

종횡비 변화에 따른 사각실린더 주위의 유동 특성에 관한 수치적 연구

박 용 갑, 손 창 민^{*†}

부산대학교 기계공학부, *Rolls-Royce plc

A Numerical Study on Flow Characteristics Around Rectangular Cylinder with Different Width-to-height Ratios

Yong Gap Park, Chang Min Son^{*†}

School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

**Rolls-Royce plc, Derby, United Kingdom*

(Received March 12, 2010; revision received May 12, 2010)

ABSTRACT: We investigate two-dimensional laminar flow around rectangular cylinders placed in a uniform stream. Numerical simulations are performed, using finite volume method, in the ranges of $50 \leq Re \leq 150$ and $0.1 \leq W/H \leq 1.0$, where Re and W/H are the Reynolds number and the width-to-height ratio, respectively. The immersed boundary method is used to handle the rectangular cylinder in a rectangular grid system. Comparisons with the previous results show good agreement in Strouhal number, drag and lift coefficient. The present study reports the detailed information of flow structure at different width-to-height ratios in the ranges of $50 \leq Re \leq 150$.

Key words: Immersed boundary method(가상경계법), Width-to-height ratio(종횡비), Rectangular cylinder(사각 실린더), Vortex shedding(와의 분계)

기 호 설 명

W : 사각 실린더 폭
 H : 사각 실린더 높이
 W/H : 사각 실린더 종횡비
 Re : Renyolds 수($= U_{\infty}H/\nu$)
 St : Strouhal 수($= fU_{\infty}/H$)
 C_D : 항력 계수($= F_x/(1/2\rho U_{\infty}^2 H)$)
 C_L : 양력 계수($= F_y/(1/2\rho U_{\infty}^2 H)$)
 $\overline{C_D}$: 평균 항력 계수
 $C_{Lr.m.s}$: 양력 계수의 RMS 값

그 리 스 문 자

ν : 동점성 계수

상첨자

$*$: 차원 변수
 n : 시간 레벨
 $-$: 평균
 \sim : 중간 시간 레벨

1. 서 론

사각 실린더 주위의 유동현상은 유체역학 등의 학문적 분야와 열교환기, 자동차, 빌딩, 다리 등 다양

[†] Corresponding author

Tel.: +82-51-510-3395; fax: +82-51-515-4038

E-mail address: son.changmin@gmail.com

한 산업 분야에서 매우 중요하고 오랜 관심사였다. 이와 같은 유동장 내에서 사각 실린더의 후류에서 와의 분계가 일어나는데 이는 항력, 양력 그리고 구조물의 진동 등에 직접적인 영향을 미치므로 지금까지 많은 선행 연구가 진행되어 왔다. 특히, 종횡비에 따른 사각실린더에 대한 실험적 연구와 수치해석적인 연구는 많은 연구자들에 의해 연구되었다.

종횡비에 따른 사각실린더 주위의 유동에 대한 선행연구들은 실린더의 종횡비(W/H)에 따른 스트로할 수(St), 항력 및 양력과 유동의 패턴에 주로 초점을 맞추고 있다(Okajima,⁽¹⁾ Okajima,⁽²⁾ Norberg,⁽³⁾ Sohankar et al.,⁽⁴⁾ Shimada et al.⁽⁵⁾). 선행 연구들이 고려한 레이놀즈 수(Re)는 $100 \leq Re \leq 3 \times 10^4$ 이고, 종횡비(W/H)는 $0.6 \leq W/H \leq 8$ 이다. 여기서 종횡비(W/H)가 2.8과 6.0에서 유동 패턴의 변화로 Strouhal 수(St)가 급격히 변화함을 보였다. 하지만, 층류 영역에서의 사각실린더의 종횡비(W/H)가 1보다 작은 영역에 관한 연구는 부족한 편이다.

본 연구에서는 층류 영역에서 낮은 종횡비(W/H ≤ 1)를 가지는 사각실린더 주위의 유동장을 수치해석 하였다. 본 연구에서는 레이놀즈 수가 비교적 작은 영역($Re < 50$)에서는 정상상태 유동으로 후류에서 와의 분계가 일어나지 않고, 큰 레이놀즈 수의 영역($Re > 200$)에서는 3차원 효과가 나타나므로 레이놀즈 수를 50, 100, 150으로 선정하였다. 사각 실린더의 종횡비(W/H)의 변화에 따른 유동의 정량적인 값인 Strouhal 수(St), 시간 평균된 항력계수($\overline{C_D}$)과 양력계수의 RMS($C_{Lr.m.s}$)등에 관해서 상세한 연구를 수행하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 지배 방정식

Uhlmann⁽⁶⁾이 제안한 가상경계법을 적용한 2차원 사각 실린더 주위의 비정상 유동을 지배하는 무차원화 된 연속 방정식과 운동량 보존 방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \quad (2)$$

위 식들에 사용된 무차원 변수들의 정의는 다음과 같다.

$$t = \frac{U_\infty t^*}{H}, \quad x_i = \frac{x^*}{H}, \quad u_i = \frac{u_i^*}{U_\infty}, \quad p = \frac{p^*}{\rho U_\infty} \quad (3)$$

여기서 $i, j = 1, 2$, u_i 는 직교 좌표계의 속도, t 는 시간, p 는 압력, f_i 는 가상경계법에 사용되는 체적 힘(volume force)을 나타낸다. 모든 변수들은 특성 길이인 실린더 높이 H 와 자유유동 속도인 U_∞ 에 의하여 무차원화 되었다. 식(2)에서 사용된 무차원 수는 Re이며, 다음과 같이 정의된다.

$$Re = \frac{U_\infty H}{\nu} \quad (4)$$

여기서 ν 는 동점성계수 이다.

2.2 수치해석방법

위의 지배 방정식 식(1), 식(2)를 수치해석하기 위하여, 공간에 대한 이산화는 비정규 직교 좌표계에서 2차 정확도를 가지는 중앙차분법을 사용하였다. 시간항에 대해서는 Choi and Moin⁽⁷⁾과 Zang et al.⁽⁸⁾이 제안한 second-order four step 방법을 사용하였다. 여기서 대류항은 2차의 Adams-Bashforth 기법을 사용하였고 확산항은 Crank-Nicolson 기법을 사용하였다.

2.3 체적힘(volume force)

각 격자점에서 체적힘을 계산하기 위해서 별도의 계산과정이 필요하다. 체적힘에 대한 시간 이산화 된 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$f_i^{n+1/2} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} - rhs_i^{n+1/2} \quad (5)$$

$$rhs_i^{n+1/2} = dif_i^n - \frac{3}{2} nl_i^n + \frac{1}{2} nl_i^{n-1} - \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \quad (6)$$

여기서, $dif_i = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$, $nl_i = \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}$ 이다. 그

리고 u^{n+1} 은 각 격자점에서의 미지의 값이므로 이것은 나중에 계산되는 가상경계 점들의 목적속도

(desired velocity) U_i^d 에 의해서 계산된다. 앞으로 제시되는 식에서 소문자는 격자점에서의 값을 의미하고, 대문자는 가상경계 점에서의 값을 의미한다. 격자점과 가상경계 점에서의 중간 단계 속도는 다음의 식들에 의해서 얻어진다.

$$\tilde{u}_i = u_i^n + \Delta t \cdot r h s_i^{n+1/2} \quad (7)$$

$$\tilde{U}_i(X) = \sum_{x \in g_h} \tilde{u}_i \delta(x - X) h^2 \quad (8)$$

여기서 g_h 는 직교좌표계를 의미하고, δ_h 는 이산화된 Dirac delta 함수를, h 는 격자 간격을 의미한다. 이산화된 Dirac delta 함수는 Roma et al.⁽⁹⁾이 제안한 방법을 사용하였다. 강제 운동에 대한 가상경계 점들의 목적속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_i^d(X) = u_c + \omega_c \times (X - x_c) \quad (9)$$

여기서 u_c , ω_c , x_c 는 각각 입자의 이동속도, 입자의 회전 속도, 입자의 중심좌표이다. 따라서 가상경계 점에서의 체적힘은 다음과 같은 식에 의해서 구해진다.

$$F_i^{n+1/2} = \frac{U_i^d - \tilde{U}_i}{\Delta t} \quad (10)$$

$$f_i^{n+1/2} = \sum_{l=1}^{N_l} F_l^{n+1/2} \delta(x - X) \Delta A \quad (11)$$

여기서 N_L 과 ΔA 는 각각 가상경계 점의 개수와 미소 면적을 나타낸다. 따라서 식(11)에서 구해진 $f_i^{n+1/2}$ 값을 식(5)에 대입하여 u_i^{n+1} 를 계산한다.

2.4 경계조건 및 검증

Fig. 1에는 수치계산에 사용된 계산영역 및 좌표계를 나타내었다. 입구 조건으로 속도 $u = U_\infty = 1$, $v = 0$ 으로 일정하다고 가정하였다. 출구조건으로 $\partial u / \partial t + C \partial u / \partial x = 0$ 의 대류경계조건을 사용하였으며, 여기서 convective velocity인 C 는 출구평균속도를 사용하였다. 윗면과 아랫면의 조건으로 $u = U_\infty = 1$, $v = 0$ 이 부가되어졌다. 실린더 표면에서는 No-slip 경계 조건을 부가하였다. 계산 영역은 실린더를 중심으로 입구, 출구 및 수직 방향으로 각각

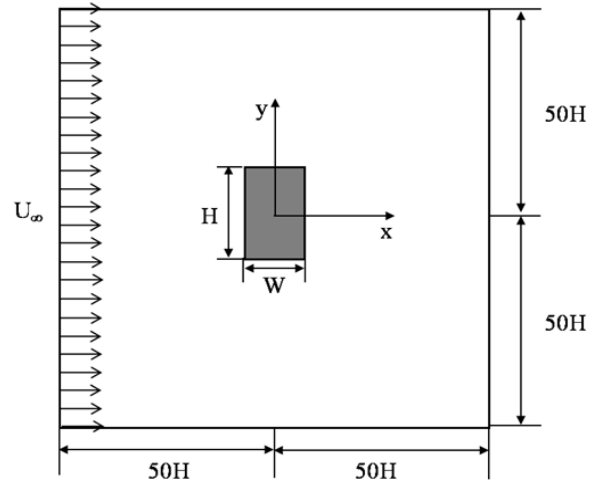


Fig. 1 Schematic diagram for computational domain and coordinate system.

50H이다. 전 계산 영역에 걸쳐 $800 \times 800(x \times y)$ 의 격자를 사용하였으며, 실린더 주위에는 $400 \times 400(x \times y)$ 의 균일한 격자를 분포시켰다.

수치해석 방법의 타당성을 검증하기 위하여 $Re = 100$ 과 200 에서 정사각실린더 주위의 유동장의 계산 값들을 선행 연구들과 비교하였다. Strouhal 수 (St), 평균 항력 계수 ($\overline{C_D}$), 양력 계수의 RMS(Root Mean Square) 값 ($C_{Lr.m.s}$)들은 기존의 수치 및 실험 결과 값들과 잘 일치함을 Table 1에서 확인할 수 있다.

3. 결과 및 고찰

Fig. 2에는 $Re = 50, 100$ 과 150 일 때 종횡비(W/H)에 따른 Strouhal 수(St)의 변화를 나타내었다. $Re = 50$ 에서는 St 는 W/H 가 0.1 에서 1.0 까지 증가함에 따라 감소하는 경향을 보인다. $Re = 100$ 에서는 W/H

Table 1 Comparison of results of the present study and reference at $Re = 100$ and 200

| Re | Reference | St | $\overline{C_D}$ | $C_{Lr.m.s}$ |
|-----|--------------------------------|-------|------------------|--------------|
| 100 | Present | 0.141 | 1.435 | 0.157 |
| | Sohankar et al. ⁽⁴⁾ | 0.146 | 1.47 | 0.156 |
| | Cheng et al. ⁽¹⁰⁾ | 0.144 | 1.44 | 0.152 |
| 200 | Present | 0.151 | 1.433 | 0.370 |
| | Sohankar et al. ⁽⁴⁾ | 0.15 | 1.462 | 0.377 |
| | Cheng et al. ⁽¹⁰⁾ | 0.15 | 1.45 | 0.372 |

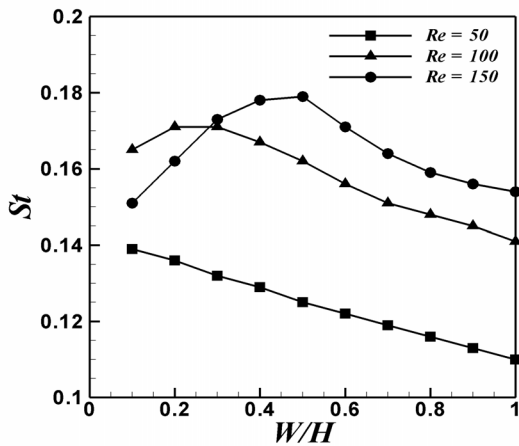


Fig. 2 Strouhal number as a function of width to height ratio at three different Reynolds numbers of 50, 100, 150.

가 0.1에서 0.2구간에서는 St가 증가하다가 W/H가 1.0까지 증가하면 St는 감소한다. Re = 150에서는 W/H가 증가할수록 St는 급격히 증가하다가 W/H가 0.5에서 최대값에 도달한다. W/H를 더욱 증가시키면 St는 감소한다.

실린더에서 떨어진 후류의 패턴을 관찰하기 위해서, Fig. 3에서는 Re = 50에서 서로 다른 W/H에서의 순간 와도 등고선을 보여주고 있다. 여기서, 실선과 점선은 양과 음의 와도를 각각 나타낸다. 실린더 상부와 하부에서는 음과 양의 와도가 형성되고, 후류에서는 two-row street of vortices가 생성된다. Fig. 3의 (a), (b)와 (c)를 살펴보면, W/H가 증가할수록 실린더 후류 영역에서 와의 길이는 길어진다. 이로 인해 St가 감소한다.

Fig. 4는 Re = 100에서 서로 다른 W/H에서의 순간 와도 등고선을 보여주고 있다. 먼저, Fig. 3과 Fig. 4를 비교해 보면 Re = 100에서도 실린더 후류 영역에서 two-row street of vortices가 생성되는 것을 확인할 수 있다. 하지만, Re의 증가로 관성력이 증가함으로 유동의 박리가 일찍 일어나게 된다. 따라서 와의 길이가 감소하게 되고 St는 커지게 된다. 하지만, Re = 50의 경우와 달리 W/H = 0.1인 경우가 W/H = 0.2인 경우보다 St가 작다. Fig. 4(a)와 (b)에서 확인할 수 있듯이 W/H = 0.1인 경우가 W/H = 0.2인 경우보다 실린더 상부의 음의 와가 실린더 후면으로 더 많이 roll-down이 진행되므로 와의 분계의 주기가 더 커지기 때문이다. Fig. 4의 (c), (d)와 (f)를 비교해보면, Re = 50인 경우와 마찬가지로

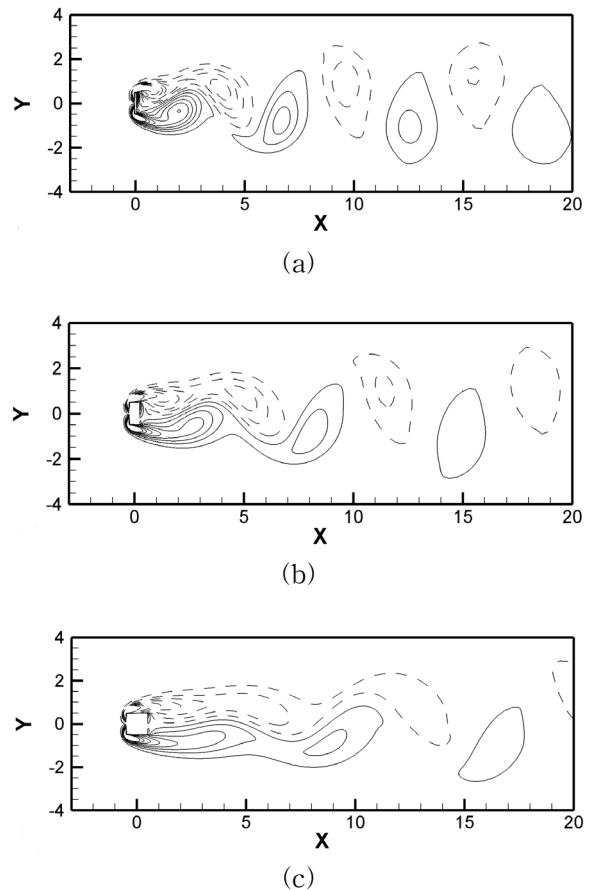


Fig. 3 Instantaneous vorticity contours for the different W/H of (a) 0.1, (b) 0.5 and (c) 1.0 at Re = 50.

W/H가 증가함에 따라 실린더 후류에서의 와의 길이는 길어지므로 St가 감소하는 경향을 보인다.

Re = 150에서의 서로 다른 W/H에서의 순간 와도 등고선은 Fig. 5에서 확인할 수 있다. Re = 150에서도 Re = 50, 100과 같이 실린더 후류 영역에서 two-row street of vortices가 생성되는 것을 확인할 수 있다. W/H가 0.1인 Fig. 5(a)와 W/H가 0.5인 Fig. 5(c)를 살펴보면, 와의 x방향의 간격은 W/H = 0.5인 경우가 더 큰 것을 알 수 있다. 하지만, W/H = 0.1에서는 실린더 상부에 형성된 음의 와가 실린더 후면으로 roll-down이 진행되므로 와의 y방향의 간격이 실린더 상부의 음의 와가 실린더 후면에서 떨어진 곳에서 roll-down이 일어나는 W/H = 0.5인 경우보다 길게 된다. 이러한 이유로 Re = 150에서 W/H가 0.1인 경우가 0.5인 경우보다 St가 작은 것이다. W/H = 0.5에서 1.0사이의 구간에서는 Fig. 5의 (c), (d)와 (e)의 비교를 통해 W/H가 증가함에 따라 후류영역에서 와의 y방향 간격은 비슷하고 x

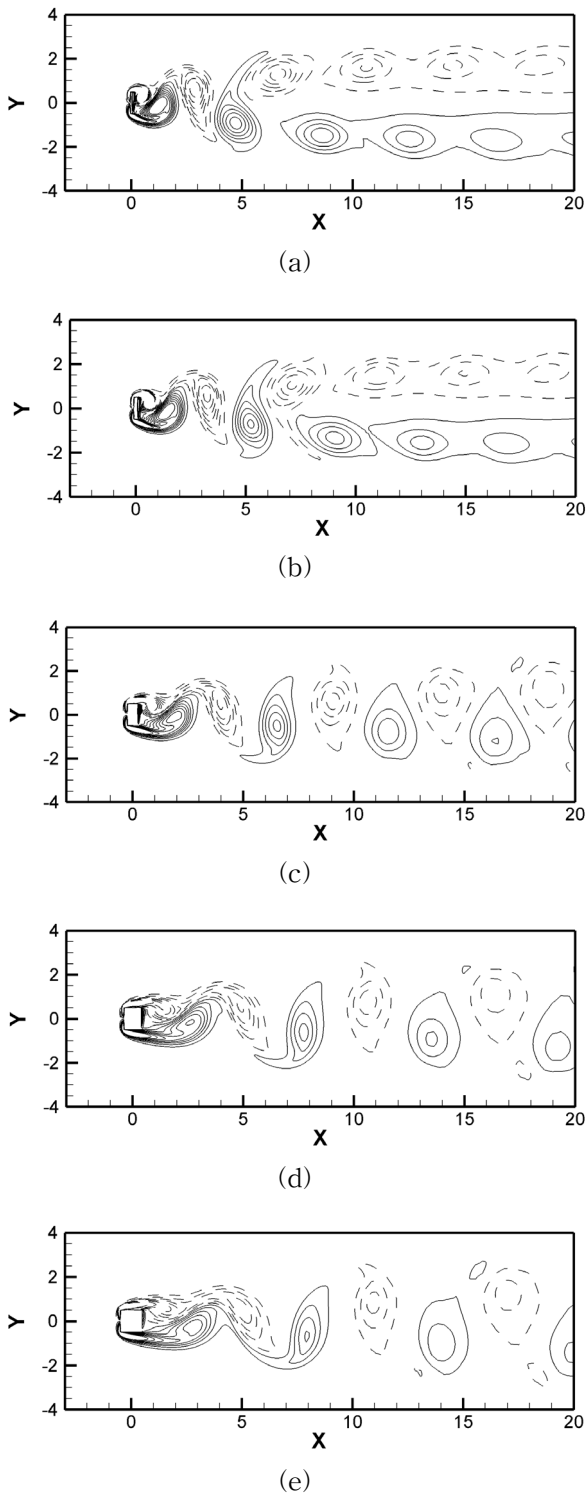


Fig. 4 Instantaneous vorticity contours for the different W/H of (a) 0.1, (b) 0.2, (c) 0.5, (d) 0.8 and (e) 1.0 at $Re = 100$.

방향 간격은 길어짐을 확인 할 수 있다. 이로 인해 St 가 감소한다.

Fig. 3~Fig. 5를 보면 각각의 W/H에서 Re 가 증

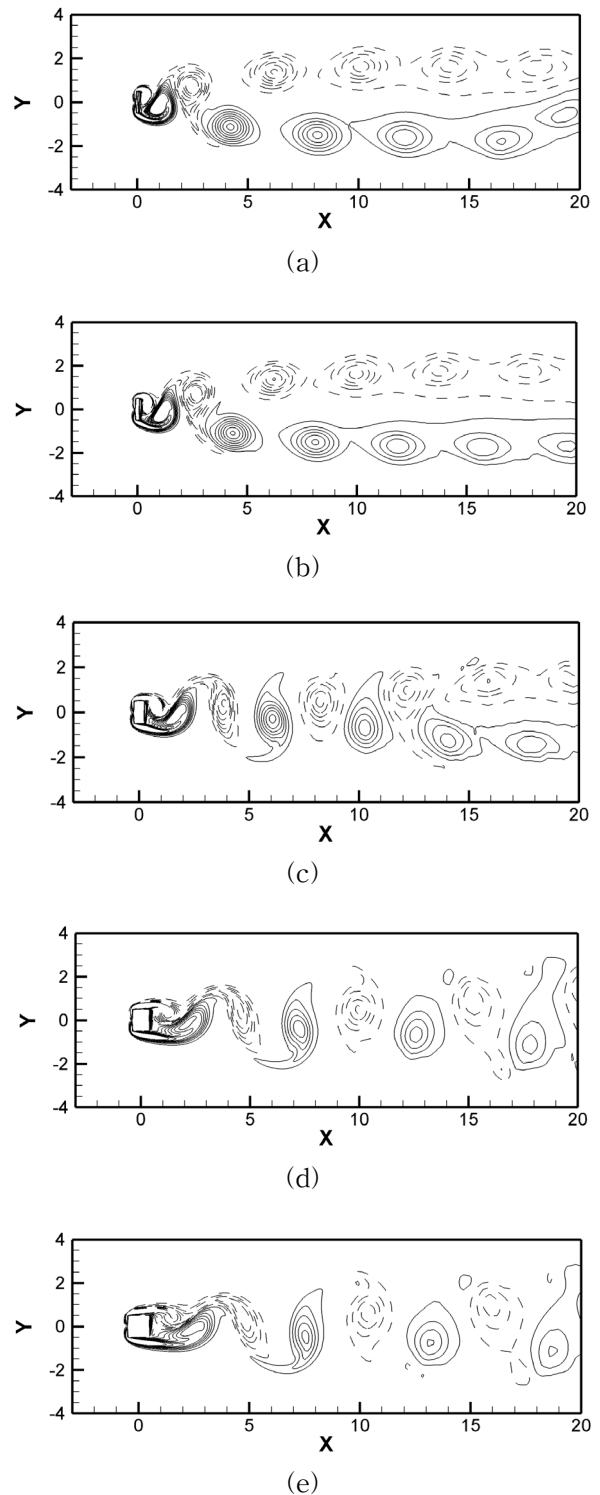


Fig. 5 Instantaneous vorticity contours for the different W/H of (a) 0.1, (b) 0.2, (c) 0.5, (d) 0.8 and (e) 1.0 at $Re = 150$.

가함에 따라 실린더 후류 영역에서 와의 길이는 짧아지므로 St 는 증가하게 되고 와의 강도 증가로 인해 등고선의 밀도는 증가한다. 하지만, $Re = 150$ 이

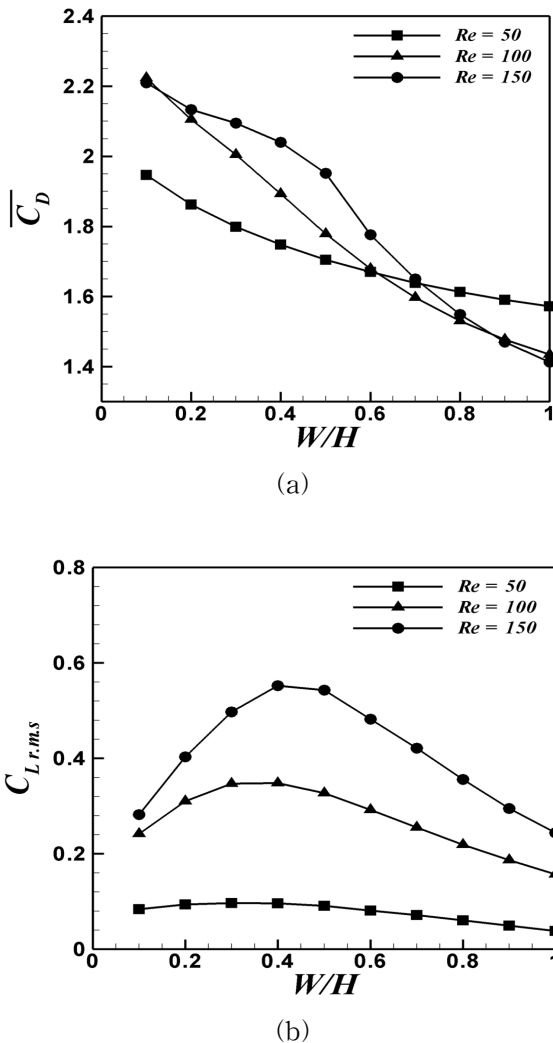


Fig. 6 (a) Time-averaged drag coefficient and (b) root-mean-square(RMS) values of lift coefficient as a function of width to height ratio at three different Reynolds numbers of 50, 100, 150.

고 $W/H = 0.1$ 과 0.2 인 Fig. 5(a)와 (b)를 살펴보면, $Re = 100$ 이고 $W/H = 0.1$ 과 0.2 인 경우를 나타내는 Fig. 4(a), (b)보다 실린더 상부의 음의 와가 실린더 후면의 하부쪽으로 더 많이 roll-down이 진행되므로 와의 분계의 주기가 더 커진다. 이로 인해 St 가 작음을 Fig. 2에서 확인할 수 있다.

$Re = 50, 100, 150$ 에서 모두 W/H 가 증가함에 따라 실린더 후면에 미치는 힘이 작아지므로 $\overline{C_D}$ 가 감소하는 경향을 Fig. 6(b)에서 확인할 수 있다. Fig. 6(b)은 세 가지 다른 Re 들에서 모두 W/H 가 0.1에서 0.4구간에서는 $C_{L,rms}$ 가 증가하다가 W/H 가 더 증가하면 $C_{L,rms}$ 가 감소하는 경향을 나타낸다. W/H

가 0.1에서 0.4로 증가하는 구간에서는 실린더 상부와 하부에서 형성되는 와가 실린더 후면에서 roll-down과 roll-up이 점점 강하게 일어나므로 $C_{L,rms}$ 가 증가한다. 하지만, W/H 가 더 증가하면 실린더 후면에서 떨어진 곳에서 와의 roll-down과 roll-up이 일어나므로 $C_{L,rms}$ 는 감소하게 된다. 또한, Re 가 증가할수록 관성력이 증가하므로 $C_{L,rms}$ 도 증가한다.

4. 결 론

본 연구에서는 가상경계법을 사용하여, 종횡비 변화에 따른 사각실린더 주위의 유동 특성에 관한 수치적 연구를 수행 하였다. 본 연구에서 고려한 종횡비(W/H)는 $0.1 \leq W/H \leq 1.0$ 이고 레이놀즈 수(Re)는 50, 100 그리고 150의 세 가지이다. 각각의 W/H 에서 Re 가 증가함에 따라 실린더 후류의 와의 길이가 감소하는 것을 확인할 수 있었다. 그리고 각각의 Re 에서 W/H 가 증가 할수록 와의 y 방향 간격이 달라짐을 알 수 있었다. 이상의 결과로부터, Re 와 W/H 가 사각 실린더 주위의 유동특성에 중요한 영향을 끼침을 알 수 있다.

후 기

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행되었다(No. 20901001302-09E0100-07110).

참고문헌

1. Okajima, A., 1982, Strouhal number of rectangular cylinder, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 123, pp. 379-398.
2. Okajima, A., 1990, Numerical simulation of flow around rectangular cylinders, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 33, pp. 171-180.
3. Norberg, C., 1993, Flow around rectangular cylinders : Pressure forces and wake frequencies, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 49, pp. 187-196.
4. Sohankar, A., Norberg, C., and Davidson, L., 1997, Numerical simulation of unsteady low-

- Reynolds number flow around rectangular cylinders at incidence, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 69-71, pp. 189-201.
5. Shimada, K. and Ishihara, T., 2002, Application of a modified $k-\epsilon$ model to the prediction of aerodynamic characteristics of rectangular cross-section cylinders, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 16, pp. 465-485.
 6. Uhlmann, M., 2005, An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 209, pp. 448-476.
 7. Choi, H. C. and Moin, P., 1994, Effect of the computational time step on numerical solutions of turbulent flow, *Journal of Computational Physics*, Vol. 113, pp. 1-4.
 8. Zang, Y., Street, R. L., and Koseff, J. R., 1994, A non-staggered grid, fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates, *Journal of Computational*
 9. Roma, A. M., Peskin, C. S., and Berger, M. J., 1999, An adaptive version of the immersed boundary method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 153, pp. 509-534.
 10. Cheng, M., Whyte, D. S., and Lou, J., 2007, Numerical simulation of flow around a square cylinder in uniform-shear flow, *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 23, pp. 207-226.