

論文

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2011.39.11.1021>

혼합 추력 방식의 지구-달 최적 전이궤적 설계인자에 따른 비교연구

이대로*, 노태수**, 이지만***, 전경언***

A Parametric Study on Optimal Earth-Moon Transfer Trajectory Design Using Mixed Impulsive and Continuous Thrust

Daero Lee*, Tae Soo No**, Ji Marn Lee*** and Gyeong Eon Jeon***

ABSTRACT

This paper presents the results of a parametric study for the design of optimal Earth-Moon transfer trajectory using mixed impulsive and continuous thrust. Various types of the optimal Earth-Moon transfer trajectories were designed by adjusting the relative weight between the impulsive and the continuous thrust, and flight time. Two very different transfer trajectories can be obtained by different combination of design parameters. Furthermore, it was found that all thus designed trajectories permit the ballistic capture by the Moon gravity. Finally, the required thrust profiles are presented and analyzed in detail.

초 록

본 논문은 혼합 추력 방식의 지구-달 최적 전이궤적의 설계를 위하여 설계인자에 따른 비교연구를 수행하였다. 지구 및 달의 인력을 동시에 고려하는 평면상 원형 제한 3체 궤도 운동 모델을 바탕으로 지구 출발시에는 순간 추력을, 지구-달 천이 과정 및 달 임무궤도 투입시에는 연속 추력을 사용하는 혼합형 궤적전이 방법을 적용하였다. 설계 인자로 설정된 추력 가중치와 비행시간의 다양한 조합에 따라 지구 출발시 Direct Departure 및 Spiral Departure Trajectory, 달 도착시 무추력 투입(Ballistic Capture)이 가능한 전이궤적을 설계하였고, 각 궤적에 필요한 순간 및 연속 추력 요구량을 상세히 제시하였다.

Key Words : Earth-Moon Transfer Trajectory(지구-달 전이궤적), Impulsive Thrust(순간 추력), Continuous Thrust(연속 추력), Planar Circular Restricted Three Body Problem(평면 원형 제한 3체 문제), Optimization(최적화), Parametric Study(설계인자에 따른 비교연구)

I. 서 론

인류 달 탐사의 시작은 과거 냉전시대의 미국과 구소련에 의해 자국의 우월성과 국력과시를 목적으로 주도되었다. 그러나 21세기는 달 탐사 목적에 대한 인식의 대전환을 맞이하고 있다. 최근의 달 탐사는 자원개발과 과학기술의 개발과정에서 얻을 수 있는 기술적, 경제적 이점 등을 목적으로 달 탐사 연구가 이루어지고 있다. 따라서, 달 탐사의 의의와 명분이 더욱 분명해진 제 2의 우주 경쟁시대가 도래했다고 볼 수 있다.

† 2011년 6월 27일 접수 ~ 2011년 10월 26일 심사완료

* 정회원, 전북대학교 풍력에너지전력망 적응기술연구센터

** 정회원, 전북대학교 항공우주공학과
교신저자, E-mail : rotthee@chonbuk.ac.kr
전북 전주시 덕진구 덕진동 1가 664-14

*** 정회원, 전북대학교 항공우주공학과 대학원

달 탐사 고려시 중요한 요소인 지구-달의 전이궤적 설계는 추진 시스템에 따라 일반적으로 Impulse Maneuver와 Continuous Maneuver로 구분할 수 있다. Hohmann Transfer, Bi-elliptic Transfer, Weak Stability Boundary(WSB) 등과 같이 고체 추진 로켓의 반복적 재점화를 통한 Multiple Impulsive Maneuver[1,2]를 이용한 방법과 이온 및 전기 추력기 등과 같이 추력의 크기는 작지만 장시간 추력을 발생시킬 수 있는 저추력기를 이용한 전이궤적 설계 방법이 있다. 그러나 장기간 연속으로 작동하는 저추력기를 사용하는 경우는 전이궤적의 형태가 나선형 모양으로 비행시간이 수십 일에서 수백 일이 소요되는 단점이 있다[3,4].

기존의 지구-달 전이궤적의 설계 사례를 살펴보면, Pierson과 Kluever[5]은 3단계로 분류하여 처음은 최적의 저추력을 이용한 지구 탈출 및 달에 의한 포획 단계, 모든 자유비행과 경계조건들 사이에 최소 연료 궤적을 계산하는 단계, 마지막으로 전체 최적의 최소 연료 궤적이 풀이되는 단계로 지구-달 전이궤적을 설계하였다. Kluever와 Pierson[6]은 시간에 대한 3차원 추진 방향각을 제어 인자로 설정하고 직/간접법(Direct/Indirect) 최적화 기법을 혼합한 방식으로 연료가 최소로 요구되는 지구-달 전이궤적을 설계하였다. Belbruno와 Miller[7]은 Weak Stability Boundary(WSB)를 이용한 Low Energy Earth-to Moon 전이를 설계하기 위한 방법을 제안하였다. WSB 전이궤적은 달 임무궤도에 진입하고 추가 추력 없이 자연스런 포획, 소위 무추력 투입(Ballistic Capture)이 가능하다. Koon et al.[4]은 태양-지구와 지구-달의 두 개의 연동된 평면상의 3체문제를 다루었고, 주기적인 궤도의 Invariant Manifolds를 이용한 Low Energy Earth-to Moon 전이를 다시 산출하였다. Yagasaki[8]는 최적 전이문제를 비선형 경계값 문제(Boundary Value Problem)로 변형하여 적정한 비행시간에 대한 연료 최소화 지구-달 전이 문제를 연구하였다.

최적화 제어 문제를 구하는 방법에는 최적화 조건에 근거한 간접법(Indirect)과 비선형 프로그래밍 문제로 변환하는 직접법(Direct)이 있다. 간접법은 이점 경계치 문제(Two-Point Boundary Value Problem: TPBVP)로 귀결되며 그 풀이 과정에는 수치 적분 과정이 필수적이다. TPBVP는 제어 및 상태변수 외에 추가적으로 costate 개념이 도입되어, 구해야 할 변수의 개수가 늘어나는 단점이 있다. 그러나 간접법은 직접법에 비하여 종종 빠른 수렴성을 보여 주고 일반적으로 함수 계산량이 적은 장점이 있다. 이러

한 장점 때문에 초기의 많은 최적화 연구가 간접법에 집중되었고 여러 저추력 문제들[9-11]에 성공적으로 적용되어 왔다. 한편 간접법 주요 단점은 TPBVP의 Adjoint Variable에 대한 초기 추정에 대한 필요조건과 Euler-Lagrange Equation의 민감도 그리고 최적화에 자주 발생하는 불연속성이다. 간접법의 대안으로서 직접법이 제안되었으며, 이 방법에서는 변분법 문제를 비선형 프로그래밍으로 재구성하고 성능지표(Performance Index)를 최소화하기 위한 이산 최적화 문제로 변환한다. 대표적인 직접법으로서 Direct Transcription and Collocation [12-14]이 있다. 이 방법은 비선형문제의 모든 설계 변수, 성능지수, 구속식을 이산화 하여 최적화 하려고 하는 시간을 특정 시간 간격으로 구분한 점인 노드(Node)에서 상태 및 제어 변수의 값을 구한다.

본 연구는 참고문헌[15]에 있는 선행연구의 핵심적 성과를 기반으로 추가적인 연구 결과를 제시하는데 목적이 있다. 선행연구는 지구-달의 인력을 동시에 고려한 평면상의 3체 궤도 운동 모델링으로 순간 추력 및 연속 추력을 혼합하여 지구 출발, 지구-달 천이, 달 임무궤도 투입을 동시에 고려한 전이궤적의 설계 방법을 제안하였다. 이를 위하여 최적화 문제를 비선형 프로그램 문제로 변환하는 Direct Transcription and Collocation 방식에 근거한 직접법을 이용하였다. 그러나 선행연구는 순간 및 연속 추력 상대 가중치와 비행시간을 특정 값에서 고정한 사례 연구에 국한되어 있다.

한편 본 연구에서는 설계인자인 순간 추력의 연속 추력에 대한 상대 가중치와 비행시간을 조정하여 보다 다양한 형태의 지구-달 최적 전이궤적을 설계하였다. 지구의 인력권을 벗어나 지구-달의 천이 궤적에 진입하는 여러가지 형태의 궤적설계가 이루어짐을 확인할 수 있었다. 달 도착시에는 추가적인 추력을 사용하지 않고 달의 인력권에 부드럽게 포획되도록 하는 무추력 궤도 투입 조건(Ballistic Capture)을 만족하는 전이궤적 설계가 가능함을 보였다. 또한, 다양한 지구-달 전이궤적의 설계 결과에 따른 추력 요구량 및 전이궤적 형태를 상세히 제시하였다.

II. 모델링 및 문제 정립

2.1 3체 궤도 운동 모델링

지구-달 전이궤도의 설계 문제는 지구 및 달의 인력을 동시에 고려해야 하는 3체 궤도 운동으로 이해되어야 하며, 본 논문에서는 지구에 대한 달 궤도 평면상에서 정의되는 소위, Planar Circular

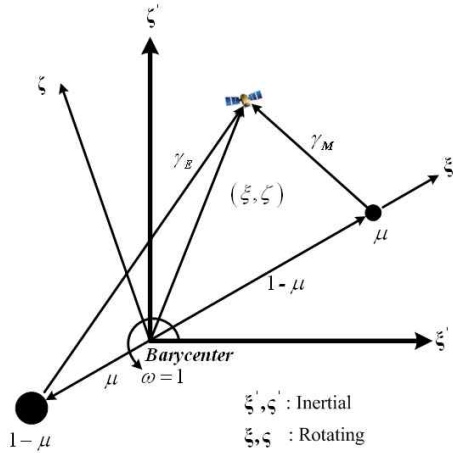


그림 1. Three Body Problem

Restricted Three Body Problem(PCRTBP) 궤도 모델링을 이용하였고, 자세한 수식의 유도 과정은 참고문헌[15]에 잘 정리되어 있으므로, 여기에서는 다음과 같이 필요한 수식만 간략히 제시하였다.

$$\ddot{\xi} = \xi + 2\dot{\zeta} - \frac{(1-\mu)}{\gamma_E^3}(\xi + \mu) - \frac{\mu}{\gamma_M^3}(\xi - 1 + \mu) + u_\xi \quad (1)$$

$$\ddot{\zeta} = \zeta - 2\dot{\xi} - \frac{(1-\mu)}{\gamma_E^3}\zeta - \frac{\mu}{\gamma_M^3}\zeta + u_\zeta \quad (2)$$

여기서

- μ : 제한 3체문제의 질량 비
- $\gamma_E = \sqrt{(\xi + \mu)^2 + \zeta^2}$: 지구-위성 거리
- $\gamma_M = \sqrt{(\xi - 1 + \mu)^2 + \zeta^2}$: 달-위성 거리

2.2 지구-달 최적 전이궤적 문제 정립

지구-달 최적 전이궤적 설계 문제는 궁극적으로 동적 최적화 문제(Dynamic Optimization Problem)로 정식화가 가능하다. 본 논문에서 고려하는 지구-달 최적 전이궤적 설계 문제에 있어서 시스템 지배 방정식은 앞서 설명한 바와 같이 식(1)과 (2)로 표현되는 3체 궤도 운동 모델링을 의미한다. 본 연구에서는 순간 추력 사용의 장점과 연속 추력의 장점을 최대한 고려하기 위하여 연속 및 순간 추력의 혼합 방식을 제안하였다. 따라서 연속 추력을 사용하여 수백일이 소요될 수 있는 전이 시간을 순간 및 연속 추력을 사용하여 수일로 단축할 수 있다. 순간 및 연속 혼합

추력 사용량을 최소화하기 위한 비용 함수 또는 성능지수[15]는

$$J = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Delta V_i^2 + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \sqrt{(u_\xi^2 + u_\zeta^2)} dt \quad (3)$$

와 같이 정의할 수 있다. 식(3)에서 ΔV_i 는 발사체 또는 위성에 장착된 로켓 추력에 의한 순간 속도 증분을 나타내며, (u_ξ, u_ζ) 는 연속 추력 발생이 가능한 추력기에 의한 가속도를 의미한다.

지구 출발 구속 조건

본 논문에서는 그림 2에 보인 바와 같이 반경이 r_E 인 지구 원형 주차궤도에서 출발하여 달 천이궤적으로 진입하는 것으로 가정하였다. 발사체나 자체 추력을 이용하여 궤도 접선 방향으로 ΔV_E 만큼의 속도 증가가 이루어진다[16]. 따라서 지구 출발시 설계변수는 ΔV_E 와 달에 대한 Phase 각도인 θ_E 이다.

달 도착 구속 조건

본 논문에서는 그림 3에 보인 바와 같이 반경이 r_M 인 달 중심의 원형 임무궤도에 투입되는 것으로 설정하였다. 이 경우, 투입시의 탐사선의 달 도착 조건은 달 임무궤도에 대응하는 반경과 속도가 요구되고, 원형궤도라는 추가적인 요구에 의하여 달에 대한 상대위치 및 상대속도 벡터는 서로 수직관계를 가져야 한다. 즉, 다음과 같은 3가지 구속 조건을 갖는다[15].

$$\sqrt{(\xi_f - 1 + \mu)^2 + \zeta_f^2} = r_M \quad (4)$$

$$\sqrt{(\xi_f - \zeta_f)^2 + (\zeta_f + \xi_f)^2} = V_M \quad (5)$$

$$(\xi_f - 1 + \mu) \cdot ((\xi_f - \zeta_f) + \zeta_f \cdot (\zeta_f + \xi_f)) = 0 \quad (6)$$

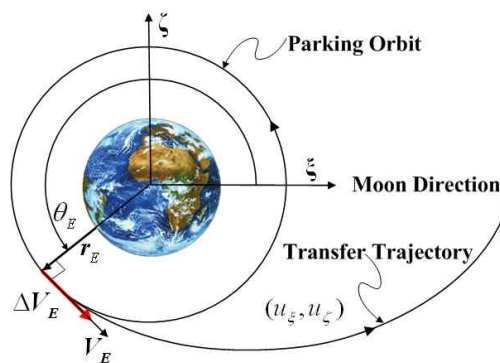


그림 2. Earth Departure

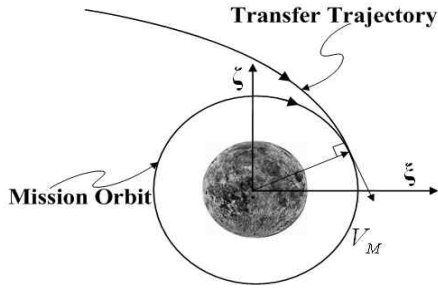


그림 3. Moon Arrival

지구-달 천이궤적 구속 조건

본 논문의 문제와 연계하여 주어진 지구 출발 시각을 제외하고 총 비행시간을 N 개의 Node로 간주하고 각 Node(또는 시각)에서의 상태 및 제어 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{x}_i = (\xi_i, \zeta_i, \dot{\xi}_i, \dot{\zeta}_i), \quad i=1,2,\dots,N: \text{위치 및 속도,}$$

$$\mathbf{u}_i = (u_{\xi,i}, u_{\zeta,i}), \quad i=1,2,\dots,N: \text{연속 추력 성분}$$

각 Node에서 상태 변수(위치 및 속도)는 식 (1)과 (2)로 표현되는 동적 구속식을 만족해야 한다. 즉, \mathbf{x}_i 는 독립 변수가 아니며, 그 이전 시각에서의 상태 및 제어 변수들, 그리고 동적 구속식에 의하여 결정되어야 함을 의미하고 일반적으로 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\delta \mathbf{x}_i = f(t_1, t_2, \dots, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{i-1}) \quad (7)$$

위 식을 구현하기 위한 수치적분 방법은 매우 다양하며, 본 논문에서는 Hermite-Simpson 방법 [12]에 의한 Implicit 적분 방법을 이용하였다. 각 시간에 따른 i^{th} Node에서(또는 시각 t_i 에서) 상태 변수를 \mathbf{x}_i , 제어 변수를 \mathbf{u}_i 라 정의하면, $i-1^{\text{th}}$ Node에서 상태 및 제어 변수를 이용한 수치적분을 통하여 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} - \mathbf{x}_i + \frac{h_i}{6} [f(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_{i-1}) + 4f(\mathbf{y}_i, \mathbf{u}_{i,c}) + f(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i)] \quad (8)$$

위 식에서 $h_i = t_i - t_{i-1}$ 이고, \mathbf{y}_i 와 $\mathbf{u}_{i,c}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{y}_i = \frac{1}{2}(\mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{x}_i) + \frac{h_i}{8} [f(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i) - f(\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_{i+1})] \quad (9)$$

$$\mathbf{u}_{i,c} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_{i-1} + \mathbf{u}_i) \quad (10)$$

식(8)는 결과적으로 서로 이웃한 Node에서 상태 변수들 사이의 구속식이며, 본 논문과 같이 각 N

개 Node를 사용하고, 각 Node에서 상태 변수는 4개, 제어 변수는 2개인 경우 총 $(6 \times N + 2)$ 개의 변수를 최적화 과정을 통하여 구하게 된다.

2.3 지구-달 최적 전이궤적 설계인자

본 연구에서 지구-달 최적 전이궤적의 설계를 위해 고려된 설계 인자는 순간 및 연속 추력 상대 가중치 α 와 비행시간 t_f 이다. 순간 및 연속 추력의 상대 가중치 α 에 따라 지구의 인력권을 바로 탈출하여 출발하는 직접 출발 궤적(Direct Departure Trajectory)과 나선형 궤적을 형성하면서 점진적으로 고도를 높여 지구 인력권을 벗어나는 나선형 출발 궤적(Spiral Departure Trajectory)이 설계될 수 있다. 비행시간 t_f 는 상대적 가중치 α 와 달리 지구에서 출발하는 천이궤적의 형태를 결정하지는 않지만 전이궤적의 형태를 변화시킬 수 있으므로 설계인자로 고려된다. 설계 인자들의 조절을 통해 Direct Departure Trajectory와 Spiral Departure Trajectory 형태에 대한 다양한 지구-달 최적 전이궤적 설계가 가능하다. 본 연구에서는 설계에 직접적 영향을 미치는 인자를 파악하고, 그 인자들이 전이궤적 설계의 결과에 미치는 영향을 상세하게 파악하고자 한다.

III. 최적 전이궤적 설계결과 비교 분석

3.1 Direct vs. Spiral Departure Transfer Trajectory

지구-달 최적 전이궤적의 설계시 설계 인자로 고려한 순간 및 연속 추력 상대 가중치 α 와 비행시간 t_f 에 따라 다양한 지구-달 최적 전이궤적이 존재할 수 있다. 그림 4는 지구 출발시 지구 인력권을 곧바로 벗어나 지구-달 천이궤적으로 투입되는 Direct Departure Trajectory와 나선형의 궤적을 형성하여 점진적으로 고도를 높여서 지구 인력권을 벗어나는 Spiral Departure Trajectory 전형적이 예를 보이고 있다.

표 1은 Direct Departure Trajectory 및 Spiral Departure Trajectory의 특징을 잘 나타내고 있다. 순간 추력의 연속 추력에 대한 상대적 가중치 α 가 작은 Direct Departure Trajectory는 가중치 α 가 큰 Spiral Departure Trajectory 경우에 비해 순간 추력인 ΔV_E 도 더 크게 설계되었다. 반면에 연속 추력에 대한 의존도는 작아져서 연

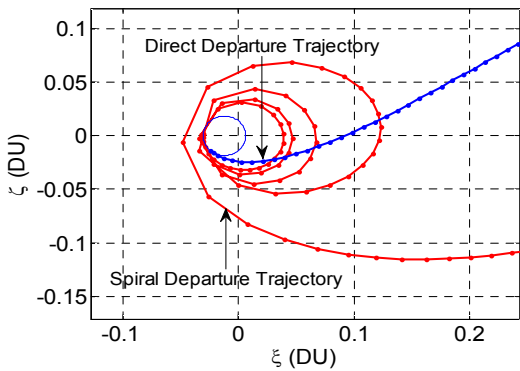


그림 4. 지구 출발 궤적

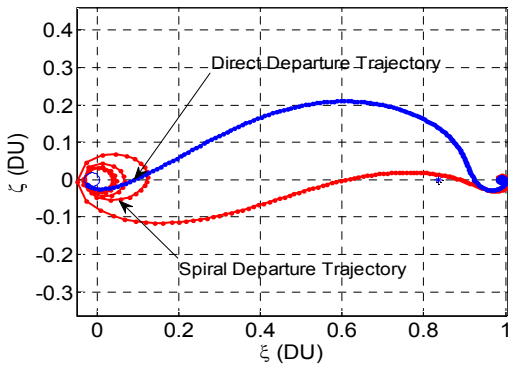


그림 5. 지구-달 전이궤적

표 1. 지구-달 최적 전이궤적 설계 결과

Trajectory	ΔV_E	θ_E (deg)	$\sum \sqrt{(u_\xi^2 + u_\zeta^2)} dt_i$
Direct Departure	2.9025	226.81	1.4275
Spiral Departure	1.5306	334.93	4.7131

속추력에 의한 등가(Equivalent Value) ΔV ($= \sum \sqrt{(u_\xi^2 + u_\zeta^2)} dt_i$)도 더 작게 설계되었다. 그림 5는 최적화로 설계된 각각의 전이궤적을 보여 준다. 비행시간은 6일로 설정하였다. Spiral Departure Trajectory는 그림 5에서 “*”으로 표시되는 L1 Libration point를 Direct Departure Trajectory에 비하여 보다 더 가까운 지점을 자연스럽게 통과함으로써 Low Energy Orbit Transfer와 유사한 전이궤적 설계가 이루어졌다.

그림 6은 지구-달 천이과정에서 소요되는 연속 추력의 요구량을 보이고 있으며, 지구 출발시 Direct Departure Trajectory는 순간 추력의 영향

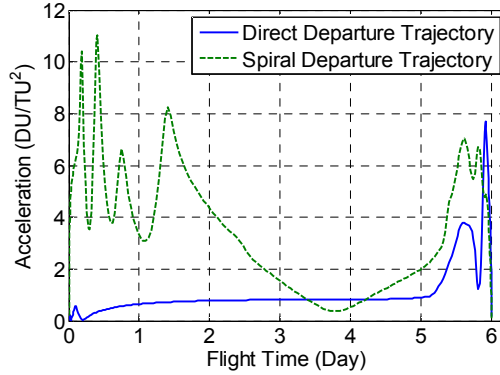


그림 6. 연속 추력 요구량

이 상대적으로 커서 연속 추력이 작게 요구되고, Spiral Departure Trajectory 경우 순간 추력은 작게 요구되나 연속 추력이 크게 요구되고 있음을 알 수 있다. 주목할 점은 두 가지 경우 모두 달 도착 시점에서 지구-달 천이 기간 동안 사용되는 연속 추력의 역할이 달 임무궤도에 포획되면서 0에 수렴하여 추가적인 추력을 사용하지 않고 실질적인 무추력 궤도 투입(Ballistic Capture) 현상을 명확하게 보여주고 있으며, 이는 별도의 궤도기동이 필요하지 않음을 의미한다.

3.2 설계인자에 따른 비교연구

Homotopy-like 점진적 최적화 전략

전통적으로 3체 궤도 운동 문제는 그 해석적 해가 존재하지 않으며, 수치적인 방법 또한 시스템 동역학의 Chaotic 특성으로 인하여 수치적으로 매우 민감한 특성이 있다. 본 연구의 대상인 지구-달 최적 전이궤적 설계 문제에서 가장 중요한 설계 인자로 순간 및 연속 추력의 상대적 기여도를 의미하는 상대 가중치 α 와 비행시간 t_f 을 설정하였다. 그 이유는 본 연구의 목적에 부합하도록 순간 및 연속 추력의 대한 Trade-off Study와 현실적으로 가능한 비행시간을 고려하기 위함이다. 또한 현실적으로 지구 출발 및 달 도착 임무 궤도의 특성도 매우 중요하다. 문제의 속성상 출발 및 도착 궤도의 특성이 수치적 수렴성에 매우 중요하게 작용함으로써, 본 연구에서는 그림 7에 보인 바와 같이 점진적 최적화 기법(Homotopy-like)[16,17]을 적용하였다. 그림 7의 Track 1은 상대적으로 최적화 수렴이 용이한 고고도 출발/도착 궤도에서 점진적으로 출발/도착 궤도 고도를 낮추는 단계를 거치고, 그 이후에 설계 인자를 변경하면서 최종적인 지구-달 전이궤도를 설계하는 방식이다. Track 2 전

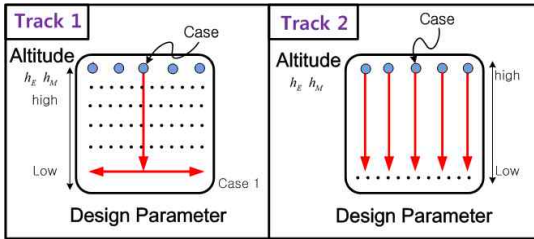


그림 7. Parametric Study 전략

략에서는, 특정 고고도 출발/도착 궤도를 대상으로 설계 인자에 따른 전이궤도를 설계하고, 이후 순차적으로 출발/도착 고도를 낮추는 방법을 택하고 있다.

순간 및 연속 추력 상대 가중치 α 가 전이궤적 설계에 미치는 영향

Direct Departure Trajectory는 지구 출발시 지구-달 전이궤도로 곧 바로 투입되는 궤적으로서 순간 추력에 대한 의존도가 상대적으로 높은 경우이다. 물론 설계 인자 α 에 따라 다양한 궤적이 설계되므로 특정한 기준값을 정하기 어렵고 또한 동적 최적화 문제 풀이 과정에서 초기 가정치 설정에 따라 동일한 설계 인자를 사용함에도 전혀 다른 형태의 궤적이 설계되므로, 본 연구에서는 지구 중심의 회전이 없는 경우를 모두 Direct Departure Trajectory라 정의하였다. 먼저 6일의 비행시간으로 고고도 지구 출발 궤도에서 고고도 달 도착 임무궤도를 대상으로 가중치(α)에 대한 Parametric Study 결과를 표 2에 정리하였으며, 그림 7에서 설명한 Track 1의 점진적 최적화(Homotopy-like)기법 전략을 이용하였다.

상대적 가중치 α 에 변화에 따른 순간 추력의 크기, 연속 추력의 크기, 지구 출발시 궤적의 모양의 변화를 알 수 있다. 상대적 가중치가 커짐에 따라, 즉 순간 추력에 대한 의존도를 줄임에 따라, 지구를 선회하는 시간이 점점 길어짐을 볼 수 있다. 그림 8은 상대적 가중치 $\alpha = 100, 300, 500$ 에 대한 지구-달 전이궤적의 변화를 보여준다. α 에 증가에 따라 지구 더 외곽부로 벌어지는 경향이 있다. 특히 그림 9에서 주목할 점은, 달 임무궤도 투입시 연속 추력이 0으로 수렴하여 실질적인 무추력 궤도 투입(Ballistic Capture) 현상을 명확하게 보여주고 있는 것이다.

표 3은 저고도 지구 출발 궤도($r_E = 100km$) 및 저고도 달 도착 궤도($r_M = 100km$) 대상으

표 2. 상대 가중치(α)에 따른 전이궤도 설계 결과 (Direct Departure Trajectory, Track 1)

α	ΔV_E	θ_E	$\sum \sqrt{(u_{\xi}^2 + u_{\zeta}^2)} dt_i$
100	0.8157	217.06	1.099734
200	0.6640	194.34	1.443822
300	0.5665	174.38	1.639360
400	0.4422	151.39	1.912571
500	0.2328	40.57	2.322653
600	0.1747	-0.69	2.341412
700	0.1438	-58.31	2.322671
800	0.1257	-75.71	2.333717
900	0.1153	-85.20	2.346871
1000	0.1135	-85.46	2.348997

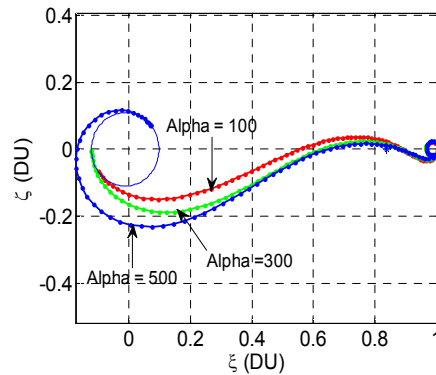


그림 8. 고고도 지구-달 전이궤적 (설계 변수: 상대 가중치 α)

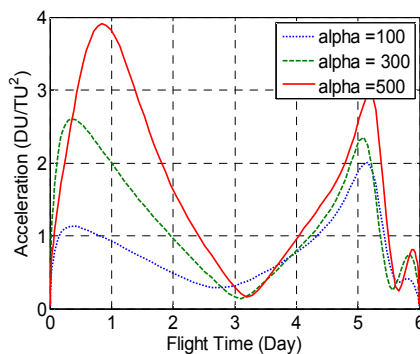


그림 9. 고고도 지구-달 전이 연속 추력 요구량 (설계 변수: 상대 가중치 α)

로 상대적 가중치 α 에 대한 최적해를 구한 설계 결과이며 그림 7에서 설명한 Track 2의 점진적 최적화(Homotopy-like)기법을 이용하였다. 이 때 비행시간은 6일로 고정시켰으며, 가중치 α 는 100~400 경우만 고려하였다. 지구 저고도 궤도에서 출발하는 경우 지구 인력권 탈출을 위한 순간 추력의 크기는 고고도 지구 출발궤도와 비교하여 매우 커짐을 알 수 있다. 그림 10은 비행시간 6일에 대한 전형적인 Direct Departure Trajectory를 보여주고 있으며, 특이한 점은 가중치 α 의 변화에도 불구하고 지구 출발 궤적의 모습은 거의 동일하나, 달 도착시 임무궤도 투입 과정에 매우 큰 영향을 미치고 있다. 앞서 설명한 고고도 출발/도착과 비교하여 큰 차이점은 탐사선이 달 임무궤도에 진입하는 방향에 있다. 저고도 출발/도착의 경우, 탐사선이 달 임무 궤도를 지나 달과 Rendezvous를 준비하는 양상을 보인다. 그림 11에서 모든 경우의 연속 추력이 0에 수렴하며 Ballistic Capture의 특징을 보여주고 있다.

그림 12에서 저고도 지구 출발 및 저고도 달 도착 궤도를 상대로 지구-달 전이궤적 설계 결과를 일목요연하게 도시하였다. 비록 추력 가중치의 변화에도 불구하고 시각적인 측면에서 출발시

표 3. 상대 가중치(α)에 따른 전이궤도 설계 결과 (Direct Departure Trajectory, Track 2)

α	ΔV_E	θ_E	$\sum \sqrt{(u_\xi^2 + u_\zeta^2)} dt_i$
100	3.0627	228.61	2.7696
200	3.0040	228.29	2.4687
300	2.9769	215.36	3.3087
400	2.9361	213.39	3.4735

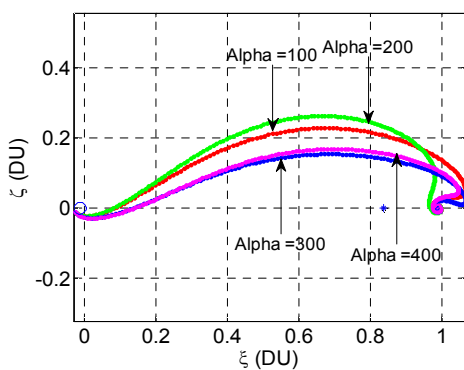


그림 10. 저고도 지구-달 전이궤적 (설계 변수: 상대 가중치 α)

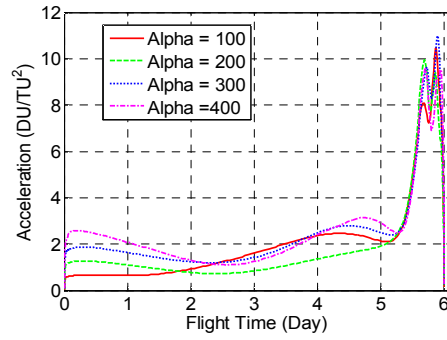


그림 11. 저고도 지구-달 전이 연속 추력 요구량 (설계 변수: 상대 가중치 α)

의 궤적은 뚜렷한 차이를 보이지 않고 있으나, 달 궤도 투입 과정 해석 및 구체적인 수치 결과는 실제 발사체의 추력 설정시, 예를 들어 발사체 및 탐사선 탑재 연료량 산출에 필요한 유용한 정보로 활용이 가능하다.

표 4와 그림 13은 고고도 출발/저고도 도착 궤도를 대상으로 Track 1의 점진적 최적화(Homotopy-like)기법을 이용한 Spiral Departure Trajectory 설계 결과를 설명하고 있다. 앞서 설명한 바와 같이 설계 인자의 다양한 조합, 출발 및 도착 궤도의 특성으로 인하여 Direct Departure Trajectory와 매우 비교되는 결과이다. 이때 비행시간은 6일로 설정하였다. 상대적 가중치 α 의 증가에 따라 순간 추력 요구량도 약간씩 감소하고 연속 추력 요구량은 증가한다.

그림 13은 추력 가중치 α 변화에 따른 설계 결과, 즉 지구 출발, 지구-달 전이, 달 도착 궤적, 그리고 연속 추력 요구량을 도시하였다. 그림 13의 (c)와 (d)에 좀 더 상세히 도시한 바와 같이 추력 가중치 α 에 따라 지구 출발 및 달 도착의 모습에 큰 영향을 미치고 있다. 그러나 전반적으로 전이 과정의 모습은 거의 유사한 것으로 판단된다. Spiral Departure Trajectory의 경우에도 역시 달 도착 방법은 Ballistic Capture를 보여주고 있다. 상대적 가중치 α 값이 클수록 순간추력 (ΔV_E)의 최소화를 의미하며 이는 발사체의 소형화 가능성을 의미한다. 반면 연속 추력 요구량은 증가하고 이는 탐사선에 탑재해야 할 연료량의 증가를 의미하고, 최종적으로 탐사선에 탑재할 탑재체(Payload)의 무게에 영향을 미친다.

그림 14는 가중치 α 에 따른 지구 출발, 달 도착 궤적 설계 결과를 제시하고 있다. α 의 증가에 따라 특정 전이궤적에 수렴하는 양상을 보이고, 이는 궁극적으로 연속 추력만을 이용한 지구-달

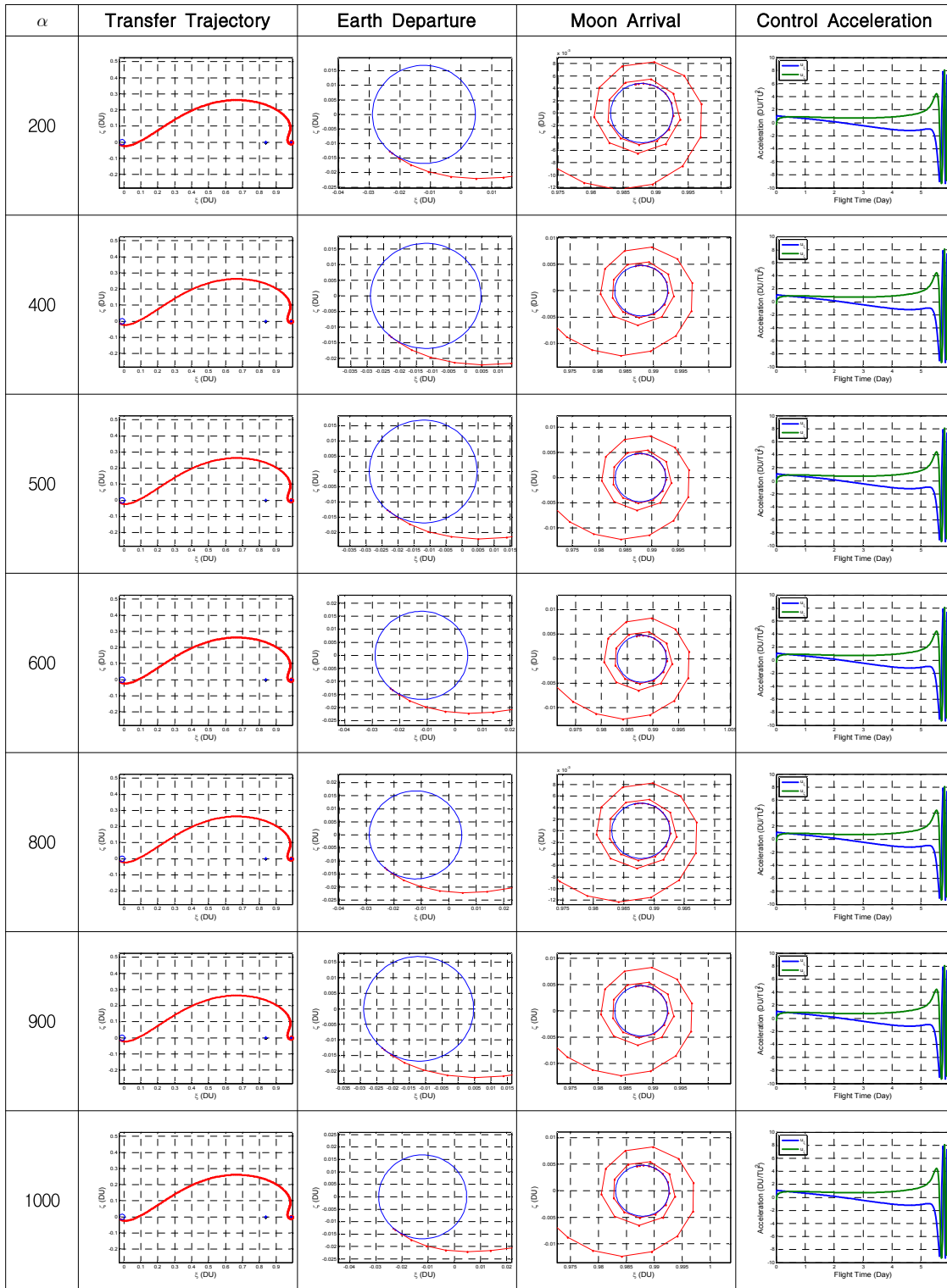


그림 12. 상대 가중치 α 에 따른 Direct Departure Trajectory 설계 결과

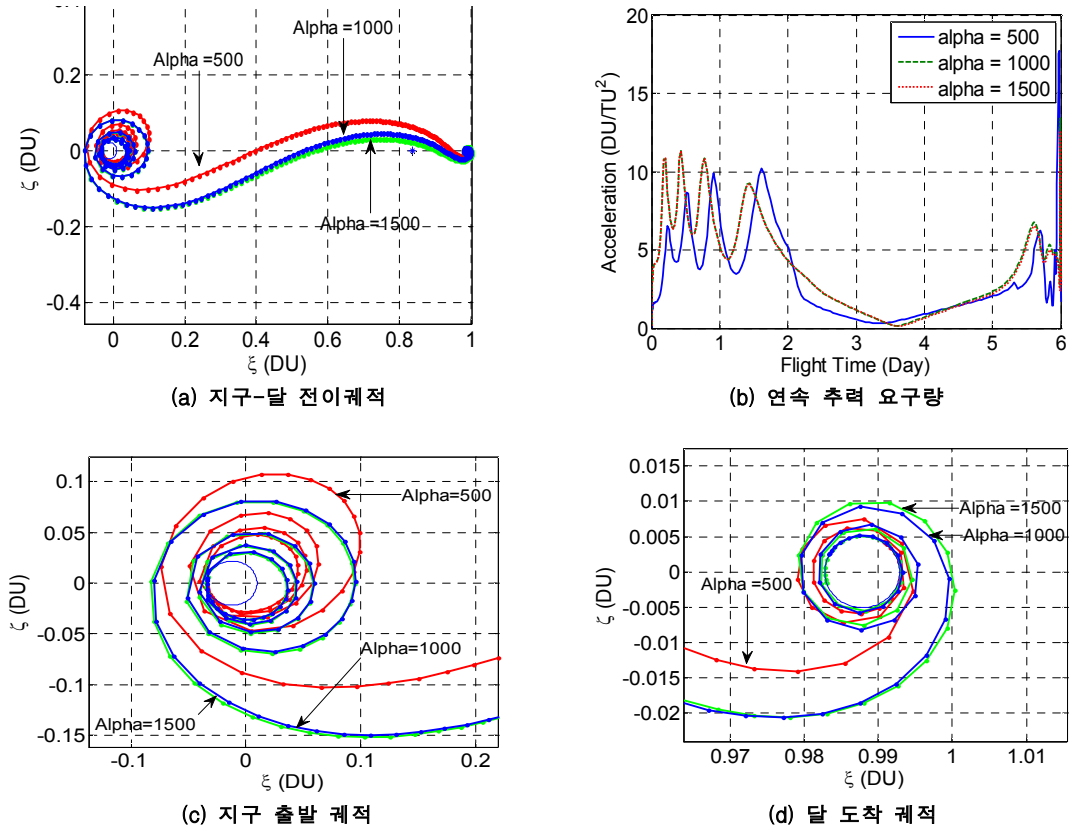


그림 13. 전형적인 Spiral Departure Trajectory 설계 결과 (설계인자: α)

표 4. 상대 가중치(α)에 따른 전이궤도 설계 결과 (Spiral Departure Trajectory, Track 1)

α	ΔV_E	θ_E	$\sum \sqrt{(u_\xi^2 + u_\zeta^2)} dt_i$
500	1.3900	210.31	4.3805
600	1.2478	174.05	4.8618
700	1.1838	168.50	5.0976
800	1.1783	167.58	5.1898
900	1.1738	166.77	5.2220
1000	1.1700	166.15	5.2712
1100	1.1652	165.55	5.2835
1200	1.1682	165.91	5.2446
1300	1.1693	166.16	5.2375
1400	1.1700	166.43	5.2375
1500	1.1702	166.59	5.1971

전이궤도로 귀결되는 것으로서 2체 궤도 운동에서와 같이 Low and Continuous Thrust에 의한 궤도 전이와 유사한 결과가 예상된다.

비행시간이 전이궤적 설계에 미치는 영향

지구-달 천이에 소요되는 비행시간은 순간 추력을 제공할 발사체의 성능뿐만 아니라 위성에 탑재되어 연속 추력을 제공하는 추력기 성능 요구사항을 결정하는 중요한 인자이다. 지구-달 천이에 매우 짧은 시간(예를 들어 2~3일)이 요구된다면 당연히 더 큰 순간 및 연속 추력이 요구될 것이나 현실적으로 그러한 발사체는 존재하지 않기에 적절한 Trade-off Study가 요구된다. 반대로 비행시간을 매우 길게 설정할 경우, 지구에 대한 달과의 Phase를 맞추기 위하여 달 입무궤도와 전혀 다른 궤적에서 일정 시간을 허비해야 하고, 이를 위하여 오히려 발사체 성능을 요구하는 모순이 발생된다. 실제 달에 가는 문제는 지구에서 출발하여 비행시간동안에 달과의 Rendezvous문제와 연관이 되며 따라서 비행시간은 매우 중요한 설계 인자로 고려되어야 한다.

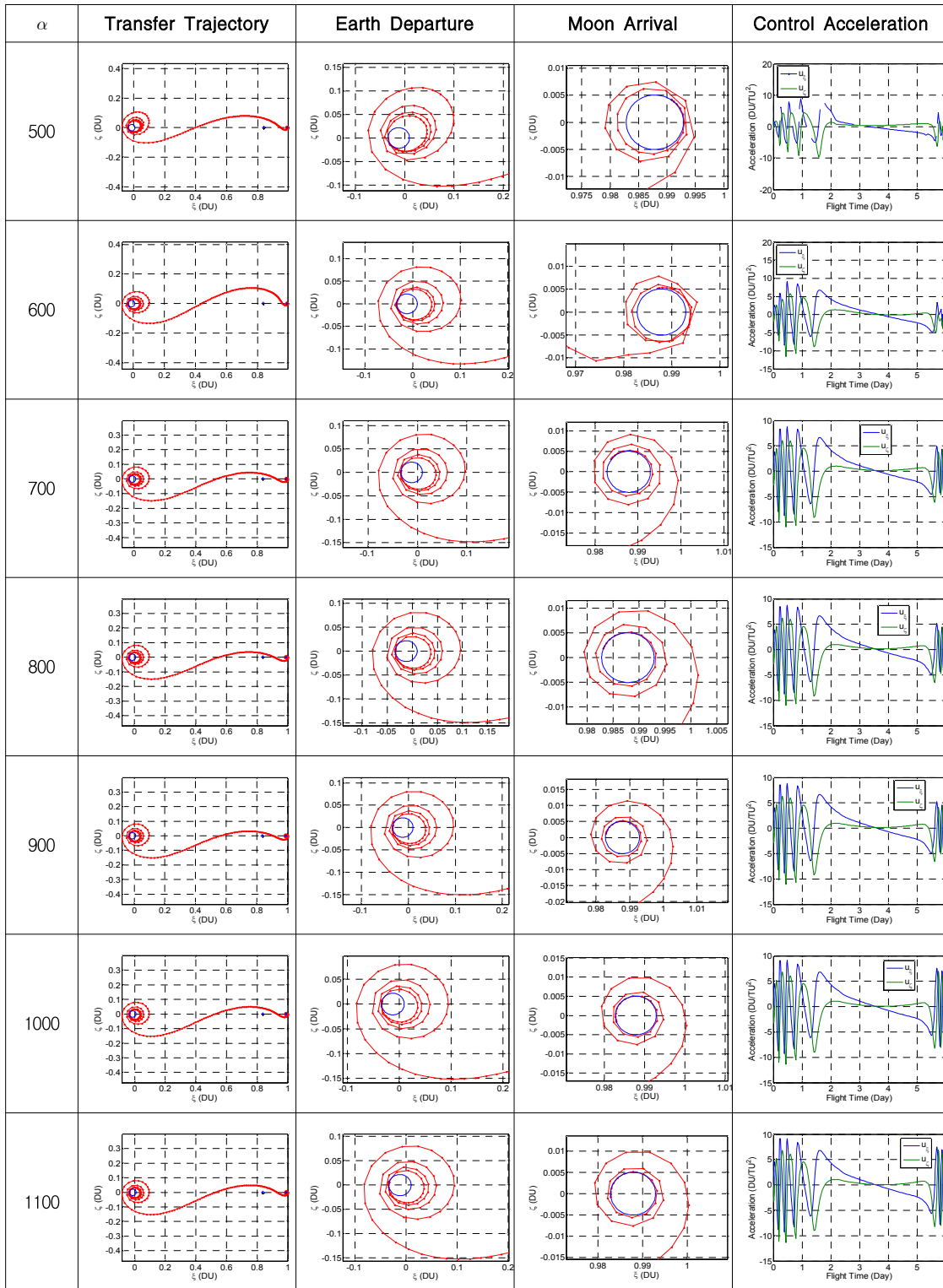


그림 14. 상대 가중치 α 에 따른 Spiral Departure Trajectory-Type 설계 결과

표 5와 그림 15는 Direct Departure Trajectory의 경우, 저고도 지구 출발 및 달 도착 궤도를 대상으로 전이궤적을 설계한 결과를 보여주고 있다. 여기에서 출발/도착 궤도의 고도는 각각 100km로 설정하였고, 추력 가중치 α 는 100을 사용하였다. 비행 시간에 의하여 가장 크게 영향을 받는 부분은 달 부근에서의 궤적 모습이다. 앞서 설명한 바와 같이, 비행시간은 탐사선과 달의 Rendezvous와 연관이 있으므로, 달 운동과의 Phase를 맞추기 위하여 탐사선은 달 도착궤도와는 무관하게 달 궤도 주변을 선회하는 현상이 발생한다. 비록 본 논문에 상세히 도시하지는 않았지만, 달 도착시 무추력 상태, 즉 연속 추력 요구량이 0에 접근하는 Ballistic Capture가 이루어짐을 확인할 수 있었다.

표 6은 그림 7에 제시된 Track 1의 점진적 최적화(Homotopy-like) 기법 전략에 의하여 가중치 (α)를 1000으로 고정시키고 비행시간 t_f 이 6일인 기준 전이궤적(지구에서 고도 2000km, 달에서 200km)을 중심으로 하루씩 증가시켜 Parametric Study를 수행하였다. Direct Departure Trajectory와 비교에 있어서 가장 특이한 점은 비행시간이 증가함에 따라 순간 속도 요구량도 증가하는 경향을 보인다. 이는 비행시간 요구 조건을 만족하기 위하여 일단 큰 추력으로 지구 인력권을 벗어난 후 지구-달 천이 구간에서는 자연력에 의하

표 5. 비행시간이 궤적 설계에 미치는 영향 (Direct Departure Trajectory, Track 2)

t_f (day)	ΔV_E	θ_E	$\sum \sqrt{(u_\xi^2 + u_\zeta^2)} dt_i$
6	3.0627	228.61	2.769626
7	3.0400	235.21	2.592188
8	3.0286	258.36	2.850455

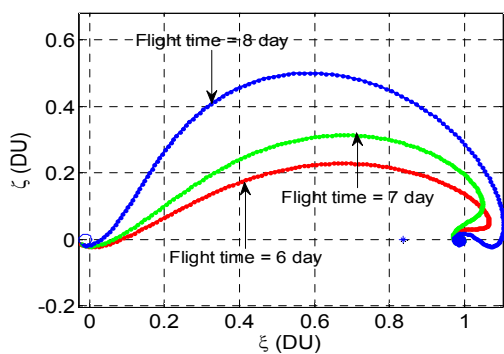


그림 15. 비행시간에 따른 지구-달 전이궤적 (저고도 출발/도착 궤도)

표 6. 비행시간이 궤적 설계에 미치는 영향 (Spiral Departure Trajectory, Track 1)

t_f (day)	ΔV_E	θ_E	$\sum \sqrt{(u_\xi^2 + u_\zeta^2)} dt_i$
6	1.1700	166.15	5.2712
7	1.0514	139.02	4.3925
8	1.1853	118.52	5.2745
9	1.4023	92.96	4.3967

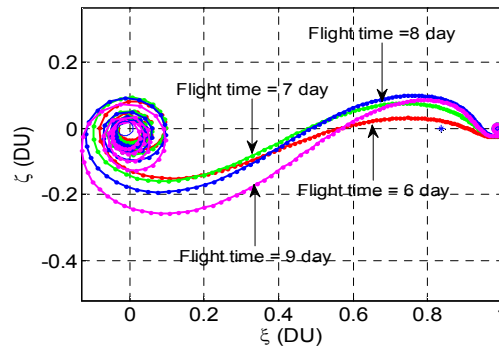


그림 16. 전형적인 Spiral Departure Trajectory 설계 결과 (설계인자: 비행시간)

여 표류함을 의미하며, 저에너지 전이궤도 설계에 대한 기본 방향을 제시하는 결과이다.

그림 16은 Spiral Departure Trajectory를 대상으로 비행시간의 변경에 따른 지구 출발, 지구-달 천이, 달 도착시의 궤적을 대략 보여주고 있다. 비행시간이 길어짐에 따라 큰 순간 추력으로 지구에서 더 먼 외곽으로 출발하는 경향을 뚜렷이 파악할 수 있고, 또한 달 도착시 Ballistic Capture에 의한 임무궤도 투입도 정상적으로 이루어졌다.

V. 결 론

본 논문에서는 순간 및 연속 추력의 혼합 추력 방식의 지구-달 최적 전이궤적 설계에 있어서 설계인자에 따른 비교연구 결과를 제시하였다. 설계인자로서는 순간 및 연속 추력의 상대적 가중치와 비행시간이 고려되었다. 순간 및 연속 추력의 상대적 가중치에 따라 지구 출발시 지구-달 천이궤적에 직접 투입되는 Direct Departure Trajectory와 지구를 한 바퀴 이상 회전하면서 지구-달 천이궤적에 진입하는 Spiral Departure Trajectory 설계가 이루어졌다. Direct Departure Trajectory는 상대적으로 큰 순간 추

력이 필요하고, Spiral Departure Trajectory는 연속 추력에 대한 의존도가 높다. 두 가지 경우 모두 달 진입시에는 연속 추력에만 의존하기에 Spiral Arrival Trajectory가 생성되었고 연속 추력의 요구량이 0에 수렴함으로써 무추력 달 임무에도 투입, 즉 달의 인력에 의한 자연적인 궤도 진입(Ballistic Capture)이 가능함을 확인하였다. 비행시간에 따른 Parametric study를 통하여 비행시간이 과도하게 긴 경우, 탐사선이 달과의 Rendezvous를 위하여 달 임무궤도와 전혀 다른 궤적에서 일정 시간을 허비해야 하고, 이를 위하여 오히려 발사체 성능을 크게 요구하는 모순이 발생된다는 것을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업의 지원을 받아 수행된 것임(No. 2010-022427).

참고문헌

- 1) Ozimek, M. T. and Howell, K.C., "Low-Thrust Transfers in the Earth-Moon System, Including Applications to Libration Point Orbits," *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 33, No. 2, 2010, pp. 533-549.
- 2) Miele, A. and Mancuso, S., "Optimal Trajectories for Earth-Moon-Earth Flight", *Acta Astronautica*, Vol. 49, No. 2, 2001, pp. 59-71.
- 3) Mingotti, G., Topputo, F., and Bernelli-Zazzera, F., "A Method to Design Sun-Perturbed Earth-to-Moon Low-Thrust Transfers with Ballistic Capture", *XIX Congresso Nazionale AIDAA*, 2007.
- 4) Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E. and Ross, S.D. "Low energy transfer to the moon" *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 81, Issues. 1-2., 2001, pp. 63-73.
- 5) Pierson, Bion L. and Kluever, Craig A., "Three-Stage Approach to Optimal Low-Thrust Earth-Moon Trajectories," *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 17, No. 6, 1994, pp. 1275~1282.
- 6) Kluever, Craig A. and Pierson, Bion L., "Optimal Low-Thrust Three-Dimensional Earth-Moon Trajectories," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 18, No. 4, 1994, pp. 830~837.
- 7) Belbruno, E. A. and Miller, J.K., "Sun-perturbed Earth-to-Moon transfers with ballistic capture," *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 16, No. 4, 1993, pp. 770~775.
- 8) Yagasaki, K., "Computation of Low Energy Earth-to-Moon Transfers with Moderate Flight Time," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 197, Issues 3-4, pp. 313-331.
- 9) Ranieri, C., and Ocampo, C., "Optimization of Round trip, Time-constrained, Finite Burn Trajectories via an Indirect Method," *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 2, 2005, pp. 306-314.
- 10) Ranieri, C., and Ocampo, C., "Indirect Optimization of Spiral Trajectories," *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 29, No. 6, 2006, pp. 1360-1366.
- 11) Russell, R., "Primer Vector Theory Applied to Global Low-Thrust Trade Studies," *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 2, 2007, pp. 460 - 473.
- 12) Enright, Paul J. and Conway Bruce A. "Discrete Approximations to Optimal Trajectories Using Direct Transcription and Nonlinear Programming", *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 15, No. 4, 1992, pp. 944-1002
- 13) Hargraves, C., and Paris, S., "Direct Trajectory Optimization Using Nonlinear Programming and Collocations," *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 4, 1987, pp. 338 - 342.
- 14) Herman, A., and Conway, B., "Optimal, Low-Thrust, Earth-Moon Orbit Transfer," *Journal of Guidance Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 1, 1998, pp. 141-147.
- 15) 노태수, 전경언, "순간 및 연속 추력을 이용한 지구-달 최적 전이궤도 설계에 관한 연구", *항공우주학회지*, 제38권, 제 7호, pp. 684-692.
- 16) Gray, B., Homotopy Theory, An Introduction to Homotopy Theory, ACADEMIC PRESS, INC., 1975.
- 17) Hilton, P. J., An Introduction to Homotopy Theory, Cambridge University Press, 2008.
- 18) Baues, H. J., Algebraic Homotopy, Cambridge University Press, 1989.