논문 2010-47SC-4-1

시변 시간지연을 가지는 불확실 특이시스템의 변수 종속 강인 안정성

(Parameter-dependent Robust Stability of Uncertain Singular Systems with Time-varying Delays)

김 종 해*

(Jong Hae Kim)

요 약

본 논문에서는 상태에 시변 시간지연과 폴리토픽 변수 불확실성을 가지는 특이시스템을 위한 새로운 지연 종속 및 변수 종속 강인 안정성 조건을 제시한다. 새로운 변수종속 리아푸노프 함수를 기반으로 구한 강인 안정성 조건은 볼록최적화가 가능한 선형행렬부등식으로 나타난다. 제안하는 조건은 비특이시스템과 특이시스템의 강인 안정성 문제에 동시에 적용가능한 일반적인 알고리듬이다. 수치예제를 통하여 제시한 강인 안정성 조건의 타당성을 보이고, 기존의 비특이시스템의 결과들과의 비교를 통하여 제안한 조건이 덜 보수적임을 확인한다.

Abstract

In this paper, we present a new delay-dependent and parameter-dependent robust stability condition for uncertain singular systems with polytopic parameter uncertainties and time-varying delay. The robust stability criterions based on parameter-dependent Lyapunov function are expressed as LMI (linear matrix inequality). Moreover, the proposed robust stability condition is a general algorithm for both singular systems and non-singular systems. Finally, numerical examples are presented to illustrate the feasibility and less conservativeness of the proposed method.

Keywords : Singular systems, robust stability, delay-dependence, parameter-dependence, LMI

Ⅰ. 서 론

측정이나 전송 및 계산 지연에 의하여 공학 시스템에서 발생하는 시간지연항은 시스템의 불안정한 요소가 되고 성능을 저하시키므로 비특이시스템(non-singular systems)의 시간지연에 대한 안정성 연구가 이루어져 왔다. 특히, 지연 종속적인 방법이 지연 독립적인 기법에 비하여 덜 보수적임(less conservative)이 알려진 이후, 지연종속에 대한 많은 연구결과들[1~7]이 나오고 있다. 특히, 노옴 유계(norm bounded)를 가지는 변수 불확실성이나 폴리토픽 불확실성(polytopic uncertainty)을 가진 시간 지연 시스템에 대한 결과들이 나오고 있는 실정이다. 최근에는 고정된 리아푸노프 함수(fixed Lyapunov function)를 이용한 자승적 안정성(quadratic stability)의 보수성을 줄이기 위하여 변수 종속의 개념이 도입되었다. 폴리토픽 불확실성을 가지는 시스템을 위한 변수 종속 기법이 최근 몇 년간 많은 관심을 가지고 연구되어져 왔다[8]. 최근에는 Xia 등[9]이 변수 종속 리아푸노프 함수를 이용하여 폴리토픽 불확실성을 가지는 상태 지연 시스템의 강인 안정성 조건을 제시하였다. Fridman 등[10]은 불확실 지연 시스템의 변수 종속 안정성 조건과 안정화 방법에 대한 결과를 제안하였다. 또한, He 등[11]은 폴리토픽 불확실성을 가지는 시간 지

* 정회원, 선문대학교 전자공학과
(Department of Electronic Eng., Sun Moon University)
접수일자: 2009년11월20일, 수정완료일: 2010년7월10일

연 시스템의 안정성을 위한 변수 종속 리아푸노프 함수를 기초로 하여 강인 안정성 조건을 제시하였다. 하지만, 지연 시스템의 보수성을 줄이고자 하는 이러한 결과들[9~11]은 Peaucelle 등[8]이 제시한 변수 종속에 대한 기본적인 기법들을 이용하는 것이었다. 최근 Gao 등[12]은 기존 결과들[9~11]이 폴리토프의 다른 꼭지점에 대한 추가적인 행렬 변수가 고정되어져야 한다는 단점들을 해결하는 새로운 지연종속 및 변수종속 강인 안정성 조건을 제시하였다. 하지만 이러한 결과들[9~12]은 변수 종속 비특이시스템에 대한 경우이므로 변수 종속 특이시스템에는 직접 적용할 수 없다.

기존의 상태공간 모델을 가지고는 해결하기 어려운 특이시스템에 대한 해석과 설계방법은 특이시스템의 특별한 성질들로 인하여 대규모 시스템, 특이 섭동이론, 제약적 기계 시스템 등에 광범위하게 적용되어지기 때문에 시간지연을 가지는 특이시스템에 대한 제어문제에 대한 연구[3~7]가 활발히 진행되어 왔다. 따라서, 본 논문에서는 Gao 등[12]이 제안한 폴리토프의 다른 꼭지점들이 고정되어지지 않아도 된다는 장점을 이용하여 새로운 변수 종속 리아푸노프 함수를 선정하여 기존의 비특이시스템으로는 적용할 수 없는 변수 종속 특이시스템의 강인 안정성 조건을 제시하고자 한다.

본 논문에서는 시변 시간지연과 폴리토픽 불확실성을 가지는 변수 종속 특이시스템에 대한 지연 종속 및 변수 종속 강인 안정성 조건을 선형행렬부등식 접근방법에 의하여 제안한다. 새로운 변수 종속 리아푸노프 함수를 선정하여 특이시스템 뿐만 아니라 비특이시스템에도 적용가능한 일반적인 강인 안정성 조건을 다룬다.

본 논문에서 사용하는 표기는 일반적인 기호를 사용한다. I, 0과 R^r은 적절한 차원을 가지는 단위행렬, 영행렬과 $r\times 1$ 차원을 가지는 실수 벡터를 각각 의미한다. $*$는 대칭행렬(symmetric matrix)의 주 대각선 아래에 놓이는 요소이다.

Ⅱ. 문제 설정

시변 시간지연을 가지는 변수 종속 특이시스템

$$\begin{aligned} E_\lambda \dot{x}(t) &= A_\lambda x(t) + B_\lambda x(t-d(t)) \\ x(t) &= \phi(t), \quad t\in[-\bar{d},0] \end{aligned} \tag{1}$$

을 다룬다. 여기서, $x(t)\in R^n$는 상태변수, $\phi(t)$는 초기함수, E_λ는 $rank(E_\lambda)=r\le n$을 만족하는 특이행렬(singular matrix)이고, 시스템 행렬은 볼록 폴리토프(convex polytope) 집합 Υ에 속하는 불확실 행렬이며

$$[E_\lambda\, A_\lambda\, B_\lambda] = \sum_{i=1}^{s}\lambda_i [E_i\, A_i\, B_i] \tag{2}$$

를 만족한다. 여기서, $\lambda=[\lambda_1\,\lambda_2\cdots\lambda_s]^T$는

$$\sum_{i=1}^{s}\lambda_i = 1, \quad \lambda_i\ge 0 \tag{3}$$

을 만족하는 불확실 벡터이고, 적절한 차원을 가지는 $[E_i\, A_i\, B_i]$는 폴리토프 Υ의 i번째 꼭지점(vertex)을 표시한다. 시변 시간지연항은

$$0\le d(t)\le \bar{d}, \quad \dot{d}(t)\le\tau<1 \tag{4}$$

를 만족한다. 본 논문의 목적은 시변 시간지연 (4)와 변수 불확실성 (2)를 가지는 변수 종속 특이시스템에 대하여 강인 안정성 조건을 제시하는 것이다. 정리 1에서는 기존 결과들[3~7]이 고정 리아푸노프 함수를 이용하여 구한 특이시스템의 안정성 조건을 변수 종속 리아푸노프 함수를 이용한 변수 종속 특이시스템의 강인 안정성 조건으로 확장한다.

정리 1. 시변 시간지연을 가지는 변수 종속 특이시스템 (1)에 대하여, 행렬부등식

$$(\text{i})\ \Phi_\lambda = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} \\ * & * & -(1-\tau)W_\lambda \end{bmatrix} < 0 \tag{5}$$

$$(\text{ii})\ \begin{bmatrix} X_{1\lambda} & X_{2\lambda} & Y_{1\lambda} \\ * & X_{3\lambda} & Y_{2\lambda} \\ * & * & Z_\lambda \end{bmatrix} > 0 \tag{6}$$

을 만족하는 양의 정부호 행렬(positive-definite matrices) $P_{1\lambda}$, W_λ, $X_{1\lambda}$, $X_{3\lambda}$, Z_λ와 행렬 S_λ, $P_{2\lambda}$, $P_{3\lambda}$, $X_{2\lambda}$, $Y_{1\lambda}$, $Y_{2\lambda}$가 존재하면, 변수 불확실성 (2)와 시변 시간지연 (4)를 만족하는 변수 종속 특이시스템 (1)이 강인 안정하다. 여기서, R_λ는 $E_\lambda^T R_\lambda=0$을 만족하는 행렬이고, 변수들은 아래와 같다.

$$\Phi_{11} = A_\lambda^T P_{2\lambda} + P_{2\lambda}^T A_\lambda + \bar{d}X_{1\lambda} + W_\lambda + Y_{1\lambda}^T E_\lambda + E_\lambda^T Y_{1\lambda}$$

$$\Phi_{12} = A_\lambda^T P_{3\lambda} + E_\lambda^T P_{1\lambda} + S_\lambda R_\lambda^T - P_{2\lambda}^T + E_\lambda^T Y_{2\lambda}^T + \bar{d}X_{2\lambda}$$

$$\Phi_{22} = -P_{3\lambda} - P_{3\lambda}^T + \bar{d}X_{3\lambda} + \bar{d}X_{3\lambda} + \bar{d}Z_\lambda$$

$$\Phi_{13} = P_{2\lambda}^T B_\lambda - Y_{1\lambda} E_\lambda$$

$$\Phi_{23} = P_{3\lambda}^T B_\lambda - Y_{2\lambda} E_\lambda.$$

증명: 식 (3)을 만족하는 불확실 변수 λ에 대하여, 적절한 리아푸노프 함수를

$$V(t,\lambda) = V_1(t,\lambda) + V_2(t,\lambda) + V_3(t,\lambda) \tag{7}$$

과 같이 설정한다. 여기에서 각 함수들은

$$V_1(t,\lambda) = x(t)^T E_\lambda^T P_{1\lambda} E_\lambda x(t)$$

$$V_2(t,\lambda) = \int_{t-d(t)}^{t} x(\theta)^T W_\lambda x(\theta) d\theta$$

$$V_3(t,\lambda) = \int_{-d(t)}^{0} \int_{t+\alpha}^{t} \dot{x}(\theta)^T E_\lambda^T Z_\lambda E_\lambda \dot{x}(\theta) d\theta d\alpha$$

으로 정의한다. 변수 종속 특이시스템 (1)의 해에 대하여 $V(t,\lambda)$의 시간 미분인 $\dot{V}_t(t,\lambda)$를 구하기 위하여 식 (7)에서 $V_1(t,\lambda)$를 시간에 따라 미분하면 $E_\lambda^T R_\lambda = 0$을 만족하므로

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t,\lambda) &= \dot{x}(t)^T E_\lambda^T P_{1\lambda} E_\lambda x(t) + x(t)^T E_\lambda^T P_{1\lambda} E_\lambda \dot{x}(t) \\ &= 2\begin{bmatrix} x(t) \\ E_\lambda \dot{x}(t) \end{bmatrix}^T \tilde{P}_\lambda^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_\lambda & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ E_\lambda \dot{x}(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + 2\begin{bmatrix} x(t) \\ E_\lambda \dot{x}(t) \end{bmatrix}^T \tilde{P}_\lambda^T \begin{bmatrix} 0 \\ B_\lambda \end{bmatrix} x(t-\dot{d}(t)) \end{aligned} \tag{8}$$

과 같고, 여기서 $\tilde{P}_\lambda = \begin{bmatrix} P_{1\lambda} E_\lambda + S_\lambda R_\lambda^T & 0 \\ P_{2\lambda} & P_{3\lambda} \end{bmatrix}$이다. $V_2(t,\lambda)$를 시간에 따라 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t,\lambda) \le\ & x(t)^T W_\lambda x(t) \\ & -(1-\tau) x(t-d(t))^T W_\lambda x(t-d(t)) \end{aligned} \tag{9}$$

의 관계가 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t,\lambda) &\le \bar{d}\dot{x}(t)^T E_\lambda^T Z_\lambda E_\lambda \dot{x}(t) - \int_{t-d(t)}^{t} \dot{x}(\theta)^T E_\lambda^T Z_\lambda E_\lambda \dot{x}(\theta) d\theta \\ &\le \bar{d}\dot{x}(t)^T E_\lambda^T Z_\lambda E_\lambda \dot{x}(t) - \int_{t-d(t)}^{t} \dot{x}(\theta)^T E_\lambda^T Z_\lambda E_\lambda \dot{x}(\theta) d\theta \\ &\quad + \int_{t-d(t)}^{t} \begin{bmatrix} x(t) \\ E_\lambda \dot{x}(t) \\ E_\lambda \dot{x}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1\lambda} & X_{2\lambda} & Y_{1\lambda} \\ * & X_{3\lambda} & Y_{2\lambda} \\ * & * & Z_\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ E_\lambda \dot{x}(t) \\ E_\lambda \dot{x}(\theta) \end{bmatrix} d\theta \\ &\le \bar{d}\dot{x}(t)^T E_\lambda^T Z_\lambda E_\lambda \dot{x}(t) + \bar{d}\begin{bmatrix} x(t) \\ E_\lambda \dot{x}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1\lambda} & X_{2\lambda} \\ * & X_{3\lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ E_\lambda \dot{x}(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + 2\begin{bmatrix} x(t) \\ E_\lambda \dot{x}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1\lambda} E_\lambda \\ Y_{2\lambda} E_\lambda \end{bmatrix} [x(t)\ -x(t-d(t))] \end{aligned} \tag{10}$$

의 관계를 갖는다. 여기서, $\begin{bmatrix} X_{1\lambda} & X_{2\lambda} & Y_{1\lambda} \\ * & X_{3\lambda} & Y_{2\lambda} \\ * & * & Z_\lambda \end{bmatrix} > 0$이라고 가정한다. 식 (8~10)에서 $\eta(t) = \left[x(t)^T (E_\lambda \dot{x}(t))^T x(t-d(t))^T\right]^T$를 선정하면

$$\dot{V}_t(t,\lambda) \le \eta(t)^T \Phi_\lambda \eta(t) \tag{11}$$

과 같이 구할 수 있다. 따라서, $\Phi_\lambda < 0$이면 $\dot{V}_t(t,\lambda) < -\epsilon |x(t)|^2$을 만족하는 양의 실수 ϵ을 가지므로 변수 불확실성 (2)와 시변 시간지연 (4)를 가지는 변수 종속 특이시스템 (1)에 대하여 모든 불확실 변수 λ에 대하여 강인 안정화 조건 (5)와 (6)을 얻을 수 있다. ■

제안한 정리 1은 불확실 변수 λ에 대하여 비선형행렬부등식으로 표현된다. 따라서, 아래의 정리 2에서는 변수 종속 특이시스템의 강인 안정성 조건을 볼록 최적화가 가능한 선형행렬부등식으로 나타낸다. 즉, 정리 2에서는 무한 차원(infinite dimensional) 행렬부등식 조건 (5)와 (6)을 유한 차원(finite dimensional) 선형행렬부등식 조건으로 변형하고자 한다.

정리 2. 변수 불확실성 (2)와 시변 시간지연 (4)를 가지는 변수 종속 특이시스템 (1)에 대하여, 아래의 선형행렬부등식

$$\text{(i)}\ \ \Phi_{ii} - \Sigma_{ii} < 0, \quad 1 \le i \le s \tag{12}$$

$$\text{(ii)}\ \ \Phi_{ij} + \Phi_{ji} - \Sigma_{ij} - \Sigma_{ij}^T < 0, \quad 1 \le i < j \le s \tag{13}$$

$$\text{(iii)}\ \ \Pi = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \cdots & \Sigma_{1s} \\ * & \Sigma_{22} & \cdots & \Sigma_{2s} \\ * & * & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \Sigma_{ss} \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

$$\text{(iv)}\ \ \begin{bmatrix} X_{1i} & X_{2i} & Y_{1i} \\ * & X_{3i} & Y_{2i} \\ * & * & Z_i \end{bmatrix} > 0 \tag{15}$$

를 만족하는 양의 정부호 행렬 P_{1i}, W_i, X_{1i}, X_{3i}, Z_i와 행렬 S_i, P_{2i}, P_{3i}, X_{2i}, Y_{1i}, Y_{2i} 및 Σ_{ij}가 존재하면, 변수 종속 특이시스템 (1)은 변수 불확실성 (2)와 시변 시간지연 (4)의 존재에도 불구하고 강인 안정하다. 여기에서, R_i는 $E_i^T R_i = 0$을 만족하고 Φ_{ij}는 아래와 같이 정의한다.

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} A_j^T P_{2i} + P_{2i}^T A_j \\ + \bar{d} X_{1i} + W_i \\ + E_j^T Y_{1i} + Y_{1i}^T E_j \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} A_j^T P_{3i} + E_j^T P_{1i} \\ + S_i R_j^T - P_{2i}^T \\ + E_j^T Y_{2i}^T + \bar{d} X_{2i} \end{pmatrix} & P_{2i}^T B_j - Y_{1i} E_j \\ * & \begin{pmatrix} -P_{3i} - P_{3i}^T \\ + \bar{d} X_{3i} + \bar{d} Z_i \end{pmatrix} & P_{3i}^T B_j - Y_{2i} E_j \\ * & * & -(1-\tau) W_i \end{bmatrix}.$$

증명: 정리 1에서 구하고자 하는 변수를 볼록 폴리토프에 속하는

$$\begin{aligned} &P_{1\lambda} = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i P_{1i}, \quad P_{2\lambda} = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i P_{2i}, \quad P_{3\lambda} = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i P_{3i} \\ &W_\lambda = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i W_i, \quad Z_\lambda = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i Z_i, \\ &X_{1\lambda} = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i X_{1i}, \quad X_{2\lambda} = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i X_{2i}, \quad X_{3\lambda} = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i X_{3i} \\ &Y_{1\lambda} = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i Y_{1i}, \quad Y_{2\lambda} = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i Y_{2i} \end{aligned} \tag{16}$$

과 같이 정의한다. Gao 등[12]이 사용한 전개방법과 유사하게 이용하여 식 (16)을 식 (5)에 대입하면

$$\begin{aligned} \Phi_\lambda &= \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{s} \lambda_i \lambda_j \Phi_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^{s} \lambda_i^2 \Phi_{ii} + \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{j=i+1}^{s} \lambda_i \lambda_j (\Phi_{ij} + \Phi_{ji}) \\ &\le \sum_{i=1}^{s} \lambda_i^2 \Sigma_{ii} + \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{j=i+1}^{s} \lambda_i \lambda_j (\Sigma_{ij} + \Sigma_{ij}^T) = \zeta^T \Pi \zeta \end{aligned} \tag{17}$$

을 얻는다. 여기에서, $\zeta = [\lambda_1 I \ \ \lambda_2 I \ \ \cdots \ \ \lambda_s I]^T$이고, Π는 식 (14)로 정의된다. 부등식 (14)와 식 (3)은 $\Phi_\lambda < 0$을 의미한다. 식 (15)는 식 (16)의 정의에 의하여 식 (6)을 의미한다. ■

$E_\lambda = I$인 비특이시스템의 경우에도 정리 2의 강인 안정성 조건으로부터 직접 적용가능하다. 따라서, 제안한 강인 안정성 조건은 변수 종속 특이시스템의 경우뿐 아니라 변수 종속 비특이시스템에도 적용가능한 일반적인 조건이다. 제안한 정리 2는 폴리토픽 불확실성을 가지는 특이시스템과 비특이시스템에도 직접 적용가능하기 때문에 기존의 불확실성 문제를 다루는 대부분의 시스템에 직접 적용이 가능한 강인 안정성 조건이다. 기존의 변수 종속 비특이시스템에 대한 강인 안정성 조건을 변수 종속 특이시스템으로 확장하는 것은 특이시스템의 특이행렬의 성질로 인하여 수식적인 어려움이 존재한다. 특히, 강인 안정화 조건을 선형행렬부등식으로 표현하고자 하는 경우 어려워지는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 기존의 특이행렬로 인한 수식적인 어려움을 해결하였다.

IV. 예 제

제안한 변수 종속 특이시스템에 대한 지연 종속 및 변수 종속 강인 안정성 조건의 타당성을 보여주기 위하여 폴리토픽 불확실성과 시변 시간지연을 가지는 특이시스템

$$\begin{aligned} &E_1 = E_2 = E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &A_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0 & -0.09 \end{bmatrix}, \ A_2 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \ A_3 = \begin{bmatrix} -1.9 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &B_1 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ -0.1 & -0.1 \end{bmatrix}, \ B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \ B_3 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0 \\ -1 & -1.1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{18}$$

과 같은 값을 가지는 변수 종속 특이시스템을 다룬다. $E_i^T R_i = 0$를 만족하는 행렬은 $R_1 = R_2 = R_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$와 같이 잡을 수 있다. 특이시스템의 특이행렬로 인하여 기존의 변수 종속 비특이시스템을 다루는 논문의 결과들[9~12]을 가지고는 식 (18)과 같은 변수 종속 특이시스템에 적용할 수가 없다. 본 예제에서의 목적은 시변 시간지연 $d(t)$의 상한 값(upper bound)인 $\bar{d}$를 결정하는 것이다. 표 1에서는 주어진 τ에 대한 $\bar{d}$의 상한 값이 주어진다. τ의 값이 증가할수록 $\bar{d}$의 값이 줄어짐을 볼 수 있다.

표 1. 지연 상한 값 $\bar{d}$ (특이시스템의 경우)
Table 1. Delay upper bound $\bar{d}$.(singular system case)

τ	0	0.1	0.5	0.7
정리 2	3.79	2.43	0.48	0.39

표 2. 지연 상한 값 $\bar{d}$ (비특이시스템의 경우)
Table 2. Delay upper bound $\bar{d}$.
(non-singular system case)

τ	0	0.1	0.5	0.9	any τ
[1]	0.08	-	-	-	-
[9]	0.41	-	-	-	-
[10]	4.24	3.35	1.80	0.96	0.79
[11]	4.25	3.36	1.82	1.05	0.90
[12]	4.26	3.37	1.83	1.07	0.90
정리 2	4.26	3.37	1.83	1.07	0.90

제안한 강인 안정성 조건의 타당성과 보수성을 비교하기 위하여 식 (19)의 특이시스템에서 $E_i = I,\ i=1,2,3$으로 설정하면 Xia 등[9]이 다룬 예제와 동일한 변수 종속 비특이시스템이 된다. 여기에서 $E_i^T R_i = 0$를 만족하는 행렬은 $R_i = 0,\ i=1,2,3$이 된다. 기존결과들과의 비교를 위한 지연 상한 값은 표 2에서 주어진다. 따라서 제안한 알고리듬은 최근 Gao 등[12]이 제시한 결과와 거의 동일한 지연 상한 값을 보이므로 기존결과들[1,9~11]에 비해서 덜 보수적임을 알 수 있다. 물론 제안한 강인 안정성 조건은 기존 논문의 결과[1~12]로는 적용할 수 없는 지연종속 및 변수 종속 특이시스템에 대해서도 적용할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 시변 시간지연과 변수 종속 불확실성을 가지는 변수 종속 특이시스템에 대한 강인 안정성 조건을 제시하였다. 새로운 변수 종속 리아푸노프 함수를 선정하여 강인 안정성 조건을 볼록 최적화가 가능한 선형행렬부등식으로 표현하였다. 기존의 결과들이 단순히 지연종속 특이시스템을 다루거나 변수종속 및 지연종속 비특이시스템을 다루었으나 본 논문에서는 일반적인 지연종속 및 변수종속 특이시스템에 대한 강인 안정성 조건을 제시하였다. 제안하는 강인 안정성 조건은 변수 종속 특이시스템의 예제를 통하여 타당성을 확인하였다. 뿐만 아니라 기존 결과들과의 보수성을 비교하기 위하여 변수 종속 비특이시스템의 예제를 다루었다.

참 고 문 헌

[1] C. E. de Souza and X. Li, "Delay-dependent robust H_∞ control of uncertain linear state-delayed systems," *Automatica*, vol. 35, pp. 1313-1321, 1999.

[2] D. Yue and S. Won, "An improvement on 'delay and its time-derivative dependent robust stability of time-delayed linear systems with uncertainty'," *IEEE Trans. om Automatic Control*, vol. 47, pp. 407-408, 2002.

[3] F. Yang and Q. L. Zhang, "Delay-dependent H_∞ control for linear descriptor systems with delay in state," *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 3, pp. 76-84, 2005.

[4] X. M. Zhang, M. Wu, and Q. L. Han, "A new integral inequality approach to delay-dependent robust H_∞ control," *Asian Journal of Control*, vol. 8, pp. 153-160, 2006.

[5] R. X. Zhong and Z. Yang, "Delay-dependent robust control of descriptor systems with time delay," *Asian Journal of Control*, vol. 8, pp. 36-44, 2006.

[6] Z. Wu and W. Zhou, "Delay-dependent robust stabilization for uncertain singular systems with state delay," *Acta Automatica Sinica*, vol. 33, pp. 714-718, 2007.

[7] Z. Wu, H. Su, and J. Chu, "Improved results on delay-dependent H_∞ control for singular time-delay systems," *Acta Automatica Sinica*, vol. 35, pp. 1101-1106, 2009.

[8] D. Peaucelle, D. Arzelier, J. Bachelier, and J. Bernussou, "A new robust D-stability condition for real convex polytopic uncertainty," *Systems & Control Lett.*, vol. 40, pp. 21-30, 2000.

[9] Y. Xia and Y. Jia, "Robust stability functionals of state delayed systems with polytopic type uncertainties via parameter-dependent Lyapunov functions," *International Journal of Control*, vol. 75, pp. 1427-1434, 2002.

[10] E. Fridman and U. Shaked, "Parameter dependent stability and stabilization of uncertain time-delay systems," *IEEE Trans. om Automatic Control*, vol. 48, pp. 861-866, 2003.

[11] Y. He, M. Wu, J. H. She, and G. P. Liu, "Parameter-dependent Lyapunov functional for stability of time-delay systems of polytopic-type uncertainties," *IEEE Trans. om Automatic Control*, vol. 49, pp. 828-832, 2004.

[12] H. Gao, P. Shi, and J. Wang, "Parameter-dependent robust stability of uncertain time-delay systems," *Journal of Comput. and Applied Mathmat.*, vol. 206, pp. 366-373, 2007.

저 자 소 개

김 종 해(정회원)
1993년 경북대학교
전자공학과 졸업.
1995년 경북대학교 대학원
전자공학과 공학석사.
1998년 경북대학교 대학원
전자공학과 공학박사.
1998년~2002년 경북대학교 센서기술연구소
전임연구원.
2000년~2001년 일본 오사카대학
컴퓨터제어기계공학과 객원연구원.
2010년~2011년 미국 조지아텍 방문연구원
2002년~현재 선문대학교 전자공학과 부교수
<주관심분야 : 강인 제어/필터링, 산업응용제어, 신호처리 등.>