

Lattice Boltzmann 방법을 사용한 자연대류 해석에서 열모델의 선택에 관한 연구

최 석 기,^{*1} 김 성 오²

A STUDY ON THE CHOICE OF THERMAL MODELS IN THE COMPUTATION OF NATURAL CONVECTION WITH THE LATTICE BOLTZMANN METHOD

Seok-Ki Choi^{*1} and Seong-O Kim²

A comparative analysis of thermal models in the lattice Boltzmann method(LBM) for the simulation of laminar natural convection in a square cavity is presented. A HYBRID method, in which the thermal equation is solved by the Navier-Stokes equation method while the mass and momentum conservation are resolved by the lattice Boltzmann method, is introduced and its merits are explained. All the governing equations are discretized on a cell-centered, non-uniform grid using the finite-volume method. The convection terms are treated by a second-order central-difference scheme with a deferred correction method to ensure stability of the solutions. The HYBRID method and the double-population method are applied to the simulation of natural convection in a square cavity and the predicted results are compared with the benchmark solutions given in the literatures. The predicted results are also compared with those by the conventional Navier-Stokes equation method. In general, the present HYBRID method is as accurate as the Navier-Stokes equation method and the double-population method. The HYBRID method shows better convergence and stability than the double-population method. These observations indicate that this HYBRID method is an efficient and economic method for the simulation of incompressible fluid flow and heat transfer problem with the LBM.

Key Words : 격자볼츠만 방법 (Lattice Boltzmann Method), 이중-분포함수방법(Double-Population Method), 혼합방법(HYBRID Method), 층류 자연대류(Laminar Natural Convection)

1. 서 론

Lattice Boltzmann 방법 (LBM)은 알고리즘의 단순성과 기존의 방법들과 비교하여 상대적으로 대용량 병렬컴퓨터에서의 사용이 쉬워 지난 20년 동안 많은 주목을 받아왔다. 잘 알려진 Navier-Stokes 방정식을 사용하는 방법에서는 계산시간의 대부분이 타원형 Poisson 형태의 압력방정식을 푸는데 소요된다. 그러나 LBM에서는 그런 시간이 과다하게 소요되는 계산 절차가 존재하지 않는다. 그리고 LBM은 병렬계산의 장점을 모두 이용할 수 있다. 이러한 장점들로 많은 연구자들이 유체 유동과 열전달 문제들을 해석하는데 LBM을 사용하여 왔다 [1].

기존의 LBM에서의 한계점들 중의 하나는 열전달 문제를 해석하는데 정확하고 안정적인 열모델(thermal model)이 상대적으로 적은 것이었다. LBM과 함께 다음의 3종류 열모델들이 사용되어 왔다. 이들은 다중속력 접근법(multispeed approach), 피동 스칼라 접근법(passive scalar approach), 그리고 이중-분포함수 접근법(double-population approach)이다. 이들 방식들의 장단점들은 기존의 연구들, 즉 He et al.[2]나 Kuznik et al.[3]에 잘 기술되어 있다. 다중속력 접근법과 피동 스칼라 접근법은 현재 수치적 불안정성으로 인하여 사용되지 않고 있다. 여기서 현재까지 사용되고 있는 이중-분포함수방식이란 기존의 질량 및 운동량 보존법칙의 해석에 필요한 밀도분포함수(density distribution function) 외에 에너지 보존법칙 해석에 추가적으로 같은 수의 온도분포함수(temperature distribution function)를 도입하여 해석을 수행하는 방식을 의미한다. Kuznik et al.[3]은 He et al.[2]의 이중-분포함수방법을 사용하여 정사각형 내부에서의 자연대류 현상을 적절한 수의

접수일: 2011년 10월 15일, 수정일: 2011년 10월 28일,

계재확정일: 2011년 10월 30일.

1 정회원, 한국원자력연구원

2 정회원, 한국원자력연구원

* Corresponding author, E-mail: skchoi@kaeri.re.kr

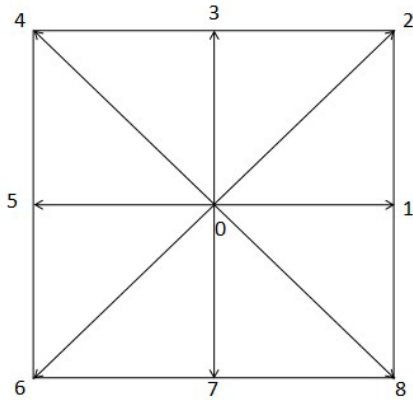


Fig.1 Velocity directions of D2Q9 model

격자를 사용하여 비교적 정확하게 해석하였다. 그러나 이중-분포함수방법에도 결점이 있다. 이중-분포함수방법은 특히 3차원 열전달 문제를 해석하는데 과도한 컴퓨터 용량이 요구된다. 또한 이 방식을 사용할 때 복잡한 열적 경계조건의 처리가 필요하다. Kuznik et al.[3]은 이중-분포함수방법은 압축성 유동해석에서 점성에 의한 열소산(viscous heat dissipation)과 압력에 의한 압축일(compression work done by pressure)에 적용될 수 있다고 이 방법의 장점을 설명하였다. 그러나 본 연구는 비압축성 유동의 해석에 관한 연구이므로 이러한 점을 고려할 필요가 없다.

이미 언급한 바와 같이 LBM의 장점은 무엇보다도 질량 및 운동보존법칙 해석방식의 단순성에 있다. 그러나 이중-분포함수방법을 사용하여 열전달 현상을 해석하면 2차원 인 경우(D2Q9), 9개의 밀도분포함수 외에 9개의 온도분포함수를 추가적으로 도입하여야 한다. 그러므로 이러한 방식은 열전달 문제를 해석하는데 효율적이고 경제적인 방식이 못된다. 본 연구에서 도입하는 HYBRID 방식은 질량 및 운동보존법칙의 해석에는 기존의 LBM을 사용하고, 에너지 보존법칙의 해석에는 Navier-Stokes 방정식 해석방법을 사용하는 방식이다. 이러한 접근법으로 LBM의 장점과 Navier-Stokes 방정식 방법의 장점들을 모두 이용하자는 것이다. 에너지 방정식을 Navier-Stokes 방정식 방법을 사용하여 해석하면 3차원인 경우에도 오직 1개의 방정식만 해석하면 된다. 그러나 기존의 Lagrangian 형태의 LBM을 사용하여 열유동 현상을 해석하는 연구자들에게는 이러한 HYBRID 방법이 불편할 수도 있다. 왜냐하면 기존의 LBM에서는 편미분방정식으로 해를 구하지 않고 대수적으로 streaming-collision의 2단계로 해를 구하기 때문이다. 편미분방정식을 풀지 않는 이중-분포함수방법도 그 나름대로 장점이 있다. 왜냐하면 이 방법은 LBM 고유의 알

고리즘 단순성을 유지하며 해를 구하기 때문이다. 그러나 Navier-Stokes 방정식 방법을 사용하여 해석할 경우의 에너지 방정식 편미분 해석법은 선형 편미분방정식을 해석하므로 해석법이 간단하고 잘 확립되어 있어 HYBRID 방법으로 해석하는데 아무런 어려움이 없다.

본 연구에서는 LBM을 사용하여 정사각형 내부의 층류 자연대류 유동을 해석할 경우 이중-분포함수방법과 HYBRID방법의 장단점을 파악하고, 이러한 방법들이 상대적으로 얼마나 정확하게 자연대류 유동을 해석하는지를 분석하고자 한다. 이들 두가지 방법으로 계산된 해를 기존의 benchmark 해석결과 및 동일한 격자를 사용한 Navier-Stokes 방정식 방법을 사용한 계산결과와 비교하여 상대적인 우수성을 파악하고 결론을 내리고자 한다.

2. 지배방정식

2.1 Navier-Stokes 방정식 방법

잘 알려진 Navier-Stokes 방정식 방법에서는 아래와 같은 질량, 운동량 및 에너지 보존 편미분 방정식들을 해석하여 해를 구한다.

$$\frac{D}{Dt}(\rho) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho U_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \rho \beta g^j (T - T_{ref}) \quad (2)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

2.2 이중-분포함수 방법

이중-분포함수방법에서는 밀도분포함수와 온도분포함수 모두를 도입하여 해석한다. 밀도분포함수에 대한 Bhatnagar-Gross-Krook의 방정식은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla f_\alpha = -\frac{1}{\tau_v} (f_\alpha - f_\alpha^{eq}) + F_\alpha \quad (4)$$

$$\text{for } \alpha = 0, 1, 2, \dots, N$$

위 식과 비슷하게 온도분포함수에 대한 방정식을 다음과 같은 도입한다.

$$\frac{\partial g_\alpha}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla g_\alpha = -\frac{1}{\tau_c} (g_\alpha - g_\alpha^{eq}) \quad (5)$$

$$\text{for } \alpha = 0, 1, 2, \dots, N$$

2차원 해석에서 가장 많이 사용되는 Fig. 1의 D2Q9 격자에서 사용하는 방향벡터 e_α 를 다음과 같이 표현한다.

$$e_\alpha = \begin{cases} (0,0) & \alpha = 0 \\ (\cos[(\alpha-1)\frac{\pi}{4}], \sin[(\alpha-1)\frac{\pi}{4}]) & \alpha = 1, 3, 5, 7 \\ \sqrt{2}(\cos[(\alpha-1)\frac{\pi}{4}], \sin[(\alpha-1)\frac{\pi}{4}]) & \alpha = 2, 4, 6, 8 \end{cases} \quad (6)$$

위의 식(4)와 (5)에 존재하는 평형분포함수들(equilibrium distribution functions)은 아래와 같이 정의된다.

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \rho \left[1 + 3(e_\alpha \cdot u) + \frac{9}{2}(e_\alpha \cdot u)^2 - \frac{3}{2}(u \cdot u) \right] \quad (7)$$

$$g_\alpha^{eq} = w_\alpha T \left[1 + 3(e_\alpha \cdot u) \right] \quad (8)$$

위 식들에 있는 가중계수(weighting factor) w_α 는 아래와 같이 주어진다.

$$w_0 = 4/9, \quad w_1 = w_3 = w_5 = w_7 = 1/9 \quad (9)$$

$$w_2 = w_4 = w_6 = w_8 = 1/36 \quad (10)$$

거시적 변수들(macroscopic variables)인 밀도, 속도벡터 및 온도는 아래와 같이 계산된다.

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha, \quad \rho u = \sum_{\alpha=0}^8 e_\alpha f_\alpha, \quad T = \sum_{\alpha=0}^8 g_\alpha \quad (11)$$

압력(pressure), 점성도(kinematic viscosity) 및 열확산도(thermal diffusivity)는 아래와 같이 관계를 갖는다.

$$p = C_S^2 \rho, \quad \nu = \tau_v C_S^2, \quad \chi = \tau_c C_S^2 \quad (12)$$

위 식에서 $C_S = 1/\sqrt{3}$ 는 음속(speed of sound)이다. 그리고 식(4)에 자연대류 유동해석과 관계되는 강제항(forcing term) F_α 는 He et al.[2]과 같이 아래의 식으로 주어진다.

$$F_\alpha = -3\beta(T - T_{ref})g \cdot (e_\alpha - u)f_\alpha^{eq} \quad (13)$$

2.3 HYBRID 방법

HYBRID방법에서는 질량 및 운동량 보존의 법칙은 LBM의 방법(식 (4),(5),(6),(7),(9)-(12))으로 해석하고, 에너지 보존의 법칙은 Navier-Stokes 방정식의 방법(식 (3))으로 해석한다.

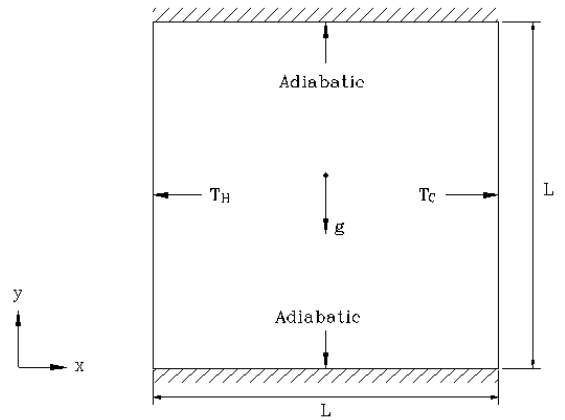


Fig. 2 Natural convection in a square cavity

3. 경계조건

LBM에서 밀도 및 온도 분포함수들에 대한 경계조건의 처리는 아직 완전히 해결되지 않은 분야 중의 하나이다. 많은 형태의 경계조건 처리법이 제안되었지만, Latt et al.[6]의 연구에서 보고된 바와 같이 다른 경계조건 처리법들보다 우수한 어떤 유일한 처리법이 아직 존재하지 않는다. 본 연구에서는 먼저 밀도분포함수에 대한 경계조건 처리에 관하여 설명하고자 한다. 벽면경계조건에서는 벽면에서 속도성분이 주어지고, 이 경우에는 Zou와 He[7]가 제안한 비평형 되튀김법칙(non-equilibrium bounce-back rule)을 사용하였다. 이를 수학적 식으로 표현하면 아래와 같다. 예를 들어, 북쪽 벽면에서는 아래의 식으로 표현된다.

$$\rho_b = \frac{1}{(1+v_b)} [f_0 + f_1 + f_5 + 2(f_2 + f_3 + f_4)] \quad (14)$$

$$f_6 = f_2 + \frac{1}{2}(f_1 - f_5) - \frac{1}{2}\rho_b u_b - \frac{1}{6}\rho_b v_b \quad (15)$$

$$f_7 = f_3 - \frac{2}{3}\rho_b v_b \quad (16)$$

$$f_8 = f_4 - \frac{1}{2}(f_1 - f_5) + \frac{1}{2}\rho_b u_b - \frac{1}{6}\rho_b v_b \quad (17)$$

식 (14)-(17)들에서 존재하는 f_6, f_7, f_8 의 값들을 구하기 위하여 $f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$ 의 값들을 알아야 한다. 기존의 Lagrangian 형태의 LBM에서는 이들 값들은 streaming 과정에서 주어진다. 본 연구의 Eulerian 형태의 해석에서는 다음과 같이 선형보간법으로 구한다.

$$(f_\alpha)_{i,ny} = F_1(f_\alpha)_{i,ny-1} + F_2(f_\alpha)_{i,ny-2} \quad (18)$$

의삽법을 사용하여 구한다.

위 식에서 F_1 과 F_2 는 선형 보간계수이다. 수치격자가 균일하고 격자중심 해석법을 사용하는 경우 $F_1 = 1.5$ 이고, $F_2 = -0.5$ 이다.

온도분포함수에 대한 경계조건인 경우, 등온 벽(isothermal wall)인 경우에는 Inamuro et al.[8]의 방법에 기초한 D’Orazio et al.[9]의 방법을 사용하였다. 이 방법은 수식적으로 설명하기에는 매우 복잡한 방법이므로 여기에서 기술하는 것을 생략하기로 한다. 관심 있는 독자는 D’Orazio et al.[9]의 논문을 참고하면 된다. 단열 벽(adiabatic wall)인 경우에는 잘 알려진 반사조건(reflection condition)을 사용하였고, 예를 들어, 북쪽 벽면에서는 다음과 같이 간단하게 기술된다.

$$g_6 = g_4, g_7 = g_3, g_8 = g_2 \quad (19)$$

밀도분포함수방법인 경우와 동일하게 위 식에 존재하는 g_2, g_3, g_4 및 g_0, g_1, g_5 의 값들은 식 (18)과 동일하게 선형

4. 결과 및 토의

앞에서 기술한 방법들을 기초하여 컴퓨터 코드를 작성하고, 정사각형 내부의 층류 자연대류 해석에 적용하였다. LBM 방정식들을 포함한 모든 지배방정식들은 유한체적법을 사용하여 이산화(discretization) 하였다. 본 연구에서는 기존의 Lagrangian 형태 LBM의 streaming-collision의 계산절차는 존재하지 않고, CFD 방법으로 계산을 수행한다. 본 연구에서의 상세한 이산화 과정 및 생성항(source term) 처리법은 Choi와 Lin[5]에 잘 기술되어 있다. 대류항 처리법은 2차의 정확도를 갖는 중앙차분법(central-difference scheme)을 사용하였고, 중앙차분법의 사용으로 발생하는 수치적 불안정성은 Khosla와 Rubin[10]의 추후 보정방법(deferred correction method)을 사용하여 해결하였다. 본 연구에서 사용된 Navier-Stokes 방정식 해석법은 잘 알려진 Rhie와 Chow[11]의 격자중심, 비엇물림격자 해석법(cell-centered, non-staggered grid method)을 사용하였

Table 1 Comparison of predicted results

		$Ra = 10^3$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^6$
U_{max}	De Vahl Davis (1983)	3.649	16.718	34.730	64.630
	Hortmann et al. (1990)	-	16.176	34.740	64.837
	Kuznik et al. (2007)	3.636	16.167	34.962	64.133
	NSEM	3.647	16.177	34.762	64.815
	HYBRID	3.643	16.155	34.711	64.797
	DPLBM	3.643	16.160	34.808	64.938
Y_{max}	De Vahl Davis (1983)	0.813	0.823	0.855	0.850
	Hortmann et al. (1990)	-	0.825	0.837	0.850
	Kuznik et al. (2007)	0.809	0.821	0.854	0.860
	NSEM	0.811	0.820	0.846	0.846
	HYBRID	0.811	0.820	0.855	0.855
	DPLBM	0.811	0.820	0.855	0.855
V_{max}	De Vahl Davis (1983)	3.697	19.617	68.590	219.360
	Hortmann et al. (1990)	-	19.629	68.639	220.461
	Kuznik et al. (2007)	3.686	19.597	68.578	220.537
	NSEM	3.695	19.614	68.623	220.613
	HYBRID	3.692	19.616	68.727	221.297
	DPLBM	3.692	19.502	68.621	220.714
X_{max}	De Vahl Davis (1983)	0.178	0.119	0.066	0.038
	Hortmann et al. (1990)	-	0.120	0.066	0.039
	Kuznik et al. (2007)	0.174	0.120	0.067	0.038
	NSEM	0.180	0.122	0.066	0.038
	HYBRID	0.180	0.122	0.066	0.037
	DPLBM	0.180	0.122	0.066	0.037
Nu_0	De Vahl Davis (1983)	1.117	2.238	4.509	8.817
	Hortmann et al. (1990)	-	2.245	4.522	8.825
	Kuznik et al. (2007)	1.117	2.246	4.518	8.792
	NSEM	1.117	2.244	4.521	8.829
	HYBRID	1.117	2.244	4.521	8.827
	DPLBM	1.117	2.244	4.521	8.833

고, 압력과 속도의 연계(pressure-velocity coupling)는 SIMPLE[12] 알고리즘을 사용하였다.

Fig. 2에 보여진 정사각형 내부의 층류 자연대류 문제는 많은 연구자들이 수치방법 및 해석모델 검증에 자주 사용된 문제이다. 현재 수직 중심선($x/L=0.5$)에서의 최대 수평방향 속도성분의 크기와 지점(location), 수평 중심선($y/L=0.5$)에서의 최대 수직방향 속도성분의 크기와 지점, 및 저온 및 고온 면에서의 평균 Nusselt 수의 값에 대한 Vahl Davis[13] 및 Hortmann et al.[14]의 benchmark 해가 존재한다. 본 연구에서는 Reyleigh 수가 $10^3, 10^4, 10^5$ 및 10^6 인 경우에 대한 계산을 수행하여 benchmark 해와 비교하였다.

Table 1은 Navier-Stokes 방정식 방법(NSEM), 이중-분포함수 해석법(DPLBM) 및 HYBRID 방법에 의한 해석결과를 benchmark 해 및 기존의 Lagrangian 형태의 LBM과 이중-분포함수 해석법을 사용한 Kuznik et al.[3]의 계산결과와 함께 보여주고 있다. 본 연구에서 사용된 122×122 비균일 수치격자로 위에서 언급한 모든 Reyleigh 수들의 해석에서 수치격자의 수와 무관한 해(grid independent solution)를 구할 수 있었고, 본 연구의 3방법으로 계산된 해들은 모두 benchmark 해와 오차가 1% 미만임을 관찰할 수 있다. 본 연구의 유한체적법에 기초한 LBM의 HYBRID 방법과 DPLBM으로 계산된 결과들이 동일한 수치격자를 사용한 NSEM에 의한 결과와 정확도가 같다는 사실은 LBM의 정확성을 보여주는 한 예이다.

여기에서 언급할 중요한 점은 LBM에 의하여 계산된 수치해가 바로 벽면근처에서의 대류항 처리법에 매우 영향을 받는다는 사실이다. 본 연구의 초기단계에서는 바로 벽면근처에서는 대류항 처리법으로 1차의 정확도를 갖는 상향풍속법(upwind scheme)을 사용하고, 나머지 영역에서는 2차의 정확도를 갖는 HPLA 해법[15]을 사용하였다. 이러한 방법은 전산 코드에 대류항을 처리하기 쉬워 계산영역 내부에 복잡한 구조물이 존재하는 경우의 유동해석에 널리 사용되는 방법이다. 본 연구에서도 NSEM을 사용한 경우에는 정확한 해를 구하는데 문제점이 없었다. 그러나 본 연구의 HYBRID 방법과 DPLBM의 해석 모두 Rayleigh 수가 10^6 인 경우에는 수치격자의 수와 무관한 해를 구하기 위하여 256×256 의 격자가 필요하였다. 이 문제를 개선하기 위하여 전 계산영역에 2차의 정확도를 갖는 중앙차분법을 사용하였다. 앞에서 언급한 바와 같이 중앙차분법의 사용으로 발생하는 수치적 불안정성은 Khosla와 Rubin[10]의 후후 보정방법(deferred correction method)을 사용하여 해결하였다. 이러한 방법으로 HYBRID 방법과 DPLBM의 해석 결과가 NSEM의 경우와 동일하게 122×122 비균일 격자를 사용하여도 수치격자와 무관한 해를 구할 수 있었다. 이러한 LBM의 거동은 수치방정식들(식 (4)-(5))이 hyperbolic한 성질을 갖기 때문인 것으로 추정된다. 즉 LBM으

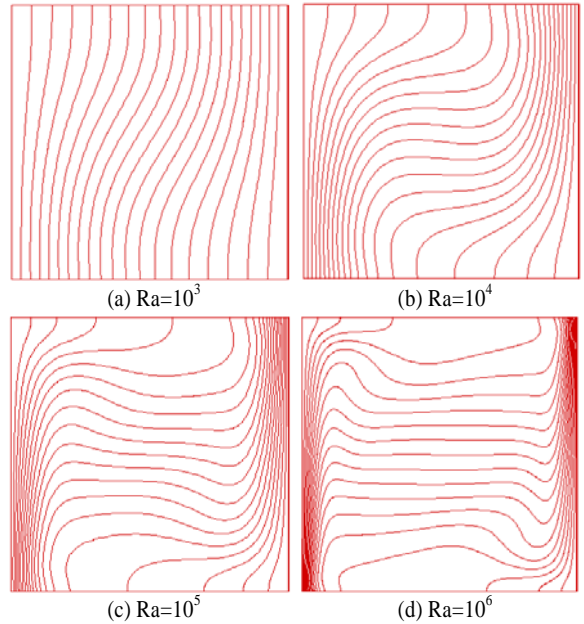


Fig. 3 Isotherms predicted by HYBRID method

로 유동 시에 정확한 해를 산출하기 위해서는 전 계산영역에서 2차 이상의 정확도를 갖는 대류항 처리법을 사용하여야 한다는 사실이다.

그리고 2종류의 LBM에 관하여 수렴속도 및 수치적 안정성을 비교하여 보면 HYBRID 방법이 DPLBM 보다 월등히 우수하였다. 특히 Rayleigh 수가 10^6 인 경우에는 HYBRID 방법이 빨리 수렴하고, 더 큰 시간구간(time step)을 사용하여도 수치적 안정성에 문제가 발생하지 않았다. DPLBM이 더 복잡한 해석방식을 사용하고, 더 많은 계산시간과 계산기 용량을 사용하여도 HYBRID 방법과 비교하여 더 정확한 해를 산출하지 않으면 이 방법을 사용할 이유가 본 연구에 사용된 유한체적법에 기초한 LBM의 방식에도 문제점이 없는 것은 아니다. 중앙차분법을 사용하는 경우에는 구석격자(corner grid)에서의 값이 중앙격자에서의 값에 영향을 주지 않는다. 즉, 해석영역의 경계면 구석에서의 값이 인접한 내부 격자에서의 값에 영향을 주지 않으므로, LBM 식들의 hyperbolic한 성질을 고려하면 해석결과와 정확도에 영향을 미칠 수 있다. 또한 기존의 Lagrangian 형태의 LBM에서 경계면에서 streaming 과정에서 구하는 밀도 및 온도 분포함수들의 값을 본 연구의 유한체적법에 기초한 방법에서는 선형보간법으로 구한다(식 (17)). 이러한 선형보간법이 해의 정확성에 영향을 줄 수 있으나, 아직 최선의 보간법이 문헌에 보고되지 않고 있다. 위의 두 종류 문제점들은 유한체적법에 기초한 LBM에 공통적으로 존재하는 문제점들이지만, 지금까지 계산결과들에서는 그 영향이 매

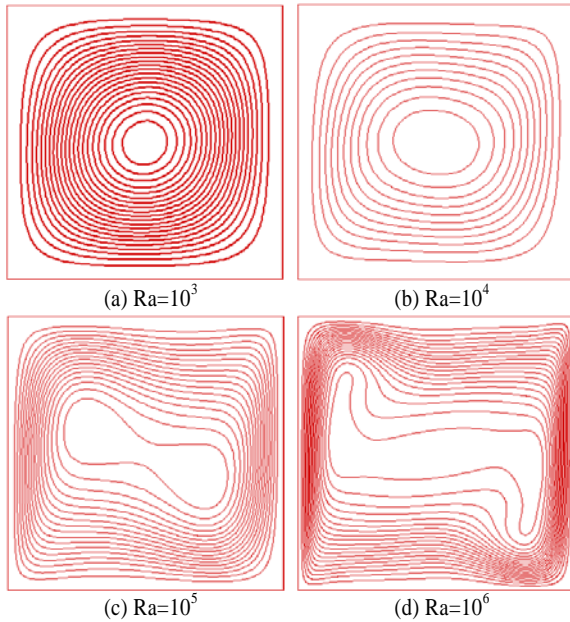


Fig. 4 Streamlines predicted by HYBRID method

우 적어 문제가 될 정도는 아니었다.

Figs. 3-4는 본 연구에서 HYBRID LBM으로 해석한 Rayleigh 수가 10^3 , 10^4 , 10^5 및 10^6 인 경우에 대한 등온선(isotherm)과 유선(stream line)들의 형태를 보여주고 있다. 기존의 많은 문헌들에 보고된 일반적인 형태들이 잘 계산되었음을 보여주고 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 HYBRID 방법 및 이중-분포함수법의 두 종류의 LBM을 Navier-Stokes 방정식 방법과 같이 유한체적법을 사용하여 수식화(formulation) 하고, 정사각형 내부의 층류 자연대류 현상에 적용하여 상대적 평가를 수행하였다. 해석결과는 두 종류의 LBM들이 Navier-Stokes 방정식 방법과 동일한 수준의 정확도를 갖음을 보여주었다. HYBRID 방법과 이중-분포함수법과의 상대적 비교에서는 HYBRID 방법이 해의 수렴과 수치적 안정성이 월등하게 좋았다. 이러한 결과들은 LBM으로 열유동 해석 시 HYBRID 방법의 사용이 권장됨을 보여준다.

후 기

이 논문은 교육과학기술부의 원자력 연구 및 개발 프로그램

의 지원을 받아 수행된 연구이다.

참고문헌

- [1] 1998, Chen, S. and Doolen, G.D., "Lattice Boltzmann method for fluid flow," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.30, pp.329-364.
- [2] 1998, He, X., Chen, S. and Doolen, G.D., "A novel thermal model for the lattice Boltzmann Method in incompressible limit," *J. Comput. Phys.*, Vol.146, pp.282-300.
- [3] 2007, Kuznik, F., Vareilles, J., Rusaouen, G. and Krauss, G., "A double-population lattice Boltzmann method with non-uniform mesh for the simulation of natural convection in a square cavity." *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.28, pp.862-870..
- [4] 1998, Teixeira, C.M., "Incorporating turbulence models into the lattice-Boltzmann method," *Int. J. Modern Phys. C*, Vol.9, pp.1159-1175.
- [5] 2010, Choi, S.K. and Lin, C.L., "A simple finite-volume formulation of the lattice Boltzmann method for laminar and turbulent flows," *Numer. Heat Transfer*, B, Vol. 58, pp. 242-261.
- [6] 2008, Latt, J., Chopard, B., Malaspinas, D., Deville, M. and Michler, A., "Straight velocity boundaries in the lattice Boltzmann method," *Phys. Rev. E*, Vol.77, pp.056703-1-16.
- [7] 1997, Zou, Q. and He, X. "On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK Model," *Phys. Fluids*, Vol.9, pp.1591-1598..
- [8] 1995, Inamuro, T., Yoshino, M. and Ogino, F., "A no-slip boundary condition for lattice Boltzmann simulations," *Phys. Fluids*, Vol.7, pp.2928-2930.
- [9] 2004, D'Orazio, A., Corcione, M. and Celata, G. P., "Application to natural convection enclosed flows of a lattice Boltzmann BGK model coupled with a general purpose thermal boundary condition," *Int. J. Thermal Science*, Vol.43, pp.575-586.
- [10] 1974, Khosla, P.K. and Rubin, S.G., "A diagonally dominant second order accurate implicit scheme," *Comput. Fluids*, Vol.2, pp.207-209.
- [11] 1983, Rhie, C.M. and Chow, W.L., "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation," *AIAA J.*, Vol.21, pp.1525-1532.
- [12] 1980, Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid*

- Flow, McGraw-Hill Book Company, New York.
- [13] 1983, de Vahl Davis, "Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution," *Int. J. Numer. Meths. Fluids*, Vol.3, pp.249-264.
- [14] 1990, Hortmann, M., Peric, M. and Scheuerer, G., "Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: benchmark solutions," *Int. J. Numer. Meths. Fluids*, Vol.11, pp.189-207.
- [15] 1991, Zhu, J., "A Low-diffusive and oscillation free convection scheme," *Comm. Appl. Numer. Meth.*, Vol.7, pp.225-232.