論文 DOI:10.5139/JKSAS.2010.39.1.16

표적 가관측성 향상을 위한 Time-to-go 다항식 유도법칙

김태훈*, 이창훈*, 탁민제**

Time-to-go Polynomial Guidance Law for Target Observability Enhancement

Tae-Hun Kim*, Chang-Hun Lee* and Min-Jea Tahk**

ABSTRACT

In this paper, we propose a new guidance law for target observability enhancement, which can control both terminal impact angle and acceleration. The proposed guidance law is simple form, combined conventional time-to-go polynomial guidance and a additional bias term which consists of relative position and proportional gain. The guidance law provides oscillatory flight trajectory and it maintains the conventional time-to-go polynomial guidance performance. To investigate the characteristics of the guidance law, we derive the closed-form solution, and various simulations are performed for proving the validity of the proposed guidance.

초 록

본 논문에서는 충돌각 및 종말 가속도를 제어하는 t_{go}-다항식 유도기법을 기반으로 표적 가관측성을 향상시키는 새로운 형태의 t_{go}-다항식 유도법칙을 제안한다. 제안한 유도법칙은 기존 t_{go}-다항식 유도명령에 거리오차와 비례이득으로 구성된 부가항을 합한 간단한 형태로서, 비례이득을 변화시킴에 따라 비행궤적의 형태를 결정할 수 있다. 또한 이는 t_{go}-다항식 유도가 가지는 충돌각 및 가속도 제어 특성을 그대로 유지한다. 본 연구에서는 제안한 유도법칙의 닫힌 해를 구하여 유도 특성을 고찰하고, 다양한 시뮬레이션을 수행하여 유도법칙의 타당성을 보이도록 한다.

Key Words : Time-to-go Polynomial Guidance Law(Time-to-go 다항식 유도법칙), Impact Angle Control(충돌각 제어) Target Observability(표적 가관측성)

Ⅰ. 서 론

현대의 전술유도무기는 고정밀 표적 요격 성능뿐만 아니라, 표적의 취약 부위나 방향으로 공격하여 요격 효율을 극대화시킬 수 있는 성능이 요구된다. 이를 위해 충돌각 제어를 위한 다양한 유도법칙들이 제안되었으며, 충돌각 제어와 더불어 최대의 탄두 효과를 가지기 위해 받음각과 대수관계를 가지는 종말 가속도의 구속조건을 추가한 새로운 유도법칙들이 연구되어 왔다[1-8]. 참고문헌 [1-3]은 비행 에너지를 최소화하면서 종말 충돌각 구속조건을 만족하는 최적 제어이론 기반의 충돌각 제어 유도법칙을 제안하였으며, [5]에

† 2010년 10월 1일 접수 ~ 2010년 12월 24일 심사완료
* 정회원, KAIST 항공우주공학전공 대학원
** 정회원, KAIST 항공우주공학전공 교수
교신저자, E-mail : mjtahk@fdcl.kaist.ac.kr
대전광역시 유성구 구성동 373-1

서는 1차 지연시스템으로 가정한 오토파일롯 모델을 고려하여 충돌각뿐만 아니라 종말 가속도도 제어할 수 있는 최적 제어 유도기법에 대해 연구하였다. 유도 명령의 형태를 잔여시간(t_{go})의 함수로 가정하고, 종말 충돌각 및 가속도 조건을 만족시킬 수 있는 함수의 계수를 찾아 이를 이용하여 피드백 형태의 가속도 명령을 도출하는 t_{go}-다항식 유도법칙이 [7-8]에 제시되어 있으며, 이는 최적제어 이론 기반의 유도법칙에 비해 매우 간단한 형태를 가진다.

한편, 주야간 교전이 가능하고 발사 후 망각(Fire-and-forget) 방식의 운용을 위해 최근 유도탄에는 적외선 영상 탐색기와 같은 수동형 탐색기의 탑재가 증가하고 있다. 수동형 탐색기는 방향각 또는 방향각 변화율만을 측정치로 제공하기 때문에 앞서 기술한 충돌각/가속도 제어 유도법칙을 적용하기 위해서는 표적 정보의 추정(Estimation)이 불가피하다. 방향각 정보만을 이용하여 표적과의 상대거리, 상대속도, 그리고 표적 가속도와 같은 표적정보를 정확히 추정하기 위해서는, 적용되는 필터의 성능도 중요하지만 무엇보다 표적 가관측성(Target Observability)이 보장되어야 한다. 표적 가관측성을 향상시키면서 유도목적을 달성할 수 있는 유도법칙 설계에 대한 연구는 [9-11]과 같이 오래전부터 수행되어 왔다. [10-11]에서는 최적화 기법을 이용하여 비행에너지와 Fisher Information Matrix에 가중치가 부가된 성능지수를 최소화시키는 유도명령을 도출하였으며, 표적 가관측성이 향상되면서 동시에 표적에 도달하는 최적 비행 궤적에 대해 연구하였다. [9]에서는 표적 가관측성을 향상을 위해 지속적으로 진동하는 기동을 부가한 새로운 형태의 APNG(Augmented PNG) 유도법칙을 제안하였다. 위 연구결과를 통해서, 표적 가관측성을 향상시키기 위해서는 표적과의 상대운동이 크며 큰 시선각의 변화가 요구되는 것을 볼 수 있다.

그러므로 본 논문에서는 본 연구 저자가 제시하였던 충돌각 및 종말 가속도 제어를 위한 t_{go}-다항식 유도법칙을 기반으로 표적 가관측성을 향상시키기 위한 새로운 t_{go}-다항식 유도법칙과 이 유도법칙의 닫힌 해(Closed-form Solution)을 제안하도록 한다. 이 유도는 충돌각/가속도 제어가 모두 가능한 t_{go}-다항식 유도법칙의 특성을 그대로 유지하며 동시에 다양한 형태의 비행궤적 성형을 통해 표적 가관측성을 향상시킬 수 있다.

II. 본 론

본 장에서는 참고문헌 [7-8]에 제시되어 있는 종말 충돌각 및 가속도 제어를 위한 t_{go}-다항식 유도법칙에 대해 간략히 기술하고, 이를 기반으로 설계한 표적 가관측성 향상을 위한 비행궤적 성형 t_{go}-다항식 유도법칙과 제안한 유도법칙의 특징을 살펴보기 위한 닫힌 해를 유도하도록 한다. 또한 유도법칙을 구현하기 위해 필요한 t_{go}의 추정 방법에 대해 논의하도록 한다.

2.1 t_{go}-다항식 유도법칙

t_{go}-다항식 유도법칙은 그림 1에 도시된 2차원 호밍유도 기하학의 선형 운동모델을 기반으로 유도되어진다. 유도탄의 속도(V_M)는 일정하며 표적(T)의 운동은 유도탄(M)에 비해 상대적으로 느리다고 가정하고, 충돌각(θ_f)만큼 회전한 충돌각 기준 좌표계($X_f - Y_f$ 좌표계)를 기준으로 유도탄의 헤딩 오차(θ)가 충분히 작다고 가정하면, 아래와 같은 선형 운동 모델을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{y} &\approx V_M \theta = v \\ \dot{v} &= a_M \end{aligned} \tag{1}$$

위 식에서 유도탄의 자동조종장치에 의한 지연효과 및 중력에 의한 영향은 무시하였으며, y는 충돌각 기준 좌표계에서의 측방향 거리오차, v는 측방향 속도오차, a_M은 가속도 명령을 말한다.

t_{go}-다항식 유도법칙은 유도명령을 t_{go}의 다항식 함수형태로 가정하여 호밍유도의 종말 구속조건($y(t_f)=v(t_f)=0$)을 만족시키는 다항식 계수를 구하고, 이를 피드백(Feedback) 형태로 나타냄으로써 도출되는 유도법칙으로 유도명령의 최종 형태는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_M(t) &= a_{t_{go}}(t) \\ &= -(m+2)(n+2)t_{go}^{-2}y(t) - (m+n+3)t_{go}^{-1}v(t) \end{aligned} \tag{2}$$

위 식에서 m과 n은 $0 \le m < n$의 관계를 가지는 실수이고 $t_{go} = t_f - t$ 이며, 유도이득 m,n의 조합에 따라 다양한 형태의 유도법칙이 된다. 우선

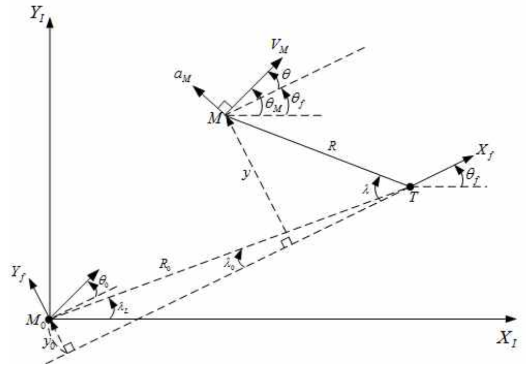

그림 1. t_{go}-다항식 호밍유도 기하학

$m=0$, $n=1$의 관계이면, 참고문헌 [2]에 제시된 최적 제어이론 기반의 충돌각 제어 유도법칙과 동일한 형태를 가지며, $n=m+1$의 조건에서 유도이득이 양의 정수일 경우에는 참고문헌 [1,3]에서 제안한 유도법칙 형태가 된다. 또한 m과 n의 적절한 조합에 따라 참고문헌 [6]과 동일한 유도기법이 된다.

제안되었던 t_{go}-다항식 유도법칙은 유도이득을 $0 \le m < n$ 조건에서 임의의 실수 값을 가지기만 하면 충돌각 구속조건을 만족하기 때문에, 기존 충돌각 제어 유도기법들 보다 좀 더 일반적인 형태라 말할 수 있으며, $0 < m$을 만족하는 유도이득을 선정할 경우에는 충돌각 뿐만 아니라 종말 가속도($a_M(t_f)$)를 0으로 제어할 수 있다. 이 유도법칙의 닫힌 해는 [8]에 정리되어 있으며, 측방향 거리오차와 속도오차의 닫힌 해를 다시 쓰면,

$$\begin{aligned} y(t) &= C_1 t_{go}^{n+2} + C_2 t_{go}^{m+2} \\ v(t) &= -C_1(n+2)t_{go}^{n+1} - C_2(m+2)t_{go}^{m+1} \end{aligned} \tag{3}$$

와 같다. 여기서 상수 C_1, C_2는 초기조건 y_0, v_0에 의해 다음과 같이 주어지며,

$$C_1 = \frac{y_0(m+2)+v_0\hat{t}_{go}}{(m-n)\hat{t}_{go}^{n+2}},\ C_2 = \frac{y_0(n+2)+v_0\hat{t}_{go}}{(n-m)\hat{t}_{go}^{m+2}} \tag{4}$$

$\hat{t}_{go} = t_f - t_0$를 말한다. 앞서 기술된 유도법칙의 특징은 위 닫힌 해를 통해 쉽게 설명되어진다.

식 (2)에 정리된 유도명령을 $y = R\lambda = R(\theta_f - \lambda_L)$와 $R = V_M t_{go}$의 관계를 이용하여 다시 표현하면,

$$\begin{aligned} a_{t_{go}}(t) = -\frac{V_M}{t_{go}}\big\{&-(m+2)(n+2)\lambda_L \\ &+(m+n+3)\theta_M + (m+1)(n+1)\theta_f\big\} \end{aligned} \tag{5}$$

와 같고, 이를 구현하기 위해서 필요한 시선각(λ_L)과 비행경로각(θ_M)은 수동형 탐색기와 INS를 통해 측정할 수 있다. 하지만, t_{go} 경우에는 직접적으로 측정할 수 없으므로 탐색기와 INS 정보를 이용하여 정확히 추정하여야 한다.

2.2 표적 가관측성 향상을 위한 t_{go}-다항식 유도법칙과 닫힌 해

t_{go}-다항식 유도법칙을 적용하여 보다 정밀한 충돌각 및 가속도 제어를 수행하기 위해서는 유도탄과 표적간의 상대 위치 및 상대 속도, 그리고 표적 가속도 등의 정확한 표적 정보를 이용하여 t_{go}의 추정이 이루어져야 한다. 하지만, 수동형 탐색기만을 탑재하여 호밍이 이루어지는 유도탄의 경우, 탐색기를 통해 방향각 정보만을 얻을 수 있기 때문에 이를 이용하여 표적의 상태변수를 정확히 추정하기 위해서는 호밍유도의 목적을 달성하면서 동시에 표적 가관측성을 확보할 수 있는 궤적으로 호밍이 이루어져야 한다. 따라서 본 연구에서는 충돌각 및 종말 가속도 제어를 위한 t_{go}-다항식 유도법칙의 특징을 그대로 가지면서 동시에 비행궤적 성형을 통해 표적 가관측성을 향상시킬 수 있는 새로운 t_{go}-다항식 유도법칙을 제안하고자 한다.

표적 가관측성은 유도탄이 호밍되는 과정 중에 변화하는 표적간의 상대운동에 의해서 결정되며, [9~11]을 통해 알 수 있듯이 표적과의 상대운동이 지속적으로 크게 발생할수록 표적 가관측성은 향상하게 된다. 그러므로 본 연구에서 제안하는 가관측성 향상 유도기법은 그림 2에 도시된 호밍유도 궤적과 같이, 호밍 초반부에는 가관측성 향상을 위해 충돌각 기준 좌표계의 X_f 축을 기준으로 사인(sin)형태의 궤적을 그리며 표적과의 큰 상대운동을 가지도록 기동되다가, 호밍의 후반부에서는 거리오차 및 충돌각 오차를 줄이기 위해 직선에 가까운 비행궤적을 형성하도록 유도하는 기법이다. 이와 같은 비행궤적을 형성시키는 유도명령은 식 (2)의 t_{go}-다항식 유도명령에 비례이득과 거리오차에 의한 부가항을 합함으로

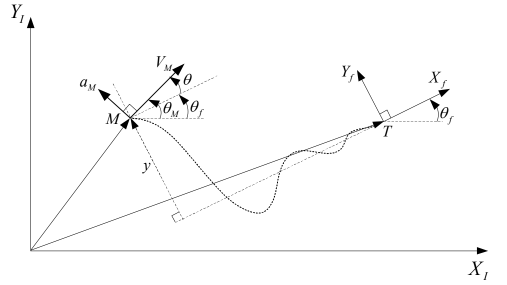

그림 2. 표적 가관측성 향상을 위한 t_{go}-다항식 호밍유도 기하학

써 구현할 수 있으며 다음과 같이 간단한 형태를 가진다.

$$a_{obs}(t)=a_{t_{go}}(t)+a_{osc}(t) = -(m+2)(n+2)t_{go}^{-2}y(t)-(m+n+3)t_{go}^{-1}v(t)-ky(t) \tag{6}$$

여기서 $a_{t_{go}}$ 는 식 (2)에 정리된 t_{go}-다항식 유도의 기본 가속도 명령을 말하며, $a_{osc}=-ky(t)$ 로서 k 는 임의의 양의 실수 값을 가진다. 이 이득 k 에 의해 궤적의 진동 주기 및 크기가 결정되어지는데, 이를 좀 더 자세히 살펴보기 위해 식 (6)을 선형 운동 관계식 (1)에 대입하여 측방향 거리에 대한 2차 미분방정식 형태로 나타내어 보자.

$$\ddot{y}(t)+(m+n+3)t_{go}^{-1}\dot{y}(t)+(m+2)(n+2)t_{go}^{-2}y(t)+ky(t)=0 \tag{7}$$

위 식을 살펴보면, t_{go} 가 클 경우 비행궤적의 진동에 영향을 주는 $ky(t)$ 가 다른 항들에 비해 지배적으로 작용하여 비행궤적의 성형을 이루다가, $t_{go}\to 0$, $y\to 0$ 으로 접근하면서 부터는 $ky(t)$ 보다 나머지 두 항이 지배적이기 때문에 t_{go}-다항식 유도의 성능을 그대로 유지함을 알 수 있다. 제안하는 유도기법에 의해 형성되는 비행궤적의 특징을 보다 명확히 고찰하기 위해 식 (7)에 정리된 2차 시스템의 닫힌 해를 구해본다.

식 (7)에서 $k=0$ 이면 Cauchy-Euler 방정식의 형태가 되므로 쉽게 일반해를 구할 수 있지만, $k>0$ 일 경우에는 일반적인 미분방정식의 해법인 Frobenius Method를 적용하여야 한다 [8]. 그러므로 닫힌 해를 구하기 위해 $0\le m<n$, $0<k$ 인 조건과 $\tau=t_f-t$ 로의 치환을 통해 다음과 같이 2차 미분방정식을 정리하여 Frobenius Method를 적용하도록 한다.

$$\tau^2 y''-(m+n+3)\tau y'+\left[(m+2)(n+2)+k\tau^2\right]y=0 \tag{8}$$

여기서 ' 은 τ 에 대한 미분을 의미하며, 위 식을 만족하는 첫 번째 해의 형태를 무한급수 형태로서 다음과 같이 가정한다.

$$y_1(\tau)=\sum_{s=0}^{\infty}a_s\tau^{s+r}=\tau^r\left(a_0+a_1\tau+a_2\tau^2+\cdots\right) \tag{9}$$

위 식에서 r 은 임의의 상수이며, $a_0\ne 0$ 의 관계를 가져야 한다. 가정한 해를 τ 에 대해 미분을 취하고, 얻어지는 y_1', y_1'' 과 식 (9)를 식 (8)에 대입하여 정리하면,

$$\sum_{s=0}^{\infty}\left[\begin{aligned}(s+r)(s+r-1)-(s+r)(m+n+3)\\+(m+2)(n+2)\end{aligned}\right]a_s\tau^{s+r}+\sum_{s=0}^{\infty}ka_s\tau^{s+r+2}=0 \tag{10}$$

와 같다. 임의의 r 에 대해 위 식은 항상 만족하여야 하므로 τ^r, τ^{r+1}, τ^{r+2},… 의 각 계수는 0이 되어야 한다. 이러한 조건을 이용하여 가장 작은 차수 τ^r 의 계수가 0이라는 조건을 나타내면 다음 식과 같다.

$$\left[r(r-1)-r(m+n+3)+(m+2)(n+2)\right]a_0=0 \tag{11}$$

식 (11)에서 $a_0\ne 0$ 이기 때문에 등식을 만족시키는 임의의 r 을 찾으면

$$r=n+2 \tag{12}$$

가 되고, 이를 이용하여 모르는 변수 a_s 를 구할 수 있다. 식 (12)를 식 (10)에 대입하여 정리하면

$$\sum_{s=0}^{\infty}\left[s(s-m+n)\right]a_s\tau^{s+n+2}+\sum_{s=0}^{\infty}ka_s\tau^{s+n+4}=0 \tag{13}$$

이고, 첫 번째 급수의 $s=i+2$ 라 정의하고 두 번째 급수의 $s=i$ 라 정의하여 다시 표현하면

$$\sum_{i=-2}^{i=-1}\left[(i+2)(i+2-m+n)\right]a_{i+2}\tau^{i+n+4}+\sum_{i=0}^{\infty}\left[(i+2)(i+2-m+n)a_{i+2}+ka_i\right]\tau^{i+n+4}=0 \tag{14}$$

가 되며, 위 등식을 통해 a_s 를 얻게 된다. 식 (14)의 조건을 항상 충족시키기 위해서는 τ^{i+n+4} 의 모든 계수가 0이 되어야 한다. 그러므로 이 조건에 따라 $a_0, a_1, a_2, \cdots$ 를 다음과 같이 나누어 구해보자.

I) $i=-1,-2$ 일 경우

$$(i+2)(i+2-m+n)a_{i+2}=0 \tag{15}$$

이므로 이를 만족하는 $a_0=1$, $a_1=0$

II) $i=1,3,5,7,\cdots$ 일 경우

$$a_{i+2}=\frac{-k}{(i+2)(i+2-m+n)}a_i \tag{16}$$

이므로 $a_3=a_5=a_7=\cdots=0$

III) $i=0,2,4,6,\cdots$ 일 경우, 식 (16)에 의해

$$\begin{aligned} i=0,\ a_2&=\frac{-k}{2(2+l)}a_0=\frac{-k}{2(2+l)} \\ i=2,\ a_4&=\frac{k^2}{2\cdot4\cdot(2+l)\cdot(4+l)} \\ i=4,\ a_6&=\frac{-k^3}{2\cdot4\cdot6\cdot(2+l)\cdot(4+l)\cdot(6+l)} \\ &\vdots \end{aligned} \tag{17}$$

이며, $l=n-m$ 이다.

식 (12)와 식 (15)~(17)에서 구한 r 과 a_s 를 식 (9)에 대입하면 식 (8)의 첫 번째 닫힌 해 $y_1(\tau)$ 를 얻을 수 있는데, 이는 무한급수 형태로 표현되며 $n=m+1$ $(l=1)$ 인 조건에서는 해의 형태를 아래 식과 같이 삼각함수 형태로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_1(\tau)&=\tau^r\left(a_0+a_2\tau^2+a_4\tau^4+a_6\tau^6+\cdots\right) \\ &=\frac{\tau^{n+2}}{\sqrt{k}\tau}\left(\sqrt{k}\tau-\frac{\left(\sqrt{k}\tau\right)^3}{3!}+\frac{\left(\sqrt{k}\tau\right)^5}{5!}-\frac{\left(\sqrt{k}\tau\right)^7}{7!}+\cdots\right) \\ &=\frac{\tau^{n+1}}{\sqrt{k}}\sin\left(\sqrt{k}\tau\right) \end{aligned} \tag{18}$$

구해진 첫 번째 해와 reduction of order 기법을 이용하여 두 번째 해를 구하면

$$y_2(\tau)=-\tau^{n+1}\cos\left(\sqrt{k}\tau\right) \tag{19}$$

이고, 구해진 $y_1(\tau)$, $y_2(\tau)$ 와 $\tau=t_f-t$ 를 이용하여 시간에 대한 비행궤적의 닫힌 해를 나타내면

$$y(t)=t_{go}^{n+1}\left[\frac{C_1}{\sqrt{k}}\sin\left(\sqrt{k}t_{go}\right)-C_2\cos\left(\sqrt{k}t_{go}\right)\right] \tag{20}$$

가 된다. 여기서 C_1, C_2 상수는 초기조건에 의해 결정되며, 초기조건을 이용하여 상수를 계산하고 이를 다시 식 (20)에 대입하여 정리하면

$$y(t)=t_{go}^{n+1}\sqrt{\frac{\alpha^2}{k}+\beta^2}\sin\left(\sqrt{k}t_{go}-\sqrt{k}\hat{t}_{go}+\gamma\right) \tag{21}$$

와 같은 간단한 형태로 닫힌 해를 구할 수 있다. 여기서 α, β, γ 는 초기조건과 유도이득에 따라 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \alpha&=-v_0\hat{t}_{go}^{-n-1}-(n+1)y_0\hat{t}_{go}^{-n-2} \\ \beta&=y_0\hat{t}_{go}^{-n-1} \\ \gamma&=\tan^{-1}\left(\beta\sqrt{k}/\alpha\right) \end{aligned} \tag{22}$$

식 (21)에 정리된 비행궤적의 닫힌 해를 살펴보면, 앞서 예상하였듯이 비행궤적이 진동하는 형태를 띠며 t_{go} 가 점점 줄면서 궤적의 진동 폭이 감소하고 $t_{go}=0$ 일 때 $y(t_f)=0$ 이 되는 것을 알 수 있다. 또한 닫힌 해를 미분하여 측방향 속도의 변화를 구하면 이는 비행궤적과 유사하게 진동하는 형태를 가지며, $t_{go}=0$ 일 때 $v(t_f)=0$ 이 되므로 충돌각 제어가 가능하다. 위 닫힌 해는 $n=m+1$ 의 조건일 때 가지는 형태로서 $0<m$ 이면 $a_M(t_f)=0$ 이 되므로 t_{go} -다항식 유도법칙의 특징을 그대로 유지하고 있음을 볼 수 있다.

유도이득 k 는 궤적의 진동 주기와 진동 크기에 동시에 영향을 미치는데, k 가 커질수록 진동 주기는 빨라지고 진동의 크기도 변화시키는 특징을 가진다. 그러므로 충돌각 및 가속도 제어를 위해 $0<m$ 이면서 $n=m+1$ 의 유도이득을 선정하고, 가속도 제한 및 하드웨어 제한, 자동조종장치의 성능 등을 고려하여 적절한 이득 k 를 선정하여야 할 것이다. 식 (21)의 닫힌 해는 제안한 표적 가관측성 향상을 위한 유도기법의 유도이득 선정에 있어서 설계자에게 좋은 지표로 활용될 것으로 기대된다.

표적 가관측성 향상 유도법칙을 시선각과 비행경로각, 그리고 잔여시간으로 다시 표현하면

$$\begin{aligned} a_{obs}(t) = -\frac{V_M}{t_{go}} \Big\{ & -\left[(m+2)(n+2)+kt_{go}^2\right]\lambda_L \\ & +(m+n+3)\theta_M + \left[(m+1)(n+1)+kt_{go}^2\right]\theta_f \Big\} \end{aligned} \tag{23}$$

와 같으며, t_{go} 가 0으로 수렴할수록 식 (5)에 표현된 t_{go}-다항식 유도법칙 형태로 변화한다.

Ⅲ. t_{go} 계산 방법

앞서 기술한 유도법칙을 실제 시스템에 구현하기 위해서는 표적과 유도탄의 상대운동 정보를 활용하여 t_{go} 를 계산하여야 한다. 일반적으로 잔여시간 계산은 아래 식과 같이

$$t_{go} = R/V_c \tag{24}$$

비행궤적이 직선에 가깝다는 가정하에, 거리와 접근속도(V_c)만을 이용하여 간단히 계산된다. 하지만, 충돌각 제어 유도법칙은 곡선 형태의 비행궤적을 가지기 때문에, 위와 같은 방법의 t_{go} 계산은 적합하지 않다. 그러므로 본 연구에서는 기존 t_{go}-다항식 유도법칙에 의해 형성되는 비행궤적 특징을 이용하여 새로운 t_{go} 계산식을 제안하도록 한다.

식 (3)에 정리된 t_{go}-다항식 유도법칙의 닫힌 해는 시간의 대한 함수형태로서, 이를 $t_0 = 0$ 이라는 초기조건에 대해 $t_f = R_0/V_M$ 와 $t = \eta/V_M$ 을 대입하여 거리에 대한 함수형태로 헤딩 오차의 닫힌 해를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\theta(\eta) = -C_3(n+2)(R_0-\eta)^{n+1} - C_4\left(\frac{m+2}{n-m}\right)(R_0-\eta)^{m+1} \tag{25}$$

여기서 $\eta \in [0, R_0]$ 이며,

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{1}{(m-n)R_0^{n+1}}\left[(m+2)\lambda_0 + \theta_0\right] \\ C_4 &= \frac{1}{R_0^{m+1}}\left[(n+2)\lambda_0 + \theta_0\right] \end{aligned} \tag{26}$$

이다. 한편, t_0 시점에서의 시선(LOS) 축을 기준으로 총 비행거리를 식 (27)과 같이 정의하고

$$S = \int_0^{R_0} \sqrt{1+(\theta+\lambda_0)^2}\, d\eta \approx \int_0^{R_0} 1 + \frac{1}{2}(\theta+\lambda_0)^2\, d\eta \tag{27}$$

이 식에 식 (25)를 대입하여 정리하면, 초기 시점에 예상되는 총 비행거리가 계산된다. 이를 속도로 나누면 t_0 시점에서 예측되는 종말 시간을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$t_f = \frac{S}{V_M} = \frac{1}{V_M}\int_0^{R_0} 1 + \frac{1}{2}(\theta+\lambda_0)^2\, d\eta \tag{28}$$

매 비행순간을 초기조건으로 하여 위 식을 계산한다면, t_f 는 잔여시간 t_{go} 로 바꿀 수 있으며 이에 대한 최종 계산식은 다음과 같이 정리된다.

$$t_{go} = \frac{R}{V_M}\left\{1 + p_1\left[\left(p_2\lambda + \frac{1}{2}\theta\right)^2 + p_3\theta^2\right] - \frac{1}{2}\lambda^2\right\} \tag{29}$$

여기서 $\lambda = \theta_f - \lambda_L$, $\theta = \theta_M - \theta_f$ 이며, 상수 p_1 , p_2 , p_3 는 다음 식과 같이 유도 이득에 의해 결정되는 상수이다.

$$\begin{aligned} p_1 &= 1/\left[(2m+3)(2n+3)(m+n+3)\right] \\ p_2 &= (m+2)(n+2) \\ p_3 &= (m+3/2)(n+3/2) \end{aligned} \tag{30}$$

식 (28)의 t_{go} 계산식은 제안한 가관측성 향상 유도법칙의 사인형태의 비행궤적을 포함하지 않아 호밍 초반에 t_{go} 추정 오차가 발생하여 비행궤적의 변화가 발생할 수 있다. 하지만, 표적에 도달할수록 제안한 유도법칙은 t_{go}-다항식 유도법칙으로 변화하기 때문에, 위 t_{go} 계산식은 호밍의 중·후반부 부터 정확한 결과를 내어주어 유도성능에는 영향을 미치지 않게 된다.

또한 정확한 t_{go} 계산을 위해서는 표적의 운동을 정확히 추정하여 유도탄과 표적간의 상대거리 정보를 얻어내어야 한다. 그러므로 탐색기로부터 측정되는 방향각 정보를 활용하여 상대운동 정보를 추정할 수 있는 유도필터의 설계가 필요하다.

Ⅳ. 시뮬레이션

본 장에서는 기존에 제시되었던 t_{go}-다항식 유도법칙($a_{t_{go}}$)와 본 연구에서 새롭게 제안한 표적 가관측성 향상을 위한 t_{go}-다항식 유도법칙(a_{obs})

표 1. 수치 시뮬레이션 조건 및 유도이득

명 칭	m	n	k	가속도 제한
Cond. 1	1	2	0	∞
Cond. 2	1	2	2	∞
Cond. 3	1	2	2	$\pm 100m/s^2$

의 비교 및 특징 분석을 위해 비선형 시뮬레이션을 수행하도록 한다. 유도법칙으로는 식 (23)을 이용하고 t_{go} 계산은 (29) 식을 적용하였으며, 유도법칙의 특징 분석이 주된 목적이기 때문에 상대거리, 시선각, 비행경로각은 true 값을 활용하였다. 시뮬레이션 조건은 관성좌표계를 기준으로 $[x_t, y_t]=[4km, 0km]$에 위치한 정지 표적과 $[x_m, y_m]=[0km, 0.1km]$ 초기 위치에서 속도 $300m/s$, 비행경로각 $10\deg$로 발사되는 유도탄을 가정하였다. 종말 충돌각을 $0\deg$로 설정함으로써, 위 초기조건은 충돌각 기준 좌표계를 기준으로 거리오차가 $100m$, 헤딩 오차가 $10\deg$인 경우에 해당된다.

제안한 유도기법과 기존 t_{go}-다항식 유도기법의 비교를 위해 유도이득을 표 1과 같이 정하였다. Cond. 1은 충돌각 및 가속도 구속조건을 만족시키는 기존 유도법칙 형태이고, Cond. 2~3은 충돌각 및 가속도 구속조건을 모두 충족시키면서 표적 가관측성 향상을 위해 호밍 유도되는 제안된 유도법칙의 형태이다. Cond. 3의 경우, 유도탄의 최대 기동 가속도 크기를 $100m/s^2$으로 제한하여 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 3~5는 위 조건에 따라 비선형 시뮬레이션을 수행한 결과로서, 각각 호밍 궤적, 비행경로각, 가속도의 변화를 나타낸다. Cond. 1의 경우 가속도의 변화가 거의 직선에 가까우면서 비행 궤적 및 비행경로각의 변화가 천천히 이루어지는 것을 볼 수 있다. Cond. 2~3의 경우에는 초반 큰 기동 가속도를 가지고서 표적과의 상대 운동의 변화를 크게 만들다가 표적에 도달할수록 거의 직선에 가까운 비행을 하는 것을 알 수 있다. 이는 앞 절에서 기술한 제안된 유도법칙의 특징으로 가관측성도 향상시키면서 동시에 종말 구속조건을 모두 만족시키는 유도과정이다.

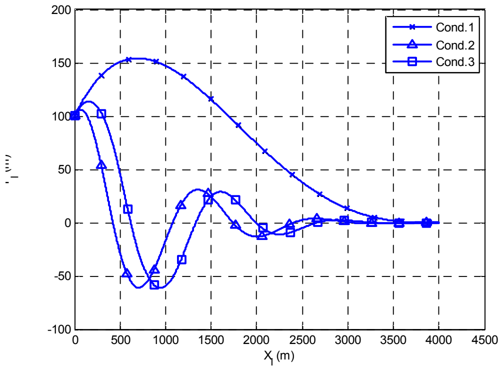

그림 3. 유도탄의 호밍 궤적

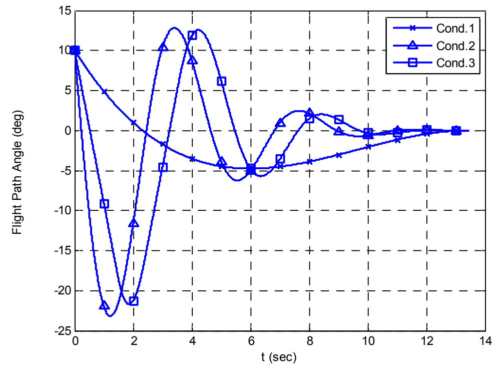

그림 4. 비행경로각의 변화

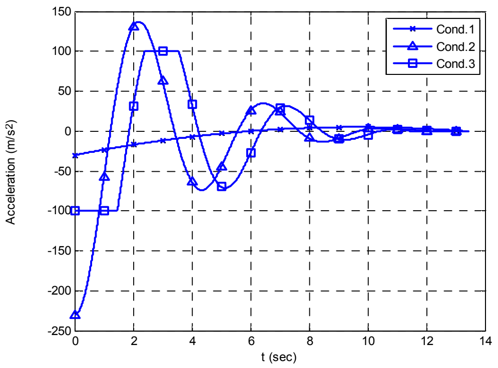

그림 5. 가속도의 변화

위 결과를 통해, 제안한 유도법칙은 기존 유도법칙의 특징을 그대로 가지면서 가속도 제한에 큰 영향이 없는 것으로 판단된다. 식 (29)를 통해 얻어진 t_{go} 값에 현재 시간을 더하여 비행순간마다 추정된 종말 시간을 그림 6에 도시하였다.

식 (29)의 t_{go} 계산식은 기존 t_{go}-다항식 유도법칙의 비행 궤적 특징을 반영하여 계산된 결과

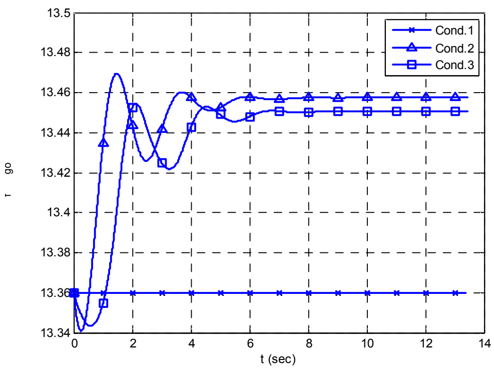

그림 6. 추정된 t_f 의 변화

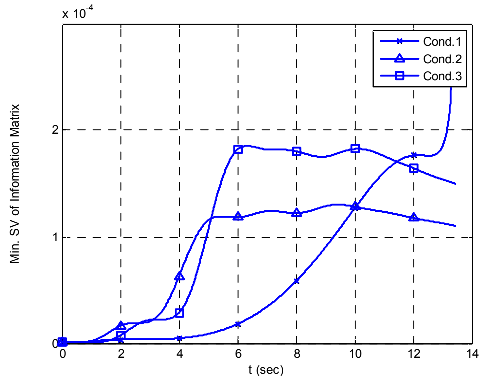

그림 7. Information Matrix의 Min. SV 변화

이기 때문에 Cond. 1의 경우에는 정확한 추정 결과를 내어주지만, Cond. 2~3의 경우에는 호밍 초반에 추정 오차가 발생함을 볼 수 있다. 하지만, 호밍의 중·후반부터는 t_{go} 의 추정이 정확히 이루어지고 있기 때문에 유도 성능에는 영향을 미치지 않는다. 이는 제안한 유도법칙이 표적에 접근할수록 기존 유도법칙의 형태를 가지기 때문에 나타나는 결과이다.

표적의 가관측성 향상 정도를 비교하기 위해, 참고문헌 [12]의 6장에 기술된 Information Matrix의 minimum singular value(min. sv)를 계산하여 비교하였다. Information Matrix는 $100Hz$ 의 샘플링 조건에서 방향각 측정치 잡음의 분산이 $\sigma^2 = (0.5\deg)^2$ 라는 가정하에 recursive 계산을 통해 구해지며, 이에 대한 결과는 그림 7과 같다. 표적 가관측성이 커질수록 Information Matrix의 min. sv는 증가하게 되는데 그림 7을 통해 볼 수 있듯이, Cond. 1의 경우보다 Cond. 2~3의 경우에 min. sv의 크기가 크며, 발사 후 약 6초 무렵에 최대의 값을 가짐을 알 수 있다. 이는 초반에 최대의 가관측성을 확보하여 표적 운동의 추정 오차를 빠르게 상쇄시킬 수 있는 가능성을 제시한다. Cond. 3의 경우가 Cond. 2의 경우보다 좀 더 큰 min. sv를 가지는데, 이는 Cond. 3의 경우 가속도 제한치에 의해 좀 더 오랜 시간동안 진동하는 기동을 가지기 때문이다. 또한 10초 후부터는 Cond. 1의 min. sv가 다른 경우보다 커지는 것을 볼 수 있다. 이것은 Cond. 2~3의 경우에는 거의 직선 비행상태로 호밍이 되고 있는 상황인데 반해 Cond. 1은 표적과의 짧은 거리에서 시선각이 존재하기 때문에 생기는 현상이다. 제안한 유도법칙은 기존 t_{go}-다항식 유도법칙에 비해 가관측성이 향상된 것을 확인할 수 있으며, 표적 운동의 추정오차를 초반에 줄일 수 있는 특징을 가진다.

Ⅳ. 결 론

본 연구에서는 기존에 연구되었던 종말 충돌각 및 가속도 구속조건을 만족시키는 t_{go}-다항식 유도법칙에 대해 간략히 설펴보고, 이를 기반으로 표적 가관측성을 향상시키는 새로운 유도법칙을 제안하였다. 제안한 유도법칙은 기존 유도명령에 유도이득이 곱해진 거리오차를 부가항으로 합한 형태로서, t_{go}-다항식 유도가 가지는 특징을 그대로 유지하면서 동시에 다양한 형태의 비행궤적을 형성할 수 있다. 또한 제안한 유도법칙에 의해 형성되는 비행궤적의 닫힌 해를 도출하여 유도 특성에 대해 분석해 보았으며, 이를 활용하여 시스템의 다양한 제한 조건을 고려한 유도 이득 선정을 가능케 하였다. 본 연구에서 제안하고 있는 유도기법은 기존 t_{go}-다항식 유도기법과 유사하게 간단한 형태를 가지며, 가속도 제한치가 미치는 영향이 미미하므로 수동형 탐색기를 탑재한 실제 유도탄 시스템에 손쉽게 적용 가능할 것이라 사료된다.

향후 연구에서는 실제 유도탄 시스템이 가지는 여러 제한조건 및 지연효과, 그리고 표적 가관측성 향상 정도를 직접적으로 고려하여, 설계 변수인 유도 이득을 선정하는 방안에 대해 연구하고자 한다.

참고문헌

1) 조항주, "PNG의 항법상수와 이와 관련된 최적제어 문제", *한국자동제어학술회의 논문집,*

1992. 10, pp. 578~583.

2) C. K. Ryoo, H. Cho, and M. J. Tahk, "Optimal Guidance Laws with Terminal Impact Angle Constraint", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 4, July-Aug. 2005, pp. 724~732.

3) C. K. Ryoo, H. J. Cho, and M. J. Tahk, "Time-to-go Weighted Optimal Guidance with Impact Angle Constraints", *IEEE Trans. on CST*, Vol. 14, No. 3, 2006, pp. 483~492.

4) T. L. Son, S. J. Shin, and H. Cho, "Impact Angle Control for Planar Engagements", *IEEE Trans. on AES*, Vol. 35, No. 4, Oct. 1999, pp. 1439~1444.

5) Y. I. Lee, C. K. Ryoo, and E. G. Kim, "Optimal Guidance with Constraints on Impact Angle and Terminal Acceleration", *AIAA GNC Conference and Exihibit*, Austin, Texas, 11~14 Aug. 2003.

6) 이진익, “충돌각 구속조건을 위한 보조루프 합성을 통한 준최적 호밍 유도법칙”, *한국항공우주학회지*, 제 35권 제 11호, 2007, pp. 1006~1012.

7) 탁민제, 민병문, “Tgo-다항식 유도법칙에 관한 연구”, *항공우주학회 춘계학술발표회 논문집*, 용평리조트, 2007.

8) 이창훈, 김태훈, 탁민제, “가속도 제한을 고려한 Time-to-go 다항식 유도 법칙 연구”, *한국항공우주학회지*, 제 38권 제 8호, 2010, pp. 774~780.

9) T. L. Song and T. Y. Um, "Practical Guidance for Homing Missiles With Bearings-Only Measurements", *IEEE Trans. AES*, Vol. 32, No. 1, Jan. 1996, pp. 434~443.

10) J. L. Speyer, D. G. Hull, C. Y. Tseng, and S. W. Larson, "Estimation Enhancement by Trajectory Modulation for Homing Missiles", *Journal of Guidance and Control*, Vol. 7, No. 2, March-April 1984, pp. 167~174.

11) D. G. Hull, J. L. Speyer, and C. Y. Tseng, "Maximum Information Guidance for Homing Missiles", *Journal of Guidance and Control*, Vol. 8, No. 4, July-Aug. 1985, pp. 494~497.

12) B. Ristic, S. Arulampalam, N. Gordon, "Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications", Artech House, 2004.