

2차원 점 데이터의 다중해상도 표현 (Multi-resolution Representation of 2D Point Data)

윤성민[†]
(Seongmin Yun)

이문배^{**}
(Munbae Lee)

박상훈^{***}
(Sanghun Park)

요약 흩어진 점 데이터의 집합으로부터 음함수 곡면을 생성하는 기법들이 다양한 과학과 공학 분야에서 개발되어 활용되고 있다. 본 논문에서는 다중스케일 커널을 이용하여 2차원 점 데이터를 함수 형태로 표현하고, 이것이 실시간 데이터 액세스가 필요한 그래픽스 응용에 효과적으로 활용될 수 있음을 보인다. 전처리 단계에서 계산되고 저장된 함수 계수들을 이용해, 실시간 응용 프로그램에서 임의의 위치에 대한 함수 값을 액세스하는 과정은 기존의 연구 방법들과 유사하지만, 실시간 처리 과정에서 사용자가 원하는 섬세한 레벨의 함수 값을 자유롭게 선택할 수 있다는 점에서 본 기법은 다른 기법들과 차별된다. 내재적으로 다중해상도 표현을 지원하는 함수를 계산할 수 있는 것은 멀티 스케일 커널이 갖는 수학적 특성에서 기인하며, 이 커널은 2차원뿐만 아니라 n차원 데이터의 다중해상도 표현을 위해 확장가능하다.

키워드: 다중해상도 표현, 다중스케일 커널, 곡면 재구성

Abstract Reconstruction of implicit surfaces from scattered point data sets have been developed in various engineering and scientific studies. In this paper, we represent a method to construct functions of 2D point data using multi-scale kernels and show it can be applied to graphics applications needed to access data in real-time. Our approach is similar to previous work in that a set of coefficients of the functions are calculated and stored in the preprocessing stage and function values at arbitrary positions are evaluated for real-time applications, however, it is different from others in that users can choose detail levels freely in real-time processing stage. The reason why the functions implicitly supports multi-resolution results from the mathematical properties of multi-scale kernels, and proposed method can be expanded to represent multi-resolution functions of n-dimensional data.

Key words: Multi-resolution representation, Multiscale kernels, Surface reconstruction

1. 서론

곡면 재구성(surface reconstruction)이란 샘플 점 데

이터를 연속적인 곡면으로 근사(approximation)하는 것을 말한다. 많은 과학과 공학 응용에서 실세계의 물리적 객체의 디지털 모델을 활용하고 있기 때문에 효율적인 재구성 알고리즘의 개발은 중요하다. 이러한 실용적인 측면뿐만 아니라 재구성 문제는 위상기하학(topology), 표본 이론(sampling theory) 분야에서 수학적이고 계산적인 기법의 개발을 위해 활발하게 응용되고 있다. 재구성은 식 (1)과 같이 수학적으로 정의될 수 있다.

$$f^* = \sum_{i=1}^N f_i \phi_i \quad (1)$$

즉, 재구성은 N 개의 샘플 점들과 샘플 값들로 이루어진 샘플 점집합 $\{p_i, f_i\}$ 으로부터 원본 함수 f 를 근사하는 연속 함수 f^* 를 구성하는 것이다. 여기서, ϕ_i 는 기저 함수(basis functions)로 재구성된 함수의 특징을 결정짓는 중요한 요소이다. 재구성된 함수는 모든 샘플 점들에서 원래의 함수 값과 같아야 한다. 즉, $f^*(p_i) = f(p_i) = f_i$

· 이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(2009-0071998)

† 학생회원 : 동국대학교 멀티미디어학과
ysm@dongguk.edu

** 정 회원 : 건국대학교 수학과 교수
munbael@konkuk.ac.kr

*** 중신회원 : 동국대학교 멀티미디어학과 교수
mshpark@dongguk.edu
(Corresponding author)

논문접수 : 2009년 9월 11일

심사완료 : 2010년 4월 27일

Copyright©2010 한국정보과학회: 개인 목적이나 교육 목적인 경우, 이 저작물의 전체 또는 일부에 대한 복사본 혹은 디지털 사본의 제작을 허가합니다. 이 때, 사본은 상업적 수단으로 사용할 수 없으며 첫 페이지에 본 문구와 출처를 반드시 명시해야 합니다. 이 외의 목적으로 복제, 배포, 출판, 전송 등 모든 유형의 사용행위를 하는 경우에 대하여는 사전에 허가를 얻고 비용을 지불해야 합니다.

정보과학회논문지: 컴퓨팅의 실제 및 래터 제16권 제7호(2010.7)

를 만족해야한다. 곡면 재구성에서 연속적인 곡면을 표현하는 가장 중요한 두 가지 형태는 삼각형 메쉬(mesh)와 함수 곡면이다. 본 논문은 후자를 효율적으로 정의하고 계산할 수 있는 방법에 대하여 설명한다.

음함수 곡면의 표현은 곡면이 존재하는 공간을 실수로 사상시키는 함수 $f: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ 의 함수 값이 0인 집합(zero level set) $\{x \in \mathbb{R}^d \mid f(x) = 0\}$ 으로 정의된다. 기존의 샘플 점 데이터로부터 음함수 곡면을 정의하고 계산하는 기법들은 주로 방사 기저함수(radial basis functions)를 기반으로 연구되었다[1]. 이 기법들은 근사의 정확도와 기저 함수 선택의 유연성 때문에 널리 사용되고 있다. 일반적인 음함수 곡면 생성 기법들이 갖는 기본적인 좋은 성질뿐만 아니라 불완전한 데이터를 복구할 수 있다는 탁월한 장점을 갖고 있음에도 불구하고, 방사 기저함수 보간법은 그 기저함수가 부드럽고, 대칭적이라는 특징 때문에 조각별로 매끄러운 곡면(piecewise smooth surface)을 생성하는데 적합하지 않다는 사실이 발견되었다[2]. 이동 최소제곱(moving least square) 기법으로 표현되는 곡면은 관 모양의 근방(tubular neighborhood)으로부터 곡면에 데이터를 사영시키는 사영 연산자에 의해 정의된다[3-5]. 이 방법론은 데이터의 개수에 독립적이고 직접 곡면위의 점을 산출하는 장점이 있지만, 사영 단계에서 비선형 방정식의 해를 구해야 하는 이유로 계산량이 많아지는 문제점을 갖는다. 등위집합(level sets) 방법은 부호거리함수(signed distance function)를 정의하여 각 격자마다 그 함수 값(+, -)을 저장한 뒤 그 함수 값이 0이 되는 영 등위집합을 찾아 원하는 곡면을 생성하는 방법이다[6]. 이것이 곡면 생성을 위한 좋은 방법이기도 하지만, 부호거리 함수의 영 등위집합을 얻기 위하여 부호거리 함수에 관한 편미분 방정식의 풀이가 필수적이며, 높은 정확도를 얻기 위해서는 많은 양의 메모리와 계산시간을 필요로 한다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 기존의 방식과는 차별되는 다중스케일 커널을 기저 함수로 사용하여 함수 곡면을 재구성 한다. 이 접근법에서는 대화식(interactive) 응용을 위한 알고리즘을 제공하고, 기존 방식에서 지원되지 않던 다중해상도(multi-resolution) 표현을 지원한다. 사용자는 계산된 함수로부터 특정 위치의 함수 값 $f(p)$ 을 원하는 해상도 레벨에서 선택적으로 실시간 액세스 할 수 있는데, 이를 통해 전체 데이터 가운데 관심이 있는 특정 지역만을 높은 해상도 레벨로 액세스하고, 나머지 부분은 낮은 해상도로 복원함으로써 렌더링 속도를 높일 수 있다. 이러한 특징은 기계 학습, 의료 영상, CAD, GIS 등과 같은 분야에서 유용하게 활용될 수 있다. 본 논문에서는 2차원 점 데이터의 재구성에 초점을 맞추어 설명하고

성능을 분석하며, 이후 n 차원 데이터에 대한 적용 가능성을 보이려 한다. 본 논문에서는 2차원 점 데이터로서 일반 이미지와 디지털 고도 맵(digital elevation map)을 이용하며, 이들 데이터로부터 다중스케일 함수 곡면을 재구성하였다.

2. 다중스케일 커널(multiscale kernels)

커널은 모델링, 기계학습, 수치해석을 위한 중요한 도구이며, 특히 수학 분야에서 널리 연구되어 왔다[7]. 커널 K 는 공집합이 아닌 \mathbb{R}^d 의 임의의 부분 집합 Ω 위에서 정의되는 대칭함수(symmetric function)로서 $K: \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ 로 정의된다. 일반적으로 \mathbb{R}^d 의 점 부분 집합 $X = \{x_1, \dots, x_N\} \subset \Omega$ 와 각 점에서의 함수 값 $\{f_1, \dots, f_N\}$ 으로 이루어진 데이터로부터 연속함수 $f^*: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ 는 커

널의 선형조합 $f^* = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(\cdot, x_i)$ 으로 표현될 수 있다.

여기서, 계수 α_i 들은 보간 조건(interpolation condition)

$f^*(x_j) = f_j, j = 1, \dots, N$ 에 의해 결정된다. 만일 커널 K 가 양의 정부호(positive definite)이면, 즉, 임의의 유한이고 짝으로 서로 다른 점들의 집합 $\{y_1, \dots, y_n\} \subset \Omega$ 에 대하여 행렬 $(K(y_i, y_j))_{1 \leq i, j \leq n}$ 이 양의 정부호이면, 위 연립방정식의 해가 유일하게 존재한다.

본 논문에서는 Opfer[8,9]가 제안한 유한 다중스케일 커널(finite multiscale kernels)을 기저(basis)로 사용하여 주어진 점 데이터를 다중해상도로 선택적으로 표현하는 음함수를 구하고 이를 응용하였다. 이 장의 나머지 부분은 Opfer의 이론을 간단히 정리한 것으로, 그는 유한 다중스케일 커널을 식 (2)와 같이 정의하였다.

$$\Phi_i^u(x, y) := \sum_{j=1}^u \lambda_j \left(\sum_{k \in \mathbb{Z}^d} \rho(2^j x - k) \rho(2^j y - k) \right) \quad (2)$$

여기서, 함수 $\rho: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ 는 유계(bounded)이고,

$$\rho = \sum_{k \in \mathbb{Z}^d} h_k \rho(2 \cdot - k)$$

를 만족하는 유한한 실수 수열 $\{h_k\}_{k \in \mathbb{Z}^d}$

을 갖는 컴팩트 받침 함수(compactly supported function)이다. 함수 ρ 가 세분화가 가능한 컴팩트 받침 함수이므로, 다중스케일 커널은 컴팩트 받침 함수가 되고, 다중스케일 커널의 선형 조합으로 정의된 재구성 함수

$f^* = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Phi_i^u(x_i, \cdot)$ 는 웨이블릿과 같은 다중해상도 분해가 가능하다. 이러한 성질은 다중스케일 커널의 정의를 이용하여 함수 f^* 를 식 (3)과 같이 표현함으로써 이해할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 f^* &= \sum_{i=1}^N \alpha_i \Phi_i^u(x_i, \cdot) \quad (3) \\
 &= \sum_{i=1}^N \alpha_i \left(\sum_{j=1}^u \lambda_j \left(\sum_{k \in Z^d} c_k^j \rho(2^j x_i - k) \rho(2^j - k) \right) \right) \\
 &= \sum_{i=1}^N \left(\sum_{k \in Z^d} c_k^j \rho(2^j - k) \right) =: \sum_{j=1}^u s_j
 \end{aligned}$$

여기서, 계수 c_k^j 는 식 (4)와 같이 주어짐을 알 수 있다.

$$c_k^j := \lambda_j \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho(2^j x_i - k), \quad l \leq j \leq u, k \in Z^d \quad (4)$$

첨자 j 가 작아질수록 $\rho(2^j \cdot - k)$ 의 받침(support)이 커지기 때문에 식 (3)에서 s_l 은 f^* 의 대략적인 근사값이 되며, j 가 커질수록 s_j 는 f^* 의 미세한 부분을 표현해 주는 함수가 된다. 따라서 s_l 에 s_{l+1}, s_{l+2} 가 더해지는 방식으로 구하고자 하는 함수 또는 영상을 다중 해상도로 표현할 수 있다.

주어진 데이터에 대응하는 재구성 함수를 구하기 위하여 집합 X 와 함수 ρ 는 다음 조건을 만족하여야 한다.

함수 ρ 와 첨자 u 를 $\text{supp} \rho \subset \{x \in R^d : \|x - c\|_2 < r\}$ 와

$\min_{i \neq j} \|x_i - x_j\|_2 > r2^{-u+1}$ 가 성립하도록 선택하면

행렬 $(\Phi_i^u(x_i, x_j))_{1 \leq i, j \leq N}$ 는 양의 정부호 성질을 만족하게 된다. 따라서 이에 대응하는 유일한 다중스케일 커널 보간 함수 f^* 를 찾을 수 있다.

주어진 입력 데이터에 대해 다중스케일 커널을 적용하여 함수를 계산하고 임의의 위치의 함수 값을 액세스하는 과정과 응용 프로그램에 적용한 성능 평가 결과는 3절, 4절에서 각각 설명한다.

3. 전처리 과정과 함수 값 계산

본 장에서는 앞에서 설명한 다중스케일 커널 수학 이론에 기반을 둔 점 데이터의 다중스케일 표현 과정과 실제 구현 내용에 대해 설명한다. 전체적인 계산 과정은 크게 전처리(preprocessing) 단계와 함수 값 계산(evaluation) 단계로 나뉜다. 전처리 단계는 입력 점 데이터로부터 다중스케일 함수의 계수들을 계산하는 과정이고, 함수 값 계산 단계에서는 전처리과정에서 생성된 함수를 이용하여 입력 점집합을 근사하는 다중스케일 함수 값을 액세스 하게 된다.

3.1 전처리

3.1.1 전체 영역을 부분 영역으로 분할

주어진 점 데이터의 개수가 작은 경우는 문제가 없으나, 데이터의 크기가 방대할 때 하나의 함수로 이를 표현하는 것은 전처리 과정에서의 메모리와 계산 비용의

문제뿐만 아니라, 값 계산 단계에서의 비효율성의 문제를 발생시킨다. 이러한 문제를 극복하기 위해 주어진 샘플 점 데이터가 산재되어 있는 공간을 단위 분할(partition of unity)을 이용하여 부분 영역(sub-domain)으로 분할하는 방법이 사용된다[10,11]. 단위 분할은 전체 영역(global domain) Ω 를 $\Omega \subset \bigcup_{i=1}^M \Omega_i$ 을 만족하고 근소한 겹침(overlap)이 있는 부분 영역 Ω_i 로 세분화한 후에, 각 부분 영역에서 구한 국소 근사(local approximation) 함수 u_j 와 $\sum_{i=1}^M \omega_i(x) = 1$ 를 만족하는 가중치 함수 ω_i 를 이용하여 전체 근사함수 f^* 를 구하는 방법론으로, 구하려는 함수 값은 $f^*(x) = \sum_{i=1}^M \omega_i(x) u_j(x)$ 와 같이 계산된다. 본 논문에서는 산재된 점들의 분포를 고려한 효과적인 공간 분할을 위해 ANN 라이브러리를 사용하였는데, ANN은 공간 탐색을 위한 k-d 트리(k-dimensional tree)와 bd트리(box decomposition tree)의 구성 기능을 제공하는 공개용 소프트웨어이다.

3.1.2 선형 시스템 구성 및 해 구하기

전처리 단계 중 선형 시스템 구성 및 해 구하기 단계가 가장 많은 처리 시간을 차지하기 때문에, 이를 위한 효율적인 알고리즘이 필요하다. 함수 계수를 계산하기 위해서는 먼저 식 (5)의 α_j 를 계산해야 한다.

$$f^* = \sum_{i=1}^N \alpha_j \Phi_i^u(x_i, \cdot) \quad (5)$$

보간 조건 $f^*(x_j) = f_j, j = 1, \dots, N$ 에 의해 선형 시스템이 구성된다. 멀티스케일 커널이 컴팩트 받침 함수 이므로, 행렬 $\Phi_i^u(x_i, x_j)$ 에서 조건 $\|x_i - x_j\|_2 < r2^{-l}$ 을 만족하는 셀은 유효한 값을 갖고, 그 외에는 모두 0을 갖는다. 행렬을 구성 할 때 위의 조건을 만족하지 않는 셀은 계산 할 필요가 없으므로 ANN이 지원하는 n개의 가장 가까운 이웃 찾기(n-nearest neighbor search) 기능을 이용하여 위 조건을 만족하는 점들을 찾아내고, 찾아낸 점들에 대해서만 실제 계산을 수행한다. 이렇게 구성된 선형 시스템은 희소 대칭 행렬(sparse symmetric matrix)의 형태가 된다. 이 선형 시스템은 크기가 크기 때문에 이 선형 시스템을 풀기 위해 효율적인 선형 시스템 해석 모형(solvers)이 요구된다. 본 논문에서는 희소 대칭 선형 시스템을 풀기 위해 PARDISO 라이브러리를 이용하였다. PARDISO는 메모리 효율성과 사용의 간편함을 제공하는 선형시스템을 풀기 위한 라이브러리이다.

3.1.3 함수 계수 계산

선형 시스템을 풀게 되면 α_j 가 계산되고 이를 이용해

계수 c_k^j 를 계산한다. 마지막 레벨의 계수 c_k^u 가 계산되면 $l \leq j \leq u-1$ 범위의 c_k^j 는 고속 웨이블릿 변환 알고리즘(fast wavelet transformation algorithms)의 기초가 되는 식 (6)으로부터 얻을 수 있다.

$$c_k^j := \frac{\lambda_j}{\lambda_{j+1}} \sum_{\mu \in Z^d} h_{\mu-2k} c_{\mu}^{j+1} \quad (6)$$

계수는 d 차원 정수 벡터 k 를 인덱스로 갖는 최소 자료 구조를 갖기 때문에 c_k^j 를 계산할 때 대응되는 c_k^{j+1} 를 빠르게 찾아내야 하며, 이를 위해 해쉬(hash) 자료 구조를 사용하였다.

3.2 함수 값 계산

함수 값 계산 단계에서는 전처리 과정에서 계산된 함수를 이용하여 임의의 위치에 대한 함수 값을 액세스한다. 사용자가 선택한 임의의 위치의 입력 좌표에 대한 함수 값을 계산하는 과정은 다음과 같은 순서로 이루어진다. 점 좌표가 입력으로 들어오면 트리 자료 구조를 이용하여 입력 좌표에 대응되는 모든 부분 영역들을 찾는다. 그 후 각 부분 영역에서의 국소 근사를 계산하는데, 국소 근사를 계산할 때 어느 레벨까지의 계수 c_k^j 를 사용할 것인지를 사용자가 선택하여 다중해상도 표현을 할 수 있다. 그리고 각 부분 영역에서의 국소 근사 계산 후, 각 국소 근사의 가중치 합을 계산하여 최종 함수 값을 계산해 낸다. 이 과정에서의 가장 중요한 문제는 함수 값을 계산할 점의 위치에 대응되는 계수 c_k^j 들을 얼마나 빠르게 찾아 낼 것이냐 하는 것이다. 계수를 얼마나 빠르게 찾을 수 있는가에 따라서 함수 값 액세스 성능이 결정되고, 이것은 실시간 응용에 본 기법의 활용 가능성 여부를 판단하는 가장 핵심적인 요인이 된다. 특히 이 문제는 n 차원 점 데이터로 시스템을 확장 할 때 최적화가 요구되는 부분이다. 최종적으로 임의의 샘플링 위치에서 함수 값을 계산한 후, 마칭 스퀘어(marching squares) 또는 마칭 큐브(marching cubes)와 같은 전통적인 기법을 이용해 곡면을 다각형화(polygonization)하고 렌더링함으로써 함수 곡면을 가시화할 수 있다.

4. 실험결과

본 장에서는 멀티스케일 커널 기반 함수 재구성성을 컴퓨터 그래픽스 응용에 적용한 실험결과와 성능을 설명함으로써 실시간 응용 프로그램에 활용 가능함을 보인다.

4.1 수학 함수 재구성

다중스케일 커널을 이용한 재구성 성능을 확인하기 위해 식 (7)의 함수에서 32×32 개의 균일 샘플(uniform sample) 점을 택한 후, 이 점들을 다중스케일 커널과 다중레벨 B-스플라인(multilevel B-splines) 기반의 근사화 기법[12]을 이용하여 계산하고 레벨별로 렌더링 한

결과를 그림 1에서 확인할 수 있다.

$$f(x, y) = 3(1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2} - 10 \left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5 \right) e^{-x^2-y^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2-y^2} \quad (7)$$

이 실험에서 $\lambda_j = 1/4^j$, $j = -1, \dots, 3$, $l = -1$, $u = 3$ 을 사용하였고, 컴팩트 받침 함수 ρ 는 2차($R=2$)와 3차($R=3$) B-스플라인 텐서 곱(tensor product)으로 하였다. 비교 결과 다중레벨 B-스플라인을 이용한 경우가 레벨의 변화에 따른 다중해상도를 선명하게 표현하는 반면, 다중스케일 커널의 경우는 상위 레벨(레벨 4, 5)에서 렌더링 결과에 뚜렷한 차이를 나타내지 않는다. 하지만 다중스케일 커널은 낮은 레벨(레벨 2, 3)에서도 곡면의 전체적인 형태를 보여주지만, 다중레벨 B-스플라인은 낮은 레벨로부터 곡면의 윤곽을 추측하는 것이 거의 불가능하다. 다중스케일 커널을 이용한 경우에서 2차보다는 3차 받침 함수를 사용함으로써 훨씬 부드러운 곡면을 복원할 수 있음도 확인할 수 있다. 다중스케일 커널에서 각 레벨의 다중해상도 표현은 정수 j 의 변화에 의해 결정되기 때문에, 각 레벨의 표현이 연속적이지 못하고 이산적이라는 한계를 갖는다.

4.2 이미지 재구성

이미지를 구성하는 각 픽셀의 좌표를 점의 위치, 픽셀의 색을 함수 값으로 생각하여 이를 멀티스케일 기반 함수로 표현하고, 사용자의 마우스 움직임으로 선택된 특정 영역을 원하는 레벨로 실시간에 재구성할 수 있다. 그림 2는 사용자가 256×256 크기의 원본 이미지 (a)내에서 특정 영역(녹색 사각형 영역)을 선택하는 순간 다중스케일 커널 보간 함수 값으로 256×256 확대 영상을 디스플레이 한 결과를 캡처한 것이다. 사용자는 간단한 조작으로 이미지의 디스플레이 레벨을 실시간에 자유롭게 조절 할 수 있다(그림 2(b),(c),(d)). 다중스케일 커널을 구성하기 위해 B-스플라인의 텐서 곱을 사용하였고, $\lambda_j = 1/4^j$, $j = -2, \dots, 2$ 를 사용하였다.

웨이블릿(wavelets)을 이용한 다중해상도 표현은 정규격자 형태의 데이터에서만 사용 가능하다는 한계를 가지고 있는 반면에 다중스케일 커널 보간 함수는 어떤 임의의 위치에 대한 함수 값의 계산이나 실시간 액세스가 가능하다는 특징을 가지고 있다. 이를 설명하기 위하여 하나의 이미지 내에서 사용자가 관심을 갖는 특정 부분만을 높은 레벨로 디스플레이하고 나머지 부분은 낮은 레벨로 표현하는 영상처리의 응용(foveated image)에 본 기법을 적용해 보았다(그림 3). 사용자가 윈도우 화면(그림 3의 왼쪽)을 클릭하고 드래그 하면 선택 위치를 중심으로 작은 원 영역(그림 3의 오른쪽 흰색 원)은 다중스케일 커널 보간 함수의 높은 레벨 함수 값으로 근사하고, 나머지 영역은 낮은 레벨로 근사화 하였다.

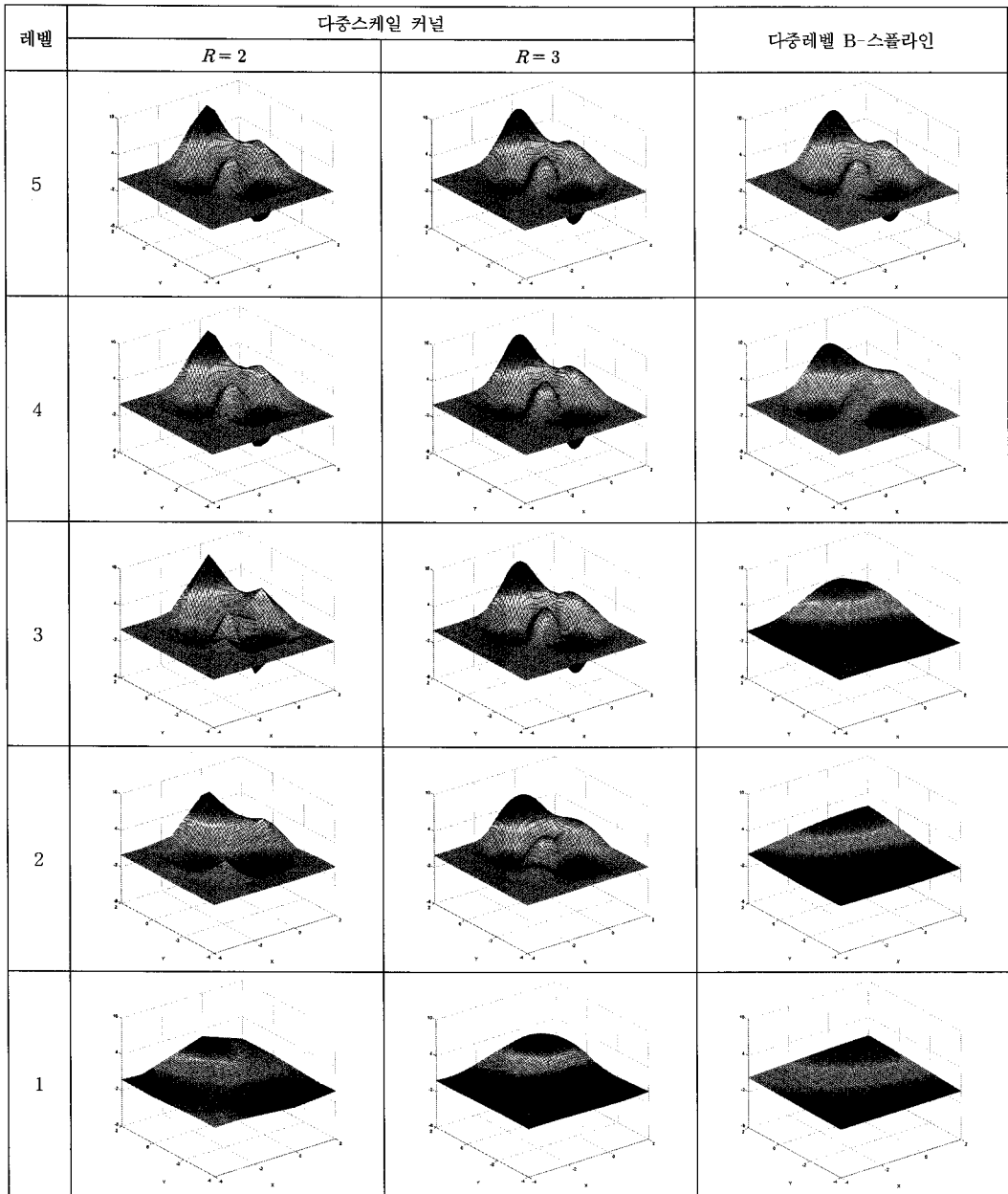


그림 1 2변수 함수의 다중해상도 재구성 결과 비교

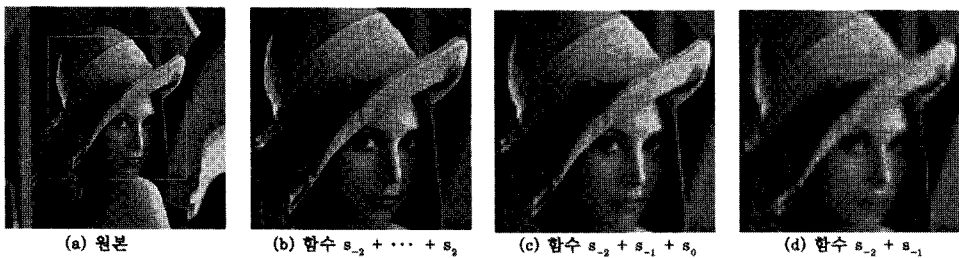


그림 2 256×256 해상도 영상의 다중해상도 재구성



그림 3 256×256 해상도 영상의 인터랙티브 이미지 재구성 응용. 왼쪽: 원본 이미지, 오른쪽: 흰색 원 영역은 높은 레벨로 재구성하고 그 외 영역은 낮은 레벨로 재구성한 이미지

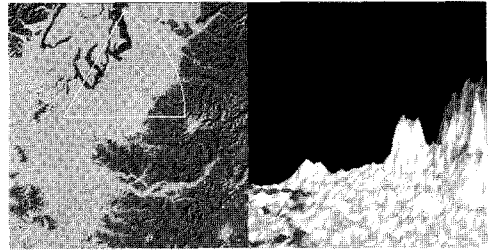


그림 4 256×256 해상도 디지털 고도 맵 데이터를 이용한 인터랙티브 재구성. 왼쪽: 원본 이미지, 오른쪽: 재구성한 함수를 이용해 사용자가 원하는 영역(녹색 부채꼴)을 샘플링하여 고도를 계산하고 다각형화하여 렌더링한 영상

표 1 다중스케일 커널을 이용한 Lena 이미지 재구성 성능

해상도	파티션 수	전처리 시간 (sec)	초당 프레임 수 (fps)
128 × 128	1	20.2	53.0
256 × 256	4	96.2	12.1
256 × 256	8	71.9	11.3
256 × 256	32	56.7	11.0

이 실험의 수행 시간은 표 1과 같다. 처리시간을 살펴보면 전체 영역이 부분 영역으로 많이 나뉘질수록 전처리 시간과 초당 프레임수가 줄어들어 확인할 수 있다. 전처리 시간이 줄어드는 이유는 선형 시스템의 크기가 작아지기 때문에 선형시스템을 구성하고, 해를 구하는 효율이 증가하기 때문이다. 초당 프레임수가 줄어드는 이유는 함수 값 계산 과정에서 입력 점 좌표의 부분 영역을 찾아내고, 부분 영역이 겹치는 곳에서 국소 근사의 가중치의 합으로 최종 함수 값을 계산해야 하는 처리가 추가되기 때문이다.

4.3 디지털 고도 맵 재구성

디지털 고도 맵을 다중스케일 커널을 이용하여 인터랙티브하게 재구성하는 실험을 수행하였다(그림 4). 이 응용에서도 다중스케일 커널을 구성하기 위해 B-스플라인의 텐서 곱을 사용하였고, $\lambda_j = 1/4^j, j = -2, \dots, 2$ 이 이용되었다. 전처리 단계에서 고도 맵으로부터 다중스케일 함수를 계산하고 사용자가 마우스를 이용해 카메라 위치를 고도 맵 내의 특정 위치로 이동시켜 가시화하고자 하는 영역(그림 4의 왼쪽 이미지의 부채꼴 영역)을 선택한다. 그러면 프로그램은 해당 2차원 영역을 적당한 간격으로 리샘플링 하고 함수 값(높이 값)을 액세스 하면, 이 3차원 정점(vertex)들을 다각형으로 구성해 OpenGL로 렌더링할 수 있다(그림 4의 오른쪽 이미지). 이 때 부채꼴 영역은 다양한 형태로 리샘플링이 가능하며 다중해상도 표현을 위해 부채꼴의 꼭지점에서 가까운 영역은 높은 레벨 함수값으로 근사하고, 멀리 떨어져 있는

표 2 다중스케일 커널을 이용한 디지털 고도 맵 재구성 성능

해상도	파티션 수	전처리 시간 (sec)	초당 프레임 수 (fps)
256 × 256	4	148.5	13.0
256 × 256	16	111.3	12.5
256 × 256	32	81.2	12.1

영역은 낮은 레벨 함수값으로 근사화 하였다. 또한, 정점의 법선 벡터(normal vector)는 이미 계산된 함수 f^* 의 그레디언트 ∇f^* 를 수학적으로 계산하여 간단하고 정확하게 구할 수 있다. 본 실험의 처리 시간은 표 2와 같다. 디지털 고도 맵의 재구성의 경우도 전체 영역이 부분 영역으로 많이 나뉘질수록 전처리 시간과 초당 프레임 수가 줄어든다.

5. 결론 및 향후연구

본 논문에서는 다중스케일 커널을 이용하여 2차원 점 데이터로부터 함수를 구성하고 효율적으로 데이터를 다중스케일로 표현하는 방법을 설명하였다. 계수들을 계산하여 저장하는 전처리 과정이 실시간으로 수행되지는 못하지만, 일단 계수들이 메모리에 로드되기만 하면 임의의 위치에서 임의의 레벨로 함수 값을 효율적으로 액세스할 수 있기 때문에 실시간 또는 인터랙티브 그래픽스 응용에 유용하게 활용할 수 있다. 그 예로서, 이미지와 디지털 고도 맵으로부터 다중스케일 함수를 재구성했을 때 다중해상도 표현이 효율적으로 이루어짐을 확인할 수 있었다.

추후 연구로 전처리 과정과 함수 값 계산 과정에서 사용된 자료 구조와 알고리즘을 병렬 수행을 할 수 있도록 변환함으로써 다중프로세서와 그래픽 연산 장치(GPU)의 하드웨어 가속을 통해 성능을 향상시키려 한다. 부분 영역별로 전처리 과정을 병렬 처리하는 기술과 희소 자료 구조를 갖는 계수들을 신속히 찾아내기 위한



그림 5 3차원 점 데이터를 음함수로 표현한 후, 서로 다른 LOD로 렌더링 결과 영상(좌에서 우로 높은 레벨)

자료 구조를 GPU프로그래밍 기법을 도입하여 실시간 응용에 적용이 가능하도록 발전시킬 계획이다. 또한, 수학적으로 다중스케일 커널이 자연스럽게 n 차원 확장가능하다는 점을 이용하여, 흩어진 3차원 점 데이터 또는 4차원 시간 가변 볼륨 데이터(time-varying volume data)를 다중스케일로 재구성하는 연구를 진행 중이다. 그림 5는 3차원 점 데이터를 다중스케일 커널을 이용해 표현한 후, 3개의 서로 다른 레벨로 렌더링 한 초기 실험 결과 이미지를 보여준다.

참 고 문 헌

- [1] Carr, J., Beatson, R., Cherie, J., Mitchell, T., Fright, W., McCallum, B., and Evans, T., "Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions," In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pp.67-76, 2001.
- [2] Dinh, H., Turk, G., and Slabaugh, G., "Reconstructing surfaces using anisotropic basis functions," In *Proceedings of International Conference on Computer Vision 2001*, pp.606-613, 2001.
- [3] Alexa, M., Behr, J., Cohen-Or, D., Fleishman, S., Levin, D., and Silva, C., "Point set surfaces," In *Proceedings of IEEE Visualization 2001*, pp.21-28, 2001.
- [4] Fleishman, S., Cohen-Or, D., Alexa, M., and Silva, C., "Progressive point set surfaces," *ACM Transactions on Graphics*, vol.22, no.4, Oct 2003.
- [5] Levin, D., "Mesh-independent surface interpolation," *Geometric Modeling for Scientific Visualization*, pp.37-49. Springer-Verlag, 2003.
- [6] Zhao, H. and Osher, S., "Visualization analysis and shape reconstruction of unorganized data sets. In *Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision and Graphics*, Springer, (S. Osher and N. Paragios, Eds.), 2002.
- [7] Schaback, R. and Wendland, H., "Kernel techniques: from machine learning to meshless methods," *Acta Numerica*, vol.15, pp.543-639, 2006.
- [8] Opfer, R., "Multiscale kernels," *Advances in Computational Mathematics*, vol.25, no.4, pp.357-380, 2006.
- [9] Opfer, R., "Tight frame expansions of multiscale

reproducing kernels in Sobolev spaces," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol.20, no.3, pp.357-374, 2006.

- [10] Ohtake, Y., Belyaev, A., Alexa, M., Turk, G., and Seidel, H.-P., "Multi-level partition of unity implicits," *ACM Transactions on Graphics*, vol.22, 3, pp.463-470, 2003.
- [11] Tobor, I., Reuter, P., and Schlick, C., "Efficient reconstruction of large scattered geometric datasets using the partition of unity and radial basis functions," In *Proceedings of WSCG*, pp. 467-474, 2004.
- [12] Lee, S., Wolberg, G., and Shin, S. Y., "Scattered data interpolation with multilevel B-splines," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol.3, pp.228-244, 1997.



윤 성 민

2009년 2월 동국대학교 멀티미디어공학과 졸업(공학사). 2009년 3월~현재 동국대학교 멀티미디어학과 석사과정. 관심분야는 컴퓨터 그래픽스, 과학적 가시화, 고성능 컴퓨팅



이 문 배

1993년 2월 서강대학교 수학과 졸업(이학사). 1995년 2월 서강대학교 수학과 졸업(이학석사). 2002년 8월 서강대학교 수학과 졸업(이학박사). 2002년 9월~2010년 2월 서강대학교 시간강사. 2010년 3월~현재 건국대학교 수학과 강의교수. 관심분야는 근사값 이론과 응용, 컴퓨터 그래픽스 등



박 상 훈

1993년 8월 서강대학교 수학과 졸업(이학사). 1995년 8월 서강대학교 컴퓨터학과 졸업(공학석사). 2000년 2월 서강대학교 컴퓨터학과 졸업(공학박사). 2000년 3월~2000년 6월 서강대학교 컴퓨터학과 박사후연구원. 2000년 7월~2002년 8월 University of Texas at Austin 박사후연구원. 2002년 9월~2005년 2월 대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부 조교수. 2005년 3월~현재 동국대학교 멀티미디어학과 부교수. 관심분야는 컴퓨터 그래픽스, 과학적 가시화, 고성능 컴퓨팅, 모바일 컴퓨팅 등