

# M-K 모델 기반의 박판금속 성형성 평가에서 물성의 영향에 대한 해석적 연구

Y. Lou<sup>1</sup> · 김석봉<sup>1</sup> · 허 훈<sup>#</sup>

## Analytical Study of the Effect of Material Properties on the Formability of Sheet Metals based on the M-K Model

Y. Lou, S. B. Kim, H. Huh

(Received August 10, 2010 / Revised October 12, 2010 / Accepted October 25, 2010)

### Abstract

This paper investigates the effect of material properties on the formability of sheet metals based on the Marciniak-Kuczynski model (M-K model). The hardening behavior of the material is modeled as the Hollomon model with the strain rate effect. The yield surfaces are constructed with Hosford79 yield function. The material properties considered in this study include the R-value, the strain hardening exponent, the strain rate hardening exponent, and the crystal structure of the material. The effect of the crystal structure on formability is roughly expressed as the change of the yield surface by varying the value of the exponent in Hosford79 yield function. Results show that the R-value affects neither the magnitude nor the shape of right hand side of forming limit diagrams (FLDs). Higher strain hardening exponent and higher strain rate hardening exponent improve the formability of sheet metals because they stabilize the forming processes.

**Key Words** : Forming Limit Diagram, Normal Anisotropy, Strain Rate, Sheet Metal Forming

### 1. 서 론

성형한계도(Forming limit diagrams; FLDs)는 Keeler[1] 와 Goodwin [2] 에 의하여 1960년대에 소개되었으며 과단을 유발하는 판면상의 임계 최대 주변형률 및 최소 주변형률의 값을 최대 및 최소 주변형률 평면상에 도시한 것이다. 성형한계도는 실험으로부터 얻을 수 있으나 이 경우 많은 시간과 비용이 소모될 수 있으므로 재료의 성형한계를 예측할 수 있는 많은 모델이 제안되었다. 이론적 예측모델로 Hill의 국부네키모델[3]과 Swift의 확산네키모델[4], Stören과 Rice의 항복곡선상의 정점이론[5], Bressan과 Williams의 국부 전단불안정이론[6,7] Marciniak과 Kuczynski 가 제안한 M-K모델

[8] 등이 대표적이며 실험적 예측모델로는 Keeler와 Brazier[9]와 Raghavan 등[10]의 한계평면변형률(FLC<sub>0</sub>) 예측모델이 있으며 대표 성형한계선(Keeler-Goodwin선와 NADDRG선[11])을 FLC<sub>0</sub>를 기준으로 이동시켜 예측하는 방법이다. 이상의 모델 중 특히 M-K모델은 여러 모델 중에서도 가장 널리 알려져 있으며 현재까지도 수많은 연구자들이 이 모델을 발전시켜 보다 정확한 성형한계를 예측하려는 연구를 활발히 수행 하고 있다.

이 모델은 이축평면신장을 받고 있는 판재에서 최대 주응력에 수직인 방향으로 초기 불안정성의 존재를 가정하였는데, 변형이 진행됨에 따라 초기 결함이 있는 홈(groove)내부에 변형이 집중되어 평면변형상태에 이르게 되는 과정으로 이축인장 영

1. KAIST 기계항공시스템학부

# 교신저자: KAIST 기계항공시스템학부,

E-mail: hhuh@kaist.ac.kr

역의 국부네키를 설명하였다. 수많은 연구자들 [12~14]이 M-K모델과 항복함수 및 물성의 영향을 고려하여 성형한계를 예측하였다.

본 연구에서는 성형한계도의 이축인장영역(RHS 또는 positive minor strain)을 정확히 예측하기 위하여 재료의 결정구조 및 물성의 영향을 고찰하였다. 이를 위하여 수직이방성을 고려한 Hosford79 항복함수 [15,16]를 M-K모델에 적용하였다. 결정구조는 Hosford79 항복함수에서의 지수값(BCC: 6, FCC: 8)을 고려하였으며 재료의 인장특성은 Hollomon 식으로 근사하여 변형률 및 변형률속도 경화의 영향을 고려하였다. 평면변형 및 등이축인장 시의 한계변형률에서 변형률경화 및 변형률속도경화의 영향을 파악하기 위하여 홈에서의 변형률 경로(strain path)의 변화를 고찰하였다. 변형률경화 및 변형률속도경화 지수를 다양하게 부여하여 이축인장영역에서의 성형한계선의 기울기의 변화를 비교하였다.

## 2. 이론식

### 2.1 M-K 모델

M-K모델에서는 Fig. 1과 같이 이축으로 평면신장을 받고 있는 판재에서 최대 주응력에 수직인 방향으로 발생하는 홈(groove)에서의 초기결함을 가정한다[5]. 초기결함(initial imperfection)은 두께비로서 다음과 같이 표현된다.

$$f_0 = t_{b0}/t_{a0} \quad (1)$$

본 연구에서  $f_0$ 의 값으로 0.998을 부여하였다. 홈 외부의 응력비(stress ratio)는 일정한 값을 가지며 다음과 같다.

$$\alpha_a = \sigma_{a2}/\sigma_{a1} \quad (2)$$

유동법칙(flow rule)에 따르면 변형률의 증가 방향은 항복면에 수직이며, 응력비가 일정하고 등방경화가 발생한다고 가정하면 홈 외부의 변형률비(strain ratio) 또한 일정하며 다음과 같다.

$$\beta_a = d\epsilon_{a2}/d\epsilon_{a1} \quad (3)$$

응력비와 변형률비의 관계는 항복함수 및 함수의

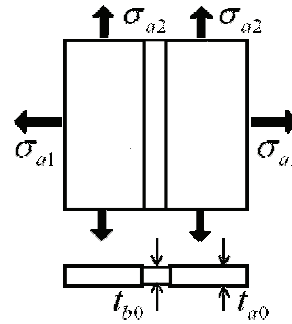


Fig. 1 Schematic illustration of the M-K model

지수 또는 계수에 의하여 결정된다. 홈의 내부와 외부의 물성 사이에는 두 개의 관계가 있으며 먼저 홈에 평행인 변형률은 다음 식과 같이 동일해야 한다.

$$\Delta\epsilon_{a2} = \Delta\epsilon_{b2} \quad (4)$$

둘째로 홈에 수직방향으로의 하중은 홈 내부와 외부에서 서로 동일해야 하며 다음과 같다.

$$T_{a1} = T_{b1} \Rightarrow \sigma_{a1}t_{a0} \exp(\epsilon_{a3}) = \sigma_{b1}t_{b0} \exp(\epsilon_{b3}) \quad (5)$$

수치해석적인 해를 얻기 위하여 홈 내부에 미소 변형률 증분량  $\Delta\epsilon_{b1}$ 를 부과하였으며 이에 따른 홈 외부의 미소 변형률  $\Delta\epsilon_{a1}$ 를 식 (4)와 (5)의 변형률, 하중 관계를 이용하여 결정하였다. 변형이 진행됨에 따라 홈 내부의 변형률 상태는 평면변형 상태로 접근하게 되며 변형률 증분비인  $\Delta\epsilon_{a1}/\Delta\epsilon_{b1}$ 이 0.1 보다 더 작아질 경우 네키가 발생하는 것으로 설정하였다.

### 2.2 응력-변형률 관계식

박판 금속재료의 변형률경화 및 변형률속도경화 거동은 다음의 Hollomon 식으로 표현하였다.

$$\bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^n\dot{\bar{\epsilon}}^m \quad (6)$$

여기서  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\epsilon}$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $m$ 은 각각 유효응력, 유효변형률, 응력계수, 변형률경화 지수 및 변형률속도경화 지수를 의미한다. 각 계수는 박판 금속에 대한 정적 및 동적 인장시험을 수행하여 변형률속도에 대한 응력-변형률선도를 얻은 후 구할 수 있다. 시험을 통한 계수 결정 및 검증과정은 향후에 수행될 예정이

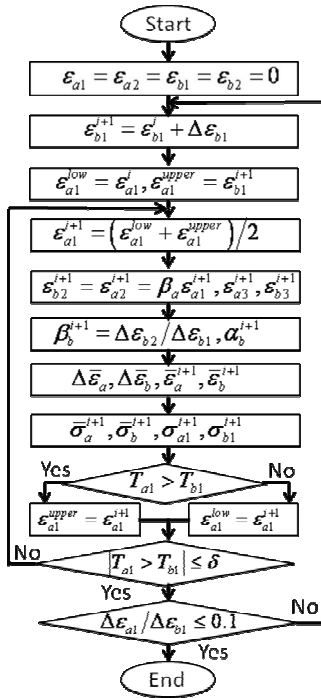


Fig. 2 Flow chart for formability evaluation of sheets

며 본 연구에서는 계수, 특히  $n$ -값과  $m$ -값이 성형성에 미치는 영향에 대한 해석적인 결과를 얻었다.

### 2.3 항복함수

본 연구에서는 M-K 모델에 Hosford79 비이차 이방성 항복함수 (non-quadratic anisotropic yield function)를 적용하였으며 항복함수의 형태는 다음과 같다[9].

$$|\sigma_{xx}|^a + |\sigma_{yy}|^a + R|\sigma_{xx} - \sigma_{yy}|^a = (1+R)\bar{\sigma}^a \quad (7)$$

여기서  $a$ 는 재료의 결정구조에 대하여 결정되는 지수이며 BCC, FCC 재료에 대하여 각각 6과 8의 값을 가진다. 수치해석을 위하여 응력비, 변형률비 및 소성일의 증가함수는 다음과 같이 정리된다.

$$\sigma_{xx}/\bar{\sigma} = \left( (1+R) / \left( 1 + |\alpha|^a + R|1-\alpha|^a \right) \right)^{1/a} \quad (8)$$

$$\beta = \left( \alpha^{a-1} - R(1-\alpha)^{a-1} \right) / \left( 1 + R(1-\alpha)^{a-1} \right) \quad (9)$$

$$\bar{\sigma} d\bar{\epsilon} = (1+\alpha\beta)\sigma_{xx} d\epsilon_{xx} \quad (10)$$

### 2.4 성형한계도 수치해석

흙 외부영역의 변형이 없으므로 응력비( $\alpha_a$ )와

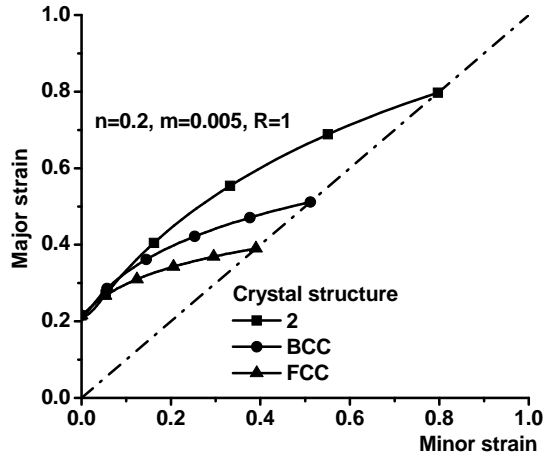


Fig. 3 Effect of crystal structures on FLDs

변형률비( $\beta_a$ )는 상수로 둔다. 흙에서의 변형률 증가량인  $\Delta\epsilon_{b1}$ 을 고려하여 한계변형률의 수치해석을 수행한다. 두께비,  $f_0$ 가 1보다 작으므로 흙 외부의 변형률 증가량,  $\Delta\epsilon_{a1}$ 은  $\Delta\epsilon_{b1}$ 보다 작다. 수치 해석 절차는 다음과 같다. 1)  $\Delta\epsilon_{a1}$ 의 값은 0과  $\Delta\epsilon_{b1}$ 사이의 값으로 가정, 2) 이 값과 상수  $\beta_a$ 로  $\Delta\epsilon_{a2}$ 를 계산, 3) 적합 조건인  $\Delta\epsilon_{a2} = \Delta\epsilon_{b2}$ 을 사용하여  $\alpha_b$ 과  $\beta_b$ 를 계산, 4) 유효소성변형률  $\bar{\epsilon}_a$ ,  $\bar{\epsilon}_b$ 과 소성일 증가량으로  $\Delta\bar{\epsilon}_a$ ,  $\Delta\bar{\epsilon}_b$ 을 계산, 5) 응력-변형률 관계식으로 유효응력  $\bar{\sigma}_a$ 과  $\bar{\sigma}_b$  계산, 6)  $\sigma_{a1}$ ,  $\sigma_{b1}$ 의 주응력 계산, 7) 체적일정 법칙으로 두께변형률  $\epsilon_{a3}$ ,  $\epsilon_{b3}$  계산, 8) 두께변형률을 하중평형식인 식(5)에 치환하여 비교, 9) 하중평형식이 만족할 때까지 과정을 되풀이하여  $\Delta\epsilon_{a1}$ 을 조정한다. 이 과정에서  $\Delta\epsilon_{a1}/\Delta\epsilon_{b1}$ 이 얻어지며 그 값이 0.1보다 작아질 때까지  $\Delta\epsilon_{b1}$  값을 반복적으로 부여한다. 이상의 성형성평가 과정을 나타낸 순서도는 Fig. 2와 같다.

## 3. 결과 및 토의

### 3.1 성형한계도에서 결정구조의 영향

성형한계도에서 결정구조의 영향을 고찰하기 위하여 Hosford79 항복함수의 지수를 변화시켰다. 지수의 값으로 2(Hill48 항복함수와 동일), 6(BCC), 8(FCC)을 적용하였으며 그때의 성형한계도는 Fig. 3와 같다. 변형률경화 및 변형률속도경화 지수 등 다른 조건은 동일하게 하고 항복함수의 지수 값만 다르게 하였다. 평면변형 조건에서의 한계변형률( $FLD_0$ )은 결정구조의 영향을 거의 받지 않으나 이

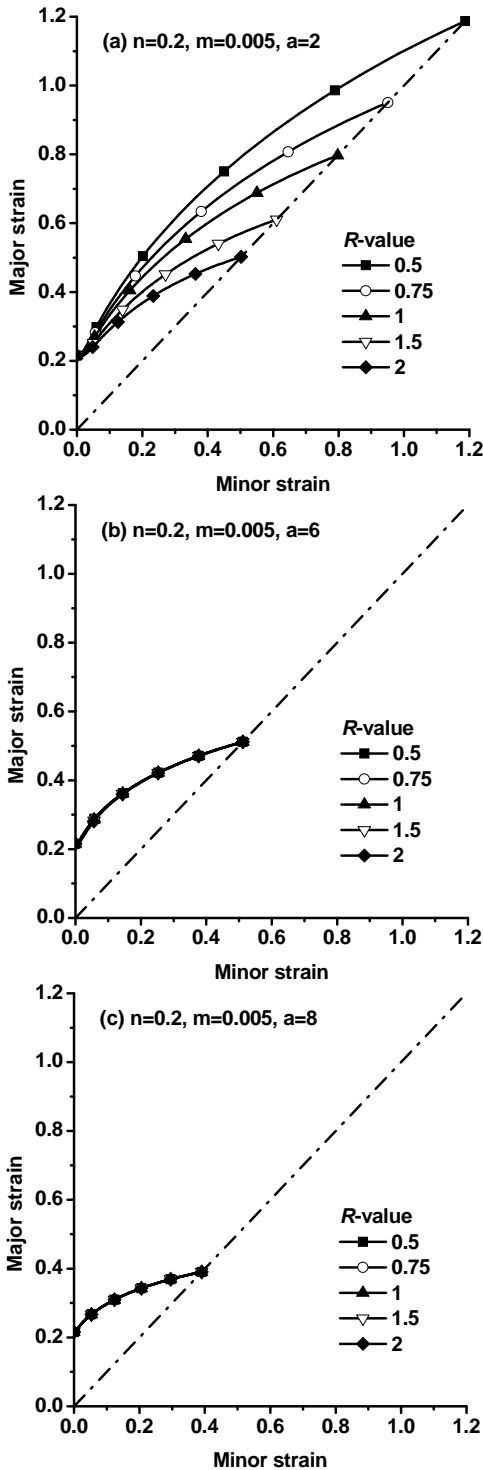


Fig. 4 The effect of R-values on FLDs for different exponent values: (a) a=2; (b) a=6; (c) a=8

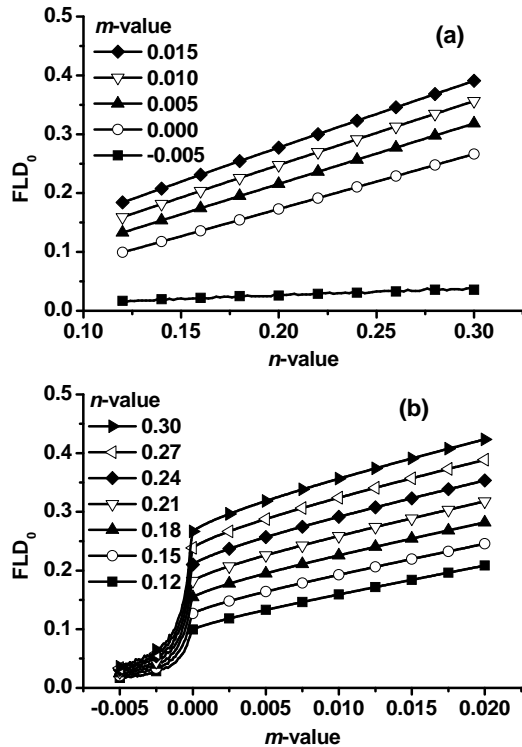


Fig. 5 The effect of material properties on FLD<sub>0</sub>: (a) n-value; (b) m-value

축인장영역의 경우 지수 값이 커짐에 따라 성형한계가 큰 폭으로 감소함을 알 수 있다.

### 3.2 성형한계도에서 R-값의 영향

박판금속의 소성이방성인 R-값이 재료의 성형한계에 미치는 영향을 고찰하였으며 Fig. 4과 같다. Hosford79 항복함수의 지수 a가 2일 경우 이축인장영역에서 R-값이 변함에 따라 성형성이 큰 폭으로 변함을 알 수 있다. 이에 반해 a가 6과 8일 경우 R-값이 성형한계에 미치는 영향이 거의 없으며 결국 Hosford79 항복함수를 M-K 모델에 적용할 경우 BCC, FCC 재료에 대하여 R-값의 영향이 거의 없음을 알 수 있다.

### 3.3 성형한계도에서 n과 m의 영향

#### 3.3.1 평면변형조건에서 한계변형률

재료의 물성인 변형률경화 지수 n 과 변형률속도경화 지수 m 이 평면변형조건에서의 한계변형률(FLD<sub>0</sub>)에 미치는 영향을 고찰하였으며 이는 Fig. 5와 같다. n-값이 커질수록 FLD<sub>0</sub>가 선형으로 증가

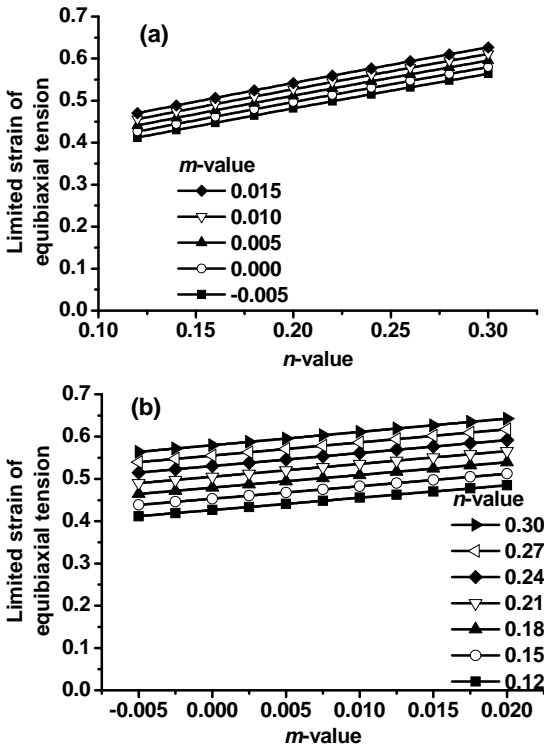


Fig. 6 The effect of material properties on limited strain of equibiaxial tension: (a)  $n$ -value; (b)  $m$ -value

한다.  $m$ -값이 양인 경우  $FLD_0$ 가 선형으로 증가하나  $m$ -값이 음인 경우, 즉 음의 변형률속도 민감도를 가지는 재료의 경우  $FLD_0$ 가 큰 폭으로 감소하여 성형성이 현저히 감소함을 알 수 있다.

### 3.3.2 등이축인장조건에서 한계변형률

재료의 물성인 변형률경화 지수  $n$  과 변형률속도경화 지수  $m$  이 등이축인장 한계변형률에 미치는 영향을 고찰하였으며 이는 Fig. 6와 같다. 등이축인장 한계변형률의 경우  $n$ -값과  $m$ -값이 증가함에 따라 선형으로 증가하는 것을 확인 할 수 있으며 평면변형에서의  $FLD_0$ 와 달리 음의 변형률속도 민감도의 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

### 3.3.3 성형한계선의 기울기

$n$ -값과  $m$ -값이 이축인장영역에서 성형한계선의 기울기에 미치는 영향을 고찰하였으며 이는 Fig. 7과 같다. 여기서 기울기란  $n$ -값과  $m$ -값에 따른  $FLD_0$ 와 등이축인장 한계변형률 값을 잇는 직선의

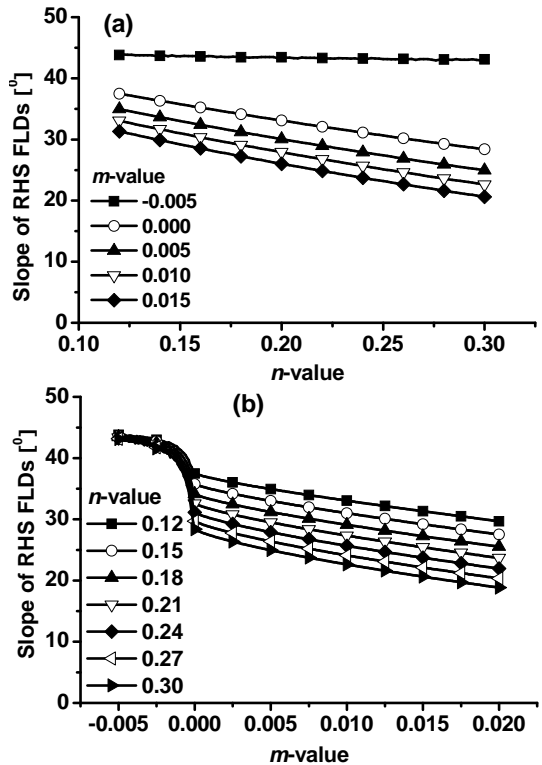


Fig. 7 The effect of material properties on the slope of RHS FLDs: (a)  $n$ -value; (b)  $m$ -value

기울기를 말하며 기울기가 크다는 것은 평면변형 조건에서 등이축인장 조건으로 갈수록 한계변형률의 값의 변화가 크다는 것을 의미한다.

$n$ -값이 증가함에 따라 성형한계선의 기울기가 감소하며 음의 변형률속도 민감도를 가지는 재료의 경우  $n$ -값에 따른 기울기의 변화가 적다.  $m$ -값이 증가함에 따라 전체적으로 기울기가 감소하며 변형률속도 민감도가 음에서 양으로 가는 경계에서 큰 폭의 기울기 변화를 보인다.

## 4. 결론

본 연구에서는 M-K 모델에 Hosford79 항복함수를 적용하여 물성이 재료의 성형성에 미치는 영향을 평가하였다. 본 연구를 통하여 얻은 결과를 다음과 같다.

- (1) Hosford79 항복함수의 지수를 BCC, FCC에 대하여 각각 6과 8로 부여하였을 때  $R$ -값은 재료의 성형성에 영향을 주지 않는다.
- (2) 변형률경화 지수와 변형률속도경화 지수가

증가함에 따라 평면변형 및 등이축인장 조건에서의 한계변형률 증가하며 성형한계선의 기울기가 감소하는 경향을 보인다.

### 참 고 문 헌

- [1] S. P. Keeler, W. A. Backhofen, 1964, Plastic instability and fracture in sheet stretched over rigid punches, *ASM Trans. on Quarterly*, Vol. 56, pp. 25~48.
- [2] G. M. Goodwin, 1968, Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop, In: *SAE Tech. Paper*, No. 680093.
- [3] R. Hill, 1952, On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 1, pp. 19~30.
- [4] H. W. Swift, 1952, Plastic instability under plane stress, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 1, pp. 1~18.
- [5] S. Stören, J. R. Rice, 1975, Localized necking in the sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 23, pp. 421~441.
- [6] J. D. Bressan, J. A. Williams, 1983, The use of a shear instability criterion to predict local necking in sheet metal deformation, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 25, pp. 155~168.
- [7] G. Jun, 1990, An extension of shear instability model on localized necking, *ICTP*, pp. 1293~1298.
- [8] Z. Marciniak, K. Kuczynski, 1967, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 9, pp. 609~620.
- [9] S. P. Keeler, W. G. Brazier, 1975, Relationship between laboratory material characterization and press shop formability, *Microalloying 75*, New York, pp. 517~530.
- [10] K. S. Raghavan, R. C. Van Kuren, H. Darlington, 1992, Recent progress in the development of forming limit curves for automotive sheet steels, *SAE920437*.
- [11] B. S. Levy, 1996, A comparison of empirical forming limit curves for low carbon steel with theoretical forming limit curves of Ramaekers and Bongaerts, *IDDRG WG3, Ungarn*, pp. 13~14.
- [12] A. Parmar, P. B. Mellor, 1978, Prediction of limit strains in sheet metal using a more general yield criterion, *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 20, pp. 385~391.
- [13] A. Graf, W. F. Hosford, 1990, Calculations of forming limit diagrams, *Metall. Mater. Trans. A*, Vol. 21, pp. 87~94.
- [14] D. Banabic, E. Dannenmann, 2001, Prediction of the influence of yield locus on the limit strains in sheet metals, *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 109, pp. 9~12.
- [15] W. F. Hosford, 1979, On the yield loci of anisotropic cubic metals, 7th North Am. Metalworking Conf., SME, Dearborn, MI, pp. 191~197.
- [16] R. Logan, W. F. Hosford, 1980, Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming <111> pencil glide, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 22, pp. 419~430.