

난류 파이프 유동에서의 레이놀즈 수 영향: Part I. 평균 유동장 및 저차 난류통계치

강창우,¹ 양경수^{*2}

REYNOLDS NUMBER EFFECTS ON TURBULENT PIPE FLOW PART I. MEAN FLOW FIELD AND LOW-ORDER STATISTICS

Changwoo Kang¹ and Kyung-Soo Yang^{*2}

Large eddy simulation(LES) of fully developed turbulent pipe flow has been performed to investigate the effect of Reynolds number on the flow field at $Re_\tau=180, 395, 590$ based on friction velocity and pipe radius. A dynamic subgrid-scale model for the turbulent subgrid-scale stresses was employed to close the governing equations. The mean flow properties, mean velocity profiles and turbulent intensities obtained from the present LES are in good agreement with the previous numerical and experimental results currently available. The Reynolds number effects were observed in the mean velocity profile, root-mean-square of velocity fluctuations, Reynolds shear stress and turbulent viscosity.

Key Words : 대와류모사(LES), 난류 파이프유동(Turbulent Pipe Flow), 레이놀즈 전단 응력(Reynolds Shear Stress)

1. 서 론

채널이나 파이프에서의 난류 유동은 공학적으로 매우 중요한 메커니즘으로 많은 연구자들에 의해 수치해석 및 실험을 통한 연구가 진행되어왔다. 난류 유동의 중요 메커니즘은 경계층 내에서 발생하며, 이를 위한 수치적 연구는 Direct numerical simulation(DNS)에 의해 자세한 연구가 진행되었다. 채널 유동에서의 DNS는 Kim et al.[1]에 의해 자세한 난류 유동장에 대한 연구가 수행된 이후 많은 연구자들에 의해 연구가 진행되어 많은 연구 결과들이 축적되어 있다. 반면에 파이프 내에서의 난류 유동은 실험을 통한 많은 연구들이 이루어졌지만, 수치적 연구는 채널 유동에 비하여 상대적으로 덜 이루어졌다.

파이프 유동에서의 DNS는 90년대부터 수행되었다. Eggels

et al.[2]은 마찰속도(u_τ)와 파이프의 반경(R)을 기준으로 한 $Re_\tau = 180$ 에서 DNS와 실험 결과를 비교함으로써 속도섭동에 관한 많은 statistics와 레이놀즈 응력 및 난류 운동에너지 수치를 계산하였다. Loulou et al.[3]은 B-Spline spectral method를 이용한 DNS($Re_\tau = 190$)로 Eggels et al.[2]의 결과보다 높은 정확도의 statistics를 계산해냈다. 이후 다른 연구자들에 의해 보다 높은 Re_τ 에 대한 수치적 연구가 수행되었다. Satake et al.[4]은 $Re_\tau = 1050$ 까지 DNS를 수행하였다. 하지만 그들의 계산은 평균 속도분포 및 속도섭동의 RMS(root mean square)에 국한되었다. Wagner et al.[5]은 비교적 낮은 Re_τ (=180, 250, 320)에서 Re_τ 변화에 따른 난류 유동장의 statistics의 변화를 관찰하였다. 최근 Wu and Moin[6]는 평균 속도(U_b)와 파이프 직경(D)을 기준으로 한 $Re_b = 44000$ 에서 DNS를 수행하였다. 그들은 매우 많은 격자수(6.3×10^8)를 이용하여 statistics를 계산하였다.

높은 레이놀즈 수의 계산을 위해서는 DNS의 경우 많은 격자수가 필요하다. 따라서 보다 효율적인 계산을 위해 LES(Large eddy simulation)이 수행되었다. 파이프 유동에서의 LES는 처음 Unger and Friedrich[7]에 의해 수행되었다. 이후

접수일: 2011년 10월 6일, 수정일: 2011년 12월 15일,

게재확정일: 2011년 12월 16일.

1 정회원, 인하대학교 대학원 기계공학과

2 정회원, 인하대학교 기계공학과

* Corresponding author, E-mail: ksyang@inha.ac.kr

Eggs and Nieuwstadt[8]는 Smagorinsky 모델을 이용하여 그들의 LES 계산 결과와 실험 결과들을 비교하여 잘 일치함을 보였다. 그리고 Feiz et al.[9]은 회전하는 파이프의 난류 유동을 해석하기 위해 LES를 수행하였다.

위에서 언급한 바와 같이 파이프 유동에 대한 수치적 연구는 많은 연구자들에 의해 진행되고 있다. 하지만 아직까지 채널 유동에서와 같이 비교적 높은(moderate) Re_τ 에서의 연구는 수행되지 않았다. 따라서 본 연구에서는 동아격자 모델(Dynamic Subgrid-scale Model)을 적용한 LES를 이용하여 Re_τ 변화가 난류 유동장에 미치는 영향에 대한 연구를 수행하였다. LES가 수행된 Re_τ 범위는 180, 395, 590로 $Re_\tau=180$ 인 경우에 대해 기존 연구 결과들과의 검증은 하였으며, 기존에 수행되지 않았던 $Re_\tau=395, 590$ 의 계산을 통해 Re_τ 변화에 따른 난류 statistics의 변화를 알아보았다. 계산 결과들은 비교 가능한 실험 결과들과 비교되었다.

2. 수치해석 기법

본 연구에서 사용된 LES 기법을 위해 여과된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} &= 0 & (1) \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} &= -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{P} & (2) \\ & + \nu \nabla \cdot \{(\nabla \bar{\mathbf{u}}) + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T\} - \nabla \tau \end{aligned}$$

여기서 $\bar{\mathbf{u}}(U+\bar{u}')$, ρ , \bar{P} , ν 는 각각 box filter를 사용하여 여과된 속도 성분, 밀도, 압력, 동점성계수이고, τ 는 모델링되어야 할 아격자 레이놀즈 응력으로 다음과 같다.

$$\tau = \tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

위의 항을 모델링하기 위해서 가장 일반적으로 사용되어지는 Smagorinsky의 와점성모델(eddy-viscosity model)을 사용하였다 [10].

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (4)$$

이때 τ_{ij} 의 anisotropic 성분만 모델링되어지며, isotropic 성분은 압력항(\bar{P})에 흡수되어 pseudo-pressure $\bar{\phi}$ 로 정의된다[11]. \bar{S}_{ij} 는 strain rate tensor 로 다음과 같다.

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \{ \nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \} \quad (5)$$

모델링되어진 식 (4)를 위의 지배방정식에 대입하여 정리하면, 무차원된 LES 연속방정식과 운동량방정식은 다음과 같다[11].

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} = -\nabla \bar{\phi} + \nabla \cdot \{ \nu_e \nabla \bar{\mathbf{u}} + \nu_e (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \} \quad (7)$$

여기서 ν_e 는 total viscosity를 나타내며, $\nu + \nu_t$ 와 같다. ν_t (eddy viscosity)는 다음과 같이 모델링된다.

$$\nu_t = C_s \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (8)$$

$\bar{\Delta}$ 는 filter width이며 $\bar{\Delta} = (r\Delta r\Delta\theta\Delta z)^{1/3}$ 로 정의된다. 모델상수 C_s 는 미리 결정하여 고정시키지 않고 Germano et al.[10]에 의해 제시된 동아격자모델(Dynamic Subgrid-scale Model)을 이용하여 dynamic하게 결정된다.

동아격자모델링에서는 지배방정식에 서로 다른 두 개의 grid filter, \bar{G} 와 test filter, \hat{G} 가 적용된다. 이때 test filter level에서의 filter width는 $\hat{\Delta} = 2\bar{\Delta}$ 이다. test filter level에서 여과된 지배방정식에서의 아격자 레이놀즈 응력은 다음과 같다.

$$T_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (9)$$

위의 항은 식 (4)에서와 같은 방법으로 다음과 같이 모델링되어진다.

$$T_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} T_{kk} = -2\hat{\nu}_t \hat{S}_{ij} \quad (10)$$

$$\hat{\nu}_t = C_s \hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \quad (11)$$

τ_{ij} 와 T_{ij} 사이에는 algebraic identity에 의해 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$L_{ij} = T_{ij} - \hat{\tau}_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (12)$$

모델링되어진 eddy viscosity를 식 (12)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

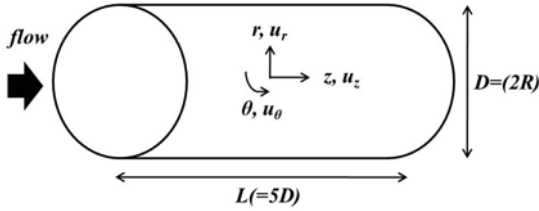


Fig. 1 Flow configuration and coordinate system

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = -2C_s \overline{\Delta}^2 M_{ij} \quad (13)$$

$$M_{ij} = (\widehat{\Delta} / \overline{\Delta})^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} - |\widehat{S}| \overline{S}_{ij} \quad (14)$$

위의 관계식으로부터 모델상수 C_s 를 결정하기 위해 Lilly[12]가 제시한 least square analysis를 이용하면 모델상수는 다음 식과 같다.

$$C_s = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (15)$$

위의 식으로부터 dynamic하게 모델상수를 계산하는 과정에서 수치적 불안정성을 보완하기 위하여 주기적인 방향으로 평균하였다. 본 연구에서와 같은 파이프 유동의 경우에는 회전방향(θ)과 축방향(z)에 대하여 평균하였다. 또한 total viscosity ($=\nu + \nu_t$)가 음수가 되는 경우에는 0이 되도록 하였다. 경계

조건으로는 벽면에서는 no-slip 조건이 적용되었으며, 주유동 방향(z)으로 주기조건이 적용되었다.

위의 지배방정식들은 원통좌표계에서 유한체적법(Finite Volume Method)을 사용하여 차분되었다. 공간에서의 적분은 2차 정확도를 갖는 중앙차분법(Central Difference Scheme)이 사용되었다. 시간에서의 적분은 원통좌표계에서의 계산 효율을 높이기 위하여 Akselvoll and Moin[13]이 제시한 이차정확도의 시간 전진 기법을 사용하였다. 원통 좌표계의 계산영역은 내부영역($0 \leq r \leq r_c$)과 바깥영역($r \geq r_c$)으로 분리된다. 내부영역(core region)에서는 회전방향의 대류항과 점성항은 명시적으로 적분되고, 나머지 항들은 명시적으로 적분된다. 바깥영역(outer region)에서는 반경방향의 대류항과 점성항은 명시적으로 적분되고, 나머지 항들은 명시적으로 적분된다[13]. 두 영역에서 명시적으로 적분되는 항들은 3차 정확도의 Runge-Kutta방법이 사용되었고, 명시적으로 적분되는 항들은 2차 정확도의 Crank-Nicolson 방법이 사용되었다. 여기서 r_c 는 내부영역과 바깥영역의 교차점이며, 본 연구에서 $r_c \approx 0.5R$ 에 위치한다. 연속방정식과 운동량 방정식을 분리하기 위하여 Fractional Step 기법이 사용되었다[14].

Fig. 1은 본 연구에서 수행된 원형 직관의 형상과 좌표계를 보여준다. 직경 D 에 대한 계산영역의 길이(L)는 $5D$ 로 Eggels et al.[2]의 계산영역과 동일하며, 모든 변수는 friction velocity(u_τ)와 파이프의 반경(R)으로 무차원화 된다. 계산에 사용된 격자수 및 크기는 Table 1과 같다. 여기서 격자 크기는 wall-unit(ν/u_τ)으로 나타내었다.

Table 1 Grid resolution

Re_τ	$N_r \times N_\theta \times N_z$	Δr_{\min}^+	$R^+ \Delta\theta$	Δz^+
180	$64(r) \times 64(\theta) \times 64(z)$	0.054	17.67	28.12
395	$96(r) \times 128(\theta) \times 128(z)$	0.055	19.39	30.86
590	$128(r) \times 256(\theta) \times 256(z)$	0.047	14.48	23.04

3. 결과

3.1 Mean flow properties

LES를 이용하여 계산된 평균 유동장의 특성 값들을 기존의 수치해석 및 실험 결과들과 비교하여 Table 2에 나타내었

Table 2 Mean flow properties

	Present			DNS[2]	LES[11]	HWA[15]	HWA[16]
Re_τ	180	395	590	180	180	403	582.2
U_c/u_τ	19.80	20.67	22.05	19.31	19.15	20.75	21.54
U_b/u_τ	15.42	16.74	17.53	14.73	15.11	16.76	17.17
U_c/U_b	1.284	1.235	1.258	1.31	1.27	1.23	1.25
$C_f \times 10^3$	8.427	7.138	6.512	9.22	8.76	7.11	6.78
$C_f/C_{f,Blasius}$	0.9196	0.9676	0.9873	0.995	-	0.97	1.02
δ^*/R	0.1175	0.1001	0.1082	0.124	0.112	-	0.108
θ^*/R	0.0616	0.0628	0.0705	0.067	0.059	0.09	0.073
$H = \delta^*/\theta^*$	1.907	1.596	1.537	1.85	1.89	-	1.48

*HWA(Hot-Wire Anemometer)

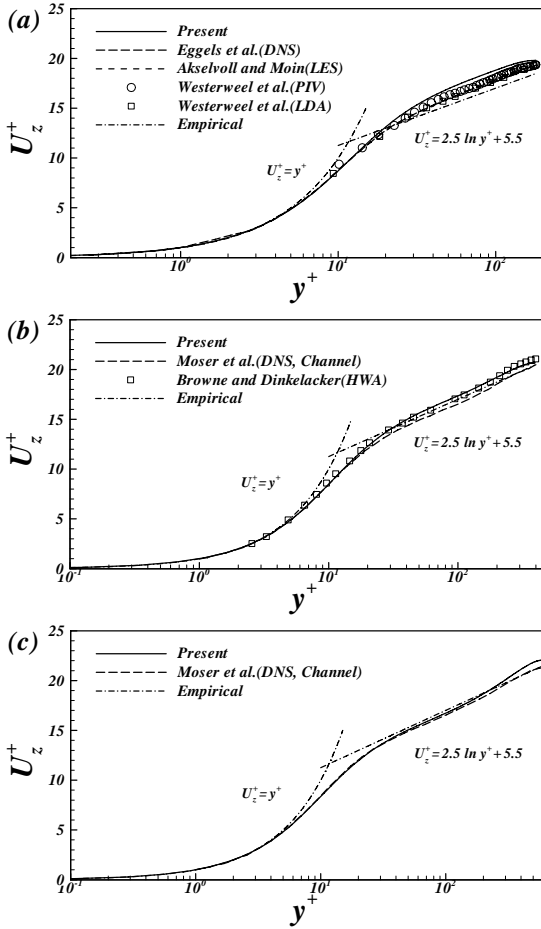


Fig. 2 Axial mean velocity profile; (a) $Re_\tau=180$, (b) $Re_\tau=395$, (c) $Re_\tau=590$

다. 여기서 U_c 는 mean axial centerline velocity, U_b 는 mean (bulk) axial velocity로 다음과 같이 정의되며

$$U_b \pi R^2 = 2\pi \int_0^R r \bar{u}_z(r) dr \quad (16)$$

평균 속도분포의 특성을 나타내는 δ^* (displacement thickness)와 θ^* (momentum thickness)는 각각 다음과 같이 정의된다[2].

$$\delta^*(2R - \delta^*) = 2 \int_0^R r (1 - \bar{u}_z(r)/U_c) dr \quad (17)$$

$$\theta^*(2R - \theta^*) = 2 \int_0^R r \bar{u}_z(r)/U_c (1 - \bar{u}_z(r)/U_c) dr \quad (18)$$

$Re_\tau = 180$ 인 경우에는 Eggels et al.[2]의 DNS 결과와 비

교하였으며, $Re_\tau = 395, 590$ 인 경우에는 비교 가능한 수치해석결과가 없기 때문에 Browne and Dinkelacker[15]와 Hishida et al.[16]의 실험 결과와 비교하였다. $Re_\tau = 180$ 의 경우 DNS 결과에 비하여 평균 속도비가 약간 over-predict된 것을 확인할 수 있으며, 낮은 격자해상도의 영향으로 C_f (skin friction coefficient), δ^* , θ^* 가 다소 낮게 계산되었다. 여기서 $C_{f,Blasius}$ 는 Blasius' law $C_f = 0.079 Re_b^{-0.25} (Re_b = U_b D/\nu)$ 이다. Eggels et al.[2]의 DNS 결과와는 최대 약 8% 이내의 오차를 보이지만, Akselvoll and Moin[11]의 LES 결과와는 잘 일치하고 있다. $Re_\tau = 395, 590$ 인 경우에는 평균 속도비가 실험 결과들과 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있으며, C_f 도 Re_τ 가 증가함에 따라 $C_{f,Blasius}$ 와의 오차가 줄어들음을 알 수 있다.

3.2 Mean velocity profiles

Fig. 2는 각 Re_τ 에 따른 축방향 평균 속도분포를 보여준다. 여기서 y^+ 는 ν/u_τ 로 무차원화 된 파이프의 벽면으로부터의 거리이다. 높은 레이놀즈 수의 난류 파이프 유동에서 평균 속도분포는 다음과 같은 관계를 갖는다[17].

$$U_z^+ = y^+, \text{ if } y^+ < 5 \quad (19)$$

$$U_z^+ = A \ln y^+ + B, \text{ if } y^+ > 30 \quad (20)$$

높은 레이놀즈 수의 파이프 유동에서 $A = 2.5, B = 5.0$ 임을 많은 실험결과들이 보이고 있다. 하지만 낮은 레이놀즈 수의 파이프 유동의 경우에는 A, B의 값이 레이놀즈 수에 의존하는 경향을 보인다[18].

Fig. 2(a)의 $Re_\tau = 180$ 의 경우 $y^+ > 30$ 에서 기존의 수치 해석 및 실험 결과보다 over-predict된 것을 확인할 수 있다.

이는 기존의 다른 LES 결과들과 같은 경향이다. 이 경우에서와 같이 비교적 낮은 레이놀즈 수의 파이프 유동의 경우 Kim et al.[1]의 채널유동에서의 log-law ($U_z^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$) 보다 다소 높은 속도분포를 보인다. Fig. 2(b)의 $Re_\tau = 395$ 인 경우 평균 속도분포가 Browne and Dinkelacker[15]의 실험결과와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. $y^+ > 30$ 에서 파이프 유동의 경우 Kim et al.[1]의 log-law 보다 다소 높은 속도분포를 보이지만 채널유동의 경우 낮은 속도분포를 보인다. Re_τ 가 더 증가하면 Fig. 2(c)에서의 $Re_\tau = 590$ 인 경우와 같이 파이프 유동의 속도분포도 Kim et al.[1]의 log-law 보다 낮은 속도분포를 보이는 것을 확인할 수 있다. 위의 결과를 보면 Re_τ 가 증가함에 따라 log-law region ($y^+ > 30$)에서의 축방향 평균 속도분포는 점차 식 (20)의 log-law 식에서의 상수 B가 감소하는 경향을 보임을 확인할 수 있다. 이러한 평균 속도분

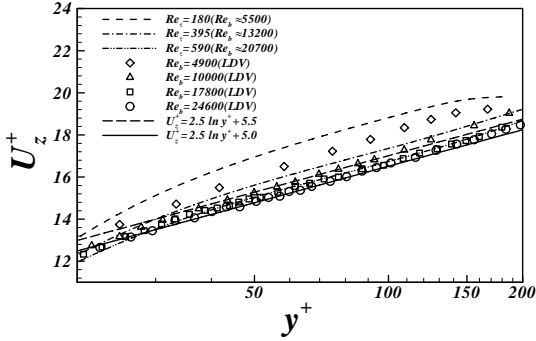


Fig. 3 Axial mean velocity profile in the log-law region

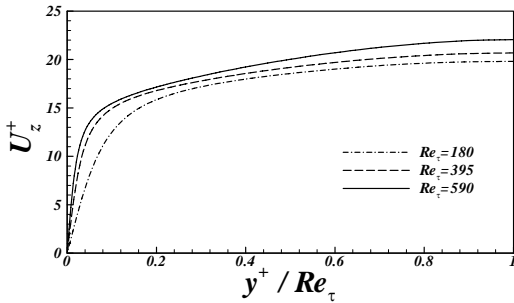


Fig. 4 Variation of the axial mean velocity with Re_τ

포의 의존성을 확인하기 위해서 log-law region($y^+ > 30$)에서 평균 속도분포를 den Toonder and Nieuwstadt[18]의 실험 결과와 함께 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에서 symbol은 den Toonder and Nieuwstadt[18]의 LDV(Laser Doppler Velocimetry)를 이용한 실험 결과 값을 나타낸다. 그림에서 보는 바와 같이 Re_b 가 증가함에 따라 log-law region에서의 평균 속도분포는 점차 식 $U_z^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.0$ 로 근접함을 확인할 수 있으며, 비교적 높은 Re_b (≥ 10000)에서 식 (20)의 기울기 A는 비교적 2.5로 일정함을 알 수 있다.

Fig. 4는 파이프내 위치에 따른 축방향 평균 속도분포를 보여준다. Re_τ 가 증가함에 따라 파이프의 벽면 근처에서의 평균 속도분포의 경사도가 커지는 것을 확인할 수 있다. 이는 축방향 속도분포의 변화량(dU_z/dr)이 커지는 것을 의미한다.

3.3 RMS statistics

Fig. 5는 Re_τ 변화에 따른 각 속도성동 성분의 RMS (root-mean-square)값을 보여준다. 여기서 $\langle \rangle$ 는 시간 및 homogeneous 방향으로의 공간 평균을 의미한다. Fig. 5(a)에서 보는 바와 같이 본 연구의 LES 결과와 Akselvoll and Moin[11]

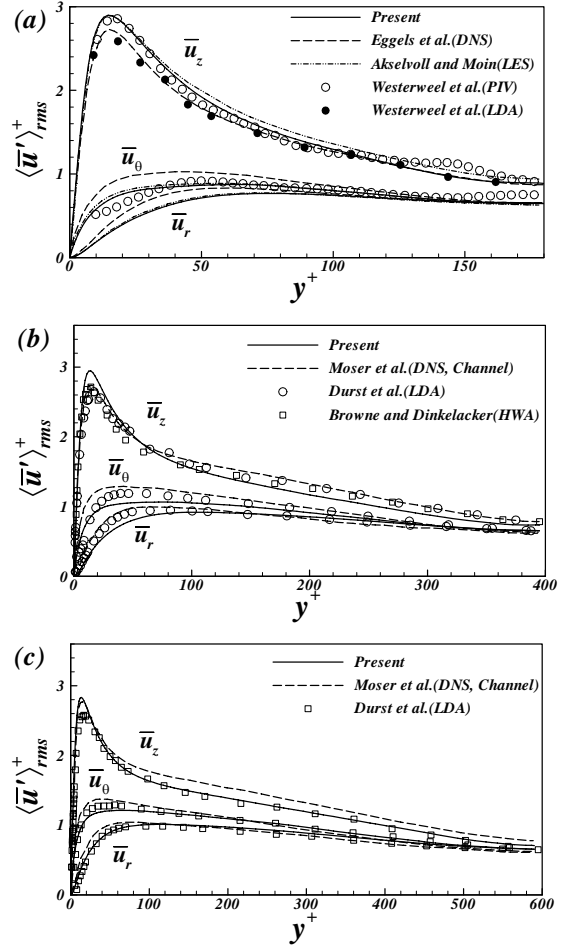


Fig. 5 Root-mean-square velocity fluctuations normalized by the friction velocity ; (a) $Re_\tau=180$, (b) $Re_\tau=395$, (c) $Re_\tau=590$

의 LES 결과가 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. DNS 결과와 비교하여 inner layer에서 축방향 속도성분($\overline{u_z}$)의 RMS 값은 다소 over-predict 되었으며, 반경방향(r)과 회전방향(θ) 속도성분은 under-predict된 것을 확인할 수 있다. 하지만 축방향 속도성분($\overline{u_z}$)의 RMS 값의 크기가 최대가 되는 위치 ($y^+ \approx 15$)는 동일하게 계산됨을 알 수 있다. Fig. 5(b), (c)의 $Re_\tau = 395$ 와 $Re_\tau = 590$ 의 경우에도 Browne and Dinkelacker[15]와 Durst et al.[19]의 실험 결과와 비교하였을 때 inner layer에서 축방향 속도성분($\overline{u_z}$)의 RMS 값은 다소 over-predict되었으며 반경방향(r)과 회전방향(θ) 속도성분은 under-predict되었다. 축방향 속도성분($\overline{u_z}$)의 RMS 값의 크기가 최대가 되는 위치는 $y^+ \approx 14$ ($Re_\tau = 395$), $y^+ \approx 13$

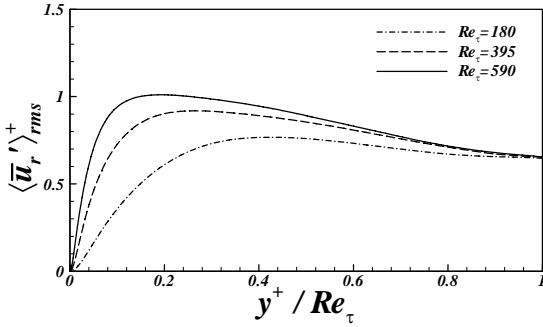


Fig. 6 Variation of the RMS of fluctuating radial velocity with Re_τ

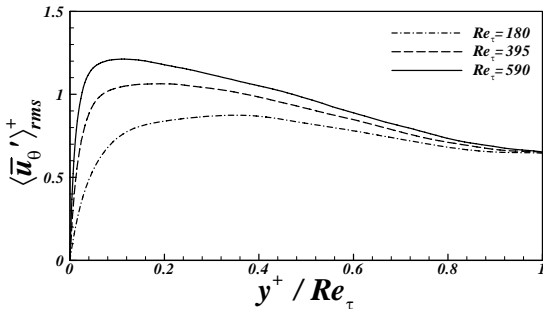


Fig. 7 Variation of the RMS of fluctuating azimuthal velocity with Re_τ

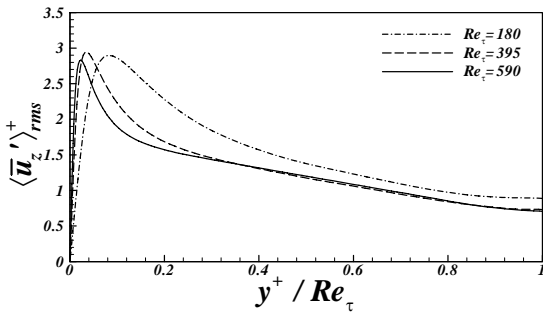


Fig. 8 Variation of the RMS of fluctuating axial velocity with Re_τ

($Re_\tau = 590$)로 Moser et al.[20]의 채널유동과 동일한 결과를 보이고 있다. 또한 파이프의 중심으로 근접할수록 각 속도섭동 성분의 RMS는 일정한 값으로 수렴하며 isotropic 유동 특성을 보인다.

각 속도섭동 성분의 RMS 값에 대한 Re_τ 의 영향을 파악하기 위해서 Re_τ 의 변화에 따른 각 RMS 값을 속도섭동 성분에 따라 Fig. 6-8에 나타내었다. Fig. 6과 7에서 보는 바와

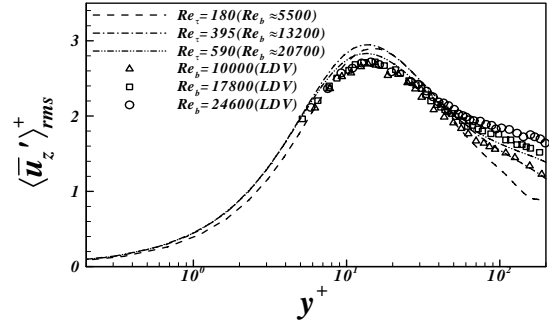


Fig. 9 Variation of the RMS of fluctuating axial velocity with Re_b

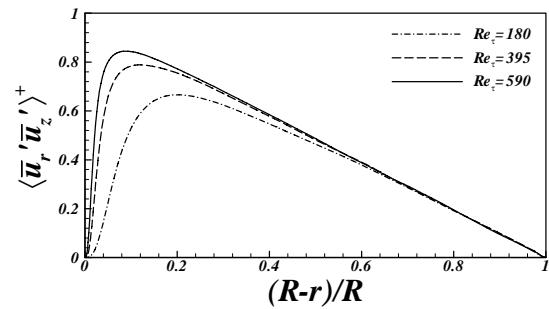


Fig. 10 Variation of resolved Reynolds shear stress with Re_τ

같이 Re_τ 가 증가함에 따라 반경방향(r)과 회전방향(θ) 속도 섭동 성분의 RMS 값이 최대가 되는 위치가 점차 벽면에 가까워지며, 크기도 커지는 것을 알 수 있다. 반면 Fig. 8에서와 같이 축방향 속도섭동 성분의 RMS는 Re_τ 가 증가함에 따라 RMS 값이 최대가 되는 위치가 점차 벽면에 가까워지지만 크기의 변화는 작다. 이러한 결과는 den Toonder and Nieuwstadt[18]의 실험 결과와 잘 일치하고 있다. Fig. 9는 Re_b

변화에 따른 축방향 속도섭동 성분의 RMS 값을 den Toonder and Nieuwstadt[18]의 실험 결과와 비교하여 나타낸 것이다. 본 연구에서 계산된 RMS의 최대값이 실험 결과들에 비해 over-predict 되었지만, 최대가 되는 위치는 잘 일치하고 있다. 실험 결과에서도 관찰할 수 있는 바와 같이 Re_b 가 증가하더라도 $\overline{u_z}$ 의 RMS가 최대가 되는 위치는 $y^+ \approx 13 \sim 14$ 로 거의 일정한 것을 알 수 있다.

3.4 Reynolds shear stress

Fig. 10은 Re_τ 변화에 따른 Reynolds shear stress의 변화를 보여준다. Re_τ 가 증가함에 따라 Reynolds shear stress의 최대

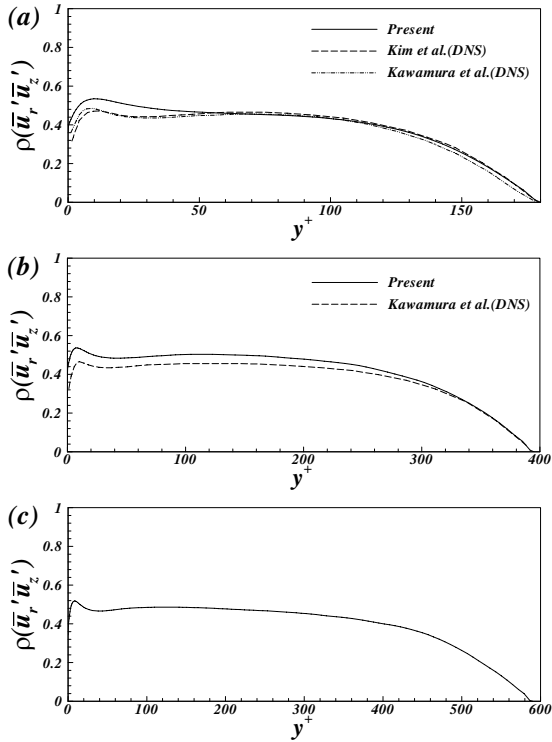


Fig. 11 Reynolds stress cross-correlation coefficients ; (a) $Re_\tau=180$, (b) $Re_\tau=395$, (c) $Re_\tau=590$

크기는 증가하며, 최대가 되는 위치는 파이프의 반경을 기준으로 점차 벽면으로 근접하게 된다. Reynolds shear stress가 최대가 되는 위치는 $Re_\tau=180, 395, 590$ 일 때 각각 약 $0.8R$ ($y^+ \simeq 36$), $0.878R$ ($y^+ \simeq 48$), $0.912R$ ($y^+ \simeq 52$)이다.

3.5 Reynolds stress cross-correlations

Fig. 11은 Re_τ 변화에 따른 Reynolds shear stress cross-correlation을 보여준다. 속도 섭동에 대한 cross-correlation coefficient는 다음과 같이 정의된다.

$$\rho(\overline{u_i' u_j'}) = \frac{\langle \overline{u_i' u_j'} \rangle}{(\langle \overline{u_i'^2} \rangle)^{1/2} (\langle \overline{u_j'^2} \rangle)^{1/2}} \quad (21)$$

비교 가능한 파이프 유동에 대한 cross-correlation 데이터는 없으므로 채널 유동에 대한 기존 결과[21]들과 비교하였다. 채널 유동의 cross-correlation 보다 over-predict되었다. 하지만 cross-correlation이 최대가 되는 위치가 거의 같고, y^+ 가 증가함에 따라 채널 유동의 cross-correlation과의 차이는 점차 줄어들며 중심부에서 0으로 수렴하는 것이 잘 일치한다. cross-

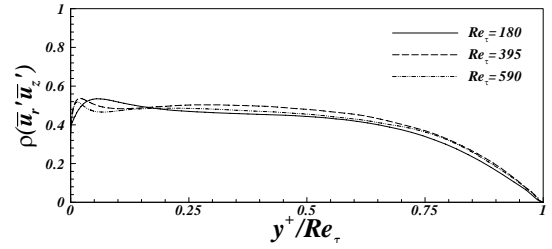


Fig. 12 Reynolds stress cross-correlation coefficients vs. Re_τ

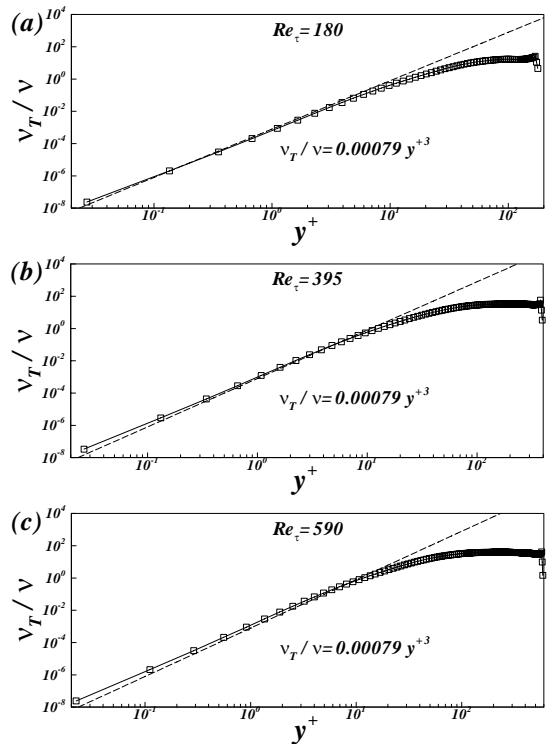


Fig. 13 Turbulent eddy-viscosity vs. Re_τ

correlation이 최대가 되는 위치는 $Re_\tau=180, 395, 590$ 일 때 각각 약 $y^+ \simeq 9.8, y^+ \simeq 8.2, y^+ \simeq 8.0$ 로 Re_τ 가 증가함에 따라 점차 벽면으로 근접한다. 또한 Fig. 12를 보면 Re_τ 변화에 따른 동일한 반경에서의 cross-correlation의 변화는 작으며 유사한 형태를 보인다.

3.6 Turbulent viscosity

Fig. 13은 Re_τ 변화에 따른 turbulent viscosity(ν_T)의 변화를 보여준다. turbulent viscosity(ν_T)는 다음과 같이 정의된다.

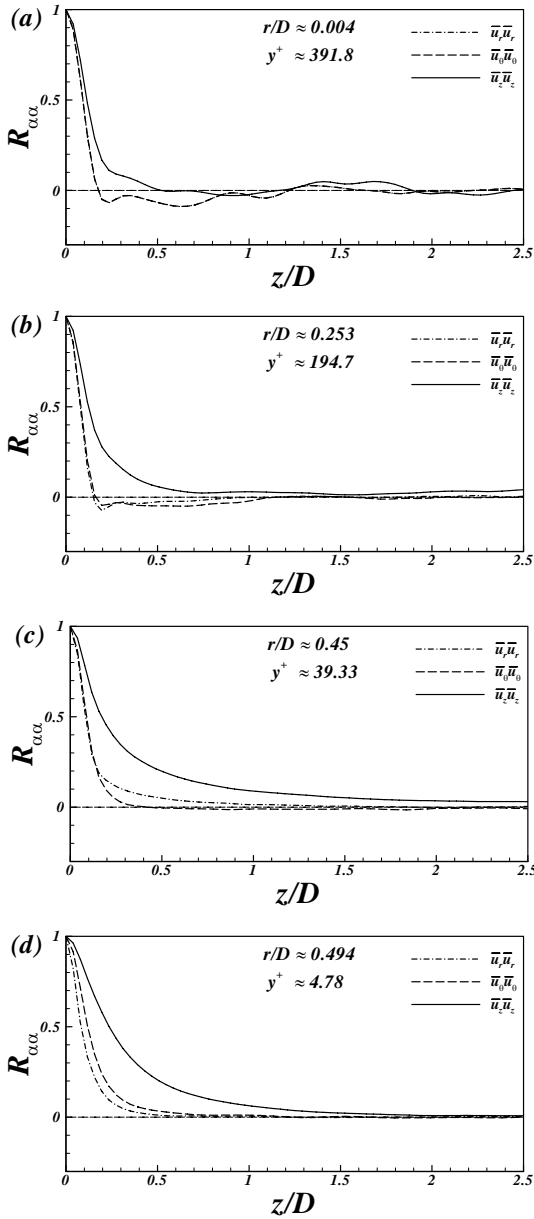


Fig. 14 Two-point correlation coefficients of the fluctuating velocity components for axial separation at $Re_\tau=395$

$$\langle \overline{u_r' u_z'} \rangle = \nu_T \frac{\partial U_z}{\partial y} \quad (22)$$

Na and Hanratty[22]는 채널 유동($Re_\tau=150$)에서 near-wall region에서 turbulent viscosity는 $\nu_T/\nu=0.00079y^{+3}$ 의 limiting behaviour를 보임을 보였다. 본 연구에서 수행된 파이프 유동의 경우에도 모든 Re_τ 에 대해서 Fig. 13(a)-(c)에서 보는 바와

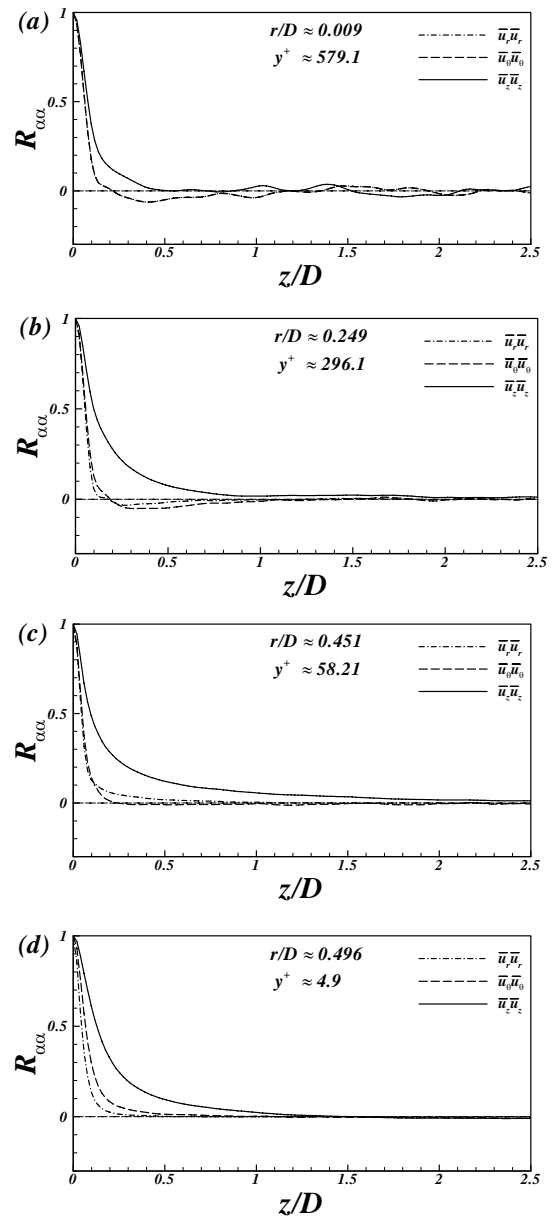


Fig. 14 Two-point correlation coefficients of the fluctuating velocity components for axial separation at $Re_\tau=395$

같이 비슷한 limiting behaviour를 보임을 알 수 있다. 그리고 Re_τ 가 증가함에 따라 기울기가 다소 감소하는 것을 확인할 수 있다.

3.7 Two-point velocity correlations

Fig. 14와 Fig. 15는 각각 $Re_\tau=395, 590$ 인 경우에 대해

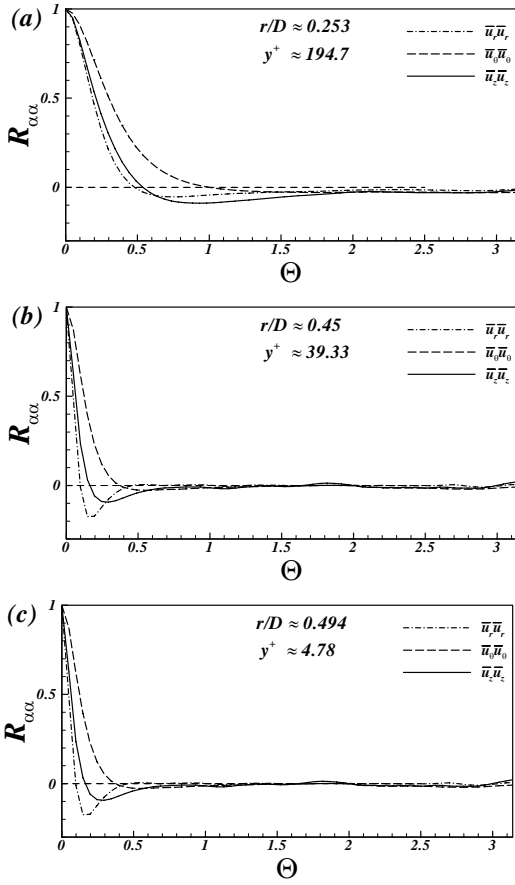


Fig. 16 Two-point correlation coefficients of the fluctuating velocity components for azimuthal separation at $Re_\tau=395$

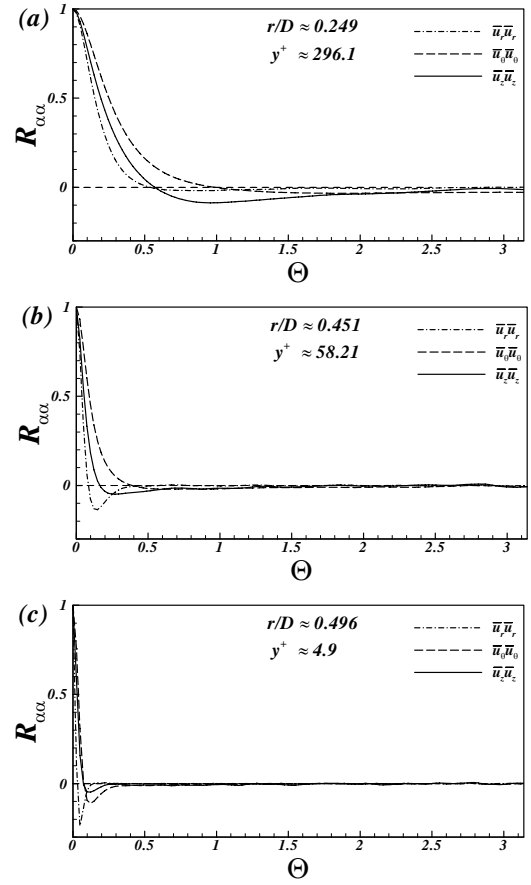


Fig. 17 Two-point correlation coefficients of the fluctuating velocity components for azimuthal separation at $Re_\tau=590$

여 반경방향으로 여러 위치에서의 각 속도섭동 성분의 축방향으로의 Two-point correlation을 보여준다. 여기서 Two-point correlation coefficient($R_{\alpha\alpha}$)는 다음과 같이 정의되며 \mathbf{x} 는 위치 벡터, ζ 는 separation 방향으로의 거리를 나타낸다.

$$R_{\alpha\alpha}(y^+, \zeta) = \frac{\langle \overline{u'_i(\mathbf{x}) u'_i(\mathbf{x} + \zeta)} \rangle}{\langle \overline{u'_i(\mathbf{x})^2} \rangle} \quad (23)$$

본 연구에서 계산영역의 축방향 길이는 $5D$ 로 Eggels et al.[2]의 계산영역과 동일하다. 축방향 계산영역 길이의 적절성을 판단하기 위해서 축방향으로의 각 속도섭동의 Two-point correlation을 계산하였다. 여기서 $Re_\tau = 180$ 인 경우는 Eggels et al.[2]의 Fig. 6에 나타나 있으므로 본 논문에서는 나타내지 않았다. 그림을 보면 반경방향 속도성분($\overline{u_r}$)과 회전방향 속도성분($\overline{u_\theta}$)의 correlation coefficient는 모두 0이 되는 것을 확인

할 수 있다. 하지만 축방향 속도성분($\overline{u_z}$)의 correlation coefficient는 벽면 근처 log-law 구역에서 0이 되지 않는 것을 확인할 수 있다. 이는 벽면 근처에서의 low-speed streaks의 영향 때문이다[2]. 그리고 Fig. 14, 15(a)에서는 반경방향 속도성분($\overline{u_r}$)과 회전방향 속도성분($\overline{u_\theta}$)의 correlation coefficient가 거의 동일하게 나타나 두 성분의 값이 겹쳐져있다. 이는 파이프 형상의 특징으로 인하여 파이프의 중심에서의 반경방향 속도 성분과 회전방향 속도성분의 섭동은 강한 correlation을 보이며, 난류 통계치들은 거의 같은 특성을 보이기 때문이다. 이러한 특성은 Eggels et al.[2]의 DNS 결과와 같은 경향을 보인다. $Re_\tau = 590$ 인 경우 $Re_\tau = 395$ 일 때 보다 correlation length가 짧아진 것을 알 수 있다. 이는 파이프 내의 난류 구조(eddy)가 작아짐을 의미한다.

Fig. 16과 17은 각각 $Re_\tau = 395, 590$ 인 경우에 대하여 회전방향으로의 Two-point correlation을 보여준다. 여기서 Θ 는

회전방향으로의 Radian이다. 회전방향으로의 correlation이 축방향으로의 correlation에 비하여 correlation length가 짧은 것을 알 수 있다. 그리고 벽면으로 근접할수록 correlation length가 급격히 짧아짐이 확인된다.

4. 결 론

본 연구에서는 동아격자 모델이 적용된 LES를 이용하여 난류 파이프 유동에서 Re_τ 의 변화가 난류 구조에 미치는 영향에 대한 연구를 수행하였다. LES를 이용하여 계산된 평균 유동장의 특성 값들은 실험 결과와 잘 일치하였으며, 축방향 평균 속도분포는 Re_τ 가 증가함에 따라 log-law region에서 점차 일정한 logarithmic overlap layer($U_z^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.0$)로 근접하였다. 이때 높은 Re_τ 에서 기울기는 2.5로 일정하였다. 반경방향(r)과 회전방향(θ) 속도섭동의 RMS는 Re_τ 가 증가함에 따라 크기는 커지고 최대가 되는 위치가 점차 벽면에 근접한 반면에 축방향(z) 속도섭동의 RMS는 최대가 되는 위치가 $y^+ \approx 14$ 로 일정하였다. Reynolds shear stress가 최대가 되는 위치는 Re_τ 가 증가함에 따라 점차 벽면으로 근접하였으나, 동일한 반경에서의 Cross-correlation coefficient는 거의 일정하였다. Turbulent viscosity(ν_T)는 채널 유동에서와 유사한 limiting behaviour($\nu_T/\nu \approx 0.00079y^{+3}$) 보였다. 그리고 Re_τ 가 증가함에 따라 correlation length가 줄어드는 것을 확인하였으며, 회전방향으로의 correlation이 축방향으로의 correlation에 비하여 correlation length가 짧은 것을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2011-0004564).

참고문헌

[1] 1987, Kim, J., Moin, P. and Moser, R., "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number," *J. Fluid Mech.*, Vol.177, pp.133-166.
 [2] 1994, Eggels, J.G.M., Unger, F., Weiss, M.H., Westerweel, J., Adrian, R.J., Friedrich, R. and Nieuwstadt, F.T.M., "Fully developed turbulent pipe flow : a comparison between direct numerical simulation and experiment," *J. Fluid Mech.*, Vol.268, pp.175-209.

[3] 1997, Loulou, P., Moser, R.D., Mansour, N.N. and Cantwell, B.J., "Direct numerical simulation incompressible pipe flow using a B-spline spectral method," *Technical Report Technical Memorandum 110436*, NASA/Ames Research Center.
 [4] 2000, Satake, S., Kunugi, T. and Himeno, R., "High Reynolds number computation for turbulent heat transfer in a pipe flow," *High Performance Computing, Lecture Notes in Computer Science*, Vol.1940, pp.514-523.
 [5] 2001, Wagner, C., Huttli, T.J. and Friedrich, R., "Low-Reynolds-number effects derived from direct numerical simulations of turbulent pipe flow," *Comput. Fluids*, Vol.30, pp.581-590.
 [6] 2008, Wu, X. and Moin, P., "A direct numerical simulation study on the mean velocity characteristics in turbulent pipe flow," *J. Fluid Mech.*, Vol.608, pp.81-112.
 [7] 1991, Unger, F. and Friedrich, R., "Large eddy simulation of fully-developed turbulent pipe flow," *Proc. 8th Symp. on Turbulent Shear Flows*, Munich, Germany.
 [8] 1993, Eggels, J.G.M. and Nieuwstadt, F.T.M., "Large eddy simulation of turbulent flow in an axially rotating pipe," *Proc. 9th Symp. on Turbulent Shear Flows*, Kyoto, Japan.
 [9] 2003, Feiz, A.A., Ould-Rouis, M. and Lauriat, G., "Large eddy simulation of turbulent flow in a rotating pipe," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.24, pp.412-420.
 [10] 1991, Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H., "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model," *Phys. Fluids A*, Vol.3(7), pp.1760-1765.
 [11] 1995, Akselvoll, K. and Moin, P., "Large eddy simulation of turbulent confined coannular jets and turbulent flow over a backward facing step," *Technical Report TF-63*, Department of Mechanical Engineering, Stanford University.
 [12] 1992, Lilly, D.K., "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method," *Phys. Fluids A*, Vol.4(3), pp.633-635.
 [13] 1996, Akselvoll, K. and Moin, P., "An efficient method for temporal integration of the Navier-Stokes equation in confined axisymmetric geometries," *J. Comput. Phys.* Vol.125, pp.454-463.
 [14] 1985, Kim, J. and Moin, P., "Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations," *J. Comput. Phys.* Vol.59, pp.308-323.
 [15] 1995, Browne, L.W.B. and Dinkelacker, A., "Turbulent pipe flow : pressure and velocities," *Fluid Dynamics Research*,

- Vol.15, pp.177-204.
- [16] 1986, Hishida, M., Nagono, Y. and Tagawa, M., "Transport process of heat and momentum in the wall region of turbulent pipe flow," 8th *International Heat Transfer Conference*, Volume 3, pp.925-930, Washington DC.
- [17] 1972, Tennekes, H. and Lumley, J.L., *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge.
- [18] 1997, den Toonder, J.M.J. and Nieuwstadt, F.T.M., "Reynolds number effects in a turbulent pipe flow for low to moderate Re," *Phys. Fluids*, Vol.9(11), pp.3398-3409.
- [19] 1995, Durst, F., Jovanovic, J. and Sender, J., "LDA measurements in the near-wall region of a turbulent pipe flow," *J. Fluid Mech.*, Vol.295, pp.305-335.
- [20] 1999, Moser, R.D., Kim, J. and Mansour, N.N., "Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$," *Phys. Fluids*, Vol.11(4), pp.943-945.
- [21] 1999, Kawamura, H., Abe, H. and Matsuo, Y., "DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.20, pp.196-207.
- [22] 2000, Na, Y. and Hanratty, T.J., "Limiting behavior of turbulent scalar transport close to a wall," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol.43, pp.1749-1758.