

# 다상 격자 볼츠만 방법을 이용한 수조 핵비등 직접 수치 모사: 예비 연구

유승엽\*\* · 고성호\*\*

## Direct Numerical Simulation of the Nucleate Pool Boiling Using the Multiphase Lattice Boltzmann Method : Preliminary Study

Seungyeob Ryu\*\*, Sungho Ko\*\*

Key Words : Lattice Boltzmann method(격자 볼츠만), Two phase flow(2상 유동), Nucleate pool boiling(수조 핵비등), Phase change(상변화), Direct numerical simulation(직접 수치 모사)

### ABSTRACT

Multiphase lattice Boltzmann method (LBM) has been used to simulate the nucleate pool boiling directly. For the phase change model, the thermal model and the Stefan boundary condition were introduced to the isothermal LBM. The phase change model was validated by the bubble growth in a superheated liquid under no gravity. The bubble growth on and departure from a superheated wall has been simulated successfully. The preliminary results showed that the detail process of nucleate pool boiling was in good agreement with the experimental results.

### 1. 서 론

비등 열전달은 상변화와 같이 열 및 물질전달이 일어나는 현상이다. 비등 열전달은 기본적으로 2상 유동이고 산업적으로 많이 이용되고 있다. 비등에 의한 높은 열전달률 때문에 원자력 분야에서는 오래전부터 사용되어 왔다. 특히 비등, 응축과 같은 현상은 원자력 발전에 쓰이는 노심, 증기발생기, 응축열교환기 같은 설비에 매우 중요하다.

수조 핵비등은 정지된 수조내 과열된 벽면에서 일어나는 비등 현상으로 정의된다<sup>(1)</sup>. 과열된 벽면의 온도가 수조 액체의 포화온도보다 커지면 핵비등이 시작된다. 핵비등에 의해 생성된 기포는 과열 액체 경계층에서 성장하고, 결국에는 벽면에서 이탈한다. 상승하는 증기 기포 주위 액체의 과냉, 과열 상태에 따라 기포는 붕괴, 또는 성장하게 된다.

핵비등에 대한 연구는 주로 이론적 해석과 실험적 연구가 수행되어 왔으며, 수치해석적인 연구는 상당히 적음을 알 수 있다<sup>(2)</sup>. 이는 2상 유동의 해석적 어려움에 기인한다. 각 상의

경계면 및 기하학적 변형 등을 예측해야 하고, 비등인 경우 여기에 각 상의 경계면에서 열전달 및 물질 전달을 고려해야 한다. 이 중 핵비등은 기포가 생성, 성장, 벽면에서 떨어지고 상승하는 복잡한 현상을 갖는 상변화 과정이다. 핵비등에 대한 직접수치계산(Direct Numerical Simulation, DNS)을 수행하는데 있어 상변화 모델이 가장 큰 도전 과제이다<sup>(3)</sup>. 핵비등은 벽면의 존재로 인해 벽면 접촉에 의한 열전달 및 경계면 예측 등의 복잡한 현상이 일어나기 때문이다. 이와 같은 문제 이외에도 핵비등 DNS의 상변화 문제는 표면 장력, 잠열(latent heat), 상간의 물질 전달, 복잡한 2상 경계면 운동 등과 관련된 경계면 문제와 비정상상태(unsteady) 연속, 운동량, 에너지 방정식을 동시에 풀어야 한다.

Lee와 Nydahl<sup>(4)</sup>은 포화 핵비등의 기포 모델을 축대칭 Navier-Stokes 방정식과 에너지 방정식을 연계하여 해석을 수행하였다. 하지만 기포가 생성하는 도중에 기포 형태를 반구형으로 가정했고, 미소 액체층 증발(microlayer evaporation) 효과를 고려했지만 기존의 실험 결과와 임의적으로 매칭시키는 방법을 사용하였다. Welch<sup>(5)</sup>는 경계면 예측을 위해 움직이는 격자(moving grid)를 도입하여 변형 가능한, 2차원 핵비등 해석을 수행하였다. 비록 기포의 변형 등을 예측할

\* 한국원자력연구원

\*\* 충남대학교 기계설계공학과

† 교신저자, E-mail : syryu@kaeri.re.kr

수 있는 포착 방법을 이용했지만 벽면에서 기포 이탈 같은 변화가 일어나는 현상은 모사할 수 없었다. 더 진보된 핵비등 직접 수치 계산은 Son 등<sup>(6)</sup>에 의해 수행되었다. 증기와 액상에 대한 연속, 운동량, 에너지 방정식을 동시에 풀었으며, 증기-액상 경계면은 자동적으로 계면의 합침, 이탈을 다룰 수 있는 Level Set 방법을 이용하였다. 기포의 생성을 모사할 때, 계산 영역을 미소 액체층 증발(microlayer evaporation) 모델을 도입한 미소(micro) 영역과 거시(macro) 영역으로 나누어 해석하였다. 최근에 Shin 등<sup>(3)</sup>은 Level Contour Reconstruction Method를 이용하여 3차원 핵비등 현상을 해석하였다. 그들은 핵생성 밀도 등을 고려하여 주기적인 기포 생성 및 이탈을 모사하였고, 2차원과 3차원 해석의 차이점을 보였다. 하지만 미소 액체층 증발(microlayer evaporation)과 동적 접촉각(contact line dynamics)을 고려하지 않았다.

최근에 제시된 격자 볼츠만 방법은 기존의 MAC<sup>(7)</sup> (Marker and Cell), FT<sup>(2)</sup> (Front Tracking) 방법과 같은 경계면 추적 방법(interface tracking method)과 VOF<sup>(8)</sup> (Volume of Fluid), Level Set 방법<sup>(9)</sup> 같은 경계면 포착방법(interface capturing method)의 단점을 극복할 수 있다. 격자 볼츠만 방법은 VOF, Level Set 방법에서 사용한 오더 변수(order parameter)\*에 고정 격자(Eulerian grid)를 사용하여 경계면을 예측하나 경계면 보존에서 이 두 방법보다 정확하고 특히 기하학적 변형이나 합침이 있는 경우 더 정확하게 예측할 수 있다. 또한 3차원으로 확장이 쉽다는 장점이 있다. 격자 볼츠만 방법의 경계면 예측, 기포 운동, 접촉각, 기포 목 현상(bubble necking) 등에 관한 연구는 참고문헌 10, 11에 있다.

비등에 대한 격자 볼츠만 연구는 기존의 CFD 연구와 달리 극히 적은 편이다. 이는 격자 볼츠만 방법이 비교적 최근인 80년대 후반에, 다상 모델 같은 경우는 90년대 후반, 더 세련된 모델은 2000년대에 제시되었기 때문이다. 그 중에서 비등 관련 최근 해석은 Hazi 와 Markus<sup>(12)</sup>, Dong 등<sup>(13)</sup>에 의해 수행되었다.

이번 연구에서 과열 벽면으로 인한 수조 핵비등 현상을 해석하기 위해서 자유에너지에 기반을 둔 격자 볼츠만 방법을 이용하였다<sup>(13, 14)</sup>. 상변화 모델의 검증 문제로 열전달이 없는 스파이노달 분해, 열전달이 있는 과열된 액체내의 증기 기포 생성 등을 기존의 이론적 결과와 비교하였다. 예비 연구로서 Mukherjee<sup>(15)</sup>의 수조 핵비등 실험 결과와 유사한 조건의 수치 해석을 수행하여 결과를 비교, 고찰하여 보았다.

\* LBM에서 오더 변수(order parameter,  $\phi$ )는 VOF의 셀(또는 제어체적) 내에 액상의 체적비로 정의된  $F$ , Level Set 방법의 경계면에서 거리로 정의된  $\phi$ 와 유사한 개념으로 두 상을 구별하는 변수이다. (-) 값은 기체, (+) 값은 액체, (0) 값은 경계면을 의미한다.

## 2. 수학 모델과 수치해석

### 2.1 지배방정식

격자 볼츠만 방법을 소개하기에 앞서 우리가 풀고자 하는 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{u}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial (n\vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{u}\vec{u}) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F}_b \tag{2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \vec{u}) = \theta_M \nabla^2 \mu_\phi \tag{3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T\vec{u}) = \alpha \nabla^2 T \tag{4}$$

여기서  $\mu_\phi$ 는 화학 포텐셜,  $\theta_M$ 은 이동성(mobility)에 대한 계수,  $P$ 압력 텐서,  $\vec{F}_b$ 는 체적 힘,  $\alpha$ 는 열확산계수 그리고  $n, \phi$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$n = \frac{\rho_A + \rho_B}{2}, \quad \phi = \frac{\rho_A - \rho_B}{2}$$

여기서  $\rho_A$ 와  $\rho_B$ 는 유체 A와 B의 밀도이다. 그리고  $n$ 은 평균 밀도,  $\phi$ 를 오더 변수(order parameter)라고 한다.

### 2.2 격자 볼츠만 방법

이 절에서는 격자 볼츠만 방법에 대해 간략하게 기술한다. 자세한 내용은 참고문헌 10, 11, 14에 제시되어 있다. 경계면 포착 방정식은 위의 식 (3)인 Cahn-Hilliard 방정식으로 모델링된다. 이를 격자 볼츠만 방정식으로 변환하면 다음과 같다.

$$g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = g_i(\vec{x}, t) + \Omega_i + (1-q)[g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t) - g_i(\vec{x}, t)] \tag{5}$$

$$\Omega_i = \frac{g_i^{(eq)}(\vec{x}, t) - g_i(\vec{x}, t)}{\tau_\phi}$$

여기서  $g_i$ 는 분포 함수,  $\tau_\phi$ 는 단일 완화 시간(single relaxation time),  $\vec{e}_i$ 는  $i$  방향의 격자 속도,  $q(= \frac{1}{1+\tau_\phi})$ 는 상수항을 의미한다. 오더 변수(order parameter)는 다음과 같이 구한다.

$$\phi = \sum_i g_i \tag{6}$$

식 (2)에서  $\nabla P$ 는 2 상 유동에서 중요한 표면장력과 관계된 항이다. 이를 다시 포텐셜 항으로 표시하면

$$\vec{F}_{st} = -\nabla P = -\nabla p_i - \varnothing \nabla \mu_{\varnothing} \quad (7)$$

여기서  $p_i = n c_s^2$  ( $c_s$ 는 음속)는 이상기체 상태방정식을 의미한다. 화학 포텐셜은 자유에너지 밀도함수에서 구할 수 있다.

식 (2), 식 (3)을 격자 볼츠만 방정식으로 변환하면 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\vec{x}, t) + \Omega_i \quad (8)$$

$$\Omega_i = \frac{f_i^{(eq)}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)}{\tau_n} + A_i (-\varnothing \nabla \mu_{\varnothing} + \vec{F}_b) \delta t$$

여기서  $A_i$ 는 여러 형태가 있으며 복잡하지만 가장 정확한 Guo 등<sup>(16)</sup>이 권고한 모델을 선정하였다.  $\vec{F}_b = 2\varnothing^* \vec{g}$ 는 중력항을 의미하고 점성계수는  $\nu = c_s^2(\tau_n - 0.5)\delta t$ 이다. 평형분포함수는 다음과 같은 보존식을 만족해야 한다.

$$n = \sum_i f_i^{(eq)} \quad (9)$$

$$\vec{u} = (\sum_i f_i^{(eq)} \vec{e}_i + \frac{1}{2}(-\varnothing \nabla \mu_{\varnothing} + \vec{F}_b))/n \quad (10)$$

$$\sum_i f_i^{(eq)} e_{i\alpha} e_{i\beta} = n c_s^2 \delta_{\alpha\beta} + n u_{\alpha} u_{\beta} \quad (11)$$

온도와 관련된 식 (4)를 격자 볼츠만 방정식으로 변환하면 다음과 같다<sup>(17)</sup>.

$$h_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = h_i(\vec{x}, t) + \frac{h_i^{(eq)}(\vec{x}, t) - h_i(\vec{x}, t)}{\tau_h} \quad (12)$$

여기서 열확산계수는  $\alpha = \eta(\tau_h - 0.5)\delta t$ 이고, 온도는 다음과 같이 구한다.

$$T = \sum_i h_i = \sum_i h_i^{(eq)} \quad (13)$$

두 유체가 갇혀진 체적 내에서 자유에너지 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\Psi_b = \int \mathcal{J} dV = \int dV [\psi(\varnothing) + \frac{\kappa}{2}(\nabla \varnothing)^2 + n c_s^2 \ln n] \quad (14)$$

여기서  $V$ 는 제어체적,  $\kappa$ 는 표면장력과 경계면 두께와 관련된 계수,  $\psi$ 는 체적자유에너지 밀도이다.  $\psi$ 는 다음과 같이 double-well 형태로 나타낼 수 있다<sup>(14, 26)</sup>.

$$\psi(\varnothing) = A(\varnothing^2 - \varnothing^{*2})^2 \quad (15)$$

여기서  $A$ 는 두 상간의 상호에너지를 제어하는 매개변수이며, 두 상  $-\varnothing^*$ ,  $\varnothing^*$ 에서 최소 에너지를 갖게 되며 평형된 상태를 유지한다. Figure 1에 자유에너지에 대한 개념을 나타내었다. 화학 포텐셜은 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_{\varnothing} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \varnothing} - \nabla \cdot \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \nabla \varnothing} \quad (16)$$

$$= A(4\varnothing^3 - 4\varnothing^{*2}\varnothing) - \kappa \nabla^2 \varnothing$$

경계면과 수직인 방향에서 경계면 단면 분포는 아래와 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\varnothing = \varnothing^* \tanh(2\zeta/W) \quad (17)$$

여기서  $\zeta$ 는 경계면에서 수직인 좌표이고,  $W$ 는 경계면의 두께이다. 표면장력계수를  $\kappa$ ,  $W$ ,  $A$ ,  $\varnothing^*$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{4\sqrt{2\kappa A}}{3} \varnothing^{*3}, W = \frac{\sqrt{2\kappa/A}}{\varnothing^*}, \varnothing^* = \frac{\rho_L - \rho_G}{2}$$

정확하고 효율적인 경계조건을 개발하는 것은 계산의 정확성과 안정성에 영향을 미치기 때문에 계산 기법 자체를 개발하는 것만큼 중요하다. 하지만 본 연구에서 경계조건은 연구 주제가 아니기 때문에 일반적으로 널리 사용되는 모델을 사용하였다. 벽면에서는 점착 조건(no-slip condition)인 bounce-back 조건<sup>(18)</sup>을 적용하고, 온도에 대한 Dirichlet 경계조건은 비평형 외삽 기법(non-equilibrium extrapolation scheme), Neumann 경계조건은 평형 기법(equilibrium scheme)을 적용한다<sup>(17)</sup>.

액체-기체 경계면이 고체 표면과 만났을 경우 접촉면에서의 표면장력 균형에 의해 접촉각이 발생한다. 접촉각에 대한 해석은 Briant 등<sup>(19)</sup>이 제시한 모델을 사용하였다. 이에 대한 자세한 해석 및 기술은 참고문헌 11, 19에 제시되어 있다.

### 2.3 상변화 모델

Landau의 ‘mean-field theory’에 의하면 상변화는 오더 변수(order parameter)의 연속적인 변화로 고려할 수 있다. 그러므로 Cahn-Hilliard 방정식에 상변화 항을 포함시켜 확장시킬 수 있다<sup>(13)</sup>. 이러한 처리방법은 상 경계면을 자동적으로 포착할 수 있을 뿐만 아니라 잠열(latent heat) 또한 고려할 수 있다. 본 연구에서 핵비등 현상을 모사하기 위해서 Dong 등<sup>(13)</sup>과 같이 다음과 같은 가정을 하였다.

- 기포 내부는 비압축성
- Stefan 경계 조건에 기반하여 경계면을 통해 전달된 열은 완전히 액체를 증발시키는 데 사용되어 기포 체적의 증가를 유발

과열된 유체에서 증기 기포로 전달된 질량은 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>(6, 13)</sup>.

$$\int_V \frac{\Delta m}{\Delta t'} dV = \int \rho_G \frac{dV'_b}{dt'} dV = -\frac{1}{h_{fg}} \int_S k_L \left( \frac{\partial T'}{\partial x'} \right)_b dS$$

$$= -\frac{1}{h_{fg}} \int_V k_L \left( \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} \right)_V dV \quad (18)$$

여기서  $\rho_G$  는 증기 기포 밀도,  $T'$  는 온도,  $h_{fg}$  는 증발 잠열,  $k_L$  은 액체의 열전도계수이다.

오더 변수(order parameter)의 변화를 기반으로 한 상변화 양은 다음과 같이 고려할 수 있다.

$$\dot{\phi} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t'} = \frac{(\rho_L - \Delta m) - (\rho_G + \Delta m)}{2\Delta t'} - \frac{(\rho_L - \rho_G)}{2\Delta t'}$$

$$= -\frac{\Delta m}{\Delta t'} \Big|_L = \frac{\rho_L}{\rho_G} \frac{\Delta m}{\Delta t'} \Big|_G \quad (19)$$

지배방정식의 변수들은 다음과 같은 길이, 속도 척도로 무차원화 한다.

$$l_o = (\sigma/g(\rho_L - \rho_G))^{1/2}, \quad U_o = (gl_o)^{1/2} \quad (20)$$

$$V_b = \frac{V'_b}{V_o}, t = \frac{t' U_o}{l_o} (= t^*), x = \frac{x'}{l_o}, T = \frac{T' - T'_b}{T'_w - T'_b}$$

여기서  $V_o$  은 초기 기포 체적이다.

그러므로 식 (18)의 무차원화 된 형태는 다음과 같이 표현된다.

$$\rho_G \frac{dV}{dt} = -\frac{k_L (T'_w - T'_b)}{h_{fg} U_o l_o} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \quad (21)$$

여기에 핵비등 열전달 관련 중요한 무차원 수인 Jacob ( $Ja$ ) 수와 Peclet ( $Pe$ ) 수를 도입하면 다음과 쓸 수 있다<sup>(3, 13)</sup>.

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\rho_L Ja}{\rho_G Pe} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) = \frac{\dot{\phi}}{\rho_L} \quad (22)$$

$$Ja = \frac{C_{pL} (T'_w - T'_b)}{h_{fg}}, \quad Pe = \frac{\rho_L U_o l_o C_{pL}}{k_L}$$

위 상변화 항을 식 (5)에 생성항으로 더해주면 다음과 같다.

$$g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = g_i(\vec{x}, t) + \Omega_i$$

$$+ (1-q)[g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t) - g_i(\vec{x}, t)] + w_i \dot{\phi} \quad (23)$$

또한 식 (4)에서  $\alpha = 1/Pe$ 이다. 그리고 증발 잠열 항을 식 (12)에 고려하면 다음과 같다<sup>(12, 13, 20)</sup>.

$$h_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = h_i(\vec{x}, t) + \frac{h_i^{(eq)}(\vec{x}, t) - h_i(\vec{x}, t)}{\tau_h}$$

$$+ w_i \frac{\rho_G}{\rho_L} \frac{\dot{\phi}}{Ja} \quad (24)$$

위 식 (23)과 식 (24)를 거시적인 지배방정식으로 변환하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \vec{u}) = \theta_M \nabla^2 \mu_\phi - \frac{\rho_L^2 Ja}{\rho_G Pe} \nabla^2 T \quad (25)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \vec{u}) = \frac{1}{Pe} \nabla^2 T + \frac{\rho_G}{\rho_L} \frac{\dot{\phi}}{Ja} \quad (26)$$

단 위 식은  $\phi < 0$  인 경우에 적용하고 이외의 경우는 생성항을 무시한다. 즉 증기 기포의 영역에서만 상변화 항을 고려한다.

### 3. 수치해석모델 검증

#### 3.1 스파이노달 분해 (Spinodal decomposition)

스파이노달 분해는 혼합물이 서로 다른 각각의 상으로 분리되는 현상으로 정의된다. 이러한 현상은 고전적인 열역학적 핵생성(nucleation)과는 다르며, 특정 위치가 아니라 전 영역에서 균일하게 일어난다. 열역학적 장벽이 없기 때문에 스파이노달 분해는 오로지 확산에 의해 결정된다. 상분해는 Fig. 1에서 보듯이 안정 영역에서 스파이노달 불안정 영역으로 빠른 천이(화살표 방향)가 될 때 일어난다. 평형 상태는 Fig. 1에서 자유에너지가 최소인 점( $\pm \phi^*$ )에 해당된다. 스파이노달 영역안은 조그만 변동(perturbation)에 의해 불안정해진다. LBM에서 스파이노달 해석을 시작하기 위해서 전 계산 영역의 초기 오더 변수(order parameter)를  $(-\epsilon, \epsilon)$ 의 값으로 임의로 부여한다. 여기서  $\epsilon$  값은 아주 작은 값을 의미한다. 계산 영역의 모든 경계면은 주기 조건을 부여하였으며 입력 변수는 다음과 같다.

$$\rho_L = 1000, \rho_G = 1, \pm \phi^* = 499.5, W = 5, \sigma = 2$$

Figure 2는 초기 10000 step 인 경우 속도장과 두 상의 경계면( $\phi = 0$ )을 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 아주 복잡한 속도 분포와 경계면을 갖는 것을 알 수 있다. 시간에 따른 오더 변수(order parameter)의 변화를 Fig. 3에 나타내었다. 시간이 지날수록 확산에 의해 같은 상끼리 합쳐지고

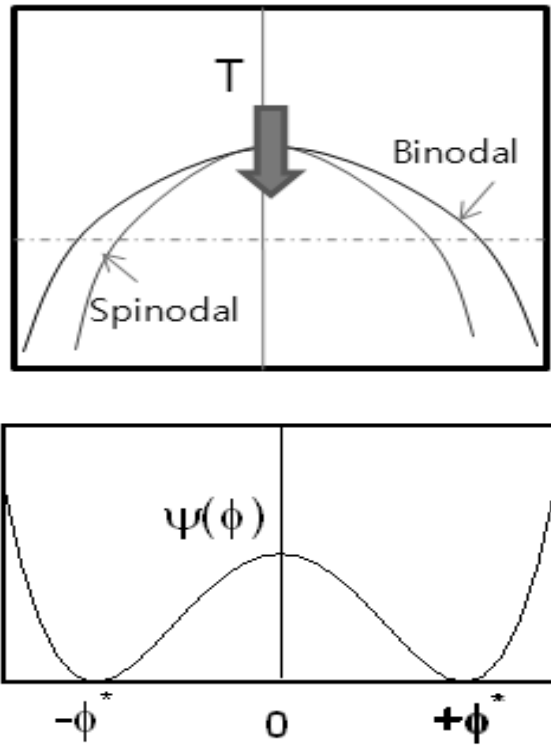


Fig. 1 Schematic diagram (top :  $T-\phi$  diagram; arrow means a quenching process by which the system to separate. bottom :  $\Psi-\phi$  diagram;  $\Psi$  means a free energy and is a double-well form. The equilibrium values are  $\pm\phi^*$  and  $T$  is a temperature.

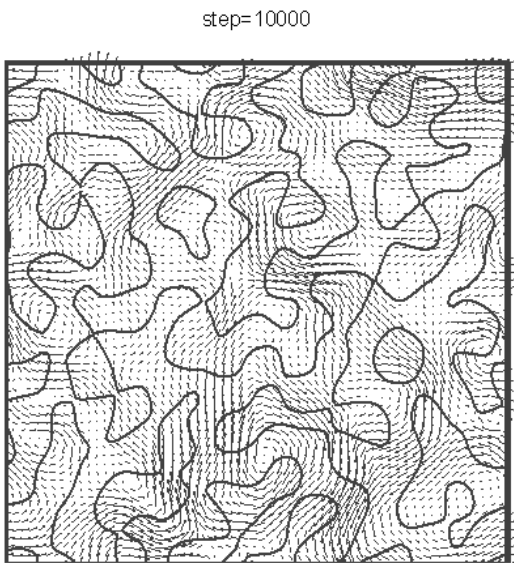


Fig. 2 Instantaneous velocity fields and interface contour.

있고, 초기 값  $(-\epsilon, \epsilon)$ 에서 점점 평형된 상태  $(-\phi^*, \phi^*)$ 로 안정되는 것을 볼 수 있다.

스파이노달 분해는 복잡하고 일정하지 않은 경계면과 연결된 등은 유체 유동 중의 하나이다. 그리고 스파이노달 분해는 VOF나 Level Set 같은 기존의 수치해석 방법과 이론적인 점

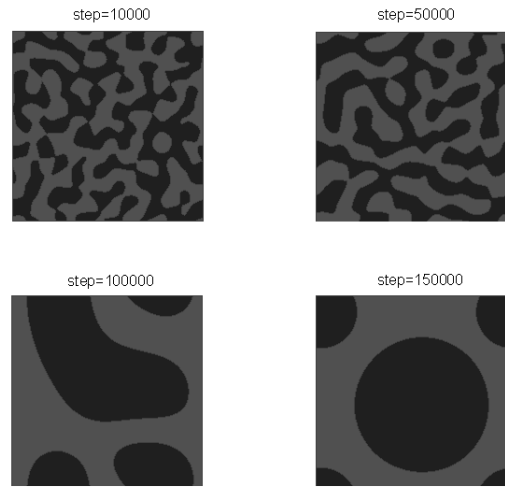


Fig. 3 Evolution of the order parameter ( $\phi$ ) at different times.

근 방법으로 해석이 불가능하다. 그러므로 스파이노달 분해 문제는 LBM이나 phase field 방법과 같은 'mesoscale' 방법의 벤치마크 테스트로 수행되었다<sup>(20, 21)</sup>. 본 연구의 목적은 상변화 문제에 대한 LBM의 유용성을 보이는 것이며, 위의 결과를 참조하면 미시적인 유체 유동도 모사할 수 있음을 알 수 있었다.

### 3.2 과열된 유체로 둘러싸인 증기 기포 성장

상변화 모델에 대한 검증 문제로 과열된 유체내의 증기 기포 성장( $g=0$ )에 대한 해석을 수행하였다. 수평, 수직방향 경계 조건은 주기 조건을 부여하였다. 계산 영역에 벽이 없으므로 벽이 있는 핵비등 해석보다 간단하고 해석적인 해가 존재한다. 초기 조건으로 작은 반경을 갖는 구형 기포가 계산 영역 중앙에 위치된다. 계산에 사용된 변수는 다음과 같다.

$$\rho_L = 1000, \rho_G = 1, \sigma = 2, Ja = 0.0056 \text{ or } 0.0112, Pe = 33165$$

시간에 따른 기포 성장 이력을 계산하였고, 이를 Mikic 등<sup>(22)</sup>, Prosperetti 와 Plesset<sup>(23)</sup>의 이론적인 결과와 비교하여 보았다(Fig. 4). Prosperetti 와 Plesset<sup>(23)</sup>의 연구는 Mikic 등<sup>(22)</sup>의 연구보다 더 엄밀한 가정을 하였지만 실험결과와 비교한 결과 차이가 발생하였다<sup>(1)</sup>. 하지만 과열된 유체로 둘러싸인 증기 기포 성장에 대한 기존의 이론식들은 위 두 식 사이에 존재하며 기포 반지름은  $t^{0.5}$ 에 비례한다. 큰 Jacob ( $Ja=0.0112$ ) 수인 경우 Mikic 등<sup>(22)</sup>의 결과와 일치함을 알 수 있다. 작은 Jacob ( $Ja=0.0056$ ) 수인 경우 이론식과 약간의 차이가 남을 볼 수 있으나 기포의 반지름은  $t^{0.5}$ 에 비례하는 경향을 보이고 두 이론식 사이에 존재한다.

위의 검증 해석을 통해 LBM 상변화 모델이 핵비등 해석을 위한 유용한 방법임을 알 수 있었다.

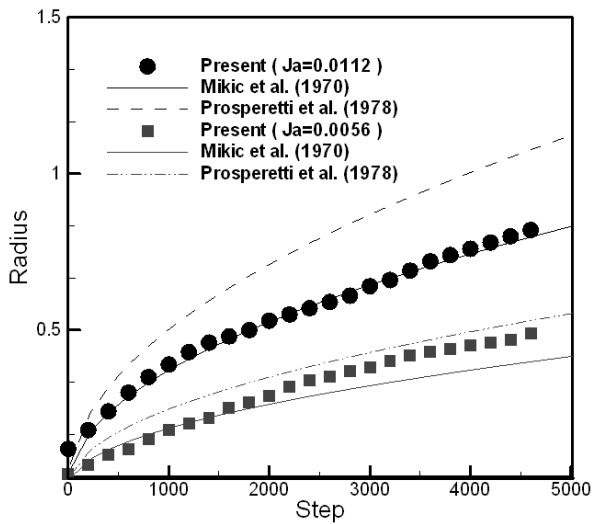


Fig. 4 Comparison of bubble growth between numerical results and analytical solutions ( $\rho_L = 1000, \rho_G = 1, Pe=33165$ ).

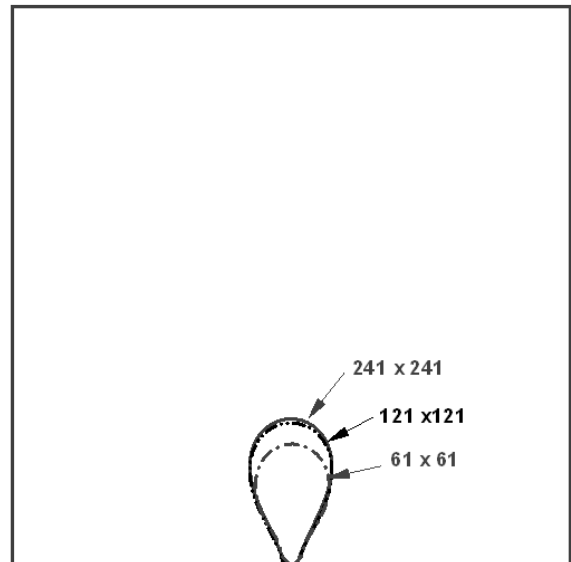


Fig. 5 Effect of different grid sizes.

#### 4. 결과 및 토의

이 절에서는 과열된 벽면의 수조 핵비등 현상에 대해 해석하였다. 경계면은 모두 벽으로 가정했고 아래 벽면에서의 접촉각은 Mukherjee<sup>(15)</sup>의 수조 핵비등 실험과 같은 54°로 설정하였다. 초기 기포 크기는 6으로 계산영역 아래 벽면 중앙에 위치한다. 온도에 대한 초기 조건으로 열경계층 두께는 다음과 같은 난류 자연대류 열전달 상관식에 의해 부여하였다<sup>(6, 15)</sup>.

$$\delta_T = 7.14(\nu_L \alpha_L / g \beta \Delta T)^{1/3}$$

Figure 5는 격자민감도 해석으로 성긴 격자와 중간 격자는 차이가 나지만 중간 격자와 조밀한 격자 사이에는 차이가 거의 나지 않음을 알 수 있다. 앞으로의 계산은 계산 시간을 고려하여 중간 격자(121x121)를 채택하였다.

증기 기포의 형태 및 생성 과정은 Eotvos( $Eo$ ), Morton ( $M$ ) 수와 같은 무차원 변수에 의해 많이 달라진다.

$$Eo = \frac{g(\rho_L - \rho_G)l_o^2}{\sigma}, M = \frac{g(\rho_L - \rho_G)\mu_L^4}{\rho_L^2 \sigma^3}$$

여기서  $g$ 는 중력 가속도,  $l_o$ 는 특성 길이,  $\sigma$ 는 표면장력 계수,  $\mu$ 는 점성계수이다. Eotvos 수는 중력항과 표면장력의 비를 의미한다. Morton 수는 점성과 표면장력의 성질과 관계된 변수이며 기포의 동적인 거동을 표현한다. 수치해석에 사용된 변수는  $Eo=1, M=9.5 \times 10^{-5}, Ja=0.00934, Pe=33165$ 인 경우로 Mukherjee<sup>(15)</sup>의 수조 핵비등 실험과 유사하게 설정하였다. 기포가 벽면에서 이탈한 후 기포의 거동은 Bhaga와

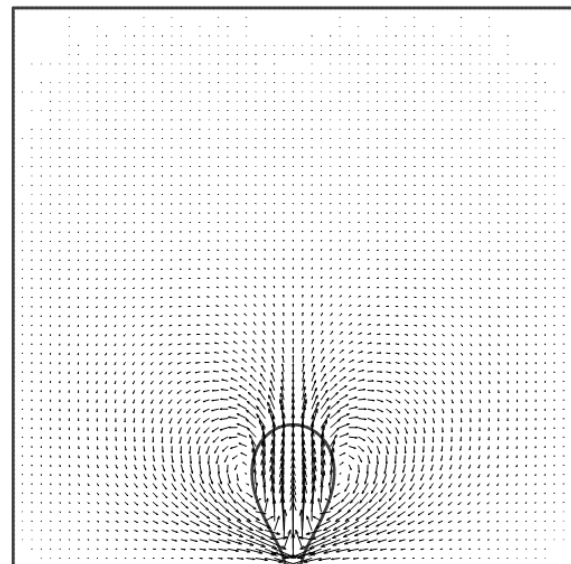


Fig. 6 Interface contour and velocity fields at pinch-off.

Weber<sup>(24)</sup>의 유동영역지도에서 타원형 형태를 예상할 수 있다.

Figure 6은 증기 기포가 핀치 오프(pinch-off) 하기 직전의 액체-기체 경계면과 속도장을 표시하였다. 부력에 의해 떠오르는 기포와 이에 대응하는 후류의 순환하는 속도장을 잘 묘사하고 있음을 볼 수 있다. 이 순환하는 속도장에 의해 기포위의 찬 액체를 과열된 벽면으로 이동시키는 즉, 과도전도(transient conduction) 현상이 일어난다. 이는 핵비등 열전달이 자연대류보다 커지는 이유로 자주 설명되는 현상이다<sup>(1, 3, 6, 15)</sup>.

Figure 7은 증기 기포가 과열된 벽면에서 성장하고 이탈하는 과정을 나타낸다. 여기서  $t^*$ 는 식 (20)에서와 같이 무차원화된 시간이다. 과열된 벽면에서의 증기 기포 성장은 대칭

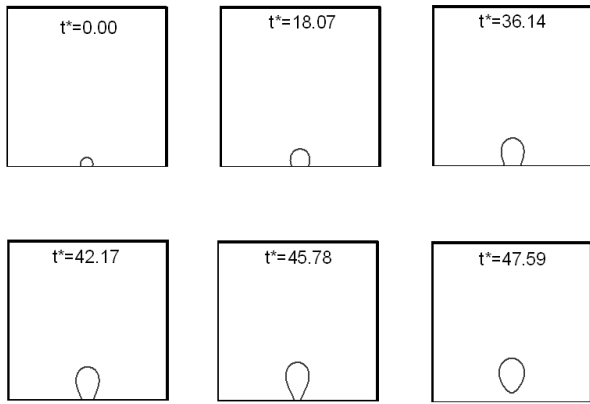


Fig. 7 Interface contours for the nucleate pool boiling simulation at different non-dimensional times ( $Ja=0.00934$ ).

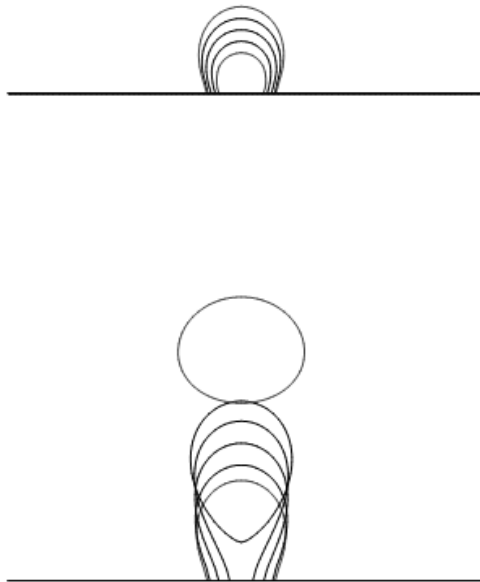


Fig. 8 Transient interface contour profiles (top : expanding process, bottom : departure process).

성 및 둘러싸인 유체의 균일한 온도장이 없기 때문에 위 3.2 절의 경우보다 더 복잡한 현상이다. 기포 성장의 초기 단계 ( $t^*=18.07$ )에는 증기 기포가 거의 반구 형태로 성장한다. 이때 벽면과 기포가 맞닿은 베이스는 확장하고 있다. 기포에 작용하는 표면장력과 부력이 서로 평형상태( $t^*=36.14$ )에 도달한 후부터 기포의 베이스는 점점 축소되다가 결국 기포는 벽면에서 이탈하게 된다( $t^*=47.59$ ). Figure 8은 증기 기포가 성장 및 이탈하는 과정의 경계면을 나타낸 것으로 위의 경우 (top)는 기포가 작고 표면장력의 영향이 크기 때문에 기포가 벽면 위에 붙어 성장하고 있다. 시간이 지나면 기포의 크기가 커지고 부력의 영향이 커지므로 Fig. 8 아래의 경우 (bottom)처럼 벽면에서 기포가 이탈하고 있다.

Figure 9는 수치 해석결과와 비슷한 조건의 실험 결과이다. 기포 거동 및 형태 등이 수치 해석 결과(Fig. 7)와 비교

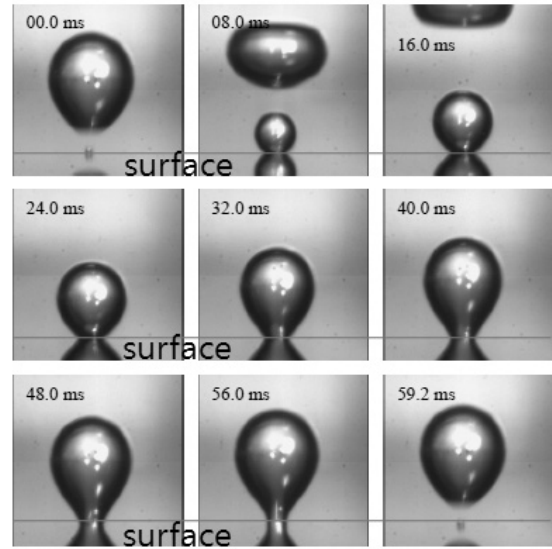


Fig. 9 Snapshots of the experimentally observed nucleation growth and departure of single bubble at 5 °C superheat ( $Ja=0.00934$ )<sup>(15)</sup>.

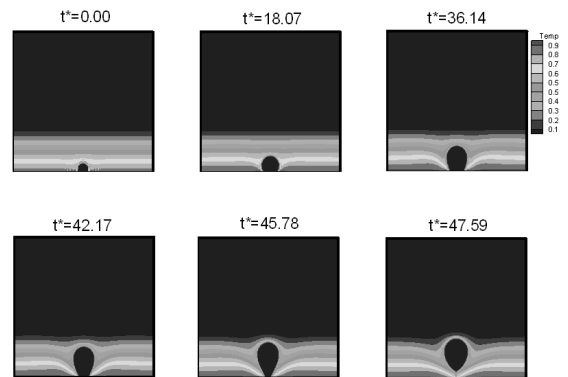


Fig. 10 Temperature profiles for the nucleate pool boiling simulation at different non-dimensional times ( $Ja=0.00934$ ).

적 정확하게 일치하고 있다. 참고로 각 사진의 아래 부분은 히터 표면에 비친 거울 이미지로서 실제 표면은 실선으로 그려진 위치이다.

Figure 10은 시간에 따른 온도장의 변화를 나타내었다. 과열 경계층에서 증기 기포가 성장하고, 성장한 기포가 부력의 영향으로 벽면에서 이탈할 때의 현상을 잘 모사하고 있음을 알 수 있다. 전체적으로 증기 기포의 접촉면(contact line) 아래에 등온선이 밀집되어있다. 또한 증기 기포가 팽창할 때(top frame)는 액체층을 바깥쪽으로 밀어내고 있고 떠 오를 때(bottom frame)는 액체층이 안쪽으로 들어오고 있다. Figure 11은 증기 기포가 이탈하고 상승하는 경우의 기포 형태와 온도장을 나타내었다. 증기 기포는 위에서 예측한 대로 타원형의 형태를 보이고 있으며 온도장은 증기 꼬리(vapor tail) 현상이 나타나고 있다. 이는 상승하는 기포의 후류에 의한 열경계층의 이탈로 설명할 수 있다. Figure 12

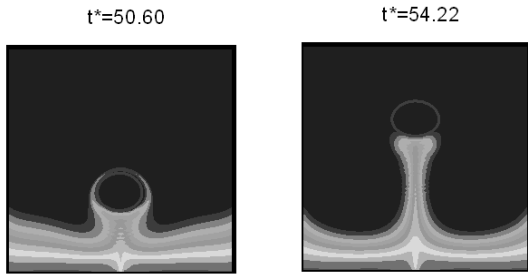


Fig. 11 Temperature profiles after bubble departure.

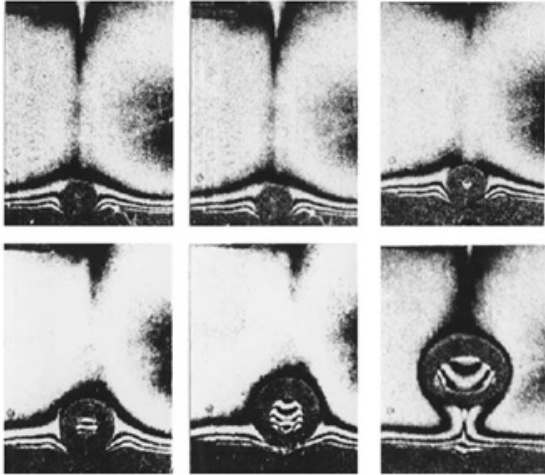


Fig. 12 Interferometric pattern around a growing and rising vapor bubble taken from Stephan and Kern<sup>(25)</sup>.

는 수조 핵비등시 온도 분포에 대한 실험 결과이다<sup>(25)</sup>. 과열 경계층 분포, 증기 꼬리 현상 등이 위에서 제시한 수치 해석 결과(Figs. 10, 11)와 비교적 정확하게 일치하고 있다.

수조 핵비등이 일어날 때 생성된 증기 기포의 생성 및 이 탈에 의해 과열 경계층의 활발한 혼합이 발생하고 증기 기포 접촉면(contact line)에서의 열전달이 추가됨으로써 자연대 류보다 더 큰 열전달이 일어난다고 알려져 있다<sup>(1)</sup>. 본 연구에서는 위와 같은 현상을 미시적(microscopic)으로 경험 상관식의 도움없이 모사할 수 있었다. 핵비등에 대한 DNS는 비등 메커니즘에 대한 규명 및 실제 증기발생기 또는 응축열교환기 실험에 대한 유용한 정보를 제공할 수 있다.

### 5. 결 론

자유에너지에 기반을 둔 격자 볼츠만 방법에 상변화 모델을 도입하여 수조 핵비등 현상을 모사하였다. 검증문제로 기존의 수치해석에서는 해석하기 어려운 스파이노달 분해 현상을 성공적으로 모사할 수 있었다. 상변화가 있는 경우인 과열된 유체내의 증기 기포 성장 해석을 수행하였으며 이 결과를 이론식과 비교하여 일치하는 결과를 얻었다.

본 연구에서 열전달이 있는 경우의 수조 핵비등을 모사하

기 위해서 상변화 모델, 벽면에서의 접촉각, 기포 거동 등을 모두 포함하였으며, 해석 결과와 기존의 실험 결과를 비교해 볼 때 격자 볼츠만 방법이 유용함을 확인하였다.

추후 기포 이탈 지름(bubble departure diameter)과 관련하여 벽면에서 접촉각, 중력, 표면장력, 밀도비 등에 대한 영향을 연구한다. 핵비등 열전달은 위의 변수에 의존적이므로 이에 대한 연구는 중요하다. 기존의 열전달 상관식과 비교하여 수치 해석 방법론의 정확성과 한계에 대한 연구가 수행될 것이다.

### 후 기

본 연구는 교육과학기술부의 지원 하에 수행되었습니다.

### 참고문헌

- (1) L. S. Tong and Y. S. Tang, 1997, *Boiling Heat Transfer and Two-phase Flow*, Taylor & Francis.
- (2) D. Juric and G. Tryggvason, 1997, "Computations of Boiling Flows," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 24, pp. 387~410.
- (3) S. Shin, S. I. Abdel-Khalik and D. Juric, 2005, "Direct three-dimensional numerical simulation of nucleate boiling using the level contour reconstruction method," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 31, pp. 1231~1242.
- (4) R. C. Lee and J. E. Nydahl, 1989, "Numerical calculation of bubble growth in nucleate boiling from inception through departure," *J. Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 474~479.
- (5) S. Welch, 1998, "Direct simulation of vapor bubble growth," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 1655~1666.
- (6) G. Son, V. K. Dhir and N. Ramanujapu, 1999, "Dynamics and heat transfer associated with a single bubble during nucleate boiling on a horizontal surface," *J. Heat Transfer*, Vol. 121, pp. 623~631.
- (7) F. H. Harlow and J. E. Welch, 1965, "Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow," *Phys. Fluids*, Vol. 8, pp. 2182~2189.
- (8) C. W. Hirt and B. D. Nichols, 1981, "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 210~225.
- (9) J. A. Sethian, 1996, *Level Set Methods*, Cambridge University Press.
- (10) 유승엽, 박천태, 한승열, 고성호, 2010, "2상 격자 볼츠만 방법을 이용한 상승하는 기포 유동 2차원 수치 모사," *유체기계저널*, 제13권 제4호(통권 61호), pp. 31~36.
- (11) 유승엽, 김재용, 고성호, 2011, "2상 격자 볼츠만 방법을 이용한 접촉각과 Bubble Necking 2차원 수치 모사," *유체기계저널*, 제14권 제3호, pp. 10~17.
- (12) G. Hazi and A. Markus, 2008, "On the bubble departure



- diameter and release frequency based on numerical simulation results,” *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 1472~1480.
- (13) Z. Dong, W. Li and Y. Song, 2010, “A numerical investigation of bubble growth on and departure from a superheated wall by lattice Boltzmann method,” *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 4908~4916.
- (14) H. W. Zheng, C. Shu and Y. T. Chew, 2006, “A Lattice Boltzmann for Multiphase Flows with Large Density Ratio,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 218, pp. 353~371.
- (15) A. Mukherjee, 2004, “Numerical And Experimental Study of Lateral Merger of Vapor Bubbles Formed on a Horizontal Surface During Nucleate Pool Boiling,” Ph. D. Thesis, The university of California.
- (16) Z. Guo, C. Zhen and B. Shi, 2002, “Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method,” *Phys. Rev. E*, Vol. 65, 046308.
- (17) H. B. Huang, X. Y. Lu and M. C. Sukop, 2011, “Numerical study of lattice Boltzmann methods for a convection-diffusion equation coupled with Navier-Stokes equations,” *J. Phys. A*, Vol. 44, 055001.
- (18) S. Succi, 2001, *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford University Press, Oxford.
- (19) A. J. Briant, P. Papatzacos and J. M. Yeomans, 2002, “Lattice Boltzmann simulations of contact line motion in a liquid-gas system,” *Philos. Trans. Roy. Soc. London A* 360, pp. 485~495.
- (20) O. Penrose and P. C. Fife, 1990, “Thermodynamically consistent models of phase-field type for the kinetics of phase transitions,” *Physica D*, Vol. 43, pp. 44~62.
- (21) V. M. Kendon, M. E. Cates, I. Pagonabarraga, J. C. Desplat and P. Bladon, 2001, “Inertial effects in three-dimensional spinodal decomposition of a symmetric binary fluid mixture: a lattice Boltzmann study,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 440, pp. 147~203.
- (22) B. B. Mikic, W. M. Rohsenow and P. Griffith, 1970, “On bubble growth rate,” *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, pp. 657~666.
- (23) A. Prosperetti and M. Plesset, 1978, “Vapor-bubble growth in a superheated liquid,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 85, pp. 349~368.
- (24) D. Bhaga and M. E. Weber, 1981, “Bubbles in viscous liquids : shapes, wakes and velocities,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 105, pp. 61~85.
- (25) P. Stephan and J. Kern, 2004, “Evaluation of heat and mass transfer phenomena in nucleate boiling,” *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, pp. 140~148.
- (26) D. Jacqmin, 1999, “Calculation of two-phase Navier-Stokes flows using phase-field modeling,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 155, pp. 96~127.