한국기계가공학회지, 제10권, 제4호, pp. 1-7 (2011. 8)
Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 10, No. 4, pp. 1-7 (2011. 8)

엔드밀 가공시 절삭력을 이용한 공구날 주파수 분석법

김종도*, 윤문철#, 조현덕**

An Analysis on the Tooth Passing Frequency using End-milling Force

Jong-Do Kim*, Moon-Chul Yoon#, Hyun-Deog Cho**

(Received 31 December 2010; received in revised form 18 July 2011; accepted 25 July 2011)

ABSTRACT

The mode analysis of end-milling was introduced using recursive parametric modeling. Also, a numerical mode analysis of *FRF* in end-milling at different conditions was performed systematically. In this regard, a *REIVM*(recursive extended instrumental variable method) modeling algorithm was adopted and natural modes of real and imaginary part were discussed. This recursive approach can be used for the on-line system identification and monitoring of an end-milling for this purpose. For acquiring a cutting force, an experimental practice was performed. And these end-milling forces were used for the calculation of *FRF*(Frequency response function) and its mode analysis. Also, the *FRF* was analysed for the prediction of end-milling system. As a results, this algorithm was successful in each condition for the detection of natural modes of end-milling. After numerical analysis of the *FRF*, the tooth passing frequency was discriminated in their *FRF*, power spectrum and mode calculation.

Key Words : End-milling(엔드밀링), FRF(주파수응답함수), Natural Mode(고유모우드), REIVM(순환확장기구변수법), Tooth Passing Frequency(공구날 패싱주파수)

1. 서 론

엔드밀 가공의 모우드 분석을 위해서는 우선 시스템을 시계열 진동모델로 정의하여 그 시스템을 기본적으로 진동 분석하는 것이 필요하다. 최근 J. D. Kim[1] 등은 이와 관련된 연구로 2자유도의 기본적인 언커플 시스템을 *ARMA*(Auto Regressive Moving Average) 시계열 모델을 이용하여 고유 모우드를 구하여 그 시스템의 모우드 분석을 하였다. 또한 수학적인 표현식에 의한 고유 모우드와 더불어 모델링 전달함수 식에서 구한 파워 스펙트럼 모우드를 얻어 서로 비교하였다. 일반적인 스펙트럼에 대한 연구는 S. M. Kay[2]가 많은 연구를 하였다. 본 연구에서는 이러한 기법을 실제가공 시스템인 엔드밀 가공에 적용하여 그 가공 모우드 분석과 스펙트럼 분석을 본 연구에서 제시한 순환확장기구변수법을 이용하여 절삭력을 실시간으로 예측과 동시에 각각의 단계에서 고유 모우드와 스펙트럼을 on-line

* 부경대학교 기계자동차공학과
# 교신저자 : 부경대학교 기계자동차공학과
E-mail : mcyoon@pknu.ac.kr
** 경일대학교 기계공학부

으로 계산하여 분석할 수 있었다. 또한 엔드밀 가공 시스템의 특징을 가장 뚜렷하게 나타내게 되는 공구날 패싱 주파수를 분석할 수 있으며 이 순환 알고리즘은 스펙트럼 분석과 모델링 고유 모우드를 각 단계에서 실시간에 맞추어 온라인으로 구할 수 있다는 장점이 있다. 본 논문에서 사용한 모델링기법으로는 순환 자동회귀 이동평균(recursive autoregressive moving average) 모델링의 한 방법인 기구변수를 사용한 *REIVM*(recursive extended instrumental variable method) 알고리즘을 이용하여 순환 *ARMA* 모델링과 그 스펙트럼 분석으로 엔드밀 가공의 공구날 패싱 주파수 특성을 실시간으로 분석할 수 있다. 우선 모델링 방법은 엔드밀 가공시의 절삭력을 이용하여 순환알고리즘에 의하여 현재의 자동회귀 이동평균 변수를 이전의 변수를 이용하여 현 상태의 *ARMA* 모델링하였고 이때 고유 모우드에 해당되는 공구날 패싱 주파수와 회전수를 비교분석하여 실험을 수행한 여러 절삭조건에서 엔드밀 날의 패싱 주파수와 계산된 모우드를 비교하여 잘 일치하도록 분리하는 방법을 알 수 있다. 특히 이 알고리즘은 시간이 진행함에 따라 계산할 수 있어 시간 경과에 따른 툴패싱 주파수, 그 주파수의 감쇠계수와 스펙트럼도 실시간으로 적응해 가는 과정을 계산할 수 있다.

2. 관련이론

2.1 ARMA 모델

엔드밀 절삭력 데이터를 수집하여 수학적인 순환 확장기구변수 알고리즘을 이용하여 모델링을 하였고 이 모델링 변수의 거동으로 엔드밀 가공시스템의 특성을 분석하고 진단하여야 한다. 본 논문에서 엔드밀 가공시스템은 다음과 같은 이상형태의 *ARMA* 시계열로 나타낼 수 있고 자동회귀 이동평균 차수를 가각 n, m이라고 하면 $ARMA(n,m)$모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다[3].

$$(1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+...+a_nz^{-n})x(t) = (1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+...+b_mz^{-m})a(t) \quad (1)$$

여기서, a_i는 자동회귀변수, b_i는 이동평균변수, z^{-1}는 지연 연산자이고 $a(t)$는 백색잡음이다[1,4].

위에서 정의된 시계열 모델의 경우 각 전달함수의 자동회귀 부분인 분모 항에서 고유 진동수와 감쇠계수를 계산할 수 있다. 분모 항을 인수분해 하면 $(1 - \lambda_i \cdot z^{-1})(1 - \lambda_i^* \cdot z^{-1})$로부터 한 개의 고유 진동수와 감쇠계수를 구할 수 있다. 시스템에서 측정된 시계열 데이터의 샘플링 주기를 T_s라 하면 이 시스템의 고유 진동수와 감쇠계수는 각각 다음과 같이 표현된다[5].

$$\omega_i = \frac{abs(ln(\lambda_i))}{T_s} \quad (2)$$

$$\zeta_i = -\cos(\angle(\ln\lambda_i)) \quad (3)$$

2.2 순환확장기구변수법

시계열 엔드밀 절삭력 신호 $x(t)$는 $ARMA(n,m)$의 모델로 표현할 수 있다. 초기 자동회귀 이동평균 변수 값을 매트릭스로 표현하면

$$\theta = [\ a_1\ a_2\ ...a_n\ b_0\ b_1\ ...\ b_m\ ] \quad (4)$$

이다. 변수 e(t)가 측정 가능한 값이라면 *REIVM*알고리즘은 순환확장기구변수법으로 현 단계와 이전 단계의 변수 값 사이에 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다[5].

$$\varphi(t) = [-x(t-1),\ ...\ , -x(t-n)\ ,\ \hat{e}(t-1),\ ...\ ,\ \hat{e}(t-m)]^t \quad (5)$$

$$Z(t) = [-x(t-1-m),\ ...\ , -x(t-n-m)\ ,\ \hat{e}(t-1),\ ...\ ,\ \hat{e}(t-m)]^t \quad (6)$$

$$e = x(t) - \varphi^t(t)\theta(t-1) \quad (7)$$

$$R(t) = (I - \frac{R(t-1)Z(t)\varphi^t(t)}{\lambda(t)+\varphi^t(t)R(t-1)Z(t-1)})\frac{R(t-1)}{\lambda(t)} \quad (8)$$

$$K(t) = \frac{R(t-1)Z(t)}{\lambda(t)+\varphi^t(t)R(t-1)Z(t-1)} \quad (9)$$

$$\theta(t) = \theta(t-1) + K(t)e(t) \quad (10)$$

$$\hat{e}(t) = x(t) - \varphi^t(t)\theta(t) \quad (11)$$

단, $\lambda(t+1) = \lambda\lambda(t) + (1-\lambda)\quad (\lambda = 0.99,\quad \lambda(0) = 0.95)$

여기서, 파라메타 $\lambda(t)$는 망각지수이고, 일반적으

로 그 크기를 1에 가까운 값으로 선택하여 계산한다. 알고리즘의 초기 조건은 상수 α가 상당히 큰 임의의 수치로 되도록 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$R(0)=\alpha I,\quad \theta(0)=0,\quad \varphi(0)=0$$

*ARMA*모델링 상수를 *REIVM* 방법에 의하여 구한 후 모델의 전달함수 식에 의해서 스펙트럼을 얻을 수 있으며 스펙트럼을 Direct form에서 구할 수 있다.

$$H(z)=\frac{N(z)}{D(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\ldots+b_mz^{-m}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+\ldots+a_nz^{-n}} \quad (12)$$

식에서 $z = e^{iwT}$를 대입하여 파워스펙트럼과 위상스펙트럼을 구할 수 있으며 주파수 응답곡선도 식(12)의 실수부와 허수부에서 각각 응답곡선이 구해진다.

3. 실 험

3.1 절삭력 측정

본 논문에서는 엔드밀 절삭력 신호를 획득하기 위해서 CNC 머시닝 센터에서 Fig. 1과 같은 구성을 하여 엔드밀링 실험을 하였다. 절삭력 신호 F_x 방향의 회전속도는 500*rpm*~1300*rpm*으로 5단계로 변화를 주어 절삭력 신호를 얻었고 그 외에 실험조건은 Table 1과 같이 하여 실험을 하였다.

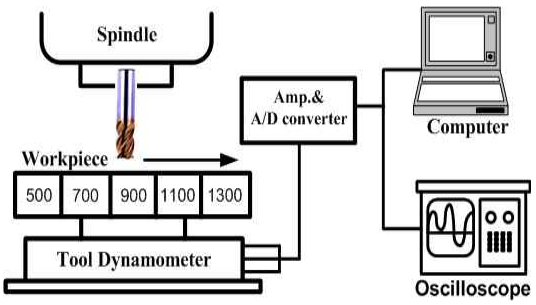


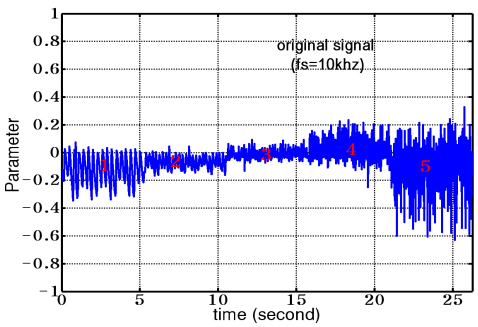
Fig. 1 Configuration of experimental set-up

Table 1 Cutting conditions and experimental equipments

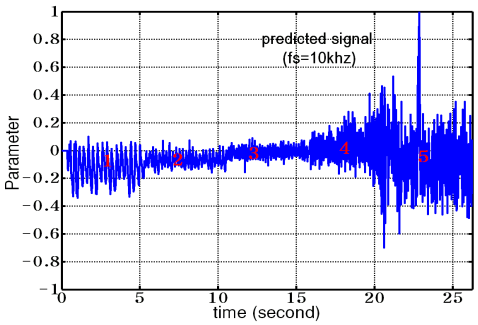
Instrument	Specification
Workpiece	SM45C
Rotational speed	stage : ① 500*rpm* ② 700*rpm* stage : ③ 900*rpm* ④ 1100*rpm* stage : ⑤ 1300*rpm*
End-mill	Diameter ∅15mm, Helix angle λ=30°, four fluted HSS
Feedrate	0.02*mm/rev*
Axial doc	4*mm*
Radial doc	7.5*mm*
Overhang	48.7*mm*
Cutting method	up-milling

4. 절삭력 예측 결과

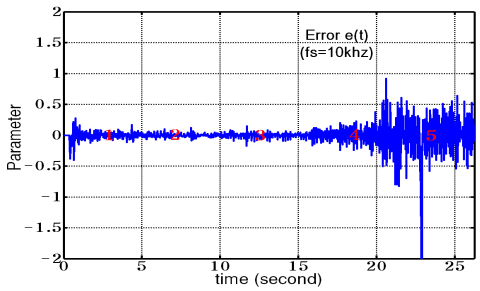
4.1 절삭력 특성



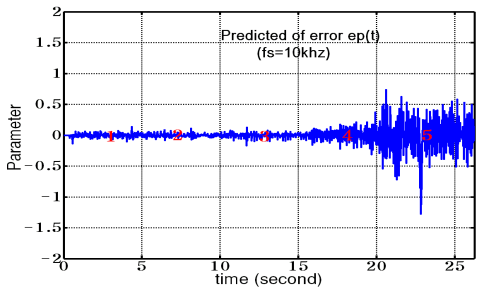
(a) Original end-milling force



(b) Predicted end-milling force



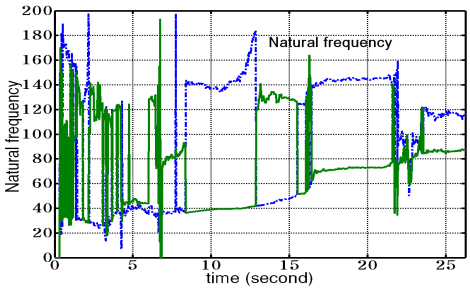
(c) Residuals



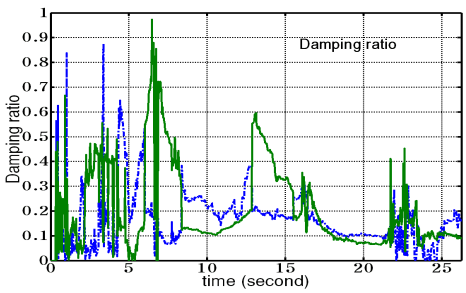
(d) Predicted residuals

Fig. 2 Measured and its predicted parameters

Fig. 2(a)는 샘플링 주파수를 10*kHz*로 하여 공구동력계로 측정한 엔드밀 절삭력을 나타내고 있으며 노이즈의 영향을 줄이기 위하여 상대적으로 공구동력계에서 절삭력의 신호가 크도록 증폭기의 조건을 설정하였고 절삭조건은 Table 1과 같이 설정하여 실험을 하였다. 이 조건을 만족하는 스핀들 축의 회전속도로써 500~1300*rpm*의 5단계로 하였고 Fig. 1은 실험장치를 구성하여 측정한 절삭력을 표현하고 있다. 1단계~5단계의 절삭력의 회전수는 각각 500, 700, 900, 1100, 1300*rpm*의 조건으로 하여 가공하였다. Fig. 2의 (b)는 Fig. 2(a)의 엔드밀 절삭력을 *REIVM* 알고리즘으로 절삭력을 예측한 것으로 1단계에서 4단계에서 비슷하게 신호 변화가 발생하고 5단계에서는 신호가 불안정하게 되어 추종되는 것을 알 수 있다. 이 상태는 모델 차수나 α 상수를 조절하면 그 신호의 피크 돌출량을 부드럽게 할 수가 있다. Fig. 2(a)의 신호를 추종하여 예측할 수 있음을 보여주고 있으며 부분적으로 일정량의 신호변화가 나타나는 것을 알 수 있다. Fig. 2의 (c)는 Fig. 2(a)의 엔드밀 절삭력 신호를 *REIVM* 알고리즘으로 절삭력을 예측한 Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)의 신호의 차이를 나타내며 이는 식 (7)에서 잔차항의 신호로 나타나게 된다. Fig. 2의 (d)는 Fig. 2(a)의 엔드밀 절삭력을 *REIVM* 알고리즘으로 예측한 절삭력을 Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)의 차이를 나타내는 식 (11)의 예측 잔차항의 신호를 보여주고 있다. 엔드밀 절삭력의 잔차 특성은 각 단계 내에서는 많은 변화가 없으나 단계별 경계면에서는 약간의 급격한 피크 신호가 나타나고 특히 5단계에서는 신호의 불안정성 때문에 오차가 많이 나타나게 됨을 알 수 있다.



(a) Natural frequency



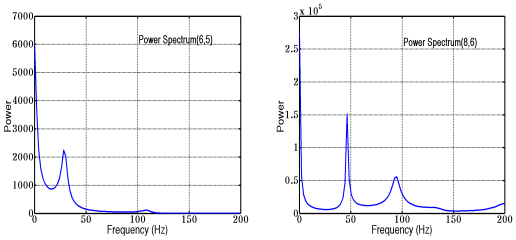
(b) Damping ratio

Fig. 3 Natural frequency and damping ratio of end-milling system

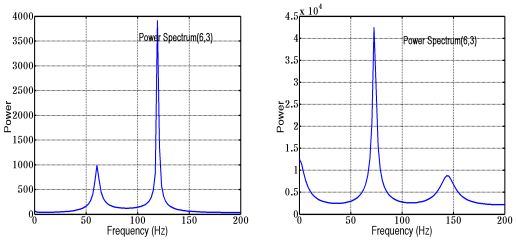
Fig. 3의 (a), (b)는 Fig. 2(a)의 모든 5단계 신호를 포함하는 원 신호의 절삭력을 추종할 시 계산된 고유 진동수와 감쇠계수를 1단계에서 5단계로 변화할 때에 실시간으로 계산한 결과를 나타내고 있다. 각각의 고유 진동수와 감쇠계수는 시계열 시스템의 모델의 식 (2)와 식 (3)을 이용하여 댐핑계수, 고유모드 값을 추종한 결과이고, 이때의 샘플링 주파수는 10*kHz*로 하였다. 최종의 고유 모우드는 모든 단계에

서의 수치를 나타내며 두 개의 고유 모우드는 86.16*Hz*, 115.65*Hz*로 계산되었고 이중 전자의 수치는 5단계의 정보를 가장 많이 갖게 되며 5단계의 공구날 패싱 주파수와 유사한 수치를 나타내고 Table 2의 식으로 계산한 수치와 일치하게 된다.

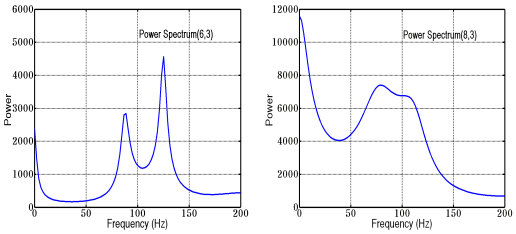
Fig. 4의 (a)는 Fig. 2(a)의 1단계 엔드밀 절삭력 신호를 *REIVM* 알고리즘을 이용하여 각각 *ARMA* 모델링 차수(6, 5)로 모델링한 후 식 (12)를 이용하여 파워 스펙트럼을 분석한 결과이다. 1단계의 고유 모우드는 Table 2의 1단계 모우드 수치와 일치하게 된다.



(a) 1st stage **(b) 2nd stage**



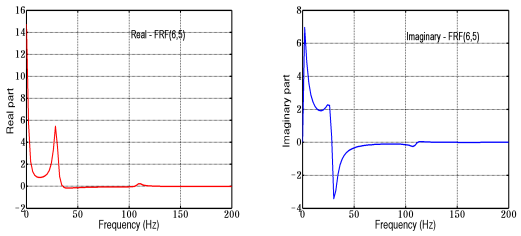
(c) 3rd stage **(d) 4th stage**



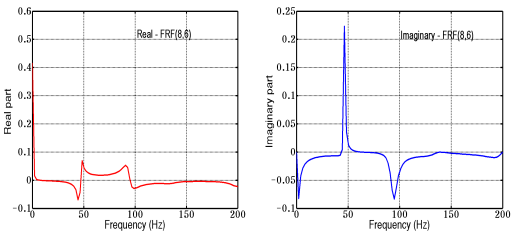
(e) 5th stage **(f) all stage**

Fig. 4 Power spectrum of end-milling system

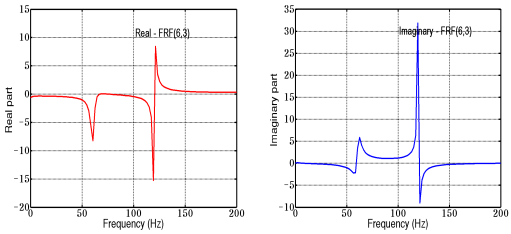
Fig. 4의 (b)-(e)는 Fig. 2(a)의 2~5단계의 각각의 엔드밀 절삭력을 *REIVM* 알고리즘을 이용하여 스펙트럼을 구한 결과이다. 이때의 *ARMA* 모델링 차수는 2단계에서는 (8, 6), 3~5단계는 (6, 3)으로 하여 스펙트럼을 구한 결과이고 마찬가지로 Table 2의 2~5단계의 고유 모우드와 일치함을 알 수 있다. 또한 이 모우드는 공구날 패싱 주파수에 해당하게 된다. Fig. 4의 (f)는 모든 단계의 신호를 *REIVM* 스펙트럼 분석을 한 결과인데 이때의 모델링 차수는 (8, 3)으로 하였고 Table 2에서 알 수 있듯이 단계별 고유 모우드가 5단계의 정보를 가장 많이 갖게 되므로 5단계의 결과에 가장 가깝게 되고 있음을 알 수 있다. 1단계에서 계산된 고유 모우드는 500*rpm*으로서 공구날 패싱 주파수를 나타내며 이는 500×4/60= 33*Hz*로 계산된 결과이고 실제 신호에서는 29.33*Hz*로 계산되었고 이는 공작기계에서의 회전 rpm이 500*rpm*보다 약간 낮게 회전하여 이 특성이 신호에 그대로 전사되고 있다고 분석된다. Fig. 4의 (b)-(e)는 2~5단계의 고유 모우드는 700, 900, 1100, 1300*rpm*에서의 계산된 공구날 패싱 주파수를 의미하며 Table 2에서 알 수 있듯이 46.46, 60.66, 73.21, 87.65*Hz*로 각 단계에서의 공구날 패싱 주파수와 일치하고 있음을 보여주고 있다. 그리고 Fig. 4(f)의 모든 단계를 포함하는 신호에서는 절삭력 신호의 후반부의 정보를 가장 많이 나타내어 공구날 패싱 주파수가 계산되고 있으며 즉 5단계에서의 절삭력 주파수 성분을 가장 가깝게 나타내어 계산되고 있음을 알 수 있다.



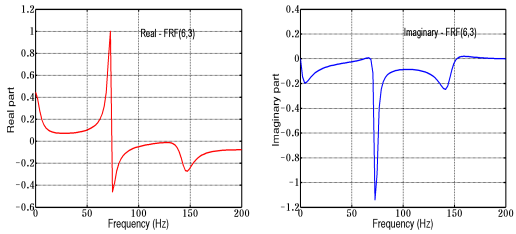
(a) 1st stage



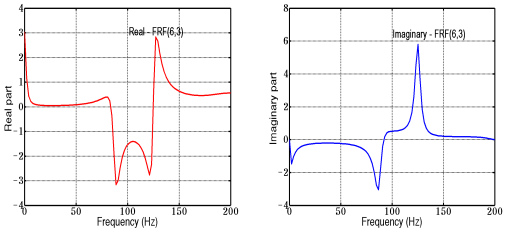
(b) 2nd stage



(c) 3rd stage



(d) 4th stage



(e) 5th stage

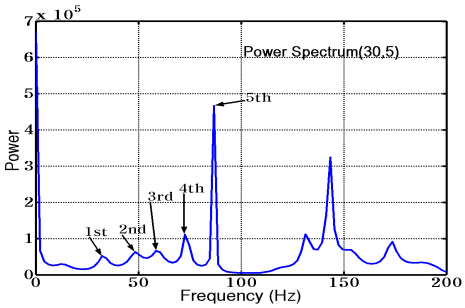
Fig. 5 Real and imaginary part of FRF in each stage for end-milling system

Table 2 Final natural frequency and damping ratio (1st stage～5th stage)

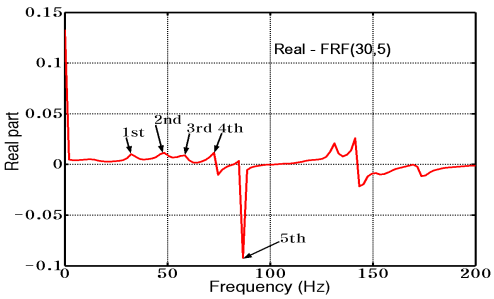
Mode / Stage	1st mode		2nd mode	
	Natural frequency	Damping ratio	Natural frequency	Damping ratio
1st	29.33	0.0379	109.31	0.0549
2nd	46.46	0.0127	94.28	0.0474
3rd	60.66	0.0312	119.71	0.0012
4th	73.21	0.0189	144.37	0.0720
5th	87.65	0.0495	125.12	0.1204
all	87.16	0.0870	115.65	0.1595

Fig. 5의 (a)는 Fig. 2(a)의 1단계의 엔드밀 절삭력 신호를 *REIVM* 알고리즘을 이용하여 *ARMA*(6, 5) 차수로 모델링한 후 식 (12)에 적용하여 얻은 *FRF*의 결과이다. 1단계의 고유 모우드는 Table 2의 각 모우드의 수치와 일치하고 실수부와 허수부의 고유 모우드 *FRF* 스펙트럼 특성이 잘 나타나 있다. Fig. 5의 (b)-(e)는 Fig. 2(a)의 2～5단계의 각 엔드밀 절삭력 신호를 이용하여 *REIVM* 알고리즘으로 *FRF* 스펙트럼 분석을 한 결과이고 이는 Table 2의 각 단계별 고유 모우드와 잘 일치하고 있다. 각 단계의 1차 고유 모우드는 공구날 패싱 주파수를 의미하며 1～5단계의 고유 모우드는 500, 700, 900, 1100, 1300*rpm*에서 각각 29.33, 46.46, 60.66, 73.21, 87.65*Hz*로 나타나고 이는 위의 그림에서 알 수 있듯이 실수부와 허수부에서의 고유 모우드와 모두 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었고, 이것은 *FRF*에서도 엔드밀 시스템의 공구날 주파수 모우드를 확인하는데 사용할 수 있다.

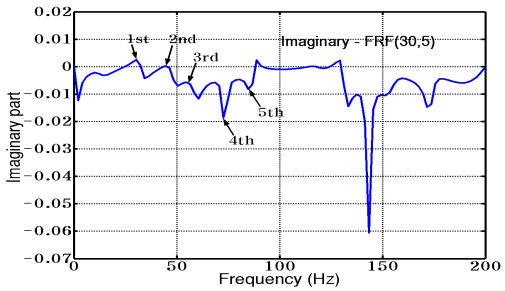
Fig. 6의 (a)～(c)는 모든 단계를 포함하는 전체 절삭력 신호를 이용하여 스펙트럼 처리한 것으로 1～5단계의 전체 엔드밀 절삭력 신호의 여러 모우드를 계산하기 위하여 차수를 높여 구하였다. *REIVM* 알고리즘을 이용하여 *ARMA*(30, 5)으로 스펙트럼과 주파수 응답곡선의 실수부와 허수부의 특성을 나타낸



(a) Power spectrum



(b) Real part



(c) Imaginary part

Fig. 6 FRF all stage for end-milling system

결과이다. 각 단계에서의 주파수는 Table 3에서 32.81, 48.27, 59.64, 73.48, 86.77*Hz*로 Fig. 5의 (a)~(e)의 각 단계에서 구할 수 있는 고유 모우드와 일치하게 되고 이는 전체신호를 이용하여 차수를 높여 모든 모우드를 구한 결과이다.

Table 3 Final natural frequency and damping ratio (all stages)

Moce	1st	2nd	3rd	4th	5th
Natural frequency	32.81	48.27	59.64	73.48	86.77
Damping ratio	0.0461	0.0089	0.0449	0.0204	0.0016

5. 결 론

본 연구는 엔드밀 절삭력을 이용하여 *REIVM* 알고리즘으로 고유 모우드를 구하였고 *FRF*, 파워 스펙트럼을 비교 분석하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 실험으로 엔드밀링 절삭력을 모델링하여 절삭력을 예측할 수 있었고 *ARMA*(30,5)모델의 경우 온라인으로 고유 진동수와 감쇠계수를 실시간으로 계산할 수 있었다. 5개의 고유 모우드인 공구날 주파수와 감쇠계수는 각각 32.81, 48.27, 59.64, 73.48, 86.77*Hz* 와 0.0461, 0.0089, 0.0449, 0.0204, 0.0016로 나타났다. 이는 *FRF* 및 파워 스펙트럼에서 공구날 패싱 주파수와 일치하였다.
2. 각각의 단계의 절삭력을 이용한 고유 모우드의 계산은 수월하였으나 다양한 패싱 주파수 성분이 포함되는 전체 신호를 이용하여서는 5개의 공구 주파수의 계산에 *ARMA*(30,5)의 높은 차수의 모델링이 필요함을 알 수 있었다.
3. 순환 알고리즘을 이용하여 실수부와 허수부의 *FRF* 및 파워 스펙트럼의 특성 분석을 통해서도 공구날 패싱 주파수의 위치를 정확히 감지할 수 있었고 그 위치는 잘 일치함을 알 수 있었다.

후 기

본 과제는 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 광역경제권 선도산업 인재양성사업의 연구결과임.

참고문헌

1. J. D. Kim, and M. C. Yoon, "Parametric modelling of uncoupled system", KSMPE, Vol. 5, No. 3, pp. 36-42, 2006.
2. S. M. kay, "Modern spectral estimation: theory and application", Prentice Hall, 1990.
3. M. C. Yoon, H. D. Cho, S. K. Kim, "A Study on Diagnostics of Machining System with ARMA Modelling and Spectrum Analysis", KSMTE, Vol. 8, No. 3, pp. 42-51, 1999.
4. J. D. Kim, M. C. Yoon, S. J. Kim and B. S. Yang, "Mode Analysis of uncoupled system", KSMPE, Vol. 9, No. 3, pp. 35-41, 2010.
5. J. D. Kim, M. C. Yoon, "Mode analysis of end-milling process by REIVM", KSMTE Autumn Conference, pp. 414-419, 2010.
6. S. L. Oh, D. H. Chin, M. C. Yoon, "Detection and Analysis of Chatter in End-milling Operation", KSMPE, Vol. 13, No. 6, pp. 10-16, 2004.
7. K. kanazawa, and K. Hirata, "Parametric estimation of the cross-power spectral density", J. of Sound and Vibration, Vol. 282, pp. 1-35, 2005.
8. Y. Altintas, "Manufacturing Automation", Cambridge Univ., pp. 33-46, 2000.