

# 카오스 시계열에 대한 잡음영향 분석과 필터링 기법의 적용

## Analysis of Noise Influence on a Chaotic Series and Application of Filtering Techniques

최민호\* · 이은태\*\* · 김형수\*\*\* · 김수준\*\*\*\*

Choi, Min Ho · Lee, Eun Tae · Kim, Hung Soo · Kim, Soo Jun

### Abstract

We studied noise influence on nonlinear chaotic system by using Logistic data series which is known as a typical nonlinear chaotic system. We regenerated Logistic data series by the method of adding noise according to noise level. And, we performed some analyses such as phase space reconstruction, correlation dimension, BDS statistics, and DVS Algorithms which are known as the methods of nonlinear deterministic or chaotic analysis. If we see the results of analysis, the characteristics of data series are gradually changed from nonlinear chaotic data series to random stochastic data series according to increasing noise level. We applied Low Pass Filter (LPF) and Kalman Filter techniques for the investigation of removing effect of the added noise to data series. Typical nonparametric method cannot distinguish nonlinear random series but the BDS statistic can distinguish the nonlinear randomness of the time series. Therefore this study used the BDS statistic which is well known as nonlinear statistical method for the investigation of randomness of time series for the effect of removing noise of data series. We found that Kalman filter is better method to remove the noise of chaotic data series even for high noise level.

**Keywords :** *chaotic series, noise influence, BDS statistics, DVS algorithm, filtering technique*

### 요 지

본 연구에서는 비선형 카오스 계열에 대한 잡음의 영향 분석을 위하여 대표적인 비선형 카오스 특성을 보이는 것으로 알려진 Logistic Map 자료계열을 이용하여 연구를 수행하였다. 잡음을 임의로 추가하여 잡음 수준에 따라 자료계열을 재생성하였으며 비선형 자료의 분석 방법으로 활용되고 있는 상태공간 재건, 상관차원 추정, BDS 통계, DVS 알고리즘 분석을 실시하였다. 분석 결과 자료계열은 잡음의 수준이 높아짐에 따라 비선형 카오스적 특성을 보이는 원시자료의 특성이 사라지고 무작위한 추계학적 특성을 보이는 자료로 변화하였다. 그리고 잡음의 영향을 받고 있는 자료에 대한 잡음제거 방법으로 Low Pass Filter와 Kalman Filter 기법을 적용하였다. 전통적인 비모수 통계기법은 비선형 무작위 시계열 또는 비선형 시계열을 구분하는데 어려움이 있지만 비선형 통계기법인 BDS 통계는 비선형 시계열을 구분할 수 있는 것으로 알려져 있다. 분석을 수행한 결과 잡음 수준이 높을 경우 Low Pass Filter는 잡음을 효과적으로 제거하지 못하여 비선형 자료를 선형 자료로 판정하였지만 Kalman Filter의 경우 잡음을 효과적으로 제거하는 것으로 나타나 적용성이 우수함을 알 수 있었다.

**핵심용어 :** 카오스 계열, 잡음 영향, BDS 통계, DVS 알고리즘, 필터링 기법

### 1. 서 론

수문과정은 복잡한 시스템으로 이루어져 있다. 하지만 우리는 수문현상을 관측하여 취득한 수문자료를 해석하는 방법으로 복잡한 수문과정을 이해할 수 있다. 즉, 수문과정을 포함하는 자연현상은 통상 비선형적인 구조를 가지고 있는 것으로 알려져 있으며, 비선형 구조를 파악하기 위해서 많은 수문학자들은 1980년대 이후 통계학자와 동역학자들에 의해 제시된 자연 시스템의 비선형적인 현상을 해석하고 분석하

기 위해 노력하였다(Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1989; Wilcox *et al.*, 1991; Mindlin and Gilmore, 1992; Sangoyomi *et al.*, 1996; Kim *et al.*, 1998, 2001; Bouzata *et al.*, 2004). 여기에서 이러한 구조를 해석하는 방법론 중 대표적인 연구로 비선형 카오스 이론을 적용할 수 있으며 이렇게 카오스 자료의 구조를 분석함으로써 수문자료에 대한 특성을 이해할 수 있다.

이러한 노력의 일환으로 많은 학자들이 수문자료에 대한 카오스적 해석을 시도(Hense, 1987; Rodriguez-Iturbe *et*

\*정회원 · 교신저자 · 경희대학교 토목건축공학부 박사과정 (E-mail : dgeng@chol.com)

\*\*정회원 · 경희대학교 토목건축공학부 교수 (E-mail : etlee@khu.ac.kr)

\*\*\*정회원 · 인하대학교 토목공학과 교수 (E-mail : sookim@inha.ac.kr)

\*\*\*\*정회원 · 인하대학교 공학대학원 토목공학과 박사과정 (E-mail : soojuny@empal.com)

al., 1989; Sharifi et al., 1990; Jayawardena and Lai, 1994; Sivakumar et al., 1996; 1998; 1999; Porporato and Ridolfi, 1996, 1997)한 이후, Kim et al.(2001)은 Close Returns Plot 을 이용하여 미국 플로리다주 St. Johns강과 Ocklawaha 강 의 유량자료에 대해 카오스 분석을 실시하였고, 세크라멘토 강 유역의 Tree Ring 자료와 미국 유타주의 Great Salt Lake(GSL) 용적자료에 대해서도 카오스 분석을 실시하여 비 선형 및 카오스 동역학 구조를 밝혀낸 바 있다. 또한 Kim et al.(2003)은 BDS 통계와 잔차 분석을 통해서, 널리 사용 되는 전통적인 비모수 통계기법(non-parametric tests)보다 BDS 통계가 더욱 합리적임을 보였다. Sivakumar et al. (2005, 2007)는 강우량과 유출량과 같은 수문시계열에 대하여 카오스 특성분석을 실시한 후 수문과정의 복잡성을 확인 하고 해석하는 방법들을 제시하였다.

일반적으로 수문자료는 확정론적 거동특성에 확률론적 잡 음이 추가된 구조를 갖는 비선형 자료라고 할 수 있다. 하지만 잡음은 수문현상의 정확한 이해에 많은 어려움을 야기 한다. 또한 복잡한 수문현상을 이해하는 과정에서 잡음의 영 향은 더욱 누적되어 심각한 오류를 유발하기도 한다. 따라서, 수문자료로부터 잡음을 효과적으로 제거할 수 있다면 그만큼 수문자료의 해석이 용이하다.

카오스 시계열에 대하여 잡음의 영향을 검토하고 잡음을 제거하기 위한 노력도 있었다. Abraham and Neal(1989)는 카오스계열에서 잡음을 구분하였고 Schreiber(1993)은 비선 형 잡음을 제거하기 위한 연구를 수행한 바 있다. Porporato and Ridolfi(1996, 1997)는 낮은 차원의 카오스 특성을 보 이는 이탈리아 Dora Baltea 강의 유출량에 대한 잡음의 영 향과 잡음 제거의 효과를 분석하였다. 국내에서 오창열 등 (2006)은 일 TOC(Total Organic Carbon) 시계열 자료에 대한 비선형성을 분석하고 잡음을 제거하기 위한 연구를 수 행하였다. 최민호 등(2009)은 비선형 구조를 나타내는 자료 에 대해 잡음의 영향과 잡음을 제거하는 방법론으로 단순 이동평균 방법을 적용한 바 있다.

본 연구에서는 카오스 특성을 보이는 Logistic 계열에 임 의로 잡음을 추가한 후 잡음의 영향 정도에 따른 자료의 비 선형 거동특성을 분석하고 잡음을 제거하는 방법론으로 기 존에 수문계열에 적용성(장권희 등, 2009)이 있다고 판단되 는저역통과필터(Low Pass Filtering)과 칼만필터(Kalman Filtering) 기법을 통하여 적용성을 분석해 보고자 한다.

## 2. 카오스 시계열 자료의 특성분석을 위한 방법론

시계열의 카오스 특성을 분석하기 위해 이용하는 방법으로 미터법(metric method)인 상관차원(correlation dimension)방 법, Lyapunov 지수법 등이 있으며, 위상학적 방법(topological method)으로는 Close Returns Test 방법 등이 있다. 이 중 에서 실제로 시계열의 카오스 특성을 분석하기 위해 상관차 원 방법이 가장 널리 이용되고 있다. 미터법인 상관차원방법 을 이용하기 위해 우선 시계열을 상태공간에 재건한 후, 상 관차원을 구하여 시계열의 카오스 특성을 분석하고 있다. 이 에 대한 자세한 사항은 Mindelin and Gilmore(1992), Gilmore (1993), 김형수와 윤용남(1996), Kim et al.(1998, 2001)의

논문을 참고할 수 있다. 최근, 이러한 방법을 토대로 자료 특성의 해석 방법으로 더욱 적용성이 인정되고 있는 BDS 통 계 및 DVS 알고리즘이 있으며 자세한 내용은 다음과 같다.

### 2.1 BDS 통계

BDS 통계(Brock, Dechert, and Scheinkman)는 시계열의 독립성을 검정하기 위하여 자료가 무작위한 분포를 따른다 는 가설을 상관적분을 토대로 검정하는 방법이다. 특히, 무 작위한 시계열 자료와 카오스 시스템 혹은 비선형 추계학적 시스템을 구분하는데 매우 유용한 통계기법이다(Brock et al., 1991, 1996; Kim et al., 2003).

시계열 자료가 무작위한 분포를 따른다는 가설 하에  $m$ (embedding dimension) $>1$  인 경우(Fig. 1)의 BDS 통계 는 다음과 같은 식 (1)로 나타낼 수 있다.

$$BDS(m, N, r) = \frac{\sqrt{M}}{\sigma} [C(m, N, r) - C^m(1, M, r)] \quad (1)$$

여기서,  $N$ 은 자료의 수,  $M=N-(m-1)$ 는  $m$  차원 공간상 에 서 상태벡터점들의 수,  $r$ 값은 상태벡터점들의 수를 결정하기 위한 반경(radius). 만약,  $N \rightarrow \infty$ 인  $C(m, N, r)$ 의 극한이 존 재하면 모든 상태벡터점들은 각각의 반경  $r$  이내에서  $\lim_{N \rightarrow \infty} C(m, N, r)$  이다. 자료가 완전한 정상적(stationary) 추계 (stochastic) 과정에 의해 모의된다면 위의 극한은 존재하며, 극한 값은 다음과 같다.

$$C(m, r) = C^m(1, r) \quad (2)$$

또한,  $C(m, r) = C^m(1, r)$ 는 평균이 '0'이고 분산이 다음식 과 같은 정규분포에 접근한다.

$$\sigma^2(m, M, r) = 4m(m-1)C^{2(m-1)}(K-C^2) + K^m - C^{2m} + 2 \sum_{i=1}^{m-1} [C^{2i}(K^{m-i} - C^{2(m-i)}) - mC^{2(m-i)}(K-C^2)] \quad (3)$$

여기서, 계수  $C$ 는  $C(1-r)$ 과 아래의 식(4)에 의한  $K$ 에 의해 산정된다.

$$K(m, M, r) = \frac{6}{M(M-1)(M-2)} \sum_{1 < i < j \leq M} [\theta(r - \|x_i - x_j\|) \theta(r - \|x_j - x_k\|)] \quad (4)$$

BDS 통계를 이용하기 전에  $m$ 과  $r$ 값의 선택이 중요한데, Brock et al.(1991)이 여러 가지 실험을 통하여 분석한 결과,  $m$ 의 경우에는  $2 \leq m \leq 5$ 의 값과,  $r$ 의 경우에는  $0.5s \leq r \leq 2.0s$  값이 가장 적합하였다. 여기서 는 자료의 표준편차이다. Fig.

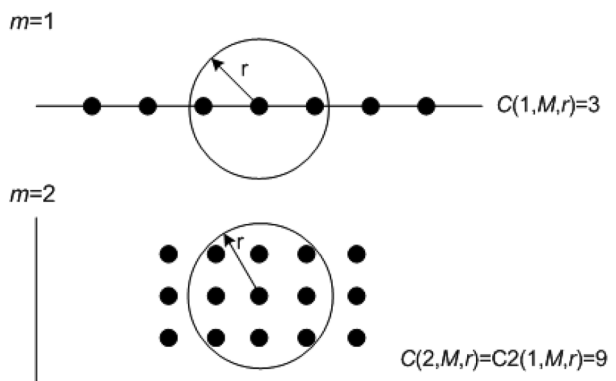


Fig. 1 BDS statistic Diagram

1과 같이 매립차원(m)이 1일 때 구의 반경(r)에 의해서  $C(m, N, r) = 3$  이 되고 매립차원(m)이 2일 경우에는  $C(m, N, r) = 9$ 가 됨을 확인할 수 있다.

## 2.2 DVS 알고리즘

Casadgli(1992)에 의해 제안된 DVS 알고리즘(Deterministic Versus Stochastic algorithm)은 최근린(nearest neighbor) k 값과 평균절대예측오차  $Em(k)$ 에 의해 plotting된 그래프를 이용하여 시스템 내에서 카오스의 존재 여부와 시스템의 예측을 위하여 사용되어진다. DVS 알고리즘 사용의 기본 목적은 더욱 정확한 미래 예측을 위한 방법으로 자료계열의 추계학적 및 확정론적(deterministic) 특성을 구분하여 비선형성을 구분하기 위함이다. Casadgli(1992)에 의하면, 동역학적 특성은 적절하게 선택된 매립차원(embedding dimension) m 과 지체시간(t, delay time)을 이용한, 즉, 시간지체법(Packerd 등, 1980; Taken, 1981)에 의해 측정된 시계열  $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$ 을 위상공간에 재건하여야 한다. 재건된 상태벡터(state vector) 자료들을 이용해 확정론적 및 추계학적 특성을 구분하고 미래를 예측할 수 있는 DVS plot를 통해 국지선형모형(local linear approximation model)을 다음 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{i+T} = a_0 + a_1 x_i + \dots + a_m x_{i-(m-1)} \quad (5)$$

T는 예측시간을 의미한다. 그리고 상태벡터인  $[x_i, \dots, x_{i-(m-1)}]$ 의 최근린 k값을 이용하여 국지선형모형을 구할 수 있다. 즉, test delay vector를  $\vec{x}_i$ 와 training vector  $\vec{x}_j$ 간의 거리를  $\vec{d}_{ij}$ 를 결정하여 test vector  $\vec{x}_i$ 에서 T시간 후의 예측 결과치  $\hat{x}_{i+T(k)}$ 를 계산함으로써 예측치와 실측치를 비교할 수 있고 이러한 과정을 반복함으로써 평균절대예측 오차를 계산한다.

DVS plot은 k값의 변화에 따라 실측치와 예측치의 오차  $Em(k)$ 를 나타내고 낮은 차원(low dimension)의 카오스 모형일 경우, 단조증가 또는 U자 형태를 보이며, 선형 추계 모형의 경우 대체적으로 단조감소하는 형태를 보인다(Casadgli, 1992).

## 3. 필터링 기법

### 3.1 저역통과 필터

디지털 신호가 시시각각 변동하는 경우 측정 데이터에 잡음이 포함된다. 이러한 경우 측정 데이터로부터 잡음을 제거하고, 원신호를 구하는 과정을 디지털 신호에서의 필터링이라 한다.

잡음이 섞인 자료를 필터링을 통해 제거하는 과정에 있어서 입력신호의 특성을 분석하는 과정이 필요하고, 시간영역의 자료를 주파수 영역의 형태로 변환을 위해서 푸리에변환(Fourier Transform)을 이용한다. 푸리에 변환을 통해 얻은 주파수 영역의 자료를 각각 설계된 필터를 통하여 잡음을 제거할 수 있다. Fig. 2는 입력값의 특성에 따른 디지털 필터의 종류와 특성을 나타내었고, 본 연구에서는 Low Pass Filter를 사용하였다.

본 연구에서 사용한 LPF의 특징에는 원신호는 비교적 완

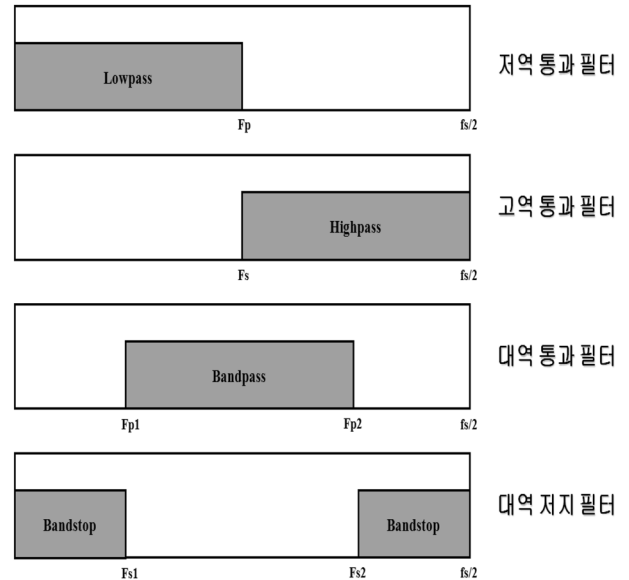


Fig. 2 Digital filter

만하게 시간변동하며, 낮은 주파수 성분을 가진다는 것이 있다. 그리고 잡음은 불규칙적이고, 시간적으로 급히 변동하는 성질이 있으며 높은 주파수 성분을 가진다는 특징이 있다. 그리하여 LPF의 경우 잡음 성분이 조금 남더라도 원신호에 가까운 추정값을 구할 수 있다.

### 3.2 칼만 필터

칼만 필터는 피드백 제어(feedback control)의 형태를 사용하여 상태를 추정한다. 상태 추정의 방법에는 Filtering, Smoothing, Prediction의 세가지 방법이 있다. Filtering은 모든 과거 자료들에 기초하여 현재 시간의 상태를 추정하는 것이고, Smoothing은 모든 과거 자료들과 현재 자료들에 기초하여 과거 상태의 추정을 하는 것이다. Prediction은 현재 및 과거 자료들에 기초하여 미래 상태의 추정을 하는 것이다(장석곤, 2002). 칼만 필터는 몇몇 시간의 상태를 추정하고, 결과의 추정을 통하여 피드백으로 받아들인다. 이것으로 칼만 필터는 시간 업데이트(time update) 방정식과 측정 업데이트(measurement update) 방정식의 두 부분으로 나누어진다. 시간 업데이트 방정식은 이전 상태와 오차 공분산을 이용하여 다음 시간 단계에서 사용할 이전 추측을 계산하는데 사용된다. 측정 업데이트 방정식은 피드백으로서 사용된다.

시간 업데이트 방정식은 예측(predict) 방정식으로서 생각될 수 있고, 측정 업데이트 방정식은 수정(correct) 방정식으로서 생각될 수 있다. 결론적으로 최종 예측 알고리즘은 그림에서와 같이 수치적인 문제를 풀기 위한 예측수정 알고리즘으로 구성된다.

알고리즘을 시작하기 위해서는 먼저 Kalman gain  $K_k$ 를 구한다. 그 다음 단계는 실제 측정을 통하여  $z_k$ 를 얻는 것이며 그 후에 이후 상태 추측을 만들어 내고 마지막으로 이후 오차 공분산을 계산하는 것이다. 시간과 측정 업데이트는 새로운 이전 추정이 이후 추정에 반영되어 적용된다. 이것이 칼만 필터의 특징 중의 하나인 재귀적인 방법으로 계속된다. 칼만 필터는 모든 과거 측정이 현재 추측에 재귀적으로 사용된다.

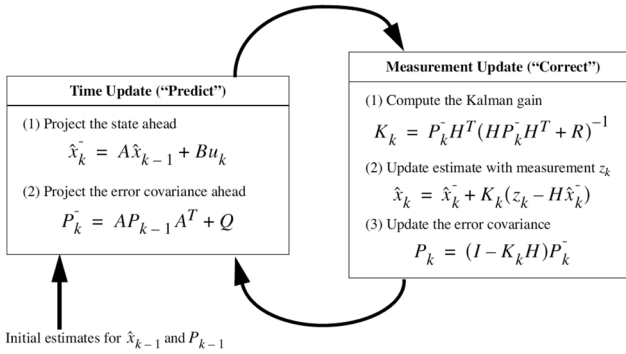


Fig. 3 The Cycle of Kalman Filter (Greg and Gary, 2001)

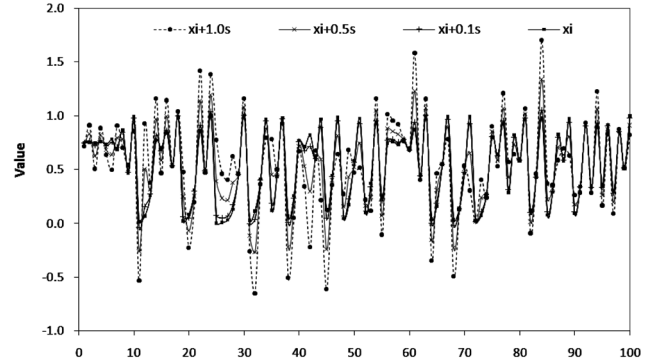


Fig. 5 Influence on Logistic Map by Noise Level

#### 4. 카오스 계열에 대한 잡음의 영향과 잡음제거

카오스 계열에 대한 잡음의 영향을 검토하기 위하여 우선적으로 순수 카오스 자료에 임의로 잡음의 수준을 변화하여 잡음을 추가하여야 한다. 이러한 자료를 비선형 분석 방법으로 분석함으로써 자료계열의 특성 변화를 확인할 수 있다. 또한 잡음이 포함된 자료에 대하여 잡음 제거방법을 적용함으로써 방법론별 잡음제거 효과를 검토할 수 있다.

##### 4.1 자료계열에 대한 잡음의 추가

본 연구에서는 대표적인 카오스 시스템으로 알려진 Logistic 계열을 이용하였다. May(1976)는 인구성장에 대한 분석을 위하여 간단한 비선형 맵을 제시하였는데 그것이 바로 Logistic Map 이고 다음과 같은 방정식으로 표현할 수 있다.

$$x_{t+1} = rx_t(1-x_t) \quad (6)$$

여기에서,  $0 < r < 4$ ,  $N = 1,000$

Logistic Map은 계수값인  $r$ 에 의해서 큰 영향을 받는데  $r$ 이 0에 근접하면 시스템은 안정하게 거동하고 4에 근접하면 카오스 특성을 나타낸다. 본 연구에서  $r=4$ 를 적용하여 발생시킨 계열은 다음과 같다.

Logistic 계열에 잡음이 미치는 영향 정도에 따른 거동특성을 분석하기 위하여 다음과 같이 원자료에 Gaussian noise를 추가하였다.

$$y_i = x_i + \eta \cdot \sigma \cdot \varepsilon_i \quad (7)$$

여기서,  $x_i$ 는 원자료계열, 즉, Logistic 계열은  $x_i$ 계열,  $\eta$ 는 잡음의 비율( $\eta=0.0, 0.1, 0.5, 1.0$ ),  $\sigma$ 는 자료계열의 표준편차,  $\varepsilon_i$ 는 평균 '0', 표준편차 '1'의 Gauss분포의 확률변수이다. 그리고  $y_i$ 는 위의 Eq. (7)으로부터 재구성된 자료계열이다.

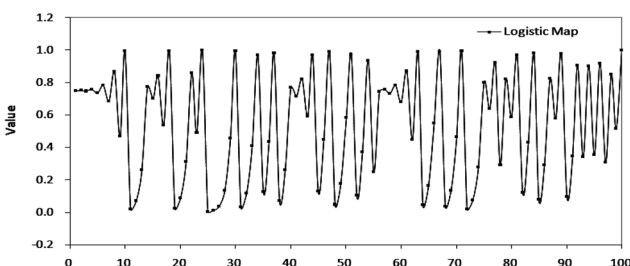


Fig. 4 Data Series of Logistic Map

##### 4.2 자료계열에 대한 잡음의 영향 분석

본 연구에서는 자료계열에 대한 잡음의 영향을 분석하기 위하여 비선형 특성을 보이는 카오스 계열에 대한 분석으로 널리 활용되고 있는 상태공간 위상 재건 방법, 상관차원 방법, BDS 통계, DVS 알고리즘을 이용하였다. 각 방법에 따른 자료계열의 변화 특성을 살펴 봄으로써 잡음의 영향이 자료계열에 미치는 영향을 분석할 수 있다.

###### 4.2.1 끌개에 대한 잡음의 영향

Logistic Map의 자료계열에 잡음을 추가하여 상태공간에 위상을 재건하고, 원자료의 끌개와 비교하였다(Fig. 6). 카오스 특성을 보이는 자료계열을 지체시간에 의해 상태공간에 표현할 경우, 이상한 끌개(strange attractor)의 형태를 보이는 특성이 있다(Fig. 6(a)). Fig. 6과 같이 자료계열에 잡음의 비율을 증가시킨 결과 자료계열은 단순한 형태에서 복잡한 형태로 변화하고 있고, 이는 자료계열에 더욱 많은 인자가 영향을 미치고 있음을 판단할 수 있다. 또한 이상한 끌개 형태의 자료계열은 본래의 카오스적 특성을 잃고 무작위한 형태를 보이게 됨을 확인할 수 있다.

###### 4.2.2 상관차원에 대한 잡음의 영향

Logistic Map의 자료계열에 대하여 대표적인 카오스 특성분석 방법의 하나로 알려진 상관차원을 산정하였다. 상관차원을 추정할 때 지체시간 산정과 상관차원을 구하기 위한 국부지역의 경사를 계산하는 과정이 있는데 이들은 각각 Kim *et al.*(1999) 및 Kim(1997)과 Kim *et al.*(2001)을 참고할 수 있다. 만약 매립차원에 대한 상관차원을 그래프로 표현했을 때 상관차원의 어느 한 값으로 수렴하지 않고 발산한다면 이는 추계학적 특성을 보이는 자료라고 할 수 있는데 Fig. 7(a)를 보면, Logistic Map 자료계열의 원자료( $x_i$ )는 특정값에 수렴하는 것으로 보아 카오스 자료임을 알 수 있다. 하지만, 잡음의 비율을 증가시킨 결과 자료계열은 수렴하는 형태에서 벗어나는 것을 알 수 있어 자료계열이 추계학적인 형태로 변화하고 있음을 알 수 있다.

###### 4.2.3 잡음 수준에 따른 BDS 통계 분석

Logistic Map의 자료 계열은 무작위한 분포를 따른다는 귀무가설 및 대립가설을 아래와 같이 설정하고 이에 대한 검정을 수행하기 위한 방법으로 BDS 통계를 적용하였다. 유의수준( $\alpha$ )은 5%로 설정하고 양측검정을 수행하였다.

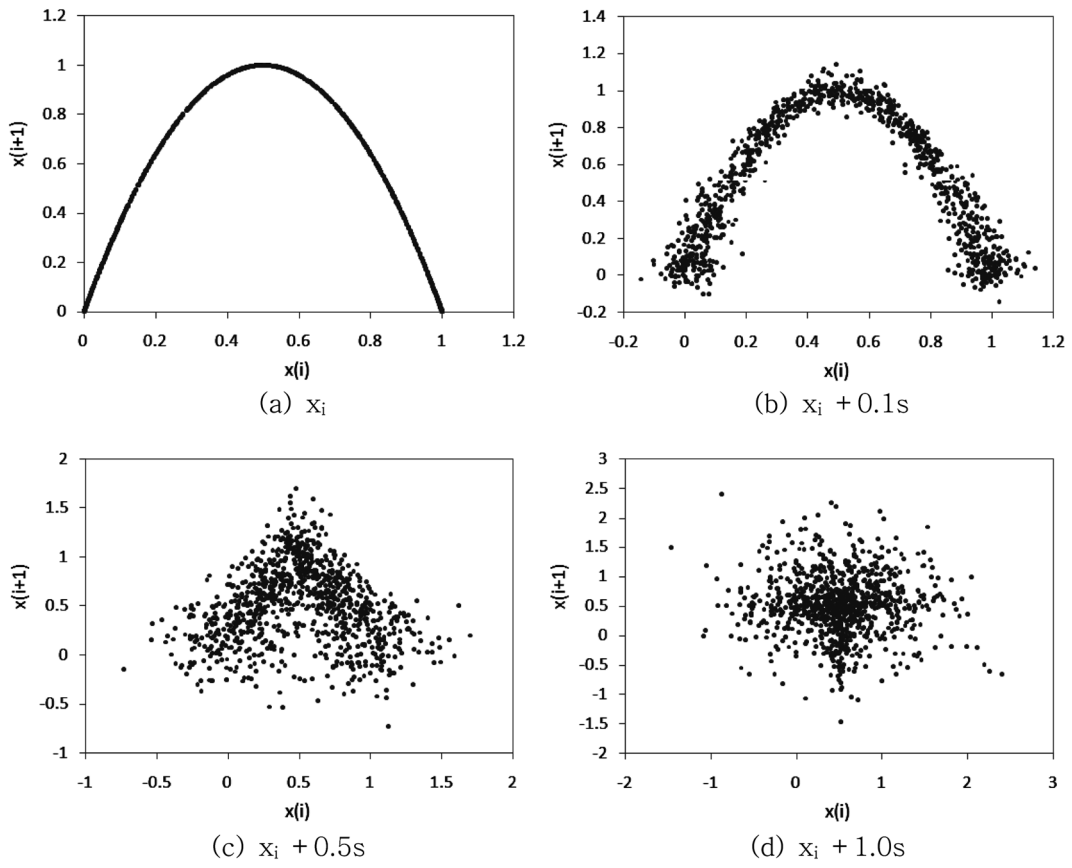


Fig. 6 Attractors of Logistic Map According to Noise Level

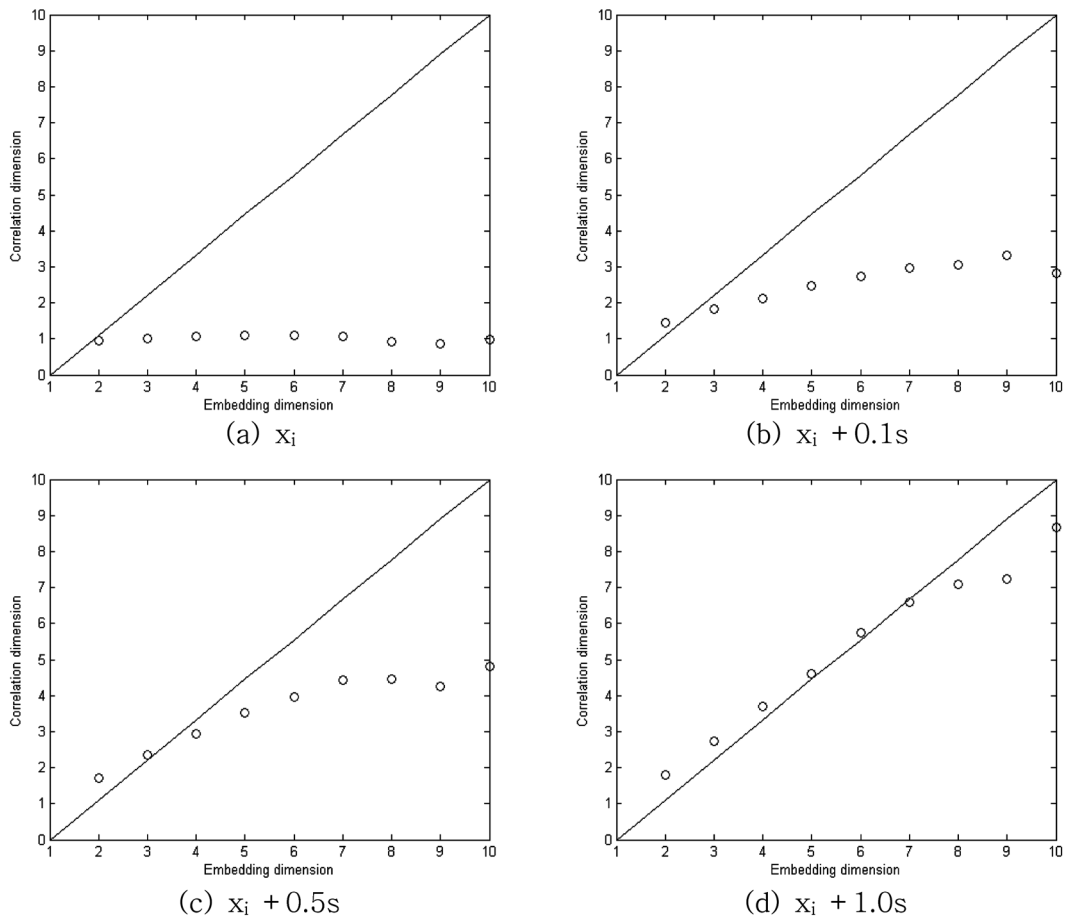


Fig. 7 Correlation dimensions of Logistic Map

H0 : 자료 계열의 분포는 무작위하다.

H1 : 자료 계열의 분포는 무작위하지 않다.

자료계열의 잡음의 수준, 매립차원(m), 구의 반경(r)에 따라 BDS 통계에 의하여 통계량을 산정하였으며 Logistic

Table 1. BDS statistic of Logistic Map According to Noise Level

Statistic		Value of statistic								95% C.I.
		Logistic_xi		Logistic_xi+0.1s		Logistic_xi+0.5s		Logistic_xi+1.0s		
BDS(2)	0.5	487.282	Rejected	535.376	Rejected	33.313	Rejected	0.531	Accepted	[-1.96, 1.96]
	1	201.924	Rejected	187.637	Rejected	16.114	Rejected	1.059	Accepted	
	1.5	11.116	Rejected	10.647	Rejected	3.393	Rejected	-0.309	Accepted	
	2	-20.318	Rejected	-19.731	Rejected	-4.043	Rejected	-1.821	Accepted	
BDS(3)	0.5	650.889	Rejected	720.788	Rejected	38.645	Rejected	0.943	Accepted	[-1.96, 1.96]
	1	182.627	Rejected	171.443	Rejected	15.437	Rejected	1.388	Accepted	
	1.5	1.483	Accepted	1.992	Rejected	2.902	Rejected	0.181	Accepted	
	2	-17.623	Rejected	-16.877	Rejected	-3.361	Rejected	-1.105	Accepted	
BDS(4)	0.5	856.501	Rejected	957.617	Rejected	40.395	Rejected	1.140	Accepted	[-1.96, 1.96]
	1	174.222	Rejected	164.259	Rejected	14.348	Rejected	1.571	Accepted	
	1.5	0.729	Accepted	0.420	Accepted	0.258	Accepted	0.561	Accepted	
	2	-15.277	Rejected	-14.797	Rejected	-3.048	Rejected	-0.563	Accepted	
BDS(5)	0.5	1173.944	Rejected	1326.371	Rejected	42.291	Rejected	1.429	Accepted	[-1.96, 1.96]
	1	168.399	Rejected	161.510	Rejected	13.744	Rejected	1.611	Accepted	
	1.5	-0.833	Accepted	-1.105	Accepted	0.232	Accepted	0.700	Accepted	
	2	-13.623	Rejected	-13.528	Rejected	-2.851	Rejected	-0.400	Accepted	

Map의 순수 자료계열(xi)은 대부분 유의수준 5%(-1.96 ≤ 검정통계량(x) ≤ 1.96)에서 가설을 기각하는 것으로 판정되어 확정론적 카오스 특성을 보임을 확인할 수 있다. 하지만 잡음의 수준이 증가함에 따라 통계량 값이 감소하였고 xi+1.0s의 경우에는 무작위한 잡음의 영향이 원자료계열의 특성 보다 커지는 영향으로 BDS 통계 결과 추계학적인 특성을 보이는 자료계열로 판정되었다.

4.2.4 잡음 수준에 따른 DVS plot 분석

DVS 알고리즘을 이용하여 Logistic Map에 대한 분석을 수행하고자 모의발생한 1,000개의 자료계열중 약 67%에 해당하는 600개의 계열을 실측치로 가정하고 나머지 400개에 대한 분석을 수행하였다. 분석결과 원시자료 계열은 k값의 증가에 따라 예측오차 Em(k) 값이 단조 증가하여 Logistic map의 확률론적 특성을 확인할 수 있었다. 하지만 잡음의 수준이 증가함에 따라 예측오차는 단조증가 형태에서 U자형을 나타내었다. 무작위한 잡음의 영향이 더욱 커지게 된다면 자료의 확률론적 특성인 예측오차의 단조 감소 형태를 확인할 수 있을 것으로 판단되었다.

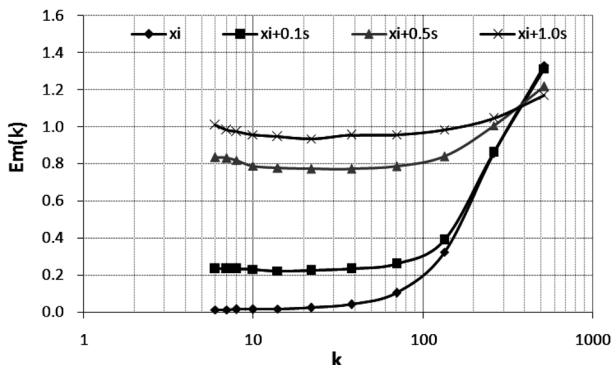
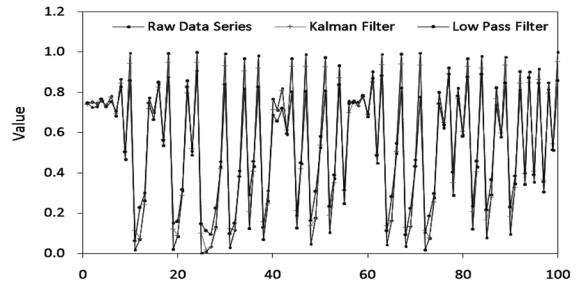


Fig. 8 Prediction Error(Em(k)) of Logistic Map by DVS Algorithm

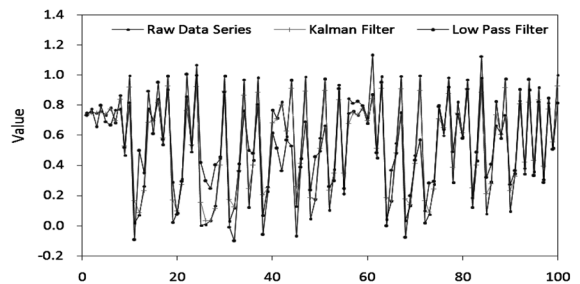
4.3 필터링 기법에 의한 잡음의 제거

4.3.1 칼만필터와 저역통과필터의 적용 결과

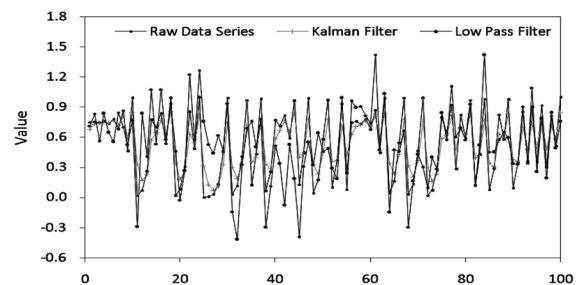
본 연구에서는 임의로 잡음이 추가된 자료계열에 대하여 수문계열의 잡음제거 방법으로 적용성이 있다고 판단되고 있



(a) xi+0.1s



(b) xi+0.5s



(c) xi+1.0s

Fig. 9 Effects of Noise Reduction by Filtering

Table 2. Statistical Characteristics of Data Series by Noise Reduction

	Low Pass Filter		Kalman Filter	
	Coefficient of Correlation	Standard Error	Coefficient of Correlation	Standard Error
xi+0.1s	0.988	0.044	0.994	0.033
xi+0.5s	0.889	0.146	0.986	0.049
xi+1.0s	0.709	0.286	0.925	0.089

는 Kalman Filter와 Low Pass Filter를 적용(장권희 등, 2009)하였고 잡음의 수준별로 다음과 같이 자료계열을 비교

하여 도시하였다.

잡음제거 효과를 검토하기 위하여 Logistic Map의 원시 자료계열과 필터링 기법별로 잡음이 제거된 자료계열에 대한 상관계수와 표준오차를 검토하였다<Table 2. 참고>. 잡음의 영향이 작을 경우에는 잡음의 제거 효과가 뛰어났지만 잡음의 영향이 커질수록 제거 효과가 떨어지는 것으로 나타났다. Kalman Filter 보다는 Low Pass Filter의 경우 잡음제거의 효율이 떨어지는 경향이 컸지만 두 기법 모두 잡음의 영향이 가장 큰 경우에도 상관계수가 0.7 이상으로 잡음제거 효과가 유의한 결과를 보이는 것으로 판단되었다.

Table 3. BDS Statistics for Data which has Noise Reduction by Low Pass Filter

Statistic		Value of statistic								95% C.I.
		Logistic_xi		Logistic_xi+0.1s		Logistic_xi+0.5s		Logistic_xi+1.0s		
BDS(2)	0.5	487.282	Rejected	266.440	Rejected	29.578	Rejected	1.296	Accepted	[-1.96, 1.96]
	1	201.924	Rejected	151.884	Rejected	16.409	Rejected	1.312	Accepted	
	1.5	11.116	Rejected	12.625	Rejected	5.344	Rejected	0.606	Accepted	
	2	-20.318	Rejected	-10.165	Rejected	-1.289	Accepted	-0.456	Accepted	
BDS(3)	0.5	650.889	Rejected	361.223	Rejected	34.564	Rejected	1.871	Accepted	[-1.96, 1.96]
	1	182.627	Rejected	139.616	Rejected	15.316	Rejected	1.793	Accepted	
	1.5	1.483	Accepted	3.251	Rejected	4.224	Rejected	0.925	Accepted	
	2	-17.623	Rejected	-9.200	Rejected	-1.059	Accepted	0.025	Accepted	
BDS(4)	0.5	856.501	Rejected	477.574	Rejected	37.901	Rejected	2.307	Rejected	[-1.96, 1.96]
	1	174.222	Rejected	134.281	Rejected	14.443	Rejected	2.146	Rejected	
	1.5	0.729	Accepted	0.915	Accepted	3.725	Rejected	1.303	Accepted	
	2	-15.277	Rejected	-8.556	Rejected	-1.058	Accepted	0.403	Accepted	
BDS(5)	0.5	1173.944	Rejected	656.741	Rejected	40.712	Rejected	2.640	Rejected	[-1.96, 1.96]
	1	168.399	Rejected	134.475	Rejected	13.734	Rejected	2.149	Rejected	
	1.5	-0.833	Accepted	-0.800	Accepted	3.333	Accepted	1.344	Accepted	
	2	-13.623	Rejected	-8.199	Rejected	-1.066	Rejected	0.476	Accepted	

Table 4. BDS statistics for Data which has Noise Reduction by Kalman Filter

Statistic		Value of statistic								95% C.I.
		Logistic_xi		Logistic_xi+0.1s		Logistic_xi+0.5s		Logistic_xi+1.0s		
BDS(2)	0.5	487.282	Rejected	446.008	Rejected	369.011	Rejected	160.150	Rejected	[-1.96, 1.96]
	1	201.924	Rejected	200.022	Rejected	184.362	Rejected	71.995	Rejected	
	1.5	11.116	Rejected	11.576	Rejected	12.719	Rejected	15.907	Rejected	
	2	-20.318	Rejected	-18.126	Rejected	-14.941	Rejected	7.205	Rejected	
BDS(3)	0.5	650.889	Rejected	612.510	Rejected	529.694	Rejected	256.667	Rejected	[-1.96, 1.96]
	1	182.627	Rejected	187.528	Rejected	177.744	Rejected	77.790	Rejected	
	1.5	1.483	Accepted	3.832	Rejected	6.407	Rejected	14.859	Rejected	
	2	-17.623	Rejected	-12.897	Rejected	-10.039	Rejected	6.624	Rejected	
BDS(4)	0.5	856.501	Rejected	807.083	Rejected	717.933	Rejected	380.054	Rejected	[-1.96, 1.96]
	1	174.222	Rejected	176.264	Rejected	166.994	Rejected	74.266	Rejected	
	1.5	0.729	Accepted	1.356	Accepted	2.511	Rejected	11.085	Rejected	
	2	-15.277	Rejected	-10.463	Rejected	-8.141	Rejected	5.980	Rejected	
BDS(5)	0.5	1173.944	Rejected	1101.766	Rejected	1000.758	Rejected	557.666	Rejected	[-1.96, 1.96]
	1	168.399	Rejected	173.618	Rejected	162.812	Rejected	74.307	Rejected	
	1.5	-0.833	Accepted	0.274	Accepted	1.370	Accepted	8.634	Rejected	
	2	-13.623	Rejected	-9.204	Rejected	-7.240	Rejected	5.137	Rejected	

### 4.3.2 BDS 통계에 의한 잡음 제거 효과 검토

앞서 잡음의 영향 수준이 높아짐에 따라 자료계열은 추계학적 특성을 가지는 것으로 나타났다. 이와 같은 특성을 가지는 자료에 대하여 필터링을 할 경우 자료계열은 어떠한 영향을 받고 효과적으로 잡음을 제거할 수 있는지에 대하여 검토가 필요하다. 자료의 비선형성을 BDS 통계는 자료의 비선형성을 효과적으로 검증할 수 있으며 최근된 값  $k$ 에 의한 예측오차( $Em(k)$ )의 거동특성에 대한 도시적 분석 방법인 DVS Algorithm 보다 효율적인 통계량 값을 제공한다. 따라서 본 연구에서는 잡음제거에 따른 자료계열의 특성을 분석하기 위하여 BDS 통계를 통하여 비교하였다.

Table 3, 4와 같이 매립차원  $m(2 \leq m \leq 5)$ 과 구의 반경  $r(0.5 \leq r \leq 2)$ 에 따른 필터링 기법별 분석 결과 잡음 수준이 상당히 클 경우(Logistic  $x_i+1.0s$ )인 Low Pass Filter의 결과를 제외하고 대부분 유의수준을 벗어나는 결과를 나타냈다. 이는 필터링 기법이 본래 Logistic Map의 비선형적 특성을 회복하는 데 효과가 있음을 의미한다. 하지만, Kalman Filter와 Low Pass Filter의 적용 결과는 다른 양상을 나타냈다. 우선, 높은 잡음의 수준에서도 Kalman Filter의 적용성은 우수했지만 Low Pass Filter의 경우에는 낮은 잡음 수준에서만 적용성이 있음을 확인할 수 있었다. 그리고 각 잡음 수준별 통계량에서 확인할 수 있듯이 Kalman Filter의 경우에는 잡음의 제거에 따라 본래 Logistic Map의 통계량에 Low Pass Filter 보다 상당히 근접하였다.

Low Pass Filter는 낮은 주파수 영역의 자료계열, 즉 장주기 자료계열을 통과시키고 단주기인 잡음을 제거시키는 방법이므로 원시자료에 잡음 수준이 낮은 자료에 효과적일 수 있겠으나 잡음의 수준이 높은 경우에는 잡음의 영향과 원시자료의 특성을 효과적으로 분리해내지 못함에 따라 잡음 제거의 효율이 떨어짐을 알 수 있었다.

Kalman Filter는 업데이트된 과거계열( $t-1$ )을 이용한 현단계( $t$ ) 예측과 현단계 관측값 정보를 통하여 최적의 추정값을 산정하고 이를 지속적으로 업데이트하는 피드백 제어 형태를 사용한다. 따라서 잡음의 영향이 크다 하더라도 과거단계의 관측정보에 의해 효과적으로 현단계 관측값에 대한 잡음을 제거할 수 있었다.

## 5. 요약 및 결론

본 연구에서는 대부분의 수문자료가 비선형 구조를 보이는 특성이 있음을 착안하여 대표적인 비선형 카오스 특성을 보이는 Logistic Map 자료계열을 이용한 잡음의 영향 분석과 잡음의 제거 방법에 대한 연구를 수행하였고 이에 대한 내용 및 결과는 다음과 같다.

1. 카오스 자료계열이라고 알려져 있는 Logistic Map 계열에 잡음의 영향 정도에 따른 자료계열의 특성변화에 대한 분석을 수행하였다. 이를 위하여 비선형 자료의 분석 방법으로 활용되고 있는 상태공간 재건, 상관차원 추정, BDS 통계, DVS 알고리즘 분석을 실시하였다. 분석 결과 자료계열은 잡음의 수준이 높아짐에 따라 비선형 카오스적 특성을 보이는 원시자료의 특성이 사라지고 무작위한 추계학적 특성을 보이는 자료로 변화하였다.

2. 자료계열에 대한 잡음의 제거 효과를 검토하기 위하여 잡음제거 방법으로 수문자료에 적용성이 있다고 판단되는 Low Pass Filter와 Kalman Filter 기법을 적용하였다. 적용결과 일반적인 통계분석 결과에서는 잡음의 수준이 가장 높은 경우에도 상관계수가 최소 0.7 이상으로 두 기법 모두 적용성이 인정되었다. 하지만 비선형 통계기법인 BDS 통계분석을 수행한 결과 두 기법의 차이가 명확히 나타났다. Low Pass Filter는 잡음을 효과적으로 제거하지 못하여 비선형 자료를 선형 자료로 판정하였지만 Kalman Filter의 경우 잡음을 효과적으로 제거하는 것으로 나타나 적용성이 더욱 우수하였다. 이는 Kalman Filter의 과거자료를 활용한 추정 및 관측자료 업데이트 방법론이 Low Pass Filter의 주파수 영역별 잡음제거 방법론 보다 비선형 자료 계열에 더욱 효과가 있기 때문인 것으로 판단되었다.

3. 이와 같은 방법론은 카오스 특성을 갖는 수문자료에 응용하여 잡음을 제거함으로써 원래 수문자료의 특성을 보다 정확하게 도출하는데 역할을 할 수 있을 것으로 판단된다. 이와 같이 비선형 특성을 보이는 자료계열에 대한 분석에는 BDS 통계와 같은 비선형 해석 방법이 타당성이 있음을 확인할 수 있었다. 추후 이러한 해석 방법에 대한 연구가 더욱 진행된다면 수문자료계열을 해석하는데 기여하는 바가 클 것으로 기대된다.

## 참고문헌

- 김형수, 윤용남(1996) 카오스의 위상학적 건지 : (II) 독립성과 잡음제거, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제16권, 제II-5호, pp. 453-459.
- 오창열, 진영훈, 박성천, 정우철(2006) 하천의 일TOC 시계열 자료의 비선형 동역학적 거동 분석, **한국수자원학회 2006년도 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회, pp. 1032-1036.
- 장권희, 김치영, 김수진, 김형수(2009) 자동유량측정 자료의 개선을 위한 필터링 방법의 적용, **한국수자원학회 2009년도 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회
- 장석곤(2002) Kalman Filter를 이용한 총주댐 유입량 예측기법의 결합, 석사학위논문, 서울대학교.
- 최민호, 이은태, 김형수(2009) 카오스 시계열에 대한 잡음의 영향, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제42권, 제4호, pp. 355-363.
- Abraham, N.B. (1989) Chaotic behavior in systems; Nonlinear theories; Congresses, *Plenum Press*, Conference Proceedings p. 476.
- Bouzata, S., Wioa, H.S., and Mindlin, G.B. (2004) Characterization of spatiotemporal chaos in an inhomogeneous active medium, *Physica D*, 199, pp. 185-193.
- Brock, W.A., Heish, D.A., and Lebaron, B. (1991) Nonlinear dynamics, chaos, and instability: Statistical theory and economic evidence, *The MIT Press*.
- Brock, W.A., Dechert, W.D., Scheinkman, J.A., and LeBaron, B. (1996) A test for independence based on the correlation dimension, *Econ. Rev.*
- Casdagli, M. (1992) Chaos and deterministic versus stochastic nonlinear modeling, *J. Roy. Stat. Soc. B*, 54, pp. 303-324.
- Gilmore, C.G. (1993) A New Test for chaos, *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 22. pp. 209-237.
- Greg, W. and Gary, B. (2001) An Introduction to the Kalman Filter, *UNC-Chapel Hill*, TR 95-041.
- Hense, A. (1987) On the possible existence of a strange attractor for



- the southern oscillation, *Beitr. Phys. Atmosph.* Vol. 60, No. 1, pp. 34-47.
- Jayawardena, A.W. and Lai, F. (1994) Analysis and prediction of chaos in rainfall and stream flow time series". *J. Hydrol.* Vol. 153, pp. 23-52.
- Kim, H.S. (1997) *Applicability of chaotic system in hydrologic time series*. Ph.D. Dissertation, Colorado State Univ., Fort Collins, Colorado, USA.
- Kim, H.S., Eykholt, R., and Salas, J.D. (1998) Delay time window and plateau onset of the correlation dimension for small data sets, *Physical Review E*, Vol. 58, No. 5, pp. 5676-5682.
- Kim, H.S., Eykholt, R., and Salas, J.D. (1999) Nonlinear dynamics, delay times, and embedding windows, *Physica D* 127, pp. 48-60.
- Kim, H.S., Yoon, Y.N., Kim, J.H., and Kim, J.H. (2001) Searching for strange attractor in wastewater flow, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 15, No. 5, pp. 399-413.
- Kim, H.S., Kang, D.S., and Kim, J.H. (2003) The BDS statistic and residual test", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 17, pp. 104-115.
- May, R.M. (1976) Simple mathematical models with very complicated dynamics, *Nature* 261:459.
- Mindlin, G. and Gilmore, R. (1992) Topological analysis and synthesis of chaotic time series, *Physica D* 58, pp. 229-242.
- Porporato, A. and Ridolfi, L. (1996) Clues to the existence of deterministic chaos in river flow, *Int. J. Mod. Phys. B* 10, pp. 1821-1862.
- Porporato, A. and Ridolfi, L. (1997) Nonlinear analysis of river flow time sequences, *Water Resour. Res.* Vol. 33, No. 6, pp. 1353-1367.
- Rodriguez-Iturbe, I., Power, B.F.D., Sharifi, M.B., and Georgakakos, K.P. (1989) Chaos in Rainfall, *Water resources Research*, Vol. 25, No. 7, pp. 1667-1675.
- Sangoyormi, T.B., Lall, U., and Abarbanel, H.D.I. (1996) Nonlinear dynamics of the Great Salt Lake: dimension estimation, *Water Resources Research*. Vol. 32, No. 1. pp. 149-159.
- Schreiber, T. (1993) Extremely simple nonlinear noise-reduction method, *Phys. Rev. E* 47, pp. 2401-2404.
- Sharifi, M.B., Georgakakos, K.P., and Rodriguez-Iturbe, I. (1990) Evidence of deterministic chaos in the pulse of storm rainfall. *J. Atmos. Sci.* 47, pp. 888-893.
- Sivakumar, B., Liang, S.Y., and Liaw, C.Y. (1996) Analysis of Singapore rainfall characteristics: Chaos. In: *Proceedings of the Tenth Congress of the Asian and Pacific Division of the International Association for Hydraulic Research*, Langkawi, Malaysia.
- Sivakumar, B., Liang, S.Y., and Liaw, C.Y. (1998). Evidence of chaotic behavior in Singapore rainfall. *J. Am. Water Resour. Assoc.* Vol. 34, No. 2, pp. 301-310.
- Sivakumar, B., Liang, S.Y., Liaw, C.Y., and Phoon, K.K. (1999) Singapore rainfall behavior: chaotic? *J. Hydrol. Eng., ASCE*, Vol. 4, No. 1, pp. 38-48.
- Sivakumar, B., Berndtsson, R., Persson, M., and Uvo, C.B. (2005) A multi-variable time series phase-space reconstruction approach to investigation of chaos in hydrological process, *International Journal of Civil and Environmental Engineering*, Vol. 1, No. 1, pp. 35-51.
- Sivakumar, B., Jayawardena, A.W., and Li, W.K. (2007) Hydrologic complexity and classification: a simple data reconstruction approach, *Hydrological Processes*, Vol. 21, pp. 2713-2728.
- Takens, F. (1981) Detecting strange attractors in turbulence, *In Dynamical Systems and Turbulence*, Rand DA, Young LS (eds). Lecture Notes in Mathematics 898. Springer-Verlag: Berlin, Germany; pp. 366-381.
- Wilcox, B.P., Seyfried, M.S., and Matison, T.H. (1991) Searching for Chaotic Dynamics in Snow melt Runoff, *Water resources Research*. Vol. 27, No. 6, pp. 1005-1010.

(접수일: 2010.9.7/심사일: 2010.10.10/심사완료일: 2010.11.15)