성, 금융시계열의 예측모형논점, 변동성 예측모형, GARCH(1,1)모형의 장단점과 적용방법을 규명하고, 제3장에서는 외환위기 후의 기간에 대한 일별 및 월별 환율자료에 GARCH(1,1)모형을 적용한 변동성 추정과 이를 위한 스프레드시트모형의 도출과 세부 사용절차를 제시하고, 제4장에서는 GARCH(1,1)모형의 추정결과에 대한 타당성 분

석과 미래 기간에 대한 추정모형의 예측적용방법과 이를 위한 스프레드시트모형의 개발을 수행하고자 한다. 그리고 5장은 본 연구의 분석결과를 요약하고, 연구결과의 확장방안을 제시한다.

## II. 위험 측정과 변동성의 추정 및 예측

### 1. 위험 측정과 금융시계열 변동성 특성

#### 1) 위험 측정과 측정치의 특성

위험(risk)은 타당하게 규정할 수 있는 손실사건의 확률분포로 설명이 가능한 잠재적 결과들로 구성된 상황으로 간주되고 있다. 위험을 평가하기 위해 많이 사용하는 위험측정치들은 <표 1>과 같다.

<표 1>의 측정치들 중에서 변동성(volatility)은 특정 프로젝트에 영향을 주는 불확실한 변수들의 의태, 시간에 따른 자산들의 로그수익률 표준편차를 추정 등의 여러 방법들을 통해 계산된다. 변동성은 하나의 값으로 모든 원천들의 불확실성들을 통합하여 보여준다는 점에서 대부분의 여타 위험측정치보다 더 강력하다. 변동성은 전형적으로 시계열자료들만을 이용하여 계산한다.

<표 1> 보편적으로 사용되는 위험측정치와 그 특성

위험 측정치	특성
발생확률 (probability of occurrence)	성공과 실패의 확률을 과거 발생빈도 또는 전문가의 경험을 기초로 하는 전문가의견 (expert opinion), 과거의 성공 또는 실패를 표시하는 비교 가능한 자료, 산업평균지수, 기타 외부원천에서 자료들의 단순한 수집 및 적용, 가정한 여러 요인들을 투입자료로 사용하여 몬테카를로 의태수행으로 성공이나 실패확률들을 추정하는 등의 여러 방식으로 결정
표준편차	많이 사용되지만, 상하향 변동이 표준편차에 모두 포함되고, 그 값이 측정단위에 따라 상이한 단점을 표출
반표준편차	하향위험(downside risks)의 표준편차만 측정하고, 상향 변동은 무시
변동성 (volatility)	기간별 수익률들(상대수익률들)을 계산하고, 자연로그값을 취한 후에, 그 자연로그값들의 표준표준편차를 계산한 결과를 기간별 변동성으로 사용

베타(beta) $\beta$	$\beta_X = \frac{\sigma_{XM}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{XM}\sigma_X\sigma_M}{\sigma_M^2}$ , 높을수록 더 높은 체계적 위험을 의미
변동계수	“표준편차/평균”의 비율로 측정하여, 위험들을 공통된 측정단위로 전환하여 자산들간의 상대적 위험을 평가하는데 사용
VaR	주어진 신뢰구간에서의 최악손실 비율 또는 금액을 측정, 미래현금흐름의 발생확률이 정규분포가 아닌 경우에 대해 조건부VaR인 CVaR을 함께 사용
최악 시나리오 또는 예상후회	과극적 손실이 주어진 최악 경우 시나리오의 가치를 단순히 측정
위험조정자본 수익률	어떤 프로젝트에 대한 50백분위수 $P_{50}$ 또는 그 수익률 중위수(median return)와 5백분위수 $P_5$ 수익률 사이의 격차를 그 표준편차 $\sigma$ 로 나눈 비율로 측정

자료 : Mun(2006), 39-48; Sinkey, Jr.(1998), pp. 112-115.

## 2) 금융시계열 수익률 변동성의 특성

금융 시계열자료에서 정확한 모형설정, 추정, 예측에 곤란을 초래하는 다음과 같은 특정한 패턴들이 존재하고 있다. 첫째, 금융시계열자료에서 수익률 등의 분포는 정규분포에 비해 두꺼운 꼬리를 가면서, 분포곡선이 아주 뾰족한 급침도(急尖度, leptokurtosis)를 갖는다. 둘째, 큰 변동이 더 큰 변동을 초래하는 변동성 기간의 밀집으로 충격지속을 표시하는 변동성 밀집(volatility clustering)이 발생한다. 이 현상은 상관도표(correlogram)와 대응 Box-Ljung 통계량으로 연장된 시차길이에서의 유의적인 상관관계수들로 측정한다. 셋째, 가격변동이 수익률 변동성에 대해 음의 상관을 보이는 레버리지효과(leverage effects)가 존재한다. 넷째, 일자별 또는 주간 자료와 같이 높은 빈도 자료에서 변동성이 높게 지속되어, 조건부 분산 과정에서 단위근 행태(unit root behavior)가 발생하는 장기기억과정(long memory process)이 존재한다. 변동성 지속성의 포착을 위해서는 ARCH 및 확률적 변동성(stochastic volatility : SV)모형들을 사용한다. 다섯째, 여러 시장의 금융시계열자료를 동시에 검토하는 경우에, 변동성의 공동 변동이 발생한다[Xiao and Aydemir(2007), p. 3; Silvey(2007), p. 103, Poon *et al.*(2008), pp. 146-152, Koopman and Uspensky(2002), pp. 667-675].

## 2. 변동성의 측정 및 추정과 예측방법

### 1) 변동성의 측정

변동은 위험과는 다르며, 변동성을 불확실성으로 해석하는 경우에 변동성은 많은 투자결정과 포트폴리오 구성에 대해 핵심적인 투입요인이 된다. 투자지속 기간 동안의 자산 가격들의 변동

성에 대한 우량한 예측치는 투자위험 평가를 위해 필요하다. 관찰할 수 없는 진정한 변동성의 추정을 위해, 이용 가능한 대용변수들(proxies) 중에서 많이 사용되는 측정치들은 다음과 같다.

첫째, 일자별, 주별, 월별, 사분기별 변동성 추정치 계산을 위해 일자별 수익률들의 표본표준편차 또는 표본분산을 사용한다. 이러한 경우에 변동성은 주어진 관찰치 집합에서의 수익률의 표본평균  $\bar{R}$ 에 대해 다음과 같이 규정한다.

$$(1) \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (R_t - \bar{R})^2$$

표본 표준편차  $\hat{\sigma}$ 는 표본의 2차 적률특성을 나타내는 무모수 분포(distribution free parameter)이지만,  $\sigma$ 가 정규분포 또는 t분포와 같이 표준적인 분포에 결부되는 경우에만, 요구되는 확률밀도 및 누적확률밀도가 분석적으로 도출될 수 있다. 그러나 소표본의 경우에 표본평균의 통계적 특성은 진정한 평균의 아주 부정확한 추정치이므로, (1)식의 표본평균 대신에 0 주변에서의 편차를 계산하는 것이 변동성 예측정확성을 증가시킬 수 있다[Poon and Granger(2003), pp. 479-480]. 또한 수익률들이 iid(independently and identically distributed or strict white noise)라면, 장기간에 대한 수익률들의 분산은 단순한 복수의 단일기간 분산들로 도출될 수 있다.

둘째, 일자별 수익률들을 계산하기 위해 일자별 자료를 사용하며, 일자별 수익률들의 자승, 일자별 수익률들의 절대치, 일자별 고가 및 저가 등을 이용한다. 비록 일자별 수익률들의 자승값들이 진정한 변동성의 불편 추정치이지만, 그 값들은 아주 부정확하여 그 추정치들은 큰 잡음을 포함하고 있다.

셋째, 5분, 30분 등의 높은 빈도의 일중 자료(intraday data)를 사용하여 일자별 변동성을 계산할 수 있다. 이러한 접근법은 외환시장과 같이 아주 유동적인 대규모 시장에서 이론적으로 확고하지만, 소액 주식의 경우에 대해서는 비동시적 거래 및 매매호가 격차 등으로 인해 많은 곤란을 초래한다.

넷째, 옵션가격에서의 내재변동성을 이용하여 변동성을 측정할 수 있다. 이러한 내재변동성은 아주 우량한 예측인자로 나타났다[Silvey(2007), pp. 102-103].

## 2) 변동성 예측모형

많이 사용되고 있는 변동성 예측모형들은 <표 2>와 같이 과거가격 변동성모형, ARCH (autoregressive conditional heteroscedasticity : 자기회귀 조건부 이분산성) 종류의 조건부 변동성 모형, 확률변동성모형으로 구분할 수 있다.

<표 2> 변동성 예측모형

모형		수식
과거가 가 격	랜덤워크	$\hat{\sigma}_t = \sigma_{t-1}$
	과거평균	$\hat{\sigma}_t = (\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \dots + \sigma_1) / (t-1)$
	이동평균	$\hat{\sigma}_t = (\sigma_{t-1} + \sigma_{t-2} + \dots + \sigma_{t-\tau}) / \tau$
	지수평활	$\hat{\sigma}_t = (1-\beta)\sigma_{t-1} + \beta\hat{\sigma}_{t-1}$ and $0 \leq \beta \leq 1$
	지수가중 이동평균	$\hat{\sigma}_t = \frac{\sum_{i=1}^{\tau} \beta^i \sigma_{t-i}}{\sum_{i=1}^{\tau} \beta^i}$
변동성 모형	평활전이 지수평활	$\hat{\sigma}_t = \alpha_{t-1} \epsilon_{t-1}^2 + (1-\alpha_{t-1}) \hat{\delta}_{t-1}^2$ , $\alpha_{t-1} = \frac{1}{1 + \exp(\beta + \gamma V_{t-1})}$
	단순회귀	$\hat{\sigma}_t = \gamma_{t-1} \sigma_{t-1} + \gamma_{2,t-1} \sigma_{t-2} + \dots$
	발단회귀	$\hat{\sigma}_t = \phi_0^{(i)} + \phi_1^{(i)} \sigma_{t-1} + \dots + \phi_p^{(i)} \sigma_{t-p}$
A R C H 류	ARCH	$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^q \alpha_k \epsilon_{t-k}^2$ , $\omega > 0$ , $\alpha_k \geq 0$
	GARCH(p,q)	$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^q \alpha_k \epsilon_{t-k}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$ , $\omega > 0$ , $\sum \alpha_k + \sum \beta_j < 1$
	EGARCH(p,q)	$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2$ $+ \sum_{k=1}^p \alpha_k \left[ \theta \frac{\mu_{t-k}}{\sqrt{\sigma_{t-k}^2}} + \gamma \left( \left  \frac{\mu_{t-k}}{\sqrt{\sigma_{t-k}^2}} \right  - \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \right) \right]$
	조건부 TGARCH(1,1) 또는 GJR-GARCH	$\sigma_t^2 = \omega + (\alpha + \delta D_{t-1}) \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$ , $D_{t-1} = \begin{cases} 1 & \text{if } \epsilon_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{if } \epsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases}$
	QGARCH(1,1)	$\sigma_t^2 = \omega + \alpha (\epsilon_{t-1} - \gamma)^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$
	변동성 모형	STGARCH (smooth transition GARCH) $\sigma_t^2 = \omega + [1 - F(\epsilon_{t-1})] \alpha \epsilon_{t-1}^2 + F(\epsilon_{t-1}) \delta \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$ $F(\epsilon_{t-1}) = \frac{1}{1 + \exp(-\theta \epsilon_{t-1})}$ for logistic STGARCH $F(\epsilon_{t-1}) = 1 + \exp(-\theta \epsilon_{t-1}^2)$ for exponential STGARCH
	GARCH(1,1)국면전 환(regime switching)	$\sigma_{t,S_t}^2 = \omega_{S_t} + \alpha_{S_t} \epsilon_{t-1}^2 + \beta_{S_t} \sigma_{t-1,S_t}^2$ $S_t$ 는 t시점의 국면상태 표시
확률변동성 (stochastic volatility : SV)	CGARCH(1,1) (component GARCH) $\sigma_t^2 = \omega_t + \alpha_t (\epsilon_{t-1}^2 - \omega_{t-1}) + \beta (\sigma_{t-1}^2 - \omega_{t-1})$ , $\omega_t = \omega + \rho \omega_{t-1} + \xi (\epsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2)$	
확률변동성 (stochastic volatility : SV)	$r_t = \mu_t + \epsilon_t$	

자료 : Poon and Granger(2003), pp. 507-509.

첫째, 과거가격 변동성 모형은 기간  $t$ 의 수익률 표본표준편차  $\sigma_t$ 를 변동성으로 규정하고,  $\sigma_t$ 의 예측치  $\hat{\sigma}_t$ 에 대한 <표 2>와 같은 공식을 사용한다. <표 2>의 평활전이지수평활(smooth transition exponential smoothing)에서  $V_{t-1}$ 은 전이변수(transition variable)이며, STES-ES에 대해서는  $V_{t-1} = \epsilon_{t-1}$ , STES-AE에 대해서는  $V_{t-1} = |\epsilon_{t-1}|$ , STES-EAE에 대해서는  $V_{t-1}$ 는  $\epsilon_{t-1}$ 과  $|\epsilon_{t-1}|$  모두의 함수이다.

둘째, ARCH류의 조건부 변동성 모형들에 대해  $r_t = \mu + \epsilon_t$  ( $\epsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} z_t$ ) 과정을 갖는다. 여러 응용모형들은 <표 2>와 같이 분류할 수 있으며, CGARCH에서  $\omega_t$ 는 변동성 예측오차 ( $\epsilon_t^2 - \sigma_{t-1}^2$ )에 의해 주도되는 변동성의 시간변동 추세 또는 영속적 구성요소를 표시하며,  $\rho = 1$ 인 경우에 적분된다.

셋째, 확률변동성(stochastic volatility : SV)모형은  $r_t = \mu_t + \epsilon_t$  과정으로 구성되며, <표 2>에서 교란항  $\epsilon_t$ 는  $\epsilon_t = z_t \exp(0.5 \sigma_t^2) = z_t \exp(0.5(\omega + \beta \sigma_{t-1}^2 + v_t))$ 로 규정된다[Poon and Granger(2003), pp. 507-509].

### 3) GARCH(1,1)모형의 장단점과 적용 방법

Bollerslev(1986)가 개발한 일반화된 ARCH모형인 GARCH(1,1)모형은 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average : EWMA) 모형에 ARCH(m)모형을 융합하는 방식으로 다음과 같이 규정된다.

$$(3) \quad \sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 = \gamma V_L + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad \gamma + \alpha + \beta = 1$$

GARCH(1,1)모형은 시간에 따라 분산이 장기평균수준  $V_L$ 으로 복귀 견인되는 경향이 있어, 분산  $V$ 가  $dV = a(V_L - V)dt + \xi Vdz$ 의 확률과정을 따른다는 평균-복귀모형(mean-reverting model)이다.  $V > V_L$ 인 경우에 분산은  $a$ 의 비율로 음의 편류를 갖고,  $V < V_L$ 인 경우에 분산은 양의 편류를 갖는다. 편류에 추가된 것은 변동성  $\xi$ 이다. 이러한 특성으로 인해 GARCH(1,1)모형은 이론적으로 EWMA모형보다 더 매력적이다.

모수  $\omega$ 가 0인 경우에 GARCH(1,1)모형은 EWMA로 축소된다.  $\omega$ 의 최우량 적합값(best-fit value)이 음으로 나타나는 상황에서, GARCH(1,1)모형은 안정적이지 않으므로 EWMA모형으로 전환되어야 의미가 있다[Hull(2006), pp. 466-467]. 또한 GARCH(1,1)은 다음과 같은 여러 단점들을 갖고 있다.

첫째, 현행 수익률과 미래 변동성간의 음의 상관관계로 인해 변동성에 대한 신정보 효과의 비대칭성이 존재하여, 긍정적인 뉴스보다는 부정적 뉴스가 예측 가능한 변동성을 증가시키는 현상이 나타나고 있다. 그러나 GARCH(1,1)모형은  $\epsilon_t$ 의 비대칭적인 2차함수를 사용하므로, 이러한 레버리지 효과를 설명하지 못한다.

둘째, 조건부 분산의 비율의 특성을 보장하도록 추정에서 부과되는 제약들은 계산을 보다 어렵게 만든다. 또한 과거 변동성 충격의 효과는 부호에 상관없이 GARCH(1,1)모형에서 충격 정도에 따라 증가하여, 변동성의 순환적 또는 비선형 행태를 설명할 수 없게 만든다. 이러한 단점으로 인해 GARCH(1,1)모형의 많은 대안적 설정식들이 개발되었다. GARCH(1,1)모형은 모수추정치를 최대우도법으로 계산한 후에, 1단계 및 s단계 후의 예측치들을 각각 다음과 같이 계산하도록 적용할 수 있다[Silvey(2007), p. 107].

$$(4) \quad \hat{\sigma}_{T+1|T}^2 = E_T[\sigma_{T+1}^2] = \hat{\omega} + \hat{\alpha}E_T[\epsilon_T^2] + \hat{\beta}E_T[\sigma_T^2] = \hat{\omega} + \hat{\alpha}\epsilon_T^2 + \hat{\beta}\hat{\sigma}_T^2$$

$$(5) \quad \hat{\sigma}_{T+s|T}^2 = \hat{\omega} \sum_{i=0}^{s-2} (\hat{\alpha} + \hat{\beta})^i + (\hat{\alpha} + \hat{\beta})^{s-1} \hat{\sigma}_{T+1|T}^2$$

수익률 분산  $\sigma^2$ 을  $v$ 로 표시하고, 우도함수  $\prod_{i=1}^m \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi v}} \exp\left(-\frac{\epsilon_i^2}{2v}\right) \right]$ 를  $m$ 개의 수익률  $\epsilon_i$  관찰치들이 발생할 경우에 대해 규정하자. 우도함수의 자연로그값에서 승법요인들을 무시하면, 최대우도법의 목적함수를 규정할 수 있다[Hull(2006), pp. 467-468, Hansen and Lunde(2005), pp. 878-880].<sup>1)</sup>

$$(6) \quad \sum_{i=1}^m \left[ -\ln(v) - \frac{\epsilon_i^2}{v} \right] \quad \text{or} \quad -m \ln(v) - \sum_{i=1}^m \frac{\epsilon_i^2}{v}$$

$\epsilon_i^2$ 의 자기상관 구조(autocorrelation structure) 분석을 통해, 시간 경과에 따른 변동성 변화 특성으로 발생하는  $\epsilon_i^2$ 의 자기상관 제거효과로 GARCH모형의 적합성을 검증할 수 있다. 이를 위해 자기상관에 대한 혼성 통계량(portmanteau statistics)인 Box-Pierce-Ljung 통계량  $Q_k$ 를 이용한 변수  $\epsilon_i^2$ 과  $\epsilon_i^2/\sigma_i^2$ 의 자기상관구조 분석을 통해,  $\epsilon_i^2$ 의 자기상관구조에 비해  $\epsilon_i^2/\sigma_i^2$ 의 자기상관구조가 제거된 것이 확인되면 GARCH모형은  $\sigma_i^2$ 의 모형으로  $\epsilon_i^2$ 의 자기상관구조

---

1)  $\ln\left(\prod_{i=1}^m \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi v}} \exp\left(-\frac{\epsilon_i^2}{2v}\right) \right]\right) = \sum_{i=1}^m \left[ -\frac{1}{2} \ln(2\pi v) - \frac{\epsilon_i^2}{2v} \right] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left[ -\ln 2\pi - \ln(v) - \frac{\epsilon_i^2}{v} \right]$



를 성공적으로 설명한 것으로 간주할 수 있다[Hull(2006), p. 470].

$$(7) \quad Q_k = m \sum_{k=1}^K \frac{m+2}{m-k} \eta_k^2$$

(7)식에서  $m$ 은 자기상관분석에 사용된 자료의 수(표본크기),  $k$ 는 시차의 수,  $\eta_k$ 는  $k$ 시차값에 대한 표본자기상관계수를 표시한다. 특정 시차  $k$ 에서의 표본자기상관이 없다는 귀무가설인  $\eta_k = 0$ 은 시계열이 약형 백색잡음(weak-form white noise)인 것을 의미한다. 표본상관계수를 통한 백색잡음 검정은 고려한 최대시차  $k$ 에 대해 단 하나의 결합가설로 수행한다.

$$(8) \quad H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

$H_1 : \rho_1, \dots, \rho_k$  중 적어도 하나는 0이 아니다.

$Q_k$ 를 이용한 표본자기상관이 없다는 귀무가설에 대해 유한표본의 자유도  $k$ 의  $\chi^2 (= \chi_k^2)$  분포로 검정을 수행한다. 따라서  $Q_k$ 의 P-값(귀무가설을 기각할 수 있는 최소 유의수준으로 관찰유의수준)은  $Q_k$ 를  $\chi^2$  값으로 처리하여, 그 확률을 계산하는 Excel의 함수인 “CHIDIST (값,자유도)”를 이용한다. 그리고 값에  $Q_k$ 를, 자유도에 시차를 대입하여 P-값을 구한다. 다른 변수들을 함께 고려해야 한다면, 고려해야 하는 추가변수들의 수를 자유도에서 차감해야 한다. 특정변수 관찰치들에 대한 잔차(=실제 관찰치-추정치)들이 상관되지 않아야 우량한 추정치를 얻을 수 있다. 따라서 우량한 추정치의 획득을 위해서는 잔차들의 자기상관이 작아야 하므로, Box-Pierce-Ljung 통계량  $Q_k$ 가 반드시 작아야 한다. 제1종의 오류 확률인 유의수준  $\alpha$ 를 설정하는 경우에 Ljung-Box 통계량  $Q_k$ 의 P-값이 설정된  $\alpha$  이상이면 잔차들의 자기상관이 존재하지 않아 모형의 타당성(adequacy)을 채택할 수 있다[Bowerman *et al.*(2005), pp. 459-460].

### III. GARCH(1,1)모형의 환율변동성 추정 적용

#### 1. 일자별 자료에 대한 GARCH(1,1)모형의 적용

##### 1) 주요 외화 환율의 도수분포형태와 요약통계량

한국은행 경제통계시스템(<http://ecos.bok.or.kr>)에서 주요 외국통화들에 대한 원화표시 환율의 일별 및 월별 자료들은 다운 받을 수 있다.

〈표 3〉 일자별 주요 외화 환율의 요약 통계량(1998.1.4 ~ 2009.12.31)

	KRW/USD	KRW/JPY100	KRW/EUR	KRW/GBP	KRW/CAD	KRW/CNY
평균	1,156.85	1,026.68	1,339.56	1,932.49	880.01	145.88
표준 오차	2.761909	2.9094225	3.961742	3.245794	2.012599	0.39306
중앙값	1,170.80	1,021.25	1,276.58	1,897.89	848.17	142.76
최빈값	1,114.60	999.92	1,350.96	1,847.17	772.87	134.67
표준 편차	152.1057	160.22969	218.1837	178.7546	110.8392	21.6468
분산	23136.15	25673.555	47604.14	31953.2	12285.33	468.582
첨도	0.6893	1.587109	0.008862	5.189055	0.806848	1.34126
왜도	0.483585	0.9694426	0.814788	1.647493	1.278413	1.15372
변동계수	0.1315	0.1561	0.1629	0.0925	0.1260	0.1484
범위	903.10	874.61	1,049.62	1,369.69	529.89	113.71
최소값	902.20	746.15	941.59	1,562.27	732.25	116.21
최대값	1,805.30	1,620.76	1,991.21	2,931.96	1,262.14	229.92

USD, JPY, EUR, GBP, CAD, CNY의 원화표시환율에 대해 외환위기 직후인 1998년 1월 4일부터 2009년 12월 31일 동안의 일자별 자료를 이용한 도수분포도와 요약통계량을 정리한 결과는 [그림 1] 및 <표 3>과 같다. [그림 1]에서 방화표시 환율수준의 도수분포곡선 형태는 크게 4개 그룹으로 구분할 수 있다.

첫째 그룹인 USD와 CNY의 한국 원화(KRW) 표시환율들의 분포는 좌측에서 작은 봉우리를 가지며, 평균값이 속하는 큰 봉우리를 초과하는 수준의 우측에서 긴 꼬리를 갖는다.

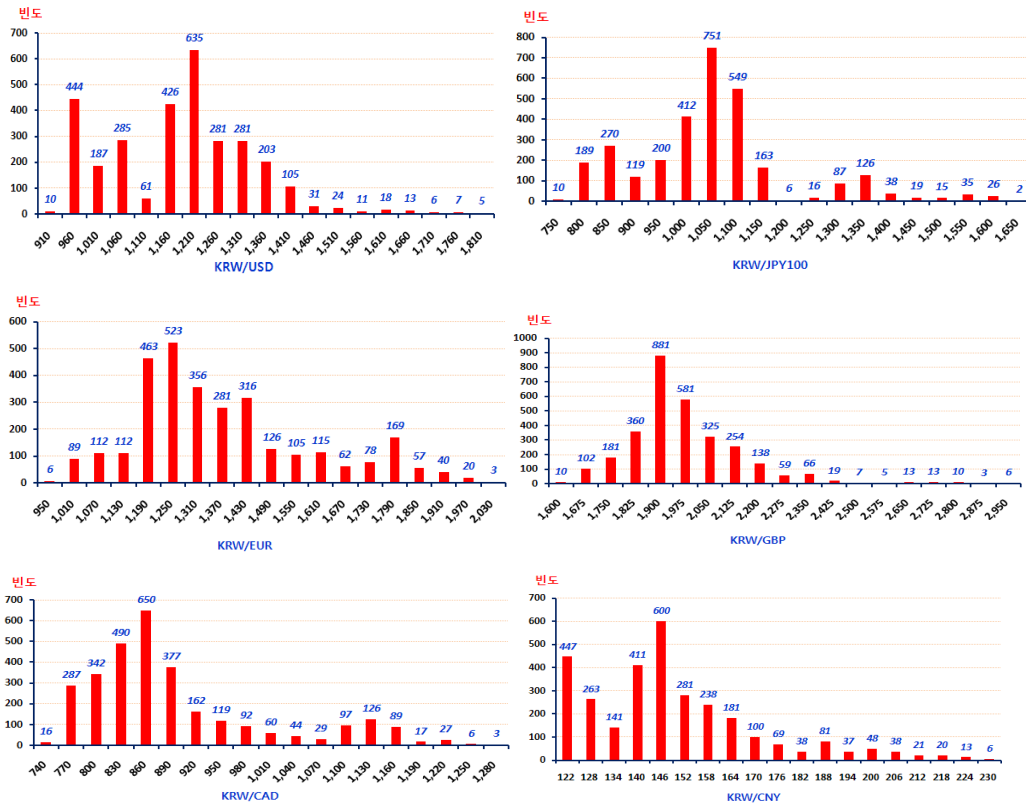
둘째 그룹인 EUR과 CAD는 작은 우측 봉우리와 우측 꼬리를 갖는다.

셋째 그룹인 JPY는 좌측과 우측에 작은 봉우리를 갖고 우측 꼬리를 갖는다.

넷째 그룹인 GBP는 작은 봉우리 없이 우측 꼬리를 갖는다.

이러한 결과 <표 3>에서 왜도는 모두 양(+)이며, 평균이 최대값에서 상대적으로 가장 크게 괴리되어 있는 GBP 환율의 왜도가 가장 크게 나타나고 있다. 또한 GBP는 급침적 모양으로 5를 초과하는 첨도를 갖고 있다.

한편 위험 측정치의 하나인 변동계수는 첨도가 가장 크게 작고, 왜도가 두 번째로 작은 EUR 환율이 가장 큰 반면에, 가장 높은 첨도와 가장 낮은 왜도를 갖는 GBP 환율이 상대적으로 아주 작게 나타나고 있다.



자료 : <<http://ecos.bok.or.kr/>>

[그림 1] 주요 외화의 방화표시환율 도수분포도

2) GARCH(1,1)모형의 적용과 주요 외화 환율의 수익률 변동성 추정

Excel 스프레드시트를 이용하여 [그림 2]와 같이 KRW/USD 환율의 수익률 변동성을 (3)식 GARCH(1,1)모형과 (6)식 우도함수를 기초로 장기 분산비율 추정  $V_L$ 을 구할 수 있다.

첫째, 자료를 입력하고, C3:C3036구간을 지정 후 “(당 영업일 환율/전 영업일 환율)-1”의 공식으로 환율 수익률을 동시에 계산한다.

둘째, D4셀에는 전일 수익률의 자승을 당일 분산으로 처리하고, 차후 영업일들에 대해서는 D5:D3036구간을 지정하여 (3)식을 대입한다.

셋째, E4:E3036구간에는 (6)식에서 합산 기호의 안에 있는 수식을 동시에 입력한다. 그리고 E3037셀에서 (6)식에 따라 E4:E3036구간구간의 값들을 합산한다.

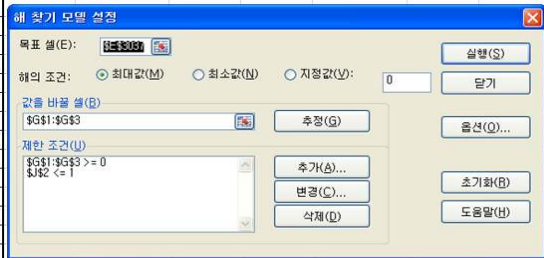
넷째, G4셀에 (3)식의 가중치 제약식에 따라 “=1-(G2+G3)”을 입력 후, G5셀은 (3)식의 장기

분산비율  $V_L = \omega/\gamma$ 에 따라 “=G1/G4”를 입력한다. 그리고 J2셀에 안정적 GARCH과정의 조건인  $\alpha + \beta < 1$ 을 설정할 수 있도록 “=G2+G3”을 입력 후, 표본구간에서 일자별 수익률의 장기적 분산비율 실제 값을 계산하도록 J1셀에 표본분산 공식 “=VAR(C3:C3036)”을 입력한다.

다섯째, (6)식의 최대우도법에 따라 E3037셀의 최대값을 제공하는  $\omega, \alpha, \beta$ 의 추정치들을 구하기 위해, G1:G3구간의 각 셀에 임의의 값들을 입력하여 D5:E3036구간에서 #DIV/0! 또는 #NUM! 등의 오류 값 표시를 제거한다. 메인메뉴에서 “데이터 | 해 찾기”를 지정하고, [그림 2]의 “해 찾기 모델 설정” 대화상자와 같이 “해의 조건”, “값을 바꿀 셀”, “제한 조건”을 설정한 후에 “실행” 단추를 클릭하여  $\omega, \alpha, \beta$ 의 최적 값들을 계산한다.

[그림 2]에서 KRW/USD 환율의 일자별 자료에 대해 최적 값들은  $\omega = 0.0000035$ ,  $\alpha = 0.52$ ,  $\beta = 0.4399984$ 로 계산되었고, 최대우도값은 29,350.339651이다. 그리고 추정된 장기분산비율  $V_L = 0.008856\%$ 이므로, 일자별 장기변동성은  $\sqrt{0.008856\%} = 0.94107\%$ 이다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	일자	KRW/USD	$\epsilon_t$	$\sigma_t^2$	$-\ln(\sigma_t^2) - \epsilon_t^2/\sigma_t^2$	$\omega$	0.0000035		실제 $V_L$	0.006927%	=VAR(C3:C3036)	
2	1997/12/30	1,449.20				$\alpha$	0.5200000		$\alpha + \beta$	0.9599983	=G2+G3	
3	1997/12/31	1,415.20	-0.023461			$\beta$	0.4399984					
4	1998/01/03	1,695.80	0.198276	0.0550%	-63.918257	$\gamma$	0.0400017				=1-(G2+G3)	
5	1998/01/05	1,695.80	0.000000	2.0689%	3.878170	추정 $V_L$	0.008856%				=G1/G4	
3023	2009/12/11	1,163.20	0.001205	0.0028%	10.423129							
3024	2009/12/14	1,164.90	0.001461	0.0017%	10.870837							
3025	2009/12/15	1,163.60	-0.001116	0.0012%	11.225868							
3026	2009/12/16	1,161.60	-0.001719	0.0009%	11.254998							
3027	2009/12/17	1,166.00	0.003788	0.0009%	10.039640							
3028	2009/12/18	1,173.70	0.006604	0.0015%	8.209332							
3029	2009/12/21	1,178.10	0.003749	0.0033%	9.895715							
3030	2009/12/22	1,179.60	0.001273	0.0025%	10.520437							
3031	2009/12/23	1,183.40	0.003221	0.0016%	10.404724							
3032	2009/12/24	1,183.60	0.000169	0.0016%	11.055738							
3033	2009/12/28	1,176.70	-0.005830	0.0010%	8.226437							
3034	2009/12/29	1,169.90	-0.005779	0.0026%	9.271114							
3035	2009/12/30	1,170.90	0.000855	0.0032%	10.318594							
3036	2009/12/31	1,167.60	-0.002818	0.0018%	10.480034							
3037	합계				29,350.339651						=SUM(E4:E3036)	



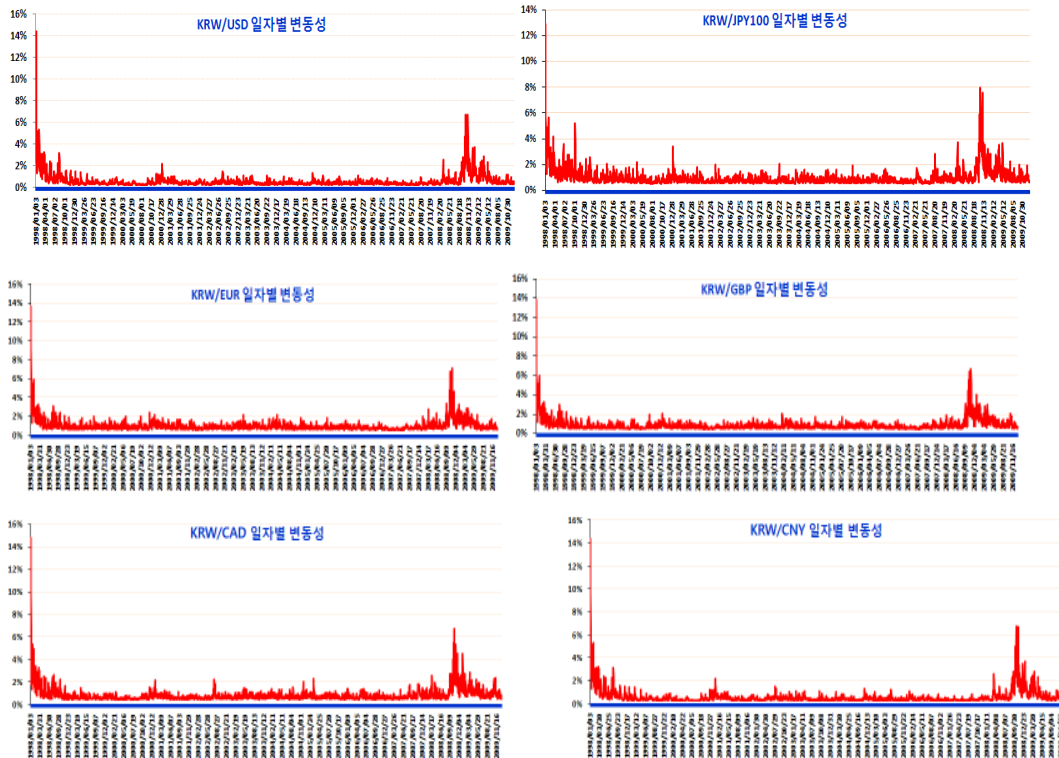
셀(구간)	입력 수식	처리
A2:C3036	자료 입력	
C3:C3036	=B3/B2-1	“Ctrl+Enter”를 동시 클릭
D4	=C3^2	
D5:D3036	=\$G\$1+\$G\$2*C4^2+\$G\$3*D4	“Ctrl+Enter”를 동시 클릭
E4:E3036	=-LN(D4)-C4^2/D4	“Ctrl+Enter”를 동시 클릭
E3037	=SUM(E4:E3036)	
G4	=1-(G2+G3)	
G5	=G1/G4	
J1	=VAR(C3:C3036)	
J2	=G2+G3	

[그림 2] Excel 사용 GARCH(1,1)모형의 추정

(3)식 GARCH(1,1)모형의 모수들과 장기 분산비율의 추정결과는 <표 4>와 같다. 여기서 (3)식의 모수들에 대한 추정치 중에서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 통화와는 무관하게 일정하고,  $\omega$ 와 추정 장기 분산이 다르게 나타난다. 한편 추정된 모수들을 이용하여 일자별로 추정한 표본 내부 예측 값들은 통화별로 [그림 3]과 같다. [그림 3]에서 동아시아 금융위기 직후인 1998년 1월 초에는 일본의 변동성 추정치가 가장 작고, 2008년 말의 글로벌 금융위기 시점에는 일본의 변동성 추정치가 가장 크게 나타났다.

<표 4> 일자별 환율자료에 대한 GARCH(1,1)모형 모수들의 추정치

	KRW/USD	KRW/JPY100	KRW/EUR	KRW/GBP	KRW/CAD	KRW/CNY
$\omega$	0.0000035	0.0000158	0.0000156	0.0000118	0.0000106	0.0000035
$\alpha, \beta, \gamma$	0.5200000, 0.4399984, 0.0400017					
추정 VL	0.008856%	0.039469%	0.038980%	0.029440%	0.026486%	0.008747%
최대우도	29,350.34	25,734.56	25,830.82	26,526.07	26,680.31	29,367.15
실제 VL	0.006927%	0.011815%	0.010797%	0.009619%	0.009340%	0.006929%
$\alpha + \beta$	0.959998315					

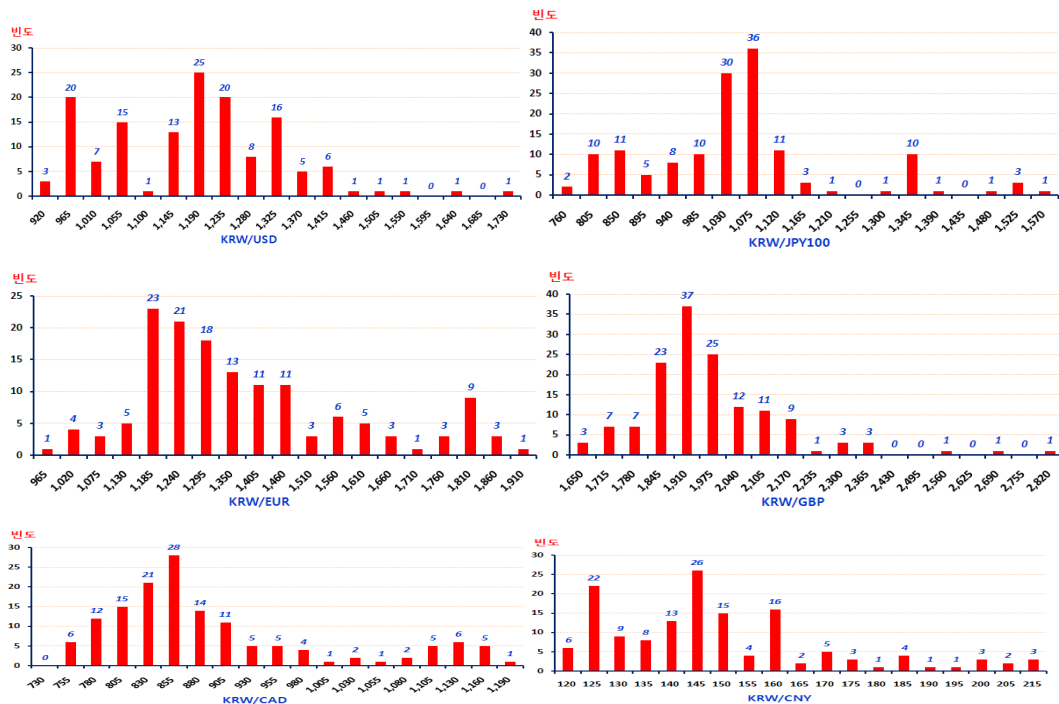


[그림 3] 일자별 자료에 따른 주요 외화 환율의 변동성 추정치

## 2. 월별 자료에 대한 GARCH(1,1)모형의 적용

### 1) 주요 외화 환율의 도수분포형태와 요약통계량

USD, JPY, EUR, GBP, CAD, CNY의 원화표시환율에 대해 1998년 1월부터 2009년 12월 동안의 월별 자료의 도수분포도와 요약통계량은 <표 5> 및 [그림 4]와 같다. [그림 4]에서 주요 외화들의 월별 방화표시 환율수준의 도수분포곡선 형태 역시 일자별 환율의 도수분포곡선과 같이 크게 4개 그룹으로 구분할 수 있다. <표 5>에서 왜도는 모두 양(+)이며, 평균이 GBP 환율의 왜도가 가장 크고, GBP는 급침적 모양으로 5를 초과하는 첨도를 갖고 있다. 이와는 달리 EUR의 환율은 음의 첨도를 갖는다. 그리고 변동계수는 첨도가 음이며, 왜도가 두 번째로 작은 EUR 환율이 가장 큰 반면에, 가장 높은 첨도와 가장 낮은 왜도를 갖는 GBP 환율이 상대적으로 아주 작다.



자료 : <<http://ecos.bok.or.kr/>>

[그림 4] 주요 외화의 월별 방화표시환율 도수분포도

〈표 5〉 월별 주요 외화 환율의 요약 통계량(1998.1 ~ 2009.12)

	KRW/USD	KRW/JPY100	KRW/EUR	KRW/GBP	KRW/CAD	KRW/CNY
평균	1,157.47	1,025.57	1,343.31	1,936.06	881.53	146.00
표준 오차	12.72898	13.3265841	17.91508	14.63715	9.112981	1.80083
중앙값	1,172.44	1,019.75	1,277.88	1,902.43	848.21	143.12
최빈값	1,302.60	1,001.56	-	-	-	144.95
표준 편차	152.7478	159.919009	214.9809	175.6458	109.3558	21.61
분산	23331.88	25574.0895	46216.79	30851.45	11958.68	466.993
첨도	0.437832	1.38890552	-0.06565	5.312941	0.627421	0.98782
왜도	0.406299	0.92606535	0.806825	1.676475	1.250923	1.07193
범위	790.94	790.54	941.89	1,182.90	441.08	96.39
최소값	915.86	755.57	962.15	1,606.20	745.93	117.46
최대값	1,706.80	1,546.11	1,904.04	2,789.10	1,187.01	213.85
변동계수	0.13197	0.15593	0.16004	0.09072	0.12405	0.14802

〈표 6〉 월별 환율자료에 대한 GARCH(1,1)모형 모수들의 추정치

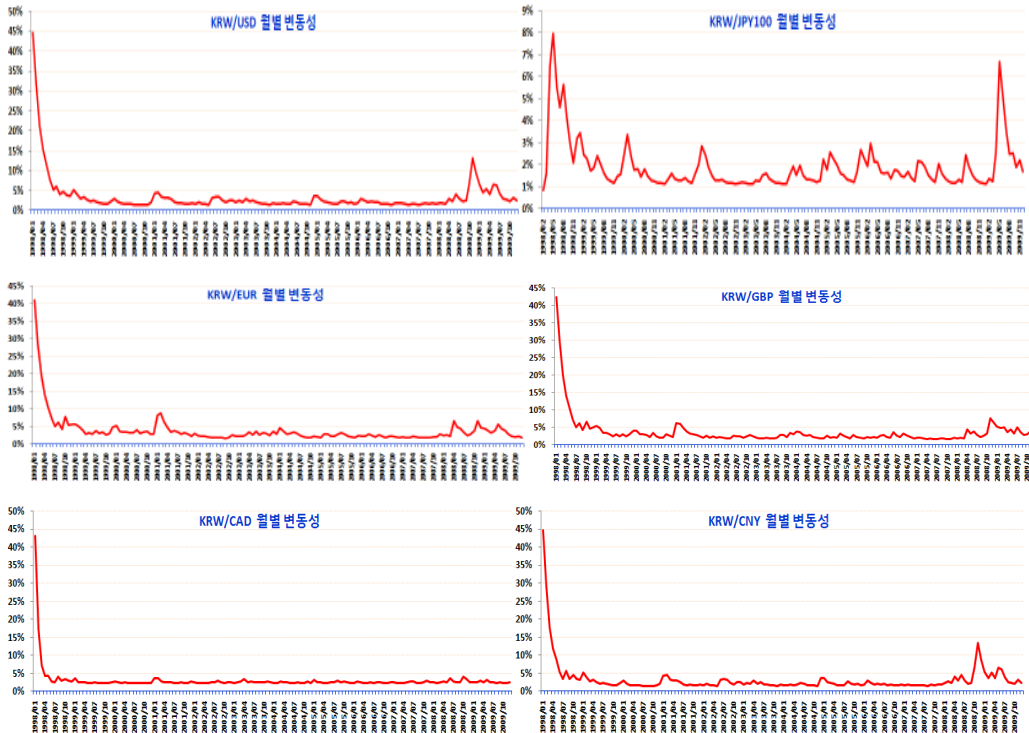
	KRW/USD	KRW/JPY100	KRW/EUR	KRW/GBP	KRW/CAD	KRW/CNY
$\omega$	0.0001019	0.0000730	0.0001552	0.0001553	0.0004733	0.0001319
$\alpha$	0.5199997	0.4711112	0.5199997	0.5199997	0.1673460	0.5338261
$\beta$	0.4399969	0.4352024	0.4399970	0.4399970	0.1426838	0.3561121
$\gamma$	0.0400033	0.0936864	0.0400033	0.0400033	0.6899702	0.1100618
추정 VL	0.254732%	0.077913%	0.387923%	0.388318%	0.068601%	0.119817%
최대우도	924.40	1,010.52	859.19	884.38	900.03	920.79
실제 VL	0.239560%	0.034485%	0.226543%	0.218317%	0.214120%	0.241096%
$\alpha+\beta$	0.9599967	0.90631358	0.9599967	0.9599967	0.3100298	0.8899382

## 2) GARCH(1,1)모형의 적용과 주요 외화 환율의 월별 수익률 변동성 추정

[그림 2]에서와 같은 방식으로 USD, JPY, EUR, GBP, CAD, CNY의 원화표시환율 월별자료에 대한 (3)식의 추정모수와 추정 장기분산은 <표 6>과 같다. <표 6>에서 USD, EUR, GBP는  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 추정치들이 일치하거나 거의 일치하는 반면에, CAD와 CNY는 아주 다른 추정치를 갖고 있다. 또한 JPY는 0 이상의 수익률은 모두 0으로 처리하고 음의 수익률만을 적용하는 준수익률(semi-returns)을 사용하여 GARCH(1,1)모형을 추정한 것이다.

<표 6>의 추정치를 기초로 표본 내부 예측을 수행한 분산비율 추정치의 자승근으로 구한 변동성 추정치들은 [그림 5]와 같다. [그림 5]에서 1998년 중반 이후 CAD 환율의 변동성이 가장 작고 안정적인 반면에, EUR과 GBP의 변동성이 가장 크게 나타났다. 그렇지만 변동성

의 변화는 USD와 CNY에서 가장 크게 발생하고 있다. 그 다음으로 EUR과 GBP뿐만 아니라 JPY의 변동성이 크게 발생했다.



[그림 5] 일자별 자료에 따른 주요 외화 환율의 변동성 추정치

#### IV. 추정모형의 타당성 검정과 변동성 예측

##### 1. GARCH(1,1)모형 추정결과의 검정

###### 1) 일자별 환율 변동성 추정치 검정

GARCH(1,1)모형의 적합성 검정을 위해 Box-Pierce-Ljung 통계량인 (7)식의  $Q_k$ 로  $\epsilon_i^2$  과  $\epsilon_i^2/\sigma_i^2$ 의 자기상관구조가 제거되는 개선 상황이 발생하는지를 보기로 한다.



[그림 6]과 같이 [그림 2]의 C4:C3036구간의 값을 복사하여 [그림 6]의 A2셀에 값으로 선택하여 붙여 넣기를 하여 A2:A3034구간을 작성하고, B2:B3034구간을 지정 후 수식입력줄에 “=A2^2”를 입력하고 동시 입력처리를 수행한다. 시차 값들을 작성하도록 C2:Q3034구간을 지정 후 수식입력줄에 “=IF(B3=""", "", B3)”을 입력하고 동시 입력처리를 수행한다.  $\epsilon_t^2$ 의 자기상관 행렬 작성을 위해 메인메뉴에서 “데이터 | 데이터 분석”을 지정하고, “통계 데이터 분석 | 상관분석”을 지정 후에 대화상자의 입력범위에 “B1:Q3019”를, 데이터 방향은 열로, 첫째 행 이름표 사용을 표시, 출력 범위에 “A3036”을 지정하고 “확인”을 클릭한다.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP	BQ	BR	BS	BT	BU	BV	BW	BX	BY	BZ	CA	CB	CC	CD	CE	CF	CG	CH	CI	CJ	CK	CL	CM	CN	CO	CP	CQ	CR	CS	CT	CU	CV	CW	CX	CY	CZ	DA	DB	DC	DD	DE	DF	DG	DH	DI	DJ	DK	DL	DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT	DU	DV	DW	DX	DY	DZ	EA	EB	EC	ED	EE	EF	EG	EH	EI	EJ	EK	EL	EM	EN	EO	EP	EQ	ER	ES	ET	EU	EV	EW	EX	EY	EZ	FA	FB	FC	FD	FE	FF	FG	FH	FI	FJ	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU	FV	FW	FX	FY	FZ	GA	GB	GC	GD	GE	GF	GG	GH	GI	GJ	GK	GL	GM	GN	GO	GP	GQ	GR	GS	GT	GU	GV	GW	GX	GY	GZ	HA	HB	HC	HD	HE	HF	HG	HH	HI	HJ	HK	HL	HM	HN	HO	HP	HQ	HR	HS	HT	HU	HV	HW	HX	HY	HZ	IA	IB	IC	ID	IE	IF	IG	IH	II	IJ	IK	IL	IM	IN	IO	IP	IQ	IR	IS	IT	IU	IV	IW	IX	IY	IZ	JA	JB	JC	JD	JE	JF	JG	JH	JI	IJ	JK	KL	KM	KN	KO	KP	KQ	KR	KS	KT	KU	KV	KW	KX	KY	KZ	LA	LB	LC	LD	LE	LF	LG	LH	LI	LJ	LK	LM	LN	LO	LP	LQ	LR	LS	LT	LU	LV	LW	LX	LY	LZ	MA	MB	MC	MD	ME	MF	MG	MH	MI	MJ	MK	ML	MM	MN	MO	MP	MQ	MR	MS	MT	MU	MV	MW	MX	MY	MZ	NA	NB	NC	ND	NE	NF	NG	NH	NI	NJ	NK	NL	NM	NN	NO	NP	NQ	NR	NS	NT	NU	NV	NW	NX	NY	NZ	OA	OB	OC	OD	OE	OF	OG	OH	OI	OJ	OK	OL	OM	ON	OO	OP	OQ	OR	OS	OT	OU	OV	OW	OX	OY	OZ	PA	PB	PC	PD	PE	PF	PG	PH	PI	PJ	PK	PL	PM	PN	PO	PP	PQ	PR	PS	PT	PU	PV	PW	PX	PY	PZ	QA	QB	QC	QD	QE	QF	QG	QH	QI	QJ	QK	QL	QM	QN	QO	QP	QQ	QR	QS	QT	QU	QV	QW	QX	QY	QZ	RA	RB	RC	RD	RE	RF	RG	RH	RI	RJ	RK	RL	RM	RN	RO	RP	RQ	RR	RS	RT	RU	RV	RW	RX	RY	RZ	SA	SB	SC	SD	SE	SF	SG	SH	SI	SJ	SK	SL	SM	SN	SO	SP	SQ	SR	SS	ST	SU	SV	SW	SX	SY	SZ	TA	TB	TC	TD	TE	TF	TG	TH	TI	TJ	TK	TL	TM	TN	TO	TP	TQ	TR	TS	TT	TU	TV	TW	TX	TY	TZ	UA	UB	UC	UD	UE	UF	UG	UH	UI	UJ	UK	UL	UM	UN	UO	UP	UQ	UR	US	UT	UU	UV	UW	UX	UY	UZ	VA	VB	VC	VD	VE	VF	VG	VH	VI	VJ	VK	VL	VM	VN	VO	VP	VQ	VR	VS	VT	VU	VV	VW	VX	VY	VZ	WA	WB	WC	WD	WE	WF	WG	WH	WI	WJ	WK	WL	WM	WN	WO	WP	WQ	WR	WS	WT	WU	WV	WW	WX	WY	WZ	XA	XB	XC	XD	XE	XF	XG	XH	XI	XJ	XK	XL	XM	XN	XO	XP	XQ	XR	XS	XT	XU	XV	XW	XX	XY	XZ	YA	YB	YC	YD	YE	YF	YG	YH	YI	YJ	YK	YL	YM	YN	YO	YP	YQ	YR	YS	YT	YU	YV	YW	YX	YZ	ZA	ZB	ZC	ZD	ZE	ZF	ZG	ZH	ZI	ZJ	ZK	ZL	ZM	ZN	ZO	ZP	ZQ	ZR	ZS	ZT	ZU	ZV	ZW	ZX	ZY	ZZ	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP	BQ	BR	BS	BT	BU	BV	BW	BX	BY	BZ	CA	CB	CC	CD	CE	CF	CG	CH	CI	CJ	CK	CL	CM	CN	CO	CP	CQ	CR	CS	CT	CU	CV	CW	CX	CY	CZ	DA	DB	DC	DD	DE	DF	DG	DH	DI	DJ	DK	DL	DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT	DU	DV	DW	DX	DY	DZ	EA	EB	EC	ED	EE	EF	EG	EH	EI	EJ	EK	EL	EM	EN	EO	EP	EQ	ER	ES	ET	EU	EV	EW	EX	EY	EZ	FA	FB	FC	FD	FE	FF	FG	FH	FI	FJ	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU	FV	FW	FX	FY	FZ	GA	GB	GC	GD	GE	GF	GG	GH	GI	GJ	GK	GL	GM	GN	GO	GP	GQ	GR	GS	GT	GU	GV	GW	GX	GY	GZ	HA	HB	HC	HD	HE	HF	HG	HH	HI	HJ	HK	HL	HM	HN	HO	HP	HQ	HR	HS	HT	HU	HV	HW	HX	HY	HZ	IA	IB	IC	ID	IE	IF	IG	IH	II	IJ	IK	IL	IM	IN	IO	IP	IQ	IR	IS	IT	IU	IV	IW	IX	IY	IZ	JA	JB	JC	JD	JE	JF	JG	JH	JI	IJ	JK	KL	KM	KN	KO	KP	KQ	KR	KS	KT	KU	KV	KW	KX	KY	KZ	LA	LB	LC	LD	LE	LF	LG	LH	LI	LJ	LK	LM	LN	LO	LP	LQ	LR	LS	LT	LU	LV	LW	LX	LY	LZ	MA	MB	MC	MD	ME	MF	MG	MH	MI	MJ	MK	ML	MM	MN	MO	MP	MQ	MR	MS	MT	MU	MV	MW	MX	MY	MZ	NA	NB	NC	ND	NE	NF	NG	NH	NI	NJ	NK	NL	NM	NN	NO	NP	NQ	NR	NS	NT	NU	NV	NW	NX	NY	NZ	OA	OB	OC	OD	OE	OF	OG	OH	OI	OJ	OK	OL	OM	ON	OO	OP	OQ	OR	OS	OT	OU	OV	OW	OX	OY	OZ	PA	PB	PC	PD	PE	PF	PG	PH	PI	PJ	PK	PL	PM	PN	PO	PP	PQ	PR	PS	PT	PU	PV	PW	PX	PY	PZ	QA	QB	QC	QD	QE	QF	QG	QH	QI	QJ	QK	QL	QM	QN	QO	QP	QQ	QR	QS	QT	QU	QV	QW	QX	QY	QZ	RA	RB	RC	RD	RE	RF	RG	RH	RI	RJ	RK	RL	RM	RN	RO	RP	RQ	RR	RS	RT	RU	RV	RW	RX	RY	RZ	SA	SB	SC	SD	SE	SF	SG	SH	SI	SJ	SK	SL	SM	SN	SO	SP	SQ	SR	SS	ST	SU	SV	SW	SX	SY	SZ	TA	TB	TC	TD	TE	TF	TG	TH	TI	TJ	TK	TL	TM	TN	TO	TP	TQ	TR	TS	TT	TU	TV	TW	TX	TY	TZ	UA	UB	UC	UD	UE	UF	UG	UH	UI	UJ	UK	UL	UM	UN	UO	UP	UQ	UR	US	UT	UU	UV	UW	UX	UY	UZ	VA	VB	VC	VD	VE	VF	VG	VH	VI	VJ	VK	VL	VM	VN	VO	VP	VQ	VR	VS	VT	VU	VV	VW	VX	VY	VZ	WA	WB	WC	WD	WE	WF	WG	WH	WI	WJ	WK	WL	WM	WN	WO	WP	WQ	WR	WS	WT	WU	WV	WW	WX	WY	WZ	XA	XB	XC	XD	XE	XF	XG	XH	XI	XJ	XK	XL	XM	XN	XO	XP	XQ	XR	XS	XT	XU	XV	XW	XX	XY	XZ	YA	YB	YC	YD	YE	YF	YG	YH	YI	YJ	YK	YL	YM	YN	YO	YP	YQ	YR	YS	YT	YU	YV	YW	YX	YZ	ZA	ZB	ZC	ZD	ZE	ZF	ZG	ZH	ZI	ZJ	ZK	ZL	ZM	ZN	ZO	ZP	ZQ	ZR	ZS	ZT	ZU	ZV	ZW	ZX	ZY	ZZ	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP	BQ	BR	BS	BT	BU	BV	BW	BX	BY	BZ	CA	CB	CC	CD	CE	CF	CG	CH	CI	CJ	CK	CL	CM	CN	CO	CP	CQ	CR	CS	CT	CU	CV	CW	CX	CY	CZ	DA	DB	DC	DD	DE	DF	DG	DH	DI	DJ	DK	DL	DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT	DU	DV	DW	DX	DY	DZ	EA	EB	EC	ED	EE	EF	EG	EH	EI	EJ	EK	EL	EM	EN	EO	EP	EQ	ER	ES	ET	EU	EV	EW	EX	EY	EZ	FA	FB	FC	FD	FE	FF	FG	FH	FI	FJ	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU	FV	FW	FX	FY	FZ	GA	GB	GC	GD	GE	GF	GG	GH	GI	GJ	GK	GL	GM	GN	GO	GP	GQ	GR	GS	GT	GU	GV	GW	GX	GY	GZ	HA	HB	HC	HD	HE	HF	HG	HH	HI	HJ	HK	HL	HM	HN	HO	HP	HQ	HR	HS	HT	HU	HV	HW	HX	HY	HZ	IA	IB	IC	ID	IE	IF	IG	IH	II	IJ	IK	IL	IM	IN	IO	IP	IQ	IR	IS	IT	IU	IV	IW	IX	IY	IZ	JA	JB	JC	JD	JE	JF	JG	JH	JI	IJ	JK	KL	KM	KN	KO	KP	KQ	KR	KS	KT	KU	KV	KW	KX	KY	KZ	LA	LB	LC	LD	LE	LF	LG	LH	LI	LJ	LK	LM	LN	LO	LP	LQ	LR	LS	LT	LU	LV	LW	LX	LY	LZ	MA	MB	MC	MD	ME	MF	MG	MH	MI	MJ	MK	ML	MM	MN	MO	MP	MQ	MR	MS	MT	MU	MV	MW	MX	MY	MZ	NA	NB	NC	ND	NE	NF	NG	NH	NI	NJ	NK	NL	NM	NN	NO	NP	NQ	NR	NS	NT	NU	NV	NW	NX	NY	NZ	OA	OB	OC	OD	OE	OF	OG	OH	OI	OJ	OK	OL	OM	ON	OO	OP	OQ	OR	OS	OT	OU	OV	OW	OX	OY	OZ	PA	PB	PC	PD	PE	PF	PG	PH	PI	PJ	PK	PL	PM	PN	PO	PP	PQ	PR	PS	PT	PU	PV	PW	PX	PY	PZ	QA	QB	QC	QD	QE	QF	QG	QH	QI	QJ	QK	QL	QM	QN	QO	QP	QQ	QR	QS	QT	QU	QV	QW	QX	QY	QZ	RA	RB	RC	RD	RE	RF	RG	RH	RI	RJ	RK	RL	RM	RN	RO	RP	RQ	RR	RS	RT	RU	RV	RW	RX	RY	RZ	SA	SB	SC	SD	SE	SF	SG	SH	SI	SJ	SK	SL	SM	SN	SO	SP	SQ	SR	SS	ST	SU	SV	SW	SX	SY	SZ	TA	TB	TC	TD	TE	TF	TG	TH	TI	TJ	TK	TL	TM	TN	TO	TP	TQ	TR	TS	TT	TU	TV	TW	TX	TY	TZ	UA	UB	UC	UD	UE	UF	UG	UH	UI	UJ	UK	UL	UM	UN	UO	UP	UQ	UR	US	UT	UU	UV	UW	UX	UY	UZ	VA	VB	VC	VD	VE	VF	VG	VH	VI	VJ	VK	VL	VM	VN	VO	VP	VQ	VR	VS	VT	VU	VV	VW	VX	VY	VZ	WA	WB	WC	WD	WE	WF	WG	WH	WI	WJ	WK	WL	WM	WN	WO	WP	WQ	WR	WS	WT	WU	WV	WW	WX	WY	WZ	XA	XB	XC	XD	XE	XF	XG	XH	XI	XJ	XK	XL	XM	XN	XO	XP	XQ	XR	XS	XT	XU	XV	XW	XX	XY	XZ	YA	YB	YC	YD	YE	YF	YG	YH	YI	YJ	YK	YL	YM	YN	YO	YP	YQ	YR	YS	YT	YU	YV	YW	YX	YZ	ZA	ZB	ZC	ZD	ZE	ZF	ZG	ZH	ZI	ZJ	ZK	ZL	ZM	ZN	ZO	ZP	ZQ	ZR	ZS	ZT	ZU	ZV	ZW	ZX	ZY	ZZ	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

“=SI\$3055\*\$D3055\*B3055^2”를, E3056:F3069구간에 “=E3055+SI\$3055\*\$D3056\*B3056^2”를 동시 입력한다. G3055:H3069구간에 “=CHIDIST(E3055,\$A3055)”를 동시 입력한다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	시차 k	$\epsilon_t^2$ 의 자기 상관계수	$\epsilon_t^2/\sigma_t^2$ 의 자기상관계수	$(m+2)/(m-k)$	$Q_k(\epsilon_t^2)$	$Q_k(\epsilon_t^2/\sigma_t^2)$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2/\sigma_t^2)]$	m		
3054											
3055	1	0.1010	-0.0431	1.0010	30.832	5.6155	0.000003%	1.780253%	3018	=COUNT(Q2:Q3019)	
3056	2	0.0849	-0.0180	1.0013	52.590	6.5965	0.000000%	3.694813%			
3057	3	0.2193	-0.0193	1.0017	197.951	7.7217	0.000000%	5.212788%			
3058	4	0.1295	-0.0034	1.0020	248.645	7.7571	0.000000%	10.089123%			
3059	5	0.1348	0.0218	1.0023	303.582	9.1895	0.000000%	10.174198%			
3060	6	0.0722	0.0256	1.0027	319.377	11.1764	0.000000%	8.307645%			
3061	7	0.0790	-0.0058	1.0030	338.272	11.2792	0.000000%	12.689430%			
3062	8	0.1728	0.0452	1.0033	428.660	17.4579	0.000000%	2.567889%			
3063	9	0.0625	0.0777	1.0037	440.476	35.7400	0.000000%	0.004409%			
3064	10	0.1388	0.0400	1.0040	498.875	40.5855	0.000000%	0.001336%			
3065	11	0.3212	0.0576	1.0043	811.558	50.6255	0.000000%	0.000048%			
3066	12	0.0950	-0.0061	1.0047	838.901	50.7384	0.000000%	0.000104%			
3067	13	0.1533	0.0073	1.0050	910.219	50.9004	0.000000%	0.000209%			
3068	14	0.1201	0.0225	1.0053	953.961	52.4316	0.000000%	0.000238%			
3069	15	0.2052	0.0521	1.0057	1081.741	60.6802	0.000000%	0.000019%			

[그림 7]  $\epsilon_t^2$ 와  $\epsilon_t^2/\sigma_t^2$ 의 자기상관 계수에 대한 Box-Pierce-Ljung 통계량 검정

<표 7> 환율 일별자료에 대한  $\epsilon_t^2$ 와  $\epsilon_t^2/\sigma_t^2$ 의 Box-Pierce-Ljung 통계량의 P값

시차	KRW/USD		KRW/JPY100		KRW/EUR		KRW/GBP		KRW/CAD		KRW/CNY	
	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2/\sigma_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2/\sigma_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2/\sigma_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2/\sigma_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2/\sigma_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2)]$	P-값 $[Q_k(\epsilon_t^2/\sigma_t^2)]$
1	0.0000%	1.7803%	0.0000%	0.114786%	0.0000%	0.001108%	0.0000%	0.000141%	0.0192%	0.092743%	0.0000%	1.759921%
2	0.0000%	3.6948%	0.0000%	0.023481%	0.0000%	0.00115%	0.0000%	0.000048%	0.0000%	0.123932%	0.0000%	3.368088%
3	0.0000%	5.2128%	0.0000%	0.055027%	0.0000%	0.000334%	0.0000%	0.000159%	0.0000%	0.367983%	0.0000%	4.063018%
4	0.0000%	10.0891%	0.0000%	0.033373%	0.0000%	0.000708%	0.0000%	0.000505%	0.0000%	0.801304%	0.0000%	8.164060%
5	0.0000%	10.1742%	0.0000%	0.075939%	0.0000%	0.001961%	0.0000%	0.001510%	0.0000%	1.429208%	0.0000%	6.650758%
6	0.0000%	8.3076%	0.0000%	0.036429%	0.0000%	0.003856%	0.0000%	0.002690%	0.0000%	1.441265%	0.0000%	3.877911%
7	0.0000%	12.6894%	0.0000%	0.079956%	0.0000%	0.007505%	0.0000%	0.001097%	0.0000%	2.381360%	0.0000%	5.895880%
8	0.0000%	2.5679%	0.0000%	0.014327%	0.0000%	0.004810%	0.0000%	0.000129%	0.0000%	0.001025%	0.0000%	0.569980%
9	0.0000%	0.0044%	0.0000%	0.000985%	0.0000%	0.010513%	0.0000%	0.000089%	0.0000%	0.000752%	0.0000%	0.018651%
10	0.0000%	0.0013%	0.0000%	0.001565%	0.0000%	0.001180%	0.0000%	0.000001%	0.0000%	0.001025%	0.0000%	0.001262%
11	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.000375%	0.0000%	0.000002%	0.0000%	0.000000%	0.0000%	0.000000%	0.0000%	0.000053%
12	0.0000%	0.0001%	0.0000%	0.000797%	0.0000%	0.000001%	0.0000%	0.000001%	0.0000%	0.000000%	0.0000%	0.000110%
13	0.0000%	0.0002%	0.0000%	0.001216%	0.0000%	0.000002%	0.0000%	0.000001%	0.0000%	0.000000%	0.0000%	0.000222%
14	0.0000%	0.0002%	0.0000%	0.002354%	0.0000%	0.000003%	0.0000%	0.000000%	0.0000%	0.000001%	0.0000%	0.000234%
15	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.001161%	0.0000%	0.000003%	0.0000%	0.000001%	0.0000%	0.000000%	0.0000%	0.000025%

<표 7>과 같이  $\epsilon_t^2$ 의 Q통계량이 갖는 P-값에 비해 GARCH(1,1)모형에 따라 추정된  $\sigma_t^2$ 를 이용하는  $\epsilon_t^2/\sigma_t^2$ 의 Q 통계량이 갖는 P-값이 더 커서 환율 변동성의 자기상관문제를 개선시켜 준다. 그러나 모든 시차에서  $\epsilon_t^2/\sigma_t^2$ 의 Q 통계량이 갖는 P-값이 자기상관이 없다는 올바른 귀무가설을 기각하는 오류수준인 관습적인 유의수준 5%를 초과하는 외화는 없다. 따라서 일자별 환율자료에 대한 GARCH(1,1)모형의 적용은 타당하지 않다.

2) 월별 환율 변동성 추정치 검정

[그림 6] 및 [그림 7]의 원리를 월별 자료에 적용하여  $\epsilon_i^2$ 와  $\epsilon_i^2/\sigma_i^2$ 의 자기상관 계수행렬을 작성하여 Box-Pierce-Ljung통계량의 P-값을 구한 결과는 <표 8>과 같이  $\epsilon_i^2$ 의 Q통계량의 P-값이 GBP환율의 1계 시차값을 제외하고는 모두 5% 미만인 반면에,  $\epsilon_i^2/\sigma_i^2$ 의 Q통계량의 P-값은 모든 외화의 환율이 모두 5%를 초과하고 있다. 따라서 월별 자료에 GARCH(1,1)모형을 통해 추정된 변동성은 자기상관 문제를 개선시켜, 타당한 예측치를 제공해 줄 수 있다.

<표 8> 환율 월별자료에 대한  $\epsilon_i^2$ 와  $\epsilon_i^2/\sigma_i^2$ 의 Box-Pierce-Ljung 통계량의 P값

시차	KRW/USD		KRW/JPY100		KRW/EUR		KRW/GBP		KRW/CAD		KRW/CNY	
	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2/\sigma_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2/\sigma_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2/\sigma_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2/\sigma_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2/\sigma_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2)$ ]	P-값 [ $Q_k(\epsilon_i^2/\sigma_i^2)$ ]
1	0.0131%	7.3045%	0.0000%	15.069506%	0.8847%	50.662437%	6.7138%	30.505117%	2.3186%	73.382005%	0.0095%	8.315962%
2	0.0150%	17.8534%	0.0000%	31.516917%	0.0949%	78.964342%	0.1010%	59.066061%	0.5008%	93.240100%	0.0117%	18.451415%
3	0.0138%	15.3731%	0.0000%	47.172831%	0.1420%	78.650815%	0.0031%	78.623755%	0.0000%	97.138770%	0.0128%	18.651659%
4	0.0409%	25.1273%	0.0000%	53.819938%	0.2920%	89.717634%	0.0085%	89.953737%	0.0000%	81.633192%	0.0381%	30.673246%
5	0.0477%	32.1937%	0.0000%	58.709543%	0.3672%	95.570052%	0.0122%	94.654642%	0.0000%	48.685934%	0.0361%	36.264266%
6	0.0503%	33.5688%	0.0000%	63.575138%	0.0697%	97.887957%	0.0007%	93.893016%	0.0000%	48.172133%	0.0302%	38.133839%
7	0.0928%	36.4382%	0.0000%	67.515838%	0.0580%	92.196929%	0.0013%	31.775115%	0.0000%	47.758968%	0.0398%	37.077633%
8	0.1318%	45.6374%	0.0000%	49.034209%	0.0058%	92.401039%	0.0000%	32.909328%	0.0000%	54.426294%	0.0526%	45.702051%
9	0.2538%	48.7631%	0.0000%	44.984707%	0.0114%	95.606965%	0.0000%	42.229049%	0.0000%	64.042727%	0.1018%	53.397206%
10	0.4502%	46.2315%	0.0000%	49.067496%	0.0197%	95.735290%	0.0000%	43.195791%	0.0000%	51.814091%	0.1906%	51.812175%
11	0.5731%	55.2027%	0.0000%	57.160246%	0.0277%	97.514661%	0.0000%	52.125732%	0.0000%	40.591092%	0.2341%	60.599691%
12	0.9531%	63.0396%	0.0000%	62.822807%	0.0461%	98.641506%	0.0000%	53.861227%	0.0000%	48.569850%	0.4051%	67.199370%
13	1.4481%	62.4942%	0.0000%	69.191865%	0.0340%	94.922405%	0.0001%	56.675670%	0.0000%	49.012601%	0.6568%	62.278208%
14	2.2148%	69.7915%	0.0000%	56.956300%	0.0558%	96.738156%	0.0001%	62.245297%	0.0000%	37.046598%	1.0461%	69.670003%
15	2.9210%	50.2386%	0.0000%	60.360155%	0.0965%	97.317082%	0.0003%	68.986578%	0.0000%	37.114399%	1.4233%	54.265173%

2. GARCH(1,1)모형 추정결과를 통한 환율 변동성 예측

[그림 6] 및 [그림 7]의 원리를 월별 자료에 적용하여  $\epsilon_i^2$ 와  $\epsilon_i^2/\sigma_i^2$ 의 자기상관 계수행렬을 작성하여 Box-Pierce-Ljung통계량의 P-값을 구한 결과는 <표 8>과 같이  $\epsilon_i^2$ 의 Q통계량의 P-값이 GBP환율의 1계 시차값을 제외하고는 모두 5% 미만인 반면에,  $\epsilon_i^2/\sigma_i^2$ 의 Q통계량의 P-값은 모든 외화의 환율이 모두 5%를 초과하고 있다. 따라서 월별 자료에 GARCH(1,1)모형을 통해 추정된 변동성은 자기상관 문제를 개선시켜, 타당한 예측치를 제공해 줄 수 있다.

현재 시점에서 분산  $\sigma_n^2$ 이 주어진 경우에 추정된 장기분산  $V_L$ 을 이용하여 t기간 후의 분

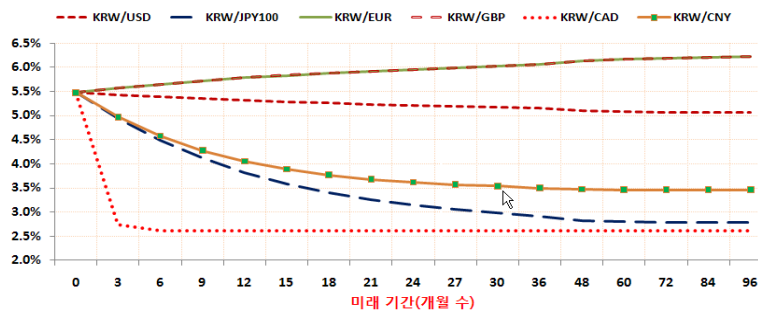
산을 다음 식으로 예측할 수 있다.

$$(10) \quad E[\sigma_{n+t}^2] = V_L + (\alpha + \beta)^t (\sigma_n^2 - V_L)$$

[그림 8]은 GARCH(1,1)모형의 환율 월별자료 추정을 통해 획득된 B2:G7구간의 자료를 기초로 현재 시점 0의 모든 외화 환율의 분산을 0.3%로 가정하고, (10)식에 따라 각 미래시점에서 환율 변동성을 계산한 것이다. B9:G9구간에 “=SQRT(0.3%)”를 동시 입력한다. 그리고 B10:G25구간에 “=SQRT(B\$6+(B\$3+B\$4)\*\$A10\*(B\$9^2-B\$6))”을 동시 입력하여 각 미래시점에 대한 외화 환율들의 예측치를 구한다. [그림 8]의 결과에 따른 각 환율의 미래 변동성 추이는 [그림 9]와 같고, 모든 환율 변동성들이 모두 추정된 장기 변동성으로 복귀하는 평균 복귀경향을 보여 주고 있다.

	A	B	C	D	E	F	G
1		KRW/USD	KRW/JPY100	KRW/EUR	KRW/GBP	KRW/CAD	KRW/CNY
2	$\omega$	0.0001019	0.0000730	0.0001552	0.0001553	0.0004733	0.0001319
3	$\alpha$	0.5199997	0.4711112	0.5199997	0.5199997	0.1673460	0.5338261
4	$\beta$	0.4399969	0.4352024	0.4399970	0.4399970	0.1426838	0.3561121
5	$\gamma$	0.0400033	0.0936864	0.0400033	0.0400033	0.6899702	0.1100618
6	추정 $V_L$	0.254732%	0.077913%	0.387923%	0.388318%	0.068601%	0.119817%
7	추정 $\sigma_L$	5.0471%	2.7913%	6.2283%	6.2315%	2.6192%	3.4615%
8	기간(개월)	(표본 외부) 변동성 예측치					
9	0	5.4772%	5.4772%	5.4772%	5.4772%	5.4772%	5.4772%
10	3	5.4294%	4.9320%	5.5690%	5.5694%	2.7477%	4.9680%
11	6	5.3867%	4.4832%	5.6489%	5.6497%	2.6231%	4.5752%
12	9	5.3487%	4.1175%	5.7187%	5.7198%	2.6193%	4.2767%
13	12	5.3148%	3.8226%	5.7797%	5.7811%	2.6192%	4.0532%
14	15	5.2846%	3.5874%	5.8332%	5.8348%	2.6192%	3.8879%
15	18	5.2578%	3.4017%	5.8801%	5.8819%	2.6192%	3.7670%
16	21	5.2339%	3.2566%	5.9213%	5.9232%	2.6192%	3.6795%
17	24	5.2127%	3.1443%	5.9575%	5.9596%	2.6192%	3.6165%
18	27	5.1939%	3.0579%	5.9893%	5.9915%	2.6192%	3.5714%
19	30	5.1772%	2.9921%	6.0174%	6.0197%	2.6192%	3.5393%
20	36	5.1492%	2.9043%	6.0638%	6.0663%	2.6192%	3.5004%
21	48	5.1099%	2.8265%	6.1281%	6.1308%	2.6192%	3.4711%
22	60	5.0857%	2.8021%	6.1671%	6.1700%	2.6192%	3.4638%
23	72	5.0708%	2.7946%	6.1909%	6.1939%	2.6192%	3.4620%
24	84	5.0616%	2.7923%	6.2054%	6.2085%	2.6192%	3.4616%
25	96	5.0560%	2.7916%	6.2143%	6.2174%	2.6192%	3.4615%

[그림 8] 환율 변동성 예측



[그림 9] 각 외화 환율 변동성의 예상경로(현재 변동성을 5.4772%로 가정)

## V. 요약 및 결론

본 연구는 변동성 추정에 대한 GARCH(1,1)모형의 강점과 문제점들을 규명하여 변동성의 측정과 예측을 위한 방법론을 세부적으로 분석하였다. 특히 본 연구는 환율 변동성의 개념과 측정모형들을 검토하여 GARCH(1,1)모형의 확장방안들을 제시하고, 주요 통화 환율의 일자별 및 월별자료에 대해 GARCH(1,1)모형을 용이하게 적용할 수 있는 Excel 스프레드시트모형을 구상하여 계산을 수행했다.

제2장에서 분석한 위험측정치, 변동성 측정모형, GARCH(1,1)모형의 특성분석 및 적용방법에 대한 결과들은 본 연구에서 사용한 모형의 확장방안을 제공할 것이다.

제3장에서 USD와 CNY의 환율은 좌측에 두꺼운 꼬리를, EUR과 CAD는 우측에 두꺼운 꼬리를, JPY는 좌우측에 두꺼운 꼬리를, GBP는 급침적인 분포를 갖는 것을 보았다. 일별 환율자료로 추정된 장기변동성은 페그변동 및 바스켓변동환율제도를 사용하여 환율 유동화를 진행 중인 CNY의 환율이 가장 낮고, 우리나라와 특수한 무역관계를 보이는 JPY 환율이 가장 높았다. 그러나 월별 환율자료로 추정된 장기변동성은 CAD의 환율이 가장 낮았고, GBP의 환율이 가장 높았다.

제4장에서 회귀방정식과는 달리 적합성을 평균자승오차나 Box-Pierce-Ljung 통계량 Q를 기초로 평가하는 GARCH모형의 특성에 따라 자기상관구조의 제거성과를 규명했다. USD, JPY, EUR, GBP, CAD, CNY의 KRW표시 환율의 변동성은 월별 평균자료에 GARCH(1,1)모형을 적용하여 타당하게 추정할 수 있지만, JPY의 환율에 대해서는 GARCH(1,1)모형 대신 변형이 필요했다. 한편 일자별 환율자료에 대한 GARCH(1,1)모형의 적용 결과는 수익률의 자기상관문제를 개선하지 못해 타당하지 않은 것으로 나타났다. 타당성이 검증된 월별 자료의 GARCH모형을 기초로 각 환율에 대한 변동성의 예측을 미래 기간에 대해 수행한 결과는 변동성의 장기수준 복귀경향을 뚜렷하게 보여 주었다.

결론적으로 본 연구에서 적용한 GARCH(1,1)모형은 일자별 자료의 경우에 수익률의 변동성의 자기상관문제를 해결하지 못했지만, 월별 자료의 환율 변동성에 대해서는 반수익률을 적용하여 변형시켜 수행한 JPY를 제외한 여타 외화에 대해 적절하게 적용되었다. 따라서 일별 환율자료 역시 이상치를 보인 기간을 제외하거나 표본기간을 세분화하여 GARCH(1,1)모형을 적용하면 타당성을 확보할 수 있을 것이다.

그리고 본 연구에서 제시한 GARCH(1,1)모형의 적용방법에 대한 스프레드시트 설정모형은 여타 패키지를 이용한 분석에 비해 보다 다각적이며 신속적인 방식의 모형 적용방법으로 응

용할 수 있을 것이다. 특히 본 연구에서 고안한 스프레드시트 모형에 항이나 변수를 추가하여 각종 GARCH모형이나 과거가격변동성 및 확률적 변동성모형을 쉽게 적용할 수 있는 스프레드시트 모형으로 개발할 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- Alexander, C. and Lazar E.(2006), "Normal Mixture Garch(1,1) : Applications to Exchange Rate Modelling", *Journal of Applied Econometrics*, 21(3), pp. 307-336.
- Bollerslev, Tim(1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31(3), pp. 307-327.
- Bowerman, B.L., O'Connell, R.T., and Koehler, A.B.(2005), *Forecasting, Time Series, and Regression : An Applied Approach*, 4th ed., Thomson Learning Inc.
- Brzozowski, Michal(2006), "Exchange Rate Variability and Foreign Direct Investment", *Eastern European Economics*, 44(1), pp. 5-24.
- Clark, P., Tamirisa, N., Wei, S.J., Sadikov, A., and Zeng, L.(2004), *Exchange Rate Volatility and Trade Flows - Some New Evidence*, IMF
- Deb, Partha(1997), "Finite Sample Properties of the ARCH Class of Models with Stochastic Volatility", *Economic Letters*, 55(1), pp. 27-34.
- Hafner, Christian M. and Preminger, Arie(2010), "Deciding between GARCH and Stochastic Volatility via Strong Decision Rules", *Journal of Statistical Planning and Inference*, 140(3), pp. 791-805.
- Hansen, Peter R. and Lunde, Asger(2005), "A Forecast Comparison of Volatility Models : Does Anything Beat a GARCH(1,1)", *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), pp. 873-889.
- Hull, John C.(2006), *Options, Futures, and Other Derivatives*, 6th ed., Pearson Education, Inc.
- Jayasinghe, Prabhath and Tsui, Albert K.(2008), "Exchange Rate Exposure of Sectoral Returns and Volatilities: Evidence from Japanese Industrial Sectors", *Japan and the World Economy*, 20(4), pp. 639-660.
- Koopman, Siem Jan and Uspensky, Eugenie Hol(2002), "The Stochastic Volatility in Mean Model : Empirical Evidence from International Stock Market", *Journal of Applied Econometrics*, 17(6), pp. 667-689.
- Loudon, G.F., Watt, W.H., and Yadav, P.(2000), "An Empirical Analysis of Alternative Parametric

- ARCH Models”, *Journal of Applied Econometrics*, 15(2), pp. 117-136.
- Mun, Johnathan(2006), *Modeling Risk : Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Forecasting, and Optimization Techniques*, John Wiley & Sons, Inc.
- Poon, Ser-Huang and Granger, Clive W.J.(2003), “Forecasting Volatility in Financial Markets : A Review”, *Journal of Economic Literature*, 41(2), pp. 478-539.
- Poon, W.C., Choong, C.K., and Habibullah, M.S.(2008), “Exchange Rate Volatility and Exports for Selected East Asian Countries : Evidence from Error Correction Model”, *Asian Economic Bulletin*, 22(2), pp. 144-159.
- Sauer, Christine and Bohara, Alok K.(2001), “Exchange Rate Volatility and Exports : Regional Differences between Developing and Industrialized Countries”, *Review of International Economics*, 9(1), pp. 133-152.
- Silvey, Thomas A.(2007), “An Investigation of the Relative Performance of GARCH Models versus Simple Rules in Forecasting Volatility”, Knight, J. and Satchell, S.(eds), *Forecasting Volatility in the Financial Markets*, 3rd ed., Elsevier Ltd., pp. 101-129.
- Sinkey, Jr., Joseph F.(1998), *Commercial Bank Financial management : In the Financial-Services Industry*, 5th ed., Prentice Hall, Inc.
- Xiao, Linlan and Aydemir, Abdurrahman(2007), “Volatility Modelling and Forecasting in Finance”, Knight, J. and Satchell, S.(eds), *Forecasting Volatility in the Financial Markets*, 3rd ed., Elsevier Ltd., pp. 1-45.