

일정표면적 변단면 보의 자유진동

Free Vibrations of Tapered Beams with Constant Surface Area

이 병 구*. 오 상 진**. 박 창 은***. 이 태 은†

Byoung Koo Lee, Sang Jin Oh, Chang Eun Park and Tae Eun Lee

(2010년 11월 18일 접수 ; 2010년 11월 30일 심사완료)

Key Words : Free Vibration(자유진동), Constant Surface Area(일정표면적), Tapered Beam(변단면 보), Natural Frequency(고유진동수), Mode Shape(진동형)

ABSTRACT

This paper deals with free vibrations of the tapered beams with the constant surface area. The surface area of the objective beams are always held constant regardless shape functions of the cross-sectional depth. The shape functions are chosen as the linear and parabolic ones. Ordinary differential equations governing free vibrations of such beams are derived and solved numerically for determining the natural frequencies. In the numerical examples, hinged-hinged, hinged-clamped and clamped-clamped end constraints are considered. As the numerical results, the relationships between non-dimensional frequency parameters and various beam parameters such as section ratio, surface area ratio, end constraint and taper type are reported in tables and figures. Especially, section ratios of the strongest beam are calculated, under which the maximum frequencies are achieved.

1. 서 론

보는 기둥, 평면판/곡면판, 곡선부재 등과 더불어 가장 기본적인 구조단위 중의 하나로 다양한 구조물의 뼈대구조로 널리 이용되고 있다. 최근 건설되는 거대한 구조물도 이러한 단위구조들의 결합체이므로 단위구조의 정·동적 거동에 관한 고찰은 구조공학분야에서 매우 중요한 연구과제이다.

비교적 세장한 구조체에 동하중이 가해지면 질량을 갖는 구조체에는 진동이 발생하며, 이 진동이 구조물의 고유진동수와 유사해지면 비교적 큰 진폭의 진동을 일으키게 된다. 이러한 진동은 반복적으로

큰 응력을 발생시켜 피로파괴의 원인이 되거나 좌굴에 대한 안전도를 저하시켜 종종 구조물의 안정성에 심각한 문제를 일으키기도 한다. 교량을 통행하는 차량에 의해 발생하는 하중도 이와 유사한 문제점을 야기할 수 있다. 이렇듯 단위구조 또는 단위구조의 결합으로 이루어진 전체 구조물의 거동에 있어서 진동이 미치는 영향은 상당히 크기 때문에 단위구조의 동적거동에 대한 종합적인 검토가 필수적으로 요구되고 있다⁽¹⁾.

이 연구에서 보는 단면깊이가 선형 및 포물선으로 변화하는 변단면 보이다. 구조물의 설계에 변단면 부재를 사용하면 자중감소, 내하력 증진 등의 기술적 효과뿐만 아니라 외관의 아름다움, 제작비용 절감 등의 사회, 경제적 측면에서도 유리하기 때문에 변단면의 이용이 날로 증가하고 있다. 특히 현상 여건 등에 의해 구조물의 형상에 제약조건이 발생하는 경우 해당 제약조건에 가장 적합한 최적형상을 찾는 것은 매우 중요한 과제이며⁽²⁾, 이때 최적형

† 교신저자; 정희원, 원광대학교 토목환경공학과
E-mail : telee@wku.ac.kr

Tel : (063)850-6718, Fax : (063)857-7204

* 정희원, 원광대학교 토목환경공학과

** 정희원, 전남도립대학 토목환경과

*** 원광대학교 대학원 토목환경공학과

상은 당연히 변단면 구조이다⁽³⁾.

일정 제약조건으로부터 최적형상을 찾는 연구는 많은 연구자들에 의해 활발하게 수행되어지고 있다⁽⁴⁻⁹⁾. 이 연구에서 이루어진 자료조사에 따르면 대부분의 선행연구에서는 부재의 일정체적을 제약조건으로 하고 있다. 일정체적을 제약조건으로 하는 연구는 제한된 재료의 양으로부터 최대의 내하력을 갖는 최적형상을 찾을 수 있으므로 매우 중요한 연구과제이다. 이와 함께 이 연구에서와 같이 일정표면적을 제약조건으로 하는 경우에는 제한된 구조의 기하조건으로부터 최적의 형상을 찾을 수 있으므로 이 역시 매우 중요한 연구과제라 할 수 있다.

이러한 연구배경으로 이 연구에서는 일정표면적을 갖는 보의 자유진동 해석을 실시하고, 이를 고찰하여 설계에 유용한 동적자료를 제시하고자 한다.

이 연구에서의 보는 직사각형 중실단면을 갖고, 앞에서 언급한 바와 같이 표면적이 일정한 변단면 보이다. 여기에서 변단면은 단면폭이 일정하고 깊이가 변화하는 깊이 변단면을 채택하며, 변화깊이의 형상함수는 선형 및 포물선을 적용한다. 지점조건으로는 회전-회전, 회전-고정 및 고정-고정의 세 가지 조건을 채택한다. 이러한 보의 진동형을 지배하는 상미분방정식과 지점조건에 따른 경계조건을 유도하고, 이로부터 대상 보의 고유진동수를 효율적으로 산출할 수 있는 수치해석 프로그램을 개발한다. 개발된 프로그램을 이용하여 일정표면적 보의 자유진동해석을 실시하고, 이로부터 일정표면적을 갖는 보에서 최대의 동적능력을 갖는 최적단면의 형상을 제시할 수 있다.

2. 일정표면적 보의 단면정의

Fig. 1은 부재 길이가 l 이고 표면적이 s 로 항상 일정한 본 연구대상 보를 나타낸다. 이 그림에서 직교좌표계 x 는 부재의 축방향 좌표를 나타내고, d_x 는 부재의 변화 단면깊이를 나타낸다. 부재의 양단 ($x=0$ 및 $x=l$)에서 $d_x=d_a$ 이고 부재중앙 ($x=l/2$)에서 $d_x=d_m$ 이다. d_x 는 부재 중앙에 대하여 대칭이다. 부재의 단면폭은 w 로 일정하고 단면형상은 직사각형 단면이다. A_x, I_x 는 부재의 축방향 좌표 x 에서 단면적 및 단면 2차모멘트이다.

변화 단면깊이를 표현해주는 부재의 형상함수 $F(x/l)$ 을 정의하기 위하여 단면비 r 을 다음과 같이 d_m 에 대한 d_a 의 비로 나타낸다.

$$r = \frac{d_m}{d_a} \tag{1}$$

변화 단면깊이 d_x 는 단부($x=0$)의 단면깊이 d_a 와 형상함수 $F(x/l)$ 를 이용하면 다음 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$d_x = d_a F\left(\frac{x}{l}\right) \tag{2}$$

형상함수 $F(x/l)$ 는 다양한 함수식들이 가능하지만 이 연구에서는 다음과 같이 표현되는 포물선 및 선형 변단면의 형상함수로 채택하였다.

- 포물선 변단면

$$F = 4(1-r)\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 4(r-1)\frac{x}{l} + 1, 0 \leq \frac{x}{l} \leq 1 \tag{3}$$

- 선형 변단면

$$F = 2(r-1)\frac{x}{l} + 1, 0 \leq \frac{x}{l} \leq 0.5 \tag{4a}$$

$$F = 2(1-r)\frac{x}{l} + 2r - 1, 0.5 \leq \frac{x}{l} \leq 1 \tag{4b}$$

위의 식들에서 $F = F(x/l)$ 이다.

이 연구에서 기하적 제약조건인 일정표면적 s 는 다음과 같이 구할 수 있다.

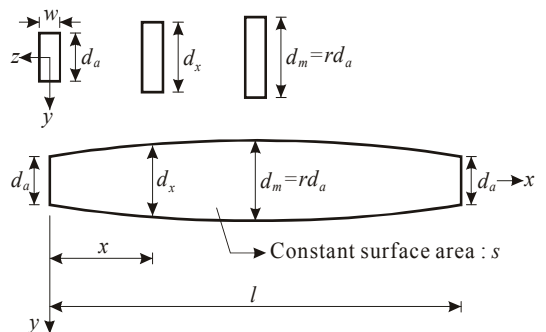


Fig. 1 Objective member with constant surface area and variable depth

$$s = \int_0^l d_a F dx = k d_a l \quad (5)$$

• 포물선 변단면 : $k = \frac{1}{3}(2r+1)$ (6)

• 선형 변단면 : $k = \frac{1}{2}(r+1)$ (7)

식 (8)로부터 d_a 를 일정표면적 s 로 나타내면 다음과 같다.

$$d_a = \frac{s}{kl} \quad (8)$$

식 (8)을 식 (2)에 대입하여 변화 단면깊이 d_x 를 일정표면적 s 로 나타내고, 이를 이용하여 일정표면적 부재의 A_x 및 I_x 를 구하면 다음과 같다.

$$A_x = w d_x = \frac{ws}{kl} F \quad (9)$$

$$I_x = \frac{w d_x^3}{12} = \frac{1}{12} \frac{ws^3}{k^3 l^3} F^3 \quad (10)$$

3. 수학적 모형

3.1 동적 평형방정식

Fig. 2는 자유진동하는 보의 전형적인 진동형을 (x, y) 직교좌표계 상에 나타낸 것이다. 이 보의 d_x, A_x, I_x 는 앞장에서 이미 정의되었다. 이 그림에서 실선으로 표시된 보의 축이 자유진동하게 되면 시간에 따라 변화하는 횡방향 변위가 발생되어 점선으로 표시된 진동형을 갖게 된다. 보의 자유진동을 조화진동으로 가정하면 보의 동적 변위들은 다음과 같은 조화진동식으로 나타낼 수 있다⁽¹⁰⁾.

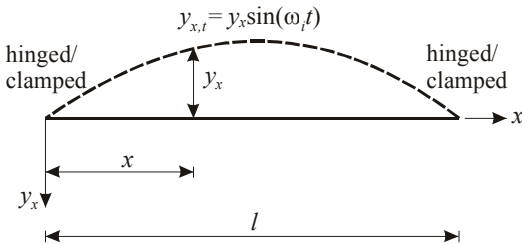


Fig. 2 Typical mode shape of beam deflection

$$y_{x,t} = y_x \sin(\omega_i t) \quad (11a)$$

$$V_{x,t} = V_x \sin(\omega_i t) \quad (11b)$$

$$M_{x,t} = M_x \sin(\omega_i t) \quad (11c)$$

여기서 y_x, V_x 및 M_x 는 각각 조화진동의 진폭, 전단력 및 휨모멘트이고, 모두 x 만의 함수이다. ω_i 는 고유각진동수(rad/sec), t 는 시간이며, ω_i 에서 $i(=1, 2, 3, 4, \dots)$ 는 진동형의 모드번호이다.

보의 진동형을 지배하는 상미분방정식을 유도하기 위하여 자유진동하는 보의 동적 평형방정식을 이용하였다. 부재 미소요소에 작용하는 합응력 및 관성력의 동적평형방정식은 다음과 같다⁽¹¹⁾.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI_x \frac{\partial^2 y_{x,t}}{\partial x^2} \right) + \rho A_x \frac{\partial^2 y_{x,t}}{\partial t^2} = 0 \quad (12)$$

여기서 E, ρ 는 각각 보 재료의 탄성계수 및 질량밀도이다.

식 (12)에서 A_x, I_x 는 x 만의 함수이고, $y_{x,t}$ 는 x, t 의 함수이므로 식 (12)는 다음 식과 같이 전개된다.

$$\left[EI_x \frac{d^4 y_x}{dx^4} + 2E \frac{dI_x}{dx} \frac{d^3 y_x}{dx^3} + E \frac{d^2 I_x}{dx^2} \frac{d^2 y_x}{dx^2} - \omega_i^2 \rho A_x y_x \right] \sin(\omega_i t) = 0 \quad (13)$$

식 (13)을 $d^4 y_x / dx^4$ 에 대하여 정리하면 보의 자유진동을 지배하는 상미분방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{d^4 y_x}{dx^4} + \frac{2}{I_x} \frac{dI_x}{dx} \frac{d^3 y_x}{dx^3} + \frac{1}{I_x} \frac{d^2 I_x}{dx^2} \frac{d^2 y_x}{dx^2} + \omega_i^2 \frac{\rho A_x}{EI_x} y_x \quad (14)$$

3.2 무차원 미분방정식의 유도

이 연구에서는 보의 진동형을 지배하는 상미분방정식을 무차원으로 유도하기 위하여 다음 식들과 같은 무차원 변수들을 도입한다.

$$\xi = \frac{x}{l} \quad (15)$$

$$\eta = \frac{y_x}{l} \quad (16)$$

$$\alpha = \frac{s}{l^2} \quad (17)$$

$$C_i = \omega_i l \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (18)$$

위의 식들에서 (ξ, η) 는 무차원 직교좌표계이고, α 는 표면적 비, C_i 는 무차원 고유진동수이다.

식 (14)의 미분방정식에 식 (9), (10)을 대입하고, 식 (15)~(18)의 무차원 변수들을 적용시키면 보의 자유진동을 지배하는 상미분방정식을 다음과 같이 무차원량으로 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \eta}{d\xi^4} = & -\frac{6}{f} \frac{df}{d\xi} \frac{d^3 \eta}{d\xi^3} - \frac{3}{f} \left[\frac{2}{f} \left(\frac{df}{d\xi} \right)^2 + \frac{d^2 f}{d\xi^2} \right] \\ & \times \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} + \frac{12k^2 C_i^2}{\alpha^2 f^2} \eta \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $f = f(\xi)$ 의 무차원 형상함수이며, 식 (3), (4) 및 (15)에 의하여 다음과 같이 정의된다.

- 포물선 변단면 :

$$f = 4(1-r)\xi^2 + 4(r-1)\xi + 1, 0 \leq \xi \leq 1 \quad (20)$$

- 선형 변단면 :

$$f = 2(r-1)\xi + 1, 0 \leq \xi \leq 0.5 \quad (21a)$$

$$f = 2(1-r)\xi + 2r - 1, 0.5 \leq \xi \leq 1 \quad (21b)$$

식 (19)의 상미분방정식에 포함되어 있는 미분항인 $df/d\xi$ 및 $d^2f/d\xi^2$ 는 식 (20), (21)을 이용하여 산정할 수 있다.

식 (11)의 전단력 $V_x = -EI_x(d^3y_x/dx^3)$, 휨모멘트 $M_x = -EI_x(d^2y_x/dx^2)$ 이며, 이 들을 무차원량으로 나타내면 다음과 같다.

$$m = \frac{M_x l}{EI_a} = -f^3 \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \quad (22)$$

$$v = \frac{V_x l^2}{EI_a} = -f^3 \frac{d^3 \eta}{d\xi^3} \quad (23)$$

3.3 경계조건

회전지점($x=0$ 또는 $x=l$)에서 변위 $y_x=0$ 이고, 휨모멘트 $M_x = -EI_x(d^2y_x/dx^2) = 0$ 이므로 식 (15), (16)을 이용하면 회전지점($\xi=0$ 또는 $\xi=l$)의 무차원 경계조건식들을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\eta = 0 \quad (24)$$

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} = 0 \quad (25)$$

고정지점($x=0$ 또는 $x=l$)에서 변위 $y_x=0$ 이고, 회전각 $dy_x/dx=0$ 이므로 식 (15), (16)을 이용하면 고정지점($\xi=0$ 또는 $\xi=l$)의 무차원 경계조건식들을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\eta = 0 \quad (26)$$

$$\frac{d\eta}{d\xi} = 0 \quad (27)$$

4. 수치해석 예 및 토의

4.1 수렴해석

이상의 해석이론에서 유도한 무차원 상미분방정식 (19)와 무차원 경계조건식 (24)~(27)을 이용하여 일정표면적 변단면 보의 무차원 고유진동수 C_i 를 산출할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 FORTRAN어로 개발하였다. 변단면 종류(직선/포물선), 지점조건(회전-회전/회전-고정/고정-고정), 단면비 r , 표면적 비 α 를 입력하면 대상 보의 C_i 를 산정할 수 있다. 이 연구에서 상미분방정식의 수치적분은 Runge-Kutta 법⁽¹²⁾을 이용하였고, 미분방정식의 고유치인 C_i 는 행렬값 탐사법을 결합한 Regula-Falsi법⁽¹²⁾을 이용하여 산출하였다.

수치해석 예를 보이기 전에 먼저 수렴해석을 실시하였다. Fig. 3은 상미분방정식의 수치적분에서 단계길이 $\Delta\xi$ 의 분할개수에 따른 무차원 고유진동수 C_i 의 수렴해석 결과를 나타낸다. 보의 조건은 이 그림의 상단에 표시되어 있다. 수렴해석 결과 C_i 는 $1/\Delta\xi=20$ 즉 $\Delta\xi=0.05$ 에서 모두 충분한 정도로 수렴하였다. 이후의 모든 수치해석에서는 해석결과의 정확도를 확보하기 위하여 $1/\Delta\xi=50$ 으로 수치해석을 실시하였다.

4.2 수치해의 검증

이 연구의 이론 및 수치해석 방법을 검증하기 위하여 이 연구와 SAP2000에서 산정한 고유진동수를 Table 1에 나타내었다. 고유진동수 산정에 이용한 보의 조건은 아래와 같고, 이 연구에서 고유진동수 산정을 위해 필요한 무차원 변수들은 괄호 속에 나타내었다.

- 선형 변단면
- $l = 1 \text{ m}$, $s = 0.3 \text{ m}^2 (\alpha = 0.3)$, $w = 0.1 \text{ m}$
- $d_a = 0.2727 \text{ m}$, $d_m = 0.3273 \text{ m} (r = 1.2)$
- $E = 200 \text{ GPa}$, $\rho = 7,850 \text{ N} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^4$

이상의 수치들을 식 (18)에 대입하면 고유각진동수 $\omega_i = 5,047.5 C_i (\text{rad/sec})$ 로 산정되어 C_i 값을 ω_i 값

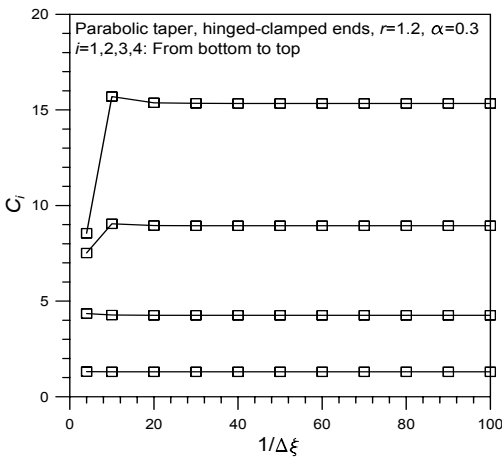


Fig. 3 Convergence analysis

Table 1 Comparisons of frequency parameter ω_i between this study and SAP2000

End constraint*	Data source	Angular frequency, ω_i (rad/sec)			
		$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
H-H	This study	3321.3	17217.0	37977.4	68918.6
	SAP 2000	3283.9	17055.0	37863.8	68849.8
H-C	This study	5678.4	21345.9	44498.8	77352.9
	SAP 2000	5594.5	21142.9	44321.5	77306.5
C-C	This study	8298.1	26236.9	51328.0	86569.7
	SAP 2000	8195.7	26002.9	51225.5	86526.4

* H: hinged end; C: clamped end

으로 환산할 수 있다.

이 표에서 두 ω_i 값은 매우 우수하게 근접하여 이 연구의 이론전개 및 수치해석 방법의 타당성을 검증할 수 있었다.

4.3 변수연구

Table 2는 $\alpha = 0.3$ 인 보의 변단면 조건 및 지점조건별 무차원 고유진동수 C_i 를 나타낸 것이다. 여기에서는 $r = 0.8 < 1$ 인 경우 즉, 단부에서의 단면깊이보다 보 중앙에서의 단면깊이가 작은 경우와 $r = 1.2 > 1$ 인 경우 즉, 단부에서의 단면깊이보다 보 중앙에서의 단면깊이가 큰, 두 가지 경우에 대하여 살펴보았다. 모드별로 다소 상이한 경향을 보이므로 물리적으로 가장 중요한 제 1무차원 고유진동수 C_1 만을 살펴보면 $r = 0.8$ 인 경우 선형 변단면이 포물선 변단면에 비하여 C_1 값이 크게 나타나며, $r = 1.2$ 인 경우에는 이와 반대경향을 나타내었다. 또한 포물선 변단면은 $r = 0.8$ 일 때와 $r = 1.2$ 일 때의 C_1 값의 차이가 그리 크지 않으나 선형 변단면의 경우 두 조건에서 C_1 값의 차이가 매우 크게 나타난다. 예로서 회전-회전의 지점조건을 갖는 선형 변단면의 경우 $r = 0.8$ 에서 $C_1 = 1.008$, $r = 1.2$ 에서 $C_1 = 0.658$ 로 $r = 0.8$ 일 때가 $r = 1.2$ 일 때에 비하여 53% 정도 큰

Table 2 Effects of taper type and end constraint on frequency parameter, C_i^*

r	End constraint**	Taper type	Frequency parameter, C_i			
			$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
0.8	H-H	Parabolic	0.812	3.364	7.631	13.598
		Linear	1.008	3.405	7.868	13.643
	H-C	Parabolic	1.372	4.394	9.094	15.491
		Linear	1.524	4.431	9.243	15.511
	C-C	Parabolic	2.092	5.534	10.666	17.492
		Linear	2.249	5.488	10.790	17.415
1.2	H-H	Parabolic	0.884	3.441	7.710	13.683
		Linear	0.658	3.411	7.524	13.654
	H-C	Parabolic	1.303	4.257	8.941	15.334
		Linear	1.125	4.229	8.816	15.325
	C-C	Parabolic	1.820	5.172	10.275	17.089
		Linear	1.644	5.198	10.169	17.151

* $\alpha = 0.3$ for all end constraints and taper types

** H: hinged end; C: clamped end

C_1 값을 갖는다. 이는 동일한 표면적 비 $\alpha = 0.3$ 에서 수행된 결과이므로 이를 적절히 이용하면 제한된 기하조건 내에서 동적능력이 보다 우수한 보의 기하형상을 결정할 수 있을 것이다.

Fig. 4는 $r = 1.2$ 인 포물선 변단면 보의 일정체적비 α 에 따른 무차원 고유진동수 C_i 의 변화를 나타낸 것이다. 회전-회전, 회전-고정 및 고정-고정의 지점조건에 대하여 각각 그 결과를 나타내었다. α 값이 증가하면 보의 지간길이에 비하여 단면적이 커지므로 C_i 값은 증가하며, 이는 모든 지점조건에 대하여 동일한 경향을 나타낸다.

Fig. 5는 $\alpha = 0.3$ 인 포물선 변단면 보의 단면비 r 에 따른 무차원 고유진동수 C_i 의 변화를 나타낸 것이다. 회전-회전, 회전-고정 및 고정-고정의 지점조건에 대하여 각각 그 결과를 나타내었다. r 값이 증가하면 C_i 는 증가하다가 정점에서 최대치를 보인 후에 다시 감소한다. 따라서 C_i 값이 최대가 되는 r 값이 존재함을 알 수 있으며, 이때의 r 값이 주어진 조건에서 동적능력이 가장 우수한 최적단면비이다. 이 그림에서는 최대의 C_i 값을 가질 때의 (r, C_i) 좌표를 \circ 로 표시하였다. 예로서 그림 (a)에 나타낸 회전-회전 보의 제 1모드를 살펴보면 $r = 0.42$ 에서 $C_1 = 1.15$ 로 최대치가 된다. 이 그림들에서 최대의 C_i 값을 갖는 (r, C_i) 의 좌표는 진동모드에 따라 각각 달라짐을 알 수 있다. 예로서 그림 (b)에 나타낸 회전-고정 보의 경우 제 1모드일 때 $r = 0.35$, 제 2모드일 때 $r = 0.24$, 제 3모드일 때 $r = 0.36$, 제 4모드일 때 $r = 0.71$ 에서 최대의 C_i 값을 갖는다. 이러한 결과를 이용하여 대상 보의 지배 진동모드에 따라 C_i 값이 최대가 되는 보의 기하형상을 결정할 수 있을 것으로 판단된다.

한편 이 그림들을 살펴보면 r 값의 증가에 따라 제 1무차원 고유진동수 C_1 값이 감소하다가 끝내 "0"이 되는 것을 알 수 있다. 이 때 보는 동적으로 불안정한 상태에 놓이게 된다. 즉 $C_1 = 0$ 일 때의 r 값이 대상 보가 동적안정을 유지할 수 있는 임계값이며, 이 값을 그림에 \square 로 표시하였다. 예로서 그림 (c)에 나타낸 고정-고정 보의 경우 $0 < r < 2.00$ 의 범위가 대상 보의 동적 안정영역이며, $r > 2.00$ 의 범위는 동적 불안정영역이 된다.

Fig. 6은 $r = 1.2$, $\alpha = 0.3$ 이고, 회전-고정의 지점

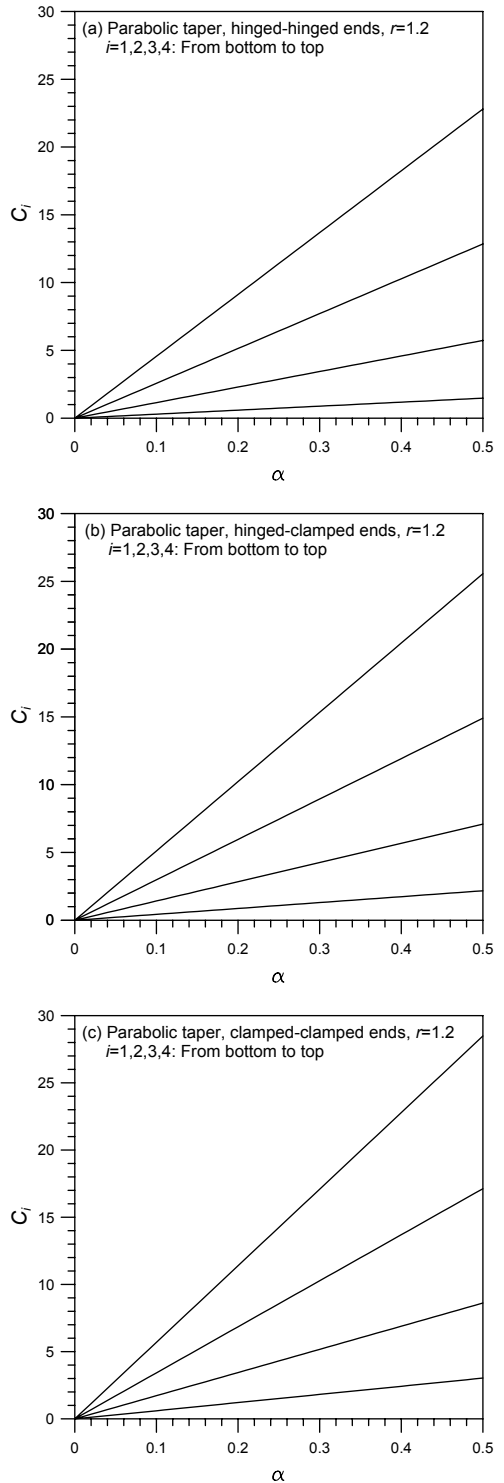


Fig. 4 C_i versus α curves : (a) hinged-hinged ; (b) hinged-clamped ; and (c) clamped-clamped ends

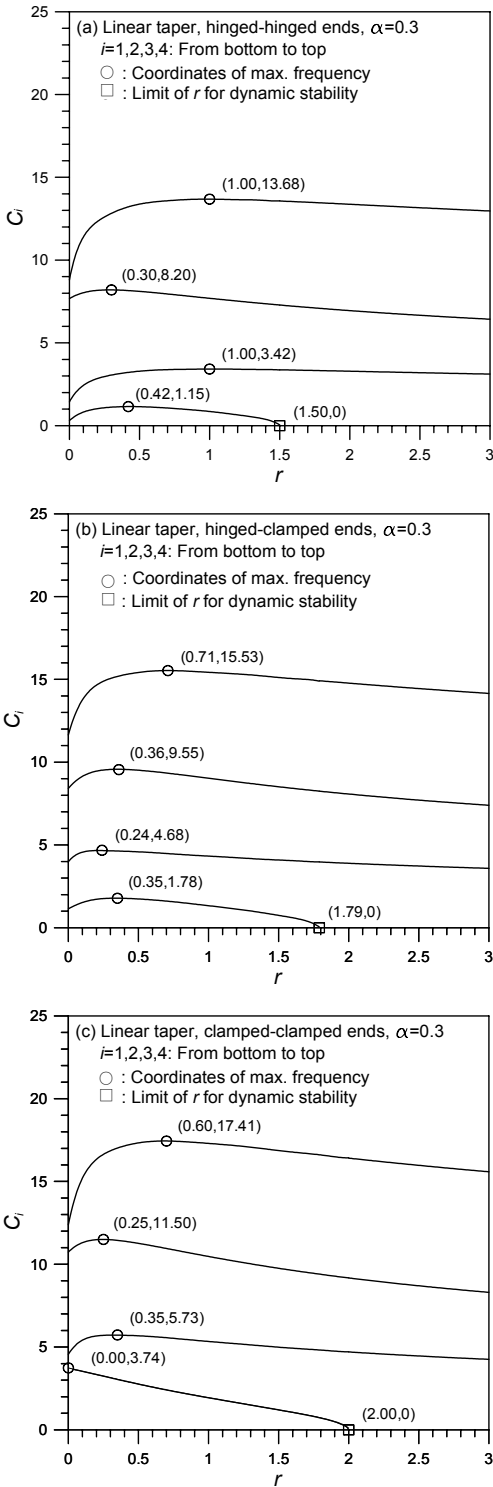


Fig. 5 C_i versus r curves: (a) hinged-hinged; (b) hinged-clamped; and (c) clamped-clamped ends

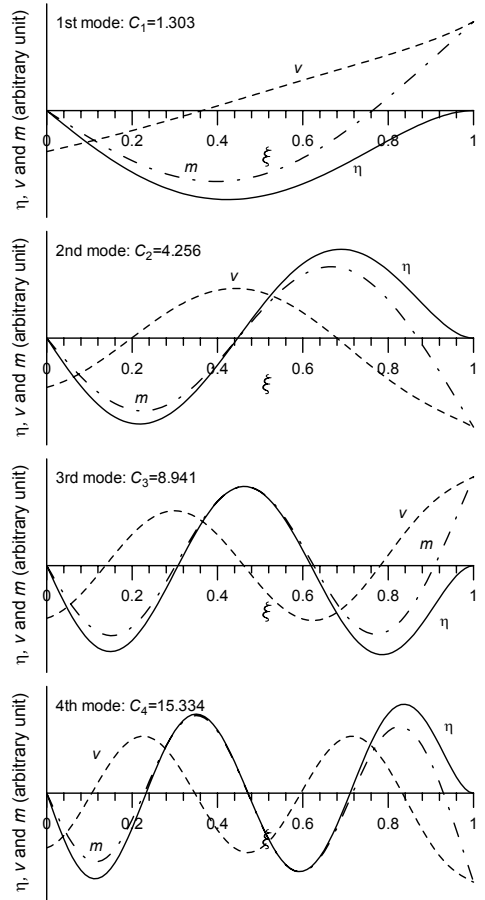


Fig. 6 Examples of mode shape: parabolic taper, hinged-clamped ends, $r=1.2$ and $\alpha=0.3$

조건을 갖는 포물선 변단면 보의 진동형을 나타낸 것이다. 여기에서는 보의 무차원 진동변위 η 와 함께 무차원 전단력 v , 무차원 휨모멘트 m 의 진동형도 나타내었다. 이 그림들로부터 보의 최대진폭 및 무변위 위치 등을 파악할 수 있어 이를 적절히 이용하면 보의 진동을 효율적으로 제어 할 수 있다.

5. 결 론

이 논문은 일정표면적을 갖는 변단면 보의 자유 진동에 관한 연구이다. 보의 진동형을 지배하는 상미분방정식을 동적평형방정식으로부터 유도하고 이를 수치해석하여 고유진동수 및 진동형을 산정하였다. 이 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) $r < 1$ 일 때 선형 변단면의 C_1 이 포물선 변단

면의 C_1 보다 크며, $r > 1$ 이면 포물선 변단면의 C_1 이 선형 변단면의 C_1 보다 크다.

- (2) α 값이 증가하면 C_i 는 증가한다.
- (3) r 이 증가하면 C_i 는 증가하다가 감소하며, C_i 값이 최대가 되는 동적 최적단면비가 존재한다.
- (4) C_1 이 "0"이 되는 r 값이 존재하며, 이때 보는 동적 불안정영역에 놓이게 된다.
- (5) 진동형으로부터 최대 진폭과 무변위 위치 등을 파악할 수 있다.

후 기

이 연구는 2009년 원광대학교 교내연구비의 지원으로 이루어진 것입니다. 제 1저자는 학교당국의 연구비 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Hikami, Y., 1982, Wind Tunnel Test Methods and Facilities for Bridge Aerodynamic Stability Investigation, IHI Report, Vol. 6, pp. 47~52.

(2) Haftka, R. T., Grūdal, Z. and Kamat, M. P., 1990, Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publisher, Netherlands.

(3) Lee, B. K., Lee, T. E. and Kim, Y. I., 2009, Strongest Simple Beams with Constant Volume, Transactions of the Korea Society for Civil Engineering, Vol. 29, No. 2A, pp. 155~162.

(4) Wilson, J. F., Holloway, D. M. and Biggers, S. B., 1971, Stability Experiments on the Strongest Columns and Circular Arches, Experimental

Mechanics, Vol. 11, pp. 303~308.

(5) Cox, S. J. and Overton, M. I., 1992, On the Optimal Design of Columns Against Buckling, SIAM Journal on Mathematical Analysis, Vol. 23, pp. 287~325.

(6) Atanackovic, T. M. and Simic, S. S., 1999, On the Optimal Shape of a Pflüger Column, European Journal of Mechanics A-Solid, Vol. 18, pp. 903~913.

(7) Lee, B. K. and Oh, S. J., 2000, "Elastica and Buckling Loads of Simple Tapered Columns with Constant Volume, International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, Issue 18, pp. 2507~2518.

(8) Lee, B. K., Carr, A. J., Lee, T. E. and Kim, I. J., 2006, Buckling Loads of Columns with Constant Volume, Journal of Sound and Vibrations, Vol. 294, Issues. 1-2, pp. 381~387.

(9) Lee, B. K., Lee, T. E., Yoon, H. M. and Choi, J. M., 2010, Free Vibrations of Tapered Circular Arches with Constant Volume, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 2, pp. 144~152.

(10) Timoshenko, S. P. and Gere, J. M., 1963, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Book Company, USA.

(11) Timoshenko, S. P., Young, D. H. and Weaver, W., 1974, Vibration Problems in Engineering, Wiley, USA.

(12) Al-Khafaji, A. W. and Tooley, J. R., 1986, Numerical Methods in Engineering Practice, Holt, Rinehart and Winston, Inc.