대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 21 권 제 4 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 21, No. 4, 399-422. Nov 2011

통계적 논증활동을 강조한 통계수업의 효과에 대한 사례연구[1)]

강 현 영[*] · 송 은 영[**] · 조 진 우[***] · 이 경 화[****]

현대 사회에서는 실생활의 양적 정보를 합리적으로 다루는데 필요한 능력이 요구된다. 최근에는 시대적 요구에 적절하고 의미 있는 통계 교육의 필요성에 따라 '통계적 소양'이 주목을 받고 있으며 많은 논의가 되고 있다. 특히 그 중에서도 비판적 사고능력과 통계적 의사소통 능력의 개발이 강조되고 있다. 이에 따라 본 연구에서는 학생들에게 통계적 논증에 따른 의사소통이 일어나도록 과제를 개발, 제공하였다. 그리고 학생들의 논증활동 과정에서 나타나는 주장에 대한 정당화 및 과제를 해결하는 과정에서 나타나는 관점의 변화나 개념의 형성을 분석하고 통계적 소양의 발전이나 변화가 있는지를 알아보았다.

I. 도입

정보화 시대에 살고 있는 현대인들은 예전에 비해 훨씬 많은 정보를 가지게 되었다. 인터넷과 IT 기술의 발달로 현대인들이 개별적으로 얻을 수 있는 정보의 양도 많아졌으며 그런 지식 정보를 분석하고 효율적으로 다루는 지식경쟁력이 각별히 중시되는 시대가 되었다. 현대 사회에서는 어디서든 양적인 정보에 마주치게 되며, 특히 통계는 광고나 토론, 주장 등의 신뢰성을 높이기 위해 널리 활용되고 있다. 자신들의 주장의 객관성과 사실성의 근거로 통계와 데이터를 활용한다. 동일한 출처의 통계자료가 각기 다른 해석 과정을 거쳐 서로 상반된 주장들을 뒷받침하는 근거로 이용되는 아이러니가 발생하기도 한다. 통계 자료는 어떤 상황에서는 사소하게 보일지도 모르지만 어떤 상황에서는 매우 민감하고 결정적인 가정과 해석의 차이에 따라 상반된 분석 결과를 만들어내기도 한다. 따라서 주장의 타당성을 검토할 수 있는 통계자료에 대한 올바른 이해능력은 현대인에게 필수적으로 요구된다. 자료에 근거한 주장을 적절히 평가하는 것은 중요한 능력으로 모든 학생들은 교육과정을 통해 이를 학습해야만 한다.

학생들은 통계를 배움으로써 바람직한 사회인으로 실생활의 양적 정보를 합리적으로 다루는데 필요한 기술을 습득할 수 있다. 따라서 다양한 삶의 현장에서 시대적 요구에 적절하고 의미 있는 통계 교육의 필요성에 따라 '통계적 소양(statistical literacy)'이 주목을 받고 있고 또 많은 논의가 되고 있다. 1992년 미국통계협회장 K. Wallman은 통계적 소양이라는 주제를 선택하여 연설하며 처음으로 통계적 소양에 대한 구체적인 의미를 언급하였다. Wallman의 통계적 소양에 대한 정의는 학교 교육과정에서 통계의 생

* 목원대학교, hykang@mokwon.ac.kr, 제1저자
** 서울대대학원, crabbit@hanmail.net
*** 서울대대학원, jinwoo1987@hanmail.net
**** 서울대학교, khmath@snu.ac.kr, 교신저자

산자보다는 통계의 사용자를 위한 적용에 초점을 두었다(Watson, 2006; Gal, 2002). 통계적 소양에 대해 공적인 차원과 사적인 차원이라는 두 가지 차원으로 논의한 것은 통계 교육의 측면에서 의미가 있다고 할 수 있다.

> '통계적 소양'은 일상생활 곳곳에 스며들어 있는 통계적 결과들을 이해하고 비판적으로 평가하는 능력이다. 공적으로나 사적으로 전문적이고 개인적인 의사결정을 할 수 있는 통계적 사고가 기여한 바를 인식하는 능력과 연결하는 것이다(Wallman, 1993, p.1).

정보화 시대의 시민들에게 제공되는 정보와 자료들은 여러 가지 목적이 있으며 따라서 제시되는 자료를 해석하고, 비판적으로 평가하고 비평할 수 있어야 한다. 무엇보다도 제공되고 있는 많은 정보의 양과 질에 대하여 비판적인 사고가 요구된다. 여러 연구자들은 통계적 소양 중 비판적 사고능력의 중요성을 강조한다(Gal, 2002, Watson, 2002; 2006, Rumsey, 2002). 또한 통계수업의 하위 목표들 중 통계적 의사소통 능력의 개발을 강조한다(Garfield & Gal; 1997). 통계적 탐구에서 해석의 주요한 부분으로서 의사소통은 통계활동의 유용성을 강조한다. 이해한 것을 서로 의사소통하지 않는다면 통계적 이해는 유용하지 않기 때문이다(Bright & Friel, 1998). 우리나라의 2009년 개정 교육과정에서도 수학적 의사소통을 강조하는데, 이와 관련하여 통계적으로 의사소통하는 능력을 개발하는 것은 통계적 소양 개발을 위해서도 중요한 요소라고 할 수 있다.

그동안 성인들을 위한 통계적 소양과 그 구성요소에 대한 논의(Gal, 2002), 학교 교육으로서 통계적 소양의 가치(Watson, 2002), 통계에서 비판적 사고 능력의 중요성(Gal, 2002, Watson, 2002; 2006, Rumsey, 2002), 통계에서 의사소통의 중요성(Garfield & Gal; 1997) 등에 대한 연구가 되어 왔다. 바람직한 학교 통계 교육이 이루어지기 위해서는 학생들의 과제에 대한 옳은 답을 아는 것으로만 충분하지 않다. 학생들에게 통계 교육을 통해 기대하는 것이 무엇이며, 학생들의 통계에 대해 올바른 이해 과정과 그들을 어떻게 통계 활동에 참여하게 하는지 등에 대해 예상할 수 있어야 한다. 그러나 학교 수학에서 통계적 소양의 개발을 위하여 어떻게 비판적 사고 능력을 개발하고 활발한 의사소통이 이루어지게 하는지, 통계적 논증활동이라는 의사소통의 과정은 어떠한지 등에 대한 연구는 부족한 실정이다.

이에 따라 본 연구에서는 학생들에게 통계적 논증에 따른 의사소통이 일어나도록 과제를 개발, 제공하여 그 과정을 고찰하고자 한다. 학생들이 논증활동을 통하여 과제를 해결하는 과정에서 개념의 형성이나 관점의 변화가 있는지, 통계적 소양의 변화나 발전의 가능성이 있는지 등을 알아보고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 과제의 역할

학생들의 학습은 수업시간에 어떠한 활동을 하는가에 의해 결정되고, 어떠한 활동을 하는가는 완성해야 할 과제에 의해 결정된다(Hiebert et al., 1997, pp.23-24). 의사소통이 활발한 수업이 이루어지려면 학생들의 참여가 이루어져야 하며 학생들이 자유롭게 의사소통 할 수 있는 상황이 뒷받침되어야 한다. 수업활동에 참여하는 것이 중요하지만 소집단 학습이나 동료 상호작용이 일어난다고 학습에 의미 있는 요인들이 자동적으로 나타나지는 않는다. 따라서 수학적

의사소통이 활발하게 일어날 수 있도록 적절한 과제를 제시하고 상황을 조성해주는 것이 필요하다.

NCTM(2000)에 따르면, 수업에서 수학적 과제를 선택하는 것은 교사의 중요한 책임 중 하나이며 바람직한 수학적 과제는 학생들의 이해와 관심을 반영하고 문제해결력, 수학적 추론, 수학적 의사소통 등을 촉구할 수 있다. 수학적 과제는 학생들의 수학적 의사소통에 지대한 영향을 끼치므로 수학적 의사소통 능력 신장에 있어서 그 역할이 매우 중요하다(이미애, 2001; 장영일, 2003). 의사소통 기회를 제공하는 수학적 과제는 해결방법이 다양하며, 여러 가지 표상을 사용하여 학습자 자신의 생각을 정당화하고 해석하게 한다. 이러한 수학적 과제는 그것이 제시되는 형태나 종류에 따라 학습자의 수학적 의사소통 활동과 태도에 다른 영향을 미치기도 한다(최혜령, 백석윤, 2005). 지금까지의 선행연구들은 수학적 과제가 수학적 의사소통을 촉진시키는데 긍정적인 영향을 주며, 제공되는 수학적 과제의 종류에 따라 학습자들 간의 의사소통 모습이 달라질 수 있음을 시사하고 있다. 따라서 학생들의 수학적 의사소통을 촉진시키기 위해서는 바람직한 수학적 과제를 제공해야 한다.

학생들이 반성적으로 생각하고 그들의 경험을 의사소통할 수 있게 하려면 반성적으로 생각할 만한 흥미를 자아내거나 의사소통을 할 만한 가치가 있다는 것을 느끼게 하는 과제를 제공해야 한다. 인지적 갈등은 학생들의 개념변화에 중요한 요인 중 하나이다(Strike & Posner, 1992; Tirosh et al., 1990; Steffe, 1990; 박상복, 2001). 그러나 인지적 갈등이 제공되었다고 하여 개념변화가 일어나는 것이 아니며 갈등상황을 해결할 수 있는 과정이 필요하다. 학습 상황에서 인지적 갈등은 추측이나 가정이 잘못되었음이 증명되었을 때 자연스럽게 생기거나 교사나 다른 학생들이 상반되는 의견을 제시함으로써 야기될 수도 있다. 학습에 있어서 이러한 갈등은 기존의 믿음에 대한 불신을 만들게 되고 대안적인 관점이 명료해지고 타당해 지도록 한다(Strike & Posner, 1992). 학생들은 자신이 이미 가지고 있는 개념에 위배되는 사례를 접한 후 기존 개념의 타당성에 대한 의문을 제기하게 된다. 따라서 인지적 갈등은 학생들로 하여금 적절한 수학적 이해를 구성하는데 돕는 기회가 될 수 있다(Tirosh et al., 1990; Steffe, 1990).

그동안 학교수학에서 통계는 문제해결 도구로서 혹은 주변 세계를 이해하는 유용한 도구라기보다 초등 통계학에 나오는 특정한 내용으로 구성된 교재로 간주되었다. 교과서의 문제는 꾸며낸 문제이고 학생들은 통계의 실제적이고 적절한 응용상황을 경험하지 못하므로 통계적 감각을 갖고 통계와 실제의 관련성을 '보지' 못하고 있다(우정호, 2007). 그동안 통계 교육과 관련된 연구에서는 확률, 평균, 추정 시작하기, 기술의 사용 등과 같은 주제를 강조하고 있지만 통계적 소양에 핵심이 되는 비판적 사고를 이끌어 내는 맥락에서 아이디어의 적용과 관련되는 이슈를 직접 언급하고 있지 못하고 적절한 과제를 제시하고 있지 못하다(Watson, 2002).

적절한 과제를 통해 통계적 소양을 개발하기 위해서는 학생들에게 통계적 개념과 기술을 전달하는 것보다는 학생들이 질문을 통하여 계속적인 호기심을 가지도록 하는 것이 중요하다. 이러한 호기심은 자료에 기초하여 통계적 의사소통이 일어나게 하고 학생들이 자료에 기초한 논증을 경험하도록 하게 한다. 의사소통 과정에서 제시되고 있는 통계적 정보들과 관련된 '비판적 문제의식이 담긴 질문'(Gal, 2002) 그리고 이러한 질문에 대하여 사람들이 제시하는 답변과 관련된 질문들은 통계적 정보에 대한 비판

적인 평가의 과정을 보충해주며, 좀 더 풍부한 정보를 통한 해석이나 결론에 도달할 수 있게 한다.[1)]

학생들 간의 또는 학생들과 교사와의 의사소통 즉 토론을 통한 논증은 인지적 갈등의 유발인 동시에 해소의 실마리가 될 수 있다. 그러나 실지로 교실에서 적절한 갈등이 제공될 것이라든가, 대상 학생들이 처음에 자신들의 신념이나 생각을 분명하게 표현할 것이라는 보장이 없다. 따라서 수업에서 대상 학생들이 자신의 생각을 분명히 표현하고 반대되는 의견에 대한 적절한 형식을 선택할 수 있는 기회를 주어야 한다.

본 연구에서는 학생들의 관점의 변화나 개념이 발달하도록 하기 위하여 이미 알고 있는 개념에 위배되거나 한계를 느끼도록 인지적 갈등을 포함하는 통계적 과제를 제시하였다. 그러한 과제를 해결하는 과정에서 의도적으로 토론을 통한 논증이 유발되고 비판적 사고 능력이 개발되도록 하였다.

2. 통계에서 논증 활동

통계적 소양을 위한 비판적 사고능력을 개발하기 위해서는 의사소통 능력이 강조된다. 통계적 의사소통에서 기본적인 능력으로는 통계적 정보를 읽고, 쓰고, 예시하고 변형하는 것이 있다. 뿐만 아니라 학생들 자신이 통계적 아이디어에 대해 이해한 것을 논증하는 것으로서 이를 해석이라고 할 수 있다. 통계에서 요구하는 비판적 사고능력은 의심만을 제기하는 데 그치는 것이 아니라 적극적으로 자신의 주장을 제기하여 타인을 납득시키는 능력을 포함한다. 비판적 사고 과정에서는 학생들은 자신의 주장에 대해 합리적으로 반대할 수 있는 '보편적인 청중'을 항상 염두에 두어야 한다. 통계에서의 논증 활동은 학생들을 '자료 의사소통자'로 만들어 줄 수 있다. 자료 의사소통자는 대중매체가 제시하는 통계적 주장이나 그 근거가 되는 자료를 그대로 수용하지 않으며, 독자적인 평가와 비판을 가하고 타인에게 전달하게 된다. 그리고 이 때 보편적인 청중을 생각하여 자신의 주장과 근거를 비판적으로 검토하게 된다.

논증의 사전적 정의에 따르면, 논증(argumentation)은 '근거나 이유를 찾고 결론을 끌어내는 과정이나 활동이며, 주로 토론에서 사용된다.'[2)] 수학에서 논증은 수학적 증명과 깊은 관련이 있으며 실제로 수학교육에서 수학적 증명과 논증의

1) 예를 들어, 표에 있는 정보를 해석하게 하는 과제의 경우 학생들에게 두 가지 유형의 질문을 할 수 있다 (Gal, 1998, p.279). 표의 특정한 칸에서 숫자를 뽑아내거나 두 수를 비교하게 하는 '정보에 관한 질문(literal reading question)'과 표나 자료가 보여주는 전반적인 패턴의 의미에 대한 학생의 생각이나 의견을 끌어내는 '의견을 묻는 질문(opinion question)'이다. '의견을 묻는 질문'은 학생들이 자신의 의견을 정당화하면서 표시되어 있는 자료의 여러 가지 요소들 사이의 관계를 참조하고 수로 표현된 자료들이 가진 정보나 외부 지식과 관련시켜 자신이 발견하고 생각하였던 패턴의 의미를 만든다.'의견을 묻는 질문'을 제기하는데 있어서 자료의 특정 부분을 보도록 하는 특별한 힌트를 제공하지 않도록 하며 판단을 요구하는 질문을 제기하도록 한다. 특정한 수치로 대답을 하도록 하는 질문을 피하고 학생들이 자료의 모호함이나 모순에 민감하게 하도록 한다. 그리고 주어진 맥락에서 사용할 수 있는 대답이 되도록 질문을 한다. 현실적인 맥락을 제공하여 자신이 가진 모든 지식과 추론 능력을 사용하게 한다(Gal, 1998, p.281). 또한 추가 질문을 통해 모호해 보이는 의견 뿐 아니라 처음 듣기에 명백해 보이는 의견의 타당성에 대해서 학생들이 생각하는 의견에 대한 증거나 자료 요소들 사이의 관계를 추론하는 방식 등에 대한 부가적인 정보를 얻도록 한다. 학생들이 자료를 분석하는데 사용한 전략이나 판단에 이르는 추론과정을 자세히 설명하도록 하여 답의 증거가 되는 근거가 무엇인지를 교사가 이해하는데 도움이 되어야 한다.

2) the act or process of forming reasons and of drawing conclusions and applying them to a case in discussion. Webster dictionary (http://www.merriam-webster.com/dictionary/argumentation) Douek에 따르면, 논거(argument)를 '어떤 명제나 의견에 대한 이유나 근거'라고 할 때, 논증은 '논리적으로 연결된 논거'들로 이루어진다.

관계에 대한 논의가 많이 이루어지고 있다. 통계교육에서 논증 활동은 수학적 증명 지도-학습에 도움이 되는가의 문제와 독립적으로 논증 활동자체의 교육적인 가치를 생각해 볼 수 있다. 통계는 불확실성을 인정할 뿐만 아니라 그것이 통계의 가장 중요한 측면이기 때문이다.

> 학생들은 옳은 답이 유일하리라 기대한다. 그러나 이는 통계학적 탐구에서는 사실이 아니다. 대개의 경우 자료 분석은 하나의 명확한 답을 제시하기보다 결과의 다양성을 제시하며 이들은 서로 모순되기도 한다(Biehler, 1997).

이렇게 불확실성을 인정하는 통계에서 결과에 대한 논란은 자연스러운 일이다. 이러한 불확실성은 의심과 자료에 근거한 추론, 비판을 만들어 낼 수 있다.

논증 역시 불확실성에 기반하고 있다. 논증과 증명의 관계에서 논증이 제아무리 발전하더라도 증명이 될 수 없는 이유는 논증이 확고한 참을 보장할 수 없기 때문이듯이, 논란이 있는 불확실한 상황에서는 논증을 통하여 적합한 의사소통이 이루어진다. 따라서 논증의 목표는 '상호작용을 거치면서 타인의 동의를 이끌어내는 일이지 어떤 명제의 참을 확립하는 것이 아니다'라는 것은 불확실성을 다루는 통계교육 특히, 통계적 소양 중 비판적 사고 능력을 함양시키는 것과 깊은 관련이 있다고 할 수 있다. 비판적 사고 능력은 끊임없이 타인이나 자신을 설득하고 납득시키는 과정이라고 볼 수 있기 때문이다.

불확실성이 의심과 질문을 촉발하고 의사소통 과정에서 그러한 의심이 풍부하게 제기되면서 비판적 능력이 함양될 수 있는 계기가 마련될 수 있다. 논증은 바로 이 과정에서 결정적인 역할을 하고 있다. 언제나 의심 속에 머무를 수는 없으며 각자의 주장만이 난무한다면 통계는 의사결정에 전혀 도움이 될 수가 없다. 논증은 이와 같은 상황에서 올바른 의사결정을 할 수 있도록 제시되는 주장들을 수렴하게 할 수 있다. 다시 말해서 불확실성을 인정하지만, 통계 고유의 개념과 아이디어를 사용하는 논증을 거쳐 올바른 의사결정에 도달할 수 있어야 한다.

> 통계의 목적은 원칙에 입각한 수사법(rhetoric)을 사용하여 양적인 증거로부터 유용한 논거를 조직하는 일이다(organize argument)(Abelson, 1995).

언급한 바대로 논증은 절대적인 참을 확립할 수는 없지만, 타인의 동의를 이끌어내고 납득시키는 역할을 할 수 있다. 바로 이러한 이유로 불확실성을 다루는 통계에서 논증이 중요한 역할을 할 수 있는 것이다. 통계 교육의 성향적인 측면에서도 자신감을 갖게 하고 동기 유발을 하기 위해서, 일상생활에서 자료에 기초한 비판적인 논증을 통해 사고하고 관련된 이슈들에 관하여 다른 사람들과 의사소통해야 한다(Weldon, 2002).

본 연구에서는 논증활동을 통하여 학생들이 비판적 사고와 정당화 과정을 경험하도록 함으로써 학생들의 통계적 개념의 성장을 유도하고자 하였다.

3. 통계적 소양

20세기에 들어서면서 정보화 시대가 도래함에 따라 많은 학자들은 시민들의 수학적, 통계적 능력이 필수적임을 강조하였다. Watson(2003)은 성인 소양에서 통계적 소양의 역할을 인정해야 하며, 적절한 교육 환경 조성을 위하여 통계적 소양이 어떤 점에서 공헌하는 지를 고려해야 한다고 말하였다. 학교의 통계 교육과정에서 통계적 소양의 도입은 1990년대 초 수학교육 과정을 수정하면서 시작되었다. 1990년대 통계적 소

양을 위한 목적들을 정의하였으며, 최근에는 양적 소양(quantitative literacy)과 관련하여 관심을 가지게 되었다(Gal, 2002; Watson, 2006). 학교 교육과정에서 통계의 역사가 상대적으로 짧기 때문에 학교수준에서 통계적 소양에 대한 관심이 최근에 일이라 할 수 있지만 학생들이 학교를 졸업한 이후를 생각한다면 통계적 소양에 대해 고려해야 할 것이다.

그동안 통계적 소양에 대한 여러 가지 논의가 있었다. 일반적으로 통계적 소양에 대해서 다음과 같이 요약하기도 한다(Garfield, delMas, & Chance, 2003).

> 통계적 소양은 통계적 정보나 연구 결과를 이해하는데 이용되는 기본적이고 중요한 기능을 의미한다. 이러한 기능에는 자료를 조직하고, 표를 작성하여 제시하고, 자료를 다양한 표현으로 나타낼 수 있는 것 등이 있다. 또한 통계적 소양에는 개념, 용어, 기호를 이해하고 확률을 불확실성의 측도로 간주하는 것이 포함된다.

Gal(2002)은 성인들이 갖추어야 할 통계적 소양이 무엇인지, 특히 산업 사회에 살고 있는 성인들이 갖추어야 할 통계적 소양이 무엇인지에 대해 두 가지 구성요소로 그 개념을 정립하고자 하였다.

> 통계적 소양은 서로 관련되어 있는 두 가지 요소가 있다. 그 중 하나는 다양한 맥락에서 접하는 통계 정보나 자료와 관련된 주장, 또는 확률 통계적 현상들을 해석하고 비판적으로 평가하는 능력이고, 다른 하나는 통계 정보에 대해 토론하고 의사소통하는 것인데, 예를 들면 정보의 의미를 이해하거나 정보가 함축하고 있는 것에 대해 의견을 제시하거나 또는 제시된 결론을 수용하는 것에 관심을 보이는 것 등이 이에 해당된다(pp.2-3).

통계적 소양과 관련된 논의에서 언급된 내용들이 현재 학교 교육과정에서 공식적으로 다루는 주제는 아니지만 학교 교육과정에서 비판적 사고를 지향하고 우연과 자료에 기반하는 통계 교육과정의 한 부분이라고 할 수 있다(Watson, 2003, p.6). Rumsey(2002)는 학생들이 통계를 올바로 이해하는 훌륭한 통계적인 시민이 되도록 하는 것이 통계 교육의 목적임을 강조하였다. 이는 정보에 관해 비판적으로 사고하고 그러한 정보에 기반하여 합리적인 의사 결정을 하도록 하는 것이다. 학생들은 통계에 대해 기본적으로 이해하는 것 이상으로 정보에 대해 설명하고 결정하고 평가하고 의사결정까지 할 수 있어야 한다. 단순한 통계에 대한 이해뿐만 아니라 통계적 추론과 사고를 하기 위해서 처음부터 이러한 능력을 위한 기초로서 통계적 소양을 개발해야 한다.

Watson(1997)은 정보가 속하는 어떤 주제와 관련된 맥락에서 통계적 정보의 의미와 텍스트를 이해하고 사회에서 대중매체나 보고서의 형식으로 소개되는 통계적 정보를 해석하는데 요구되는 능력을 통계적 소양으로 보았다. 그리고 이를 확률 및 통계적 용어에 대한 기본적인 이해의 수준, 통계적 용어와 개념이 좀 더 넓은 사회적인 논의의 맥락에서 구체화될 때 이들을 이해하는 수준, 적절한 통계적 자료에 근거하지 않고 제기된 모순된 주장에 통계적 개념을 적용하여 문제를 제기하는 수준으로 구분하여 제시하였다. 이후에 이를 학교 통계 교육의 측면에서 보다 세분화하여 그 수준을 6단계로 제시한다. 상위 두 단계에서 학생들은 점점 친숙하지 않은 수학적인 환경에서 비판적으로 사고하는 것이 포함되는 수행을 한다. 중간 두 단계에서 학생들은 비판적인 의심을 하면서 맥락을 평가하지만 종종 모순되기도 한다(Watson, 2006, pp.252-266).[3)]

통계적 소양에 대한 여러 정의에 따르면, 통

계적 소양에서는 다양한 맥락에서 접하는 통계 정보나 자료와 관련된 주장 또는 확률 통계적 현상들을 해석하고 비판적으로 평가하는 능력과 통계 정보에 기초하여 토론하고 의사소통하는 능력이 중요하다고 할 수 있다. 교육적으로 통계적 사고의 목적은 과제에 대한 '옳은' 답에 있다는 것을 아는 것으로는 충분하지 않다. 통계를 배우는 교실에서 기대하는 것이 무엇이고 학생들이 지금 수준보다 더 높은 수준이 되도록 어떻게 활동에 참여하게 하는지를 알기 위해 성장 단계가 어떠한지를 예상하는 것도 중요하다(Watson, 2006, p.248).

본 연구에서는 학생들이 과제를 해결하고 논증활동을 하는 과정을 보면서 통계적 소양의 발전이나 변화가 있는지를 살펴보도록 한다.

III. 연구방법 및 절차

1. 과제개발

본 연구에서는 통계적 자료를 기초로 한 어떠한 주장이나 판단의 합리성을 조사하고 그것에 대해 의심할 수 있도록 모호성과 인지적 갈등을 유발하는 과제를 개발하였다. 주어진 과제를 중심으로 학습자들은 토론을 통해 하나의 문제에 대해 심도있게 분석하고 탐구할 수 있도록 하였으며, 찬성과 반대가 활발하게 오고가는 역동적인 의사소통 상황에서 적극적이고 능동적인 논증 활동을 하도록 하였다. 특히 자신이 기존에 알고 있던 개념의 한계를 느끼고 새로운 개념의 필요성을 생각하도록 하였다.

관심이 있는 자료에서 중심 경향성을 알아내기 위하여 전형적인 개체를 찾는데 이 때 평균을 주로 사용한다. 평균을 찾아서 자료를 요약하는 것은 그 과정을 통해 자료의 분포에 대하여 설명을 하는 동시에 구체적인 자료에 대한 조작을 필요로 하는 수학적 구성이다. 그러나 자료가 특이점을 포함하고 있는 경우 평균이 대푯값으로서의 역할을 제대로 못한다. 이에 따라 자료의 중심, 즉 평균으로부터 퍼져 있는 정도를 구하기 위해 각 관측값들의 평균으로부터의 편차를 고려하여 계산한다. 편차를 고려하는 과정 중 퍼짐의 측도로서 적절하게 변화시키기 위해 제곱을 취하고 편차제곱(squared deviation)들의 평균값을 퍼짐의 기본 측도로 사용한다. 편차제곱합을 자료의 개수로 나눠준 값이 분산으로 자료 집합에서 평균을 중심으로 자료값들이 퍼진 정도를 나타내며 모든 자료값들의 영향을 받는 측도이다.

통계는 생활 속에서 만나는 다양한 현상을 수학적으로 다루는 과정에서 그 이론적 체계를 확보해왔다. 특히 불확실한 상황 속에서 주어진 자료에 내포되어 있는 정보를 추출, 분석하여 합리적인 추론을 통해 바람직한 의사결정에 도달하는 것이 핵심적인 과정이라 할 수 있다. 무엇보다 통계영역에서 경험하는 추론은 다른 영역에서는 결코 경험할 수 없는 성격이 있기 때문에 고유의 사고과정을 경험시킨다는 점에서 지도의 의의를 찾을 수 있다. 불확실성을 계량화하는 과정에서 평균과 같은 기준을 선택한 후 흩어진 정도에 주목하게 되며 이는 곧 변이성의 측도로서 분산의 역할을 경험하는 것이다. 현재 학교수학에서 분산은 산포도의 한 종류로서 소개되어 주로 계산이 강조되어 지도될 뿐 학생들이 그 의미를 해석하는 데 어려워한다(Garfield & Ben-zvi, 2008). 분산은 자료집합의 특성을 기술하기 위한 핵심적인 개념임에도 불구하고 공식을 이용하여 알고리즘적으로만 접근될 뿐 그 의미에 관한 지도가 이루어지

3) 6 단계는 Idiosyncratic, Informal, Inconsistent, Consistent Non-critical, Critical, Critical Mathematical stage이다.

지 않는다(지은정, 이경화, 2005). 통계적 사고에서의 중요한 특징은 변이에 대해 인식하고 이를 계량화할 수 있어야 한다는 점이라고 할 때, 분산이라는 것이 어떠한 의미가 있는지에 관한 지도가 필요하다.

학생들에게 제시된 과제는 동일한 자료에 대한 서로 다른 평균 계산법으로 인지적 갈등을 유발하여 평균이 지닌 모호성의 원인을 밝혀나가고 그 과정에서 분산의 역할이 드러나도록 하였다. 각각의 주장이 대립할 때, 두 주장 사이의 차이를 어떻게 구분하고 밝히는지 살펴보고자 하였다. 이후에 직관적으로 편차에 의존하는 관계를 다루면서 그 관계를 분산으로 설명함으로써 분산의 역할과 의미를 알도록 하고자 하였다.[4]

본 연구에서 과제의 목표는 평균[5]만으로 설명하거나 판단하기 어려운 상황에서 그러한 원인을 밝혀나가고 그 과정에서 분산의 역할을 느끼도록 하는 것이다. 평균은 자료에서 특정 측면을 강조하기 위해 선택된 값이며 따라서 평균은 자료에 포함된 다른 정보의 손실을 피할 수 없다. 동일한 자료에 대한 서로 다른 평균 계산법은 모호성을 유발하며 상황에 따라 평균으로 설명하기 어려운 인지적 갈등을 유발할 수 있다. 기존의 자신이 알고 있는 평균의 한계와 새로운 개념인 분산의 필요성을 느끼고 그 의미를 이해할 수 있는 기회를 부여하고자 하였다.

2. 연구대상

서울시 소재 대학부설 영재교육원에 소속된 중학교 2학년 학생 27명을 대상으로 수업을 진행하였다. 위 학생들은 중학교 1학년 때 영재교육원 선발 시험을 통과한 후 약 2년간 본 영재교육원의 교육과정을 마친 학생들이었다. 이들은 동일기관에서 2년에 걸쳐 영재교육을 받으면서 서로 친해졌기에 자신의 의견을 밝히는데 주저하지 않았고, 그동안 다양한 영재수업을 통해 새로운 내용의 수학수업에 거부감이 없었다. 겨울방학 기간 중 한 차시가 3시간으로 이루어진 수업을 하루에 2차시씩 진행하였다. 각 차시마다 확률과 통계 영역의 서로 다른 4가지 주제를 다루었다. 본 연구는 첫째 날 1차시 수업을 대상으로 하였다. 연구자 중 한 사람이 수업을 진행하였고 3명의 보조연구자들이 수업을 관찰하였다.

교사는 한 문제 당 의견이 대립되는 발표자 두 명을 선정하였고, 각 발표자에 대한 논평자를 두 명씩 선정하여 학생들 앞에서 발표 및 논평을 하도록 하였다. 교사는 학생들의 논쟁을 적극적으로 장려하였다. 의견이 대립하는 과정에서 교사는 자신의 의견을 밝히지 않았으며 어느 한 편을 지지하지도 않았다. 교사는 필요에 따라 각각의 의견을 정리하여 논점을 부각시키는 역할을 하였다.

3. 자료 수집

전반적인 수업진행은 비디오 녹화 및 음성 녹음을 하였고 보조 연구자들이 학생들의 행동을 관찰하였다. 보조연구자는 학생들의 질문에 답하거나 자신의 의견을 내지 않았고 단지 학생들을 관찰하는 역할을 하였다. 소수의 학생들을 대상으로 수업이 진행되었으므로, 수업 후

4) 이후 문제에서 학생의 평균과 학부모 평균 사이의 차이를 구하여 평균이 동일하여도 분산이 클수록 그 차이가 크다는 것을 수학적으로 확인하도록 하였다.

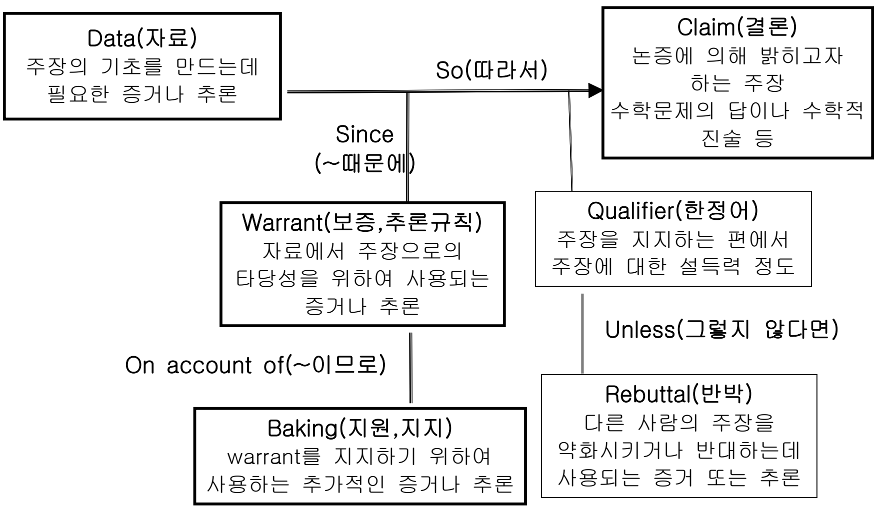
5) 자료를 두어 가지의 수치로 대표할 수 있는 측도를 정의하여 사용하는데 가장 많이 사용되는 두 가지 기술측도는 자료의 중심에 대한 측도와 자료의 퍼짐에 대한 측도이다. 자료의 중심을 재는 측도로서 평균(산술평균), 최빈값, 중앙값 등이 있으며 본 연구에서는 학교수학에서 주로 다루는 산술평균에 대한 과제이며 이하 산술평균을 평균이라고 한다.

따로 면담할 필요 없이 논쟁이 지속되는 순간마다 학생들의 의견을 청취하였다. 수업 후 활동지와 녹화자료, 녹음자료를 1차 분석하고 보조연구원과 연구자의 토론을 통해 상세하게 수업을 다시 분석하였다. 수업의 의도를 이미 파악하여 수업의 진행에 방해가 될 것이라고 예상되는 한 학생은 보조 연구원이 다른 교실에서 따로 개별 면담을 진행하였다.

4. 자료분석

본 연구에서는 Toulmin(1958)의 논증 모형을 통해 토론 과정에서 발생하는 학생의 논증을 분석하고 논의하고자 한다. 학생들이 제시한 논증이 구체적으로 어떻게 구성되었는지, 학생들 사이의 의사소통 과정에서 학생들의 논증 과정을 분석하여 개념이나 관점의 변화를 살펴 볼 것이다

Toulmin(1958)의 논증 모형은 삼단논법의 형식논리가 탈맥락적이라는 한계점을 극복하고, 학문적 맥락을 포함하며 비형식적인 맥락에서도 적용될 수 있는 것으로 평가받는다. 그의 논증 모형은 설득 자체의 구조보다는 설득 과정에서 각 부분들이 어떻게 뒷받침 되는가에 더 관심을 기울였다. 이 모형은 추론규칙(warrant)에 토대를 둔 추론을 강조하여 교사의 설명, 학생들의 토론, 개념 변화 및 문제해결과정 등 여러 맥락에 적용하였다(이정수 외, 2005). 수학교육과 관련된 연구에서도 Toulmin의 논증 모형은 집단 토론 과정에서 학생들의 논증의 과정을 이해하는데 유용한 도구이다(Krummheuer, 1995; Yackel, 2001, 김민주, 2006 등).[6] Toulmin의 논증 모형은 자료(Data), 결론(Claim), 추론규칙(warrnat)을 핵심이 되는 기본 요소로 가지며, 지원(지지; backing), 확신정도(한정어; modal qualifier), 반박(rebuttal)



[그림 1] Toulmin의 논증모형

6) 최근 수학교육에서는 학생들의 집단 논증활동(collective argumentation)을 기록하여 학생들의 발생하는 개념을 분석하거나(Krummheuer, 1995; Yackel, 2001), 구체적인 수학적 논증의 질을 평가하거나 범주화하기 위한 도구로서(Pedemonte, 2007; Weber and Alcock, 2005) Toulmin의 모형을 사용하였다(Weber et al, 2008). 또한 통계교육과 관련하여 논증의 정교화 수준이 발달하도록 교사와 학생 사이의 상호작용을 Toulmin의 논증 모형을 사용하여 분석하여, 논증의 발달 수준을 제시하기도 한다(Mcclain, 2009).

으로 구성된다[그림 1]. 자료(Data)는 주장의 기초를 만드는 데 필요한 증거나 추론에 해당되는 것으로 근거(Grounds)라는 용어를 사용하기도 한다. 논증의 확장에 따라 여러 자료들이 보다 큰 주장을 위한 하나의 자료로 통합되기도 하고, 하나의 주장이 다음 논증에서는 자료가 될 수도 있다. 결론(Claim)은 논증에 의하여 밝히고자 하는 주장으로 수학 문제의 답이나 수학적 진술 등이 이에 해당한다. 추론규칙(Warrant)은 자료에서 주장으로의 타당성을 위하여 사용되는 증거나 추론(reason)이다. 즉 추론규칙은 자료와 결론을 연결해주는 다리 역할을 하므로 화자와 청자 간의 상호작용 가능성을 증가시켜 논증에의 참여를 유도할 수 있기 때문에 논증에서 절대적인 비중을 차지한다. 지지(Backing)는 추론규칙을 지지하기 위하여 사용하는 추가적인 증거나 추론으로 대체로 권위나 일반적 원리에 근거한다. Toulmin은 추론규칙 자체로는 정당화가 부족하므로 정당화를 위한 추가 진술로서의 지지의 역할을 강조하였다.

Toulmin의 논증 모형은 어떤 학생의 논증이 다른 학생이 사용하였던 자료(data)를 명백히 하도록 하는지, 그러한 자료가 적당한지 아닌지, 논증에서 제시한 자료를 적절하게 하는 조건이 무엇인지, 논증활동에서 학생들이 어떻게 주장하고 그 주장을 의심하는지 등을 설명한다. 그리고 급우로부터 자신의 주장이나 논증에 대한 이의를 제기받음으로써 제시하였던 자료의 합법화를 지지하는데 어떤 지원(backing)을 제공하여 자료를 명백하게 하는지, 관점의 변화를 주는 요인이 무엇인지 등을 살펴볼 것이다. 또한 자료에 의한 추론을 통해 설득에 성공하는 과정과 학생들의 논증을 정련하는 과정을 살펴볼 것이다.

Ⅳ. 분석

본 연구에서 제시한 과제는 이미 알고 있는 평균 개념으로는 판단하기 어려운 문제를 해결하는 과정에서 분산이란 자료 집합에서 평균을 중심으로 자료값들이 퍼진 정도를 나타내며 모든 자료 값들의 영향을 받는 측도라는 의미를 이해하도록 하였다. 이 절에서는 과제에서 제시한 문항별로 학생들의 논증 과정을 분석하도록 한다.

1. 문항 1에 대한 논증활동

첫 번째 문항은 주어진 세 가지 일상적인 상황에서 평균만으로 설명하거나 판단하는데 어려움을 경험하고 문제 상황에서 기본 가정에 대한 이해 방식과 수학적 판단과 정당화를 확인하기 위한 것이다. 다음은 Toulmin의 논증 모형을 기초로 대립되는 의견에 대한 발표자의 논증을 분석한 것이다.

[준석]
Data(자료) : 상영관 관람객 수의 평균이 200이다(각 상영관 $A_1, A_2, \cdots, A_5$에서의 관람객 수를 $a_1, a_2, \cdots, a_5$라고 할 때, $a_1+a_2+\cdots+a_5=1000$이다).
Warrant(추론규칙) : 동수는 각 상영관의 사람의 수가 모두 200명이 넘을 것이라고 예상했는데, 모든 a_i가 200을 초과하면 합이 1000보다 커지게 된다.
Claim(결론) : 동수의 예상은 올바르지 않다.

[희수]
Data(자료) : 상영관 관람객 수의 평균이 200이다.
Warrant(추론규칙) : 확률적으로 200명 이상이라고 하는 사람이 200명 이하라고 하는 사람보다 많다.
Backing(지원, 후원) : 평균 이상일 확률과 평균 이하일 확률은 같다(이 과제에서는 어떤 상영관

의 인원이 200명 이상일 확률은 200명 이하일 확률과 같다).

Claim(결론) : 동수의 예상은 올바르다.

준석과 희수는 같은 자료에 대해 서로 다른 추론규칙을 사용하여 상반된 결론에 도달하였다. 준석과 희수의 추론규칙은 문제를 해석하는 방식에 의하여 다르게 사용되었다. 준석은 문제에서 묻고자 하는 동수의 예상결과가 임의의 사람에 대한 결과로 일반화될 수 있는 것인가를 의미한다고 생각하였다. 따라서 임의의 관람객이 모두 200명 이상이라고 답한다면 관람객의 총 수가 1000명 이상이 되므로 이는 문제의 조건에 위배되는 것이라고 보았다.

희수는 문제에서 묻고자 하는 동수의 예상결과가 확률적으로 많이 일어날 수 있는 것인가를 의미한다고 생각하였다. 희수는 평균이 200명이라 할 때, 200명 이상과 200명 이하가 될 확률이 같으므로 각각의 상영관에서 200명 이상의 사람이 나올 확률과 200명 이하의 사람이 나올 확률은 같고, 이 때 200명 이상인 상영관에서 나오는 관람객의 수가 더 많으므로 관람객의 수가 200명 이상이라고 생각하는 관람객이 더 많을 것이라고 예상하였다.

문제 1에서 각 주장에 대한 논증활동은 Toulmin의 논증 모형에서 추론규칙(warrant)에 대한 이의를 제기하거나 의심을 하면서 시작되었다.

준석: 그러니까 동수가 어떤 사람에게 물어보던지 200보다 클 것이라는 답을 예상하는 데 동수가 <u>모든 사람은 조사할 수 없고 모든 사람을 조사하더라도 다 200보다 크다는 것은 모순이니까</u> 결국 어떤 소수의 집합에 속하는 사람들만 조사하고 모두 다 자기가 예상하는 200보다 크다는 기대값은 자기가 예상한 것보다는 크다는 일반화를 시켰다는 거예요.

. . . .

창석: 200명 이상인 사람들의 수가 그... 200명보다 적은 사람들의 수보다 더 많다는 의미에서 말하는 거 같은데... (준석의 풀이를 가리키며) 이 풀이에서는 200명보다 적은 사람이 있기 때문에 일반화시키는 것은 옳지 않다고 생각합니다.

교사: 서로 이해할 때까지 말을 주고 받아야 되요. (준석에게) 자, 질문을 이해했어요?

준석: 네, 그런데 동수는 여기서 그러니까.... 언제나 자기가 질문을 했을 때, 자기가 얻는 대답은 자기가 생각했던 것보다 큰 것이라고 했었는데 <u>그 언제나라는 것은 모든 사람에게 해당되는 거니까 모든 사람에 대해서 적용시켜야 되는데...</u> 그게...

창석: 이 문제에서...

교사: 창석이는 문제에서 원하는 상황이 아닌 것 같다(창석이가 '네' 대답한다). 그러니까 정확하게 설명하긴 어렵지만 원래 문제에서 '모든 사람을 다 조사한 다음에 그 모든 사람이 다 200보다 넘는다'라고 말하는 걸 묻는 것이 아닌 것 같다...라는 것을 지적하고 있죠? 그런데 준석은 '모든 경우에 어떻게 200이 넘을 수 있느냐? (별표한 '모든'을 가리키며) 이 부분은 성립될 수 없는데 일반화를 심하게 시킨 것이다'라고 주장을 한 것이고. 우선 두 사람의 주장은 알겠죠?

각 상영관의 사람의 수가 모두 200명이 넘는다면 관람객의 총 수가 1000보다 커지기 때문에 동수의 예상이 올바르지 않다는 준석의 주장에 대하여 창석은 과제에서 제시하고 있는 동수의 예상을 준석이 잘못 해석하여 일반화하는 오류를 범하였음을 지적하였다. 준석의 추론규칙 중 '모든 a_i가 200을 초과하면 합이 1000보다 커지게 된다'에서 기댓값이 200보다 크다는 것은 200명 이상이라고 생각하는 사람들의 수가 200명 이하라고 생각하는 사람들의 수보다 많다는 것이지 모든 사람들이 200명 이상이라고 생각한다는 것을 의미하는 것이 아니라는 것이다. 따라서 위와 같이 일반화한 준석의 추

론규칙에 대하여 창석은 이의를 제기하였다. 통계에서 주어진 자료에 의해 판단해야 할 경우, 주어진 자료나 근거가 모든 자료에 대해 검사한 것이 아니라 표본을 통해 검사한 것으로서 그것을 일반화하여 판단할 때 과대일반화하지 않도록 주의해야 함을 말한다고 할 수 있다.

태영 : 처음에 주어진 상황에서는 동수가 처음 조건인 3가지 경험에 의해서, 어떤 상영관에서 나온 사람의 수가 200명을 초과했다고 생각하는 것은 자기가 이미 경험했던 것을 잘못 이용한 것인데... 준석이 언급을 안해가지구요, 한쪽이 부족한 것 같아요. 동수가 처음 겪은 세 가지 경험에 의해서 잘못된 결론을 내린 것은 사실인데... 그… 동수가 겪은 경험을 언급하는 대신에 마지막에 나오는, 상영관에서 나오는 사람의 수를 그 상황에서...

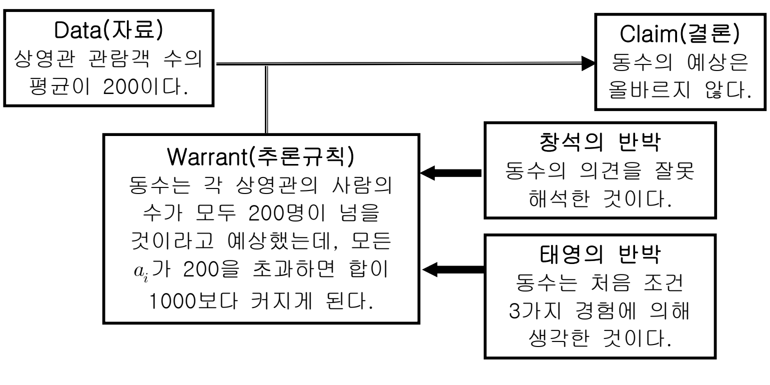
교사: 제가 요약정리만 다시 하면 우리 문제에서는 동수는 위의 3가지 경험을 토대로 했다 이거죠. 위의 세지 경험을 바탕에 두고, 아, 이번에도 200이 넘을 거야. 200 이상일 거야. 그러면 우리가 수학 문제에서 이렇다면, 이렇다면 하는 그 조건 부분을 잘 봐야 되는데, 그 조건의 하나가 이전의 세 가지 상황에 대한 경험이 포함이 되어있는데 지금 이 풀이에서 그 조건을 어디에서 썼느냐, 왜 안 썼느냐, 써야 한다고 생각하지 않느냐? 맞아?

. . . . .

준석: 그러니까 저... 제가 문제를 파악한 요지는요, 동수가 어떤 사람에 대해서 조사를 하든지 그 기댓값이 넘을 것이라고 예상을 한 것이고, 실제로 동수가 앞에서 세 가지 경험을 했을 때 그걸 다 기댓값을 넘었는데, (희수가 풀이를 가리키며) 희수가 풀이를 보니까 희수이가 확률적으로 더 많은 대답을 얻을 수 있다고 했잖아요. 사람 수가 많으니까 적은 수보다 확률적으로 더 많은 것을 얻을 수 있다. 그래서 세 가지에서 그런 확률에 의해서 더 많은 대답을 얻었지만 그거를 모든 사람에 대해 일반화시켰다는 게 틀렸다고 생각합니다.

태영 역시 준석의 추론규칙에 이의를 제기하였는데 동수가 주어진 3가지 조건을 가지고 판단한 점을 준석이 간과하고 있음을 지적하였다. 태영의 지적에 대하여 준석은 동수가 모든 사람에 대해 일반화시키는 것을 옳지 않다는 자신의 입장을 다시 한 번 강조하지만 동수가 내린 결론이 확률적으로 많이 일어날 수 있는 가능성을 지닌 것으로 해석한 희수의 추론규칙에 대하여는 반박하지 않았다. 이러한 논증 과정을 Toulmin의 논증 모형으로 나타내보면 다음[그림 2]와 같다.

문제 1에서의 논증활동은 희수의 추론규칙에



[그림 2] 준석의 주장에 대한 논증활동

대한 판단으로 방향을 바꾸면서 더욱 활발한 개념적 논의가 진행되었다. 수철은 희수의 추론규칙은 항상 성립하는 것이 아니며 다른 조건이 더 필요하다고 보았다.

수철: 200명 이상인 사람이 최소 500명 이상이어야지 동수의 말이 옳다고 할 수 있잖아요. 근데 그 확률을 계산해보면 그 반대의 경우보다 훨씬 작기 때문에 옳다고 하지 못할 것 같아요.

수철은 확률적으로 200명 이상인 상영관에 있는 사람의 수가 200명 이하인 상영관에 있는 사람의 수보다 항상 많은 것은 아니며 200명 이상인 상영관에 있는 사람의 수가 500명 이상이어야지 동수의 예상이 올바르다고 보았다. 즉, 상영관에 있는 관객의 수가 200명 이상이라고 말한 사람이 500명 이상인지 아닌지를 계산을 통해 확인해 보아야 한다는 의견을 제시하였다. 재철은 논의의 방향이 평균에 주목되어 있는 관점에서 벗어나 편차를 생각하는 관점도 고려할 필요가 있음을 제기하였다.

재철: (희수의 주장에 대하여) 200명 이상일 확률은 200명을 포함하는 확률이라고 그게 더 높다고 생각한다는 얘기니까⋯ 그러면 어차피 200명 이상이란 조건에서 200명을 포함한다는 뜻에서 200명이상이라고 할 수 없다는 얘기지. 그럼 왜 뭐가 높다는 얘긴데⋯ 1000명중 200. 평균이 200이니까 200명 보다 많을 확률이랑 200명보다 적을 확률이랑 같잖아.

희수: 근데 난 같다고 봤잖아.

재철: 그러니까 그럼 같다고 나오면 어차피 많은 사람이 나올 것이므로 라는.. 여기서 바로 전개가 안돼⋯

희수: 200명 이하인 사람들은 그쪽에서 나오는 사람들은 200명이 안될 건데 200명 이상인 곳에서는 무조건 200명 보다 많은 사람이 나올 거니까.

재철: 아⋯모든 상영관이 다 똑같지⋯⋯. 갑자기 그런 조건이 어디서 튀어 나온건지 모르겠지만 뭐..

교사: 자, 그러면 검토하는 사람 입장에서 훌륭하다, 흠 잡을 데가 없다 그렇게 해도 되는 건가, 그렇게 쓰여 있는 건가?

재철: 아. 그게 아니라⋯ 다섯 개의 상영관이 모두 사람이 같지 않다 라는 조건이 없었으니까 그런 걸 임의로 집어넣으면 안된다고 생각하는 데요.(희수 : 끄덕인다)

(중간생략)

재철: (희수의 의견에) 동의해야 할 것 같아요. 그 편차가 있을 가능성은 100%에 가까우니까.. 편차가 있기만 하면 조금만 많은 데서도 사람이 그만큼 더 많이 조사할 수 있으니까⋯ 어떻게 말해야하나. 어쨌거나 편차가 증가할수록 훨씬 더 많은 값이 나올 수 있다.

재철은 주어진 관람객 수의 평균이 200명이라는 정보에서는 편차가 반드시 존재하며 편차가 증가할수록 관람객의 수가 많은 상영관의 관람객이 선택될 가능성이 크다고 생각하여 희수의 주장에 동의하였다. 재철이가 자료의 편차를 언급한 이후 학생들의 논증활동은 편차에 주목하여 발전하였다. 이에 치웅은 수철의 의견에 상영관수를 고려한 편차의 개념을 첨가하였다.

치웅: 200명 이상인 상영관이 3개 이상이면 이게 맞는데요. 아까 수철이가 얘기한 것처럼 200명 이상인 상영관이 2개 이하면, 500명이상이어야 설문조사같이 사람들 대상으로 조사하면 200명이 많다 라는 것을 옳다고 말할 수 있는데요. 500명보다 적게 되면 이거는 400명일 때만 성립하는 논리라고 생각합니다.

200명 이상인 상영관이 3개 이상이거나 200명 이하인 상영관이 2개 이하이더라도 그 상영관의 사람 수의 합이 500명 이상인 것으로 보

았다. 이는 수철이의 의견을 수정하여 200명 이상인 상영관의 수가 3개 이상인 경우와 2개 이하인 경우를 분류한 것이다. 평균만을 고려하는 것이 아니라 상영관의 관람객 수에 편차가 존재한다는 것에서 출발하여 수철이의 의견을 수정하여 전체 관람객의 수만 아니라 상영관과 관람객의 수 사이의 관계를 생각한 자료의 분포도 고려하고 있다. 희수의 추론규칙의 정당성에 대한 수철의 지적과 이를 더욱 구체화 한 치웅의 주장에 의해 추론규칙이 점점 정교화되고 이러한 과정에서 논증활동에 참여한 학생들 사이에서는 암묵적으로 자료의 성질이 중심경향치에 의해서만 결정되는 것이 아니라 자료의 변이에 의해서도 결정될 수 있다는 관점의 전환이 이루어졌다고 할 수 있다. 학생들은 극단적인 값으로 인한 치우침이나 편차에 대한 관점이 생기기 시작하였다. 이러한 논증과정을 Toulmin의 논증 모형으로 나타내보면 다음 [그림 3]과 같다.

2. 문항 3과 4에 대한 논증활동

두 번째 과제에서는 두 가지 상황을 통해 새로운 관점을 소개하고 그 의미를 설명하도록 하였다. 각 경우에서 계산과정을 이해할 수 있는지 그리고 이 과정을 합리적이라고 판단하는지 등을 살펴보고 학생들이 혼란을 느끼고 어려움을 경험하면서 각각의 주장이 대립할 때 두 주장 사이의 차이를 어떻게 분명하게 밝히는지 살펴보고자 하였다. 문제 3과 4에 대해 Toulmin의 논증 모형을 기초로 서로 다른 주장을 하는 발표자의 논증을 분석하였다.

[제석]

Data(자료) : 학교의 평균

$$\frac{20+10+10+5+5}{5}=10$$

학부모의 평균

$$\frac{20\times20+10\times10+10\times10+5\times5+5\times5}{20+10+10+5+5}=13$$

Warrant(추론규칙) : 학급당 수강생 수를 구해야 하는 것으로 수강생을 다 똑같은 횟수로 세어야 하는데 학부모가 구한 것은 모든 학생을 같은 횟수(1)로 세지 않고 해당되는 반의 학생 수만큼으로 세었다.

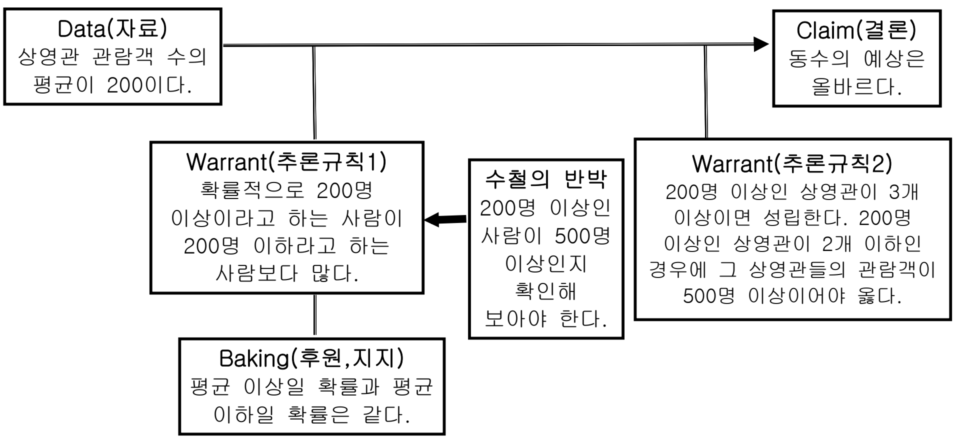
Claim(결론) : 학교 측이 구한 평균이 올바르다.

[준석]

Data(자료) : 학교의 평균

$$\frac{20+10+10+5+5}{5}=10$$

학부모의 평균



[그림 3] 희수의 주장에 대한 논증활동

$$\frac{20\times20+10\times10+10\times10+5\times5+5\times5}{20+10+10+5+5}=13$$

Warrant(추론규칙) : 더 많은 사람들이 맞는다고 느끼는 것이 더 정확한 것인데 학부모가 구한 평균에 더 많은 사람들이 맞는다고 느낀다.

Claim(결론) : 학부모가 구한 평균이 올바르다.

제석과 준석은 같은 자료에 대해 서로 다른 추론규칙을 사용하여 상반된 결론에 도달하였다. 자료로 주어진 각각의 평균은 서로 다른 시각을 반영하고 있다. 선생님의 입장에서 학급당 수강생의 수는 10명이고, 학생들의 입장에서 학급당 수강생의 수는 13명이다. 관점이 다르기 때문에 각각의 평균은 서로 다른 정보를 전달한다. 제석과 준석의 추론규칙은 주어진 맥락에서 서로 다른 평균이 지닌 정보를 어떻게 해석하는가에 따라 다른 결론을 이끌어낼 수 있음을 보여준다.

제석은 학급당 수강생 수를 구하는 것은 각 학급에 있는 학생의 수를 한 번씩만 세어야 하기 때문에 학교 측이 구한 평균이 옳은데 학부모는 각 학급에 있는 학생의 수를 그 학급의 학생 수만큼 다시 세어서 평균을 구하였기 때문에 옳지 않다고 보았다. 이에 대하여 준석은 많은 사람이 들어간 계산이 더 정확하다고 보았다. 즉, 더 많은 사람이 맞는다고 느끼는 평균, 많은 사람들이 동의하는 것이 더 의미 있다고 본 것이다.

민영: 사람들이 보통 평균하면은 산술평균을 생각하는데 만약에 총 수강생 수를 구하려는 사람이 있다면 그 평균을 사용하기 어렵지 않을까요?

준석: 다시 한 번만 말씀해 주실래요?

민영: 그러니까, 어, 그 보통(아이들이 웃는다) 사람들이 산술평균을 쓰는데 보통 그 만약에 저런 평균을 가지고 온다면, 총 만약에 반수를 더하고 평균을 더한다고 해도 총 수강생수 그러니깐 방과후 학교의 총 수강생 수를 구하는데 어렵지 않을까요?

준석: 제 생각에는요, 여기서는 총 학생수가 나와 있고 하니까요, 그걸 구할 수 있으려면 가장 보다 정확한 값을 구할 수 있는 게 옳다고 생각해요.

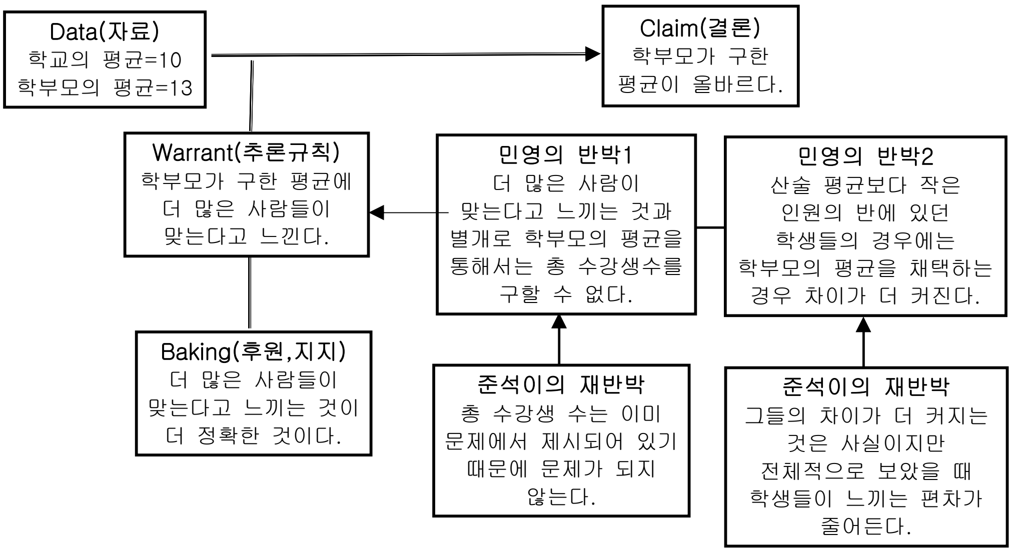
민영: 그런데 더 정확하다는 게 많은 사람들이 생각했을 때 정확한 거 아닌가요? 산술 더 작은 수에 있는 반 학생들은 더 그 저렇게 구한 평균으로 구하면 계산을 하면 평균보다 더 차이가 나게 되지 않나요?

준석: 그 다섯명 같은 경우에는 원래에서도 차이가 많이 났고, 그 다음에 이제 20명보다 사람이 많으니까요. 이제 열 명일 때 보다 이십 명일 때 좀 더 커지는데요. 이제 사람이 많으니까 보다 더 많은 사람들한테 들어맞을 것 같아서 이게 더 맞는다고 생각해요.

민영: 그런데, 그렇다고 적은 사람들을 무시하면 적은 사람들이 안 좋아할 것 같은데요.

준석: 원래 평균이라는 게 .... 하다가 이게 항상 들어맞는 건 아니고 어긋나는 경우가 있는데요. 그러면요 적은 사람들 보다는 보다 많은 사람들에게 들어맞아야지 좀 더 의미가 크니까요. 좀 더 많은 사람에게 들어맞게 수정을 해주는 게 더 정확하다고 생각해서 이렇게 계산을 했어요.

민영은 준석의 추론규칙에 대해 이의를 제기한다. 준석이 주장하는 것으로 생각할 경우 생길 수 있는 문제점으로 총인원수를 구할 수 없다는 것을 지적하였다. 그리고 적은 수의 반 학생들이 평균에서 많은 차이를 느끼기 때문에 불공평하다고 생각할 것이라며 적은 사람들을 무시하는 것은 좋지 않다는 의견을 제시하였다. 하지만 이에 대해 준석은 이미 총 인원수는 제시되어 있기 때문에 문제를 해결할 수 있다고 하면서 다시 한 번 기준을 제시한다. 결국 민영은 그 기준에 따라 주어진 상황이 합당한지를 지적한다. 준석의 지지(backing)에 동의를 함과 동시에 이 지지에 의한 추론규칙이 적



[그림 4] 준석의 주장에 대한 논증활동

당한지를 지적한 것이다. 이에 대한 언급으로 적은 인원의 교실에 있던 학생들은 준석이의 의견에 따르면 더 큰 차이를 갖게 되므로 준석이의 추론규칙이 성립하지 않는다는 반론을 제기하게 된다. 이에 대해 준석은 개개인의 경우에서는 더 큰 차이를 갖게 되는 학생이 생기지만 전체를 고려했을 때 학생들이 느끼는 편차가 줄어든다는 것을 주장하게 된다. 이러한 논증 과정을 Toulmin의 논증 모형으로 나타내보면 다음[그림 4]와 같다.

논증활동을 통해 서로의 주장에 대해 정당화하는 과정에서 학생들은 올바른 결론을 하나로 결정하는 것이 어려우며 결국 각자의 입장 차이에 따라 다른 평균이 사용될 수 있다는 것을 인정하게 된다. 석균은 제석의 추론규칙에 대하여 상황에 따라 다른 의견이 있을 수도 있음을 제시하였다.

석균 : 완전히 반대하는 게 아니고 그냥 상황에 따라 다른 것을 생각했다고 했는데 산술평균만 쓴다는 게 예를 들어서 학생들 입장에서 따지면 학생들의 입장에서 볼 때 아이들을 입학시키거나 그러면은 만나는 애들 수에 또 각각이 만나는 애들 수가 다르니깐....

석균: 학부모가 평균을 구할 때는 각각의 학생들에 대해 자신의 반에 몇 명이 있는지를 물어봐 가지고 세어진 횟수가 다르기 때문에 산술평균을 해야 한다고 했는데, 학생이 만약에 거기에 다니게 되면 다른 학생들과 만나게 되는데 그런 경우에 20명인 반에는 20명인 사람을 만나고 5명인 반에는 5명의 사람을 만나게 되므로 그 한 학생에 대해서 만나는 수가 20명이고, 한 학생의 수에 대해 만나는 학생이 5명이기 때문에 산술평균이라는 것이 20명, 10명 그렇게 될 확률이 그 반에 들어갈 확률이 .... 같다고 놓고 하는 확률이 산술평균인데. 학생이 만약에 직접 수학을 하게 되면 각각의 반에 들어감에 따라서 만나는 학생 수가 달라지기 때문에 학생 입장에서 보는 사람들의 수는 평균이 아니라 자기 한사람이 만나는 20명, 그니깐 평균이 아니라 20명에 대해서도 또 20명이 자신이 인식하는 양쪽으로 대화를 해야 한다고 해야 하나? 그런 식으로 해가지고 학생입장에서는 제곱한

평균을 구하는 게 더 낫지 않을까 생각이 됩니다.

석균은 제석이 말하는 것이 틀린 것은 아니지만 상황에 따라 따른 것으로 산술평균을 활용하는 이외의 상황이 있음을 지적한다. 석균은 학교의 평균이 구해지는 과정과 학부모의 평균이 구해지는 과정을 비교하면서 학생의 입장에서는 제석의 논증이 적당하지 않음을 말한다. 이에 대해 제석은 석균의 반론에 대하여 자신의 추론규칙에 대해 '학급당 수강생 수를 구해야 하는 것으로 수강생을 다 똑같은 횟수로 세야 한다'는 지지(backing)을 제시함으로써 자신의 주장이 정당함을 밝힌다. 이에 대해 석균은 구체적인 상황을 제시해 주는 것을 통하여 상황에 따라 필요한 정보가 다르고 이러한 입장의 차이에 따라 서로 다른 평균을 사용할 수 있다는 것을 설명하였다.

제석: 지금 학생의 입장에서 구한다고 하신 거 같은데 여기서 구한 거는 학급당 수강생 수를 원래 구해야 되니깐 지금 말 하신거 대로 구하면 학생이 반에 들어갔을 때 학생이 들어가 있는 반의 평균학생수를 구하게 되는데, 원래 그러면 학생의 수대로 들어가지게 되는데 학급에 들어간 학생의 수가 중요한 거지 학생이 만나는 수를 구하는 게 아니라 서로 다른 값이 나왔을 때는 원래 의도한 대로 구하는 게 ~

석균; 학급의 수강생수를 구한다고 했는데 학급의 수강생수를 구하는 것에도 기준에 따라서 예를 들어서 방과 후 학교 운영지원비를 받는다던지 그런 경우에는 당연히 평균학생으로 구해야 각각에 대해 들어가는 수가 같지만 어차피 방과 후 학교라는 게 학생을 위한 것이고 그러니깐 새로운 학생이 입학을 할 경우에 학부모한테 정보를 줄때는 학생이 얼마정도인지 그런 걸 줄때는 꼭 평균을 각각 내는 것이 아니라 해도 학생이 만나게 될 사람들과 또 그 사람들이 학생을 보는 이렇게 이중적인 면이 있기 때문에 제곱을 해서 구하는 게 더 낫다고 생각합니다.

준석과 민영의 대립된 의견에 대하여 수철 역시 두 의견 모두 옳다고 보았다. 수철은 준석이 제시한 추론규칙과 민영이 제시한 반박의 경우는 상황에 따라서 모두 맞게 해석될 수 있다고 보았다. 학부모가 구한 평균은 각 반의 사람 수의 차이(편차), 즉 분포를 고려한 평균이고, 학교에서 구한 평균은 각 반 사람들 수의 분포보다는 존재 자체만을 고려한 산술평균이라고 보았다. 이러한 과정에서 논증활동에 참여한 학생들 사이에서는 산술평균으로는 설명하기 어려운 상황에 대하여 분포라는 개념을 포함한 새로운 평균을 생각하는 관점의 전환이 이루어졌다.

수철: 저는 두 개 다 옳은 것 같은데요. 전 이거를 사람에 대해서 그래프로 생각을 해 봤는데(그래프를 그린다.) 그러니까 첫 번째가 20명 있는 반인데 해서 20명이 있다고 하면은 앞반의 사람에 대해서 다 이어준거고 다른 반에 대해서도 다 그렇게 해가지고 이게 각각의 사람에 대해서 다시 나눠준 값이니까 이게 바로 이 값이 되니까 이거는... 이 값은 사람에 대해서 그 각각에 대해서 편차, 아.. 그러니까 분포를 고려한 평균이 되는데, 또 반대로 생각해서 이 사람에 대해서 이거는 했는데 이 사람에 대해서도 이 사람에 대해 존재하는 것을 세니까 이거를 빼주면 산술평균이 되니까 두 개 다 옳은 거라고... 옳은 거 맞다고 생각이 되는데요.

그러니까 여기 사람 20명이 있고, 여기 b 반이고, 여기 10명 있고, 여기 10명 있고, 또 여기도 10명 있을 때, 여기서 각각 평균에 대해서 이쪽은 큰거니까 이렇게 각각에 대해서 이렇게 이어준거고 자기 자신도 포함해서... 근데 이 경우랑 이 경우

랑 합치니까 이 경우를 빼주는 게 산술 평균.

결국 논증 활동을 통해 맥락에 적절하고 비판적으로 참여하게 되었으며 논증 활동 중에 사용된 언어의 양상들을 해석하고 예측을 하는 데 필요한 것에 대해 올바른 평가를 한다. 과제에서 아직 수학적 표현을 요구하지 않았지만 수학적 표현을 사용하여 자신의 주장을 나타내기도 하였다.

본 연구에서는 시간의 제약으로 인해 논증을 더 이상 진행하지 못하였지만 학생들이 작성한 답안을 통하여 평균에 대한 학생들의 관점의 변화를 볼 수 있었다. 과제가 진행되는 동안 학생들은 점차 문제 상황을 판단하기 위하여 평균으로 판단하기 어려운 점이 있음을 인지하기 시작하였고 다른 개념의 필요성도 인식하게 되었다. 다음은 문항 2에 대해 다른 학생이 제시한 답안이다.

나는 유제민 학생의 의견과 변(?)준석 학생의 글 모두가 맞는 것 같다.
하지만 학교에서 발표를 했을 때의 그 평균은 그 수업을 듣는 학생들 만이 아닌 다른 학생들 또는 학부모들이 볼수있는 것이므로 '다른 사람'의 관점에서 생각했을 때는 학교에서 발표한 평균이 더 옳은 것 같고,
학부모가 계산한 평균은 각 학급을 이루고 있는 학생의 총 수는 같으나 각 학생의 수가 달라졌을 경우(예) 반을 옮긴경우)나 각 학급을 이루고 있는 학생들의 편차가 큰 경우에 더 옳은것 같다.
따라서 어떤 평균이 옳은지는 그 상황과, 그 값을 누가 보는지에 따라 달라진다.

학생들은 학부모가 계산한 평균값이 학교에서 계산한 평균값에 비해 각 학급 학생 수의 분포를 더 반영하고 있는 평균값이라고 생각하고 있었다. 이 두 평균값의 차이를 설명하기 위하여 다음과 같이 수학적인 설명을 덧붙이기도 하였다.

각 반의 학생수를 $x_1, x_2, \cdots, x_n$, 반의 수는 n개 라고 하자.
두 값이 같아지는 때: $\frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n} = \frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2}{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}$ 이 되는 때를 찾자.

$$\Leftrightarrow (x_1+x_2+\cdots+x_n)^2 = n(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)$$

$$\Leftrightarrow 0 = n(x_1^2+\cdots+x_n^2)-(x_1+\cdots+x_n)^2$$

$$= (n-1)x_1^2+\cdots+(n-1)x_n^2-2x_1x_2-2x_1x_3-\cdots-2x_{n-1}x_n$$

$$= (x_1^2-2x_1x_2+x_2^2)+(x_1^2-2x_1x_3+x_3^2)+\cdots+(x_{n-1}^2-2x_{n-1}x_n+x_n^2)$$

$$= (x_1-x_2)^2+(x_1-x_3)^2+\cdots+(x_{n-1}-x_n)^2$$

즉 $x_1=x_2=x_3=\cdots=x_n$ 이어야 우변이 0이 되어 식이 성립한다.
또한 이를 만족하지 않을 때는 우변이 무조건 커지므로(완전제곱식) 학부모가 계산한 값이 학교가 계산한 값보다 크거나 같음을 알수있다.

두 값의 차가 커지는 때: 학부모가 계산한 값이 학교가 계산한 값 이상임을 알았으므로 차이는

$$\frac{x_1^2+\cdots+x_n^2}{x_1+x_2+\cdots+x_n} - \frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$$

$$= \frac{n(x_1^2+\cdots+x_n^2)-(x_1+\cdots+x_n)^2}{n(x_1+\cdots+x_n)}$$

$$= \frac{(x_1-x_2)^2+(x_1-x_3)^2+\cdots+(x_{n-1}-x_n)^2}{n(x_1+\cdots+x_n)}$$ 이 된다.

분모는 무시한 상태에서 분자만 보면 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 값이 서로 다르고 그 차이가 매우 클 때 값 또한 커짐을 알 수 있다.

코시 슈바르츠 부등식에 의해 $(a_1^2+\cdots+a_n^2)\times(1+\cdots+1) \ge (a_1+\cdots+a_n)^2$ 이고

$$\rightarrow \frac{a_1^2+\cdots+a_n^2}{a_1+\cdots+a_n} \ge \frac{a_1+\cdots+a_n}{n}$$ 이 된다.

학부모평균 학교평균

학생들은 학부모가 구한 평균을 변량에 따른 도수가 사용되었기 때문에 '도수평균'이라 부르기도 하였고, 편차와 분포를 고려했기 때문에 '편차분포평균'이라 부르기도 하였다. 지금까지 익숙하게 사용하던 평균 이외에 학부모가 구한 방식의 평균을 계산해 보는 것이 어떠한 효과가 있는지에 대하여 학생들은 편차를 고려하는 평균이라는 의미를 부여할 수 있다고 답하였다. 또한 이러한 평균계산이 분산(표준편차)과 관련이 있음을 인식하는 학생들도 있었다.

효과가 있다. 학부모 방식의 평균은 학급에 대한 평균이 아닌 학생에 대한 평균을 생각하기 때문이다 또한 수학적으로 위의 평균은 반 별로 편차라든지 학생수의 분포를 고려하여 각 반 학생수의 차이가 나는 것을 줄이기 때문에 의미가 있다.

변량이 편중된 정도 를

대략 구해볼 수 있다.

(즉 표준편차와 같은것.

이번 과제를 통하여 학생들은 단순 합에 의해 계산되는 평균만으로 판단하기 어려운 상황에서 과제를 해결하는 과정에서 자료의 변이성을 인식할 수 있는 다른 개념의 필요성을 느끼고 그 의미를 생각할 수 있게 되었다.

V. 논의 및 결론

본 연구에서는 학생들이 논증 활동을 강조한 통계 수업에서 관점의 변화와 개념 발달 및 비판적 사고 능력 향상 가능성을 확인하고자 하였다. 논증 활동을 유도하기 위해 학생들이 이미 알고 있는 평균 개념으로는 설명하거나 판단하기 어려운 문제를 제공하였다. 이 연구에서 제공한 문제를 해결하기 위해서는 학생들 각자가 이전에 가지고 있던 평균 개념을 대상으로 메타적인 분석을 시도해야 하며, 새로운 관점의 필요성을 느끼고 논증을 통해 그 관점의 정당성을 확보해야 한다. 연구 결과, 학생들은 그 구조와 본질이 상대적으로 매우 간단한 평균 개념을 대상화하였으며, 논증을 통해 깊이 있는 메타 분석이 지속되는 모습을 확인할 수 있었다. 이 연구의 결과로부터 다음과 같은 교육적 시사점을 확인하였다.

첫째, 통계적 논증 활동은 인지적 갈등을 유발하는 과제에 의해 활성화된다는 것을 확인하였다. 이 연구에서 사용한 과제는 그 자체로 학생들에게 모호한 상황을 제공하였으며, 이미 알고 있던 지식은 확실성에 대한 판단을 방해하는 것으로 작용하여 인지적 갈등의 주요 요인이 되었다. 무엇보다 중요한 것은 과제 해결 과정에서 학생들이 논증, 특히 통계적 맥락에 대한 확장된 이해를 추구하여 논증하는 과정의 의미와 필요성을 인식하게 되었다는 점이다. 수학적인 능력이 우수한 것으로 알려진 영재교육원 학생들조차 통계적 논증의 의미와 역할을 파악하지 못하는 것으로 보였으나, 과제를 해결함으로써 그 본질적인 기능을 파악하였다는 점이 주목할 만하다. 그러나 학생들이 명확하지 않은 사실이나 추측을 이용하여 논증 활동하는 상황에 대해 불편함을 느끼거나 그 유용성을 인정하지 못하는 경우가 있으므로, 교사의 적절한 안내와 장려가 필수적이라는 점도 확인하였다. 통계적 논증 활동이 다른 영역의 논증 활동에 비해 문제 맥락 자체의 특성에 대한 논의에 의존하기 때문에, 교사의 지속적인 지원과 격려는 매우 중요한 역할을 하는 것으로 생각된다.

둘째, 통계적 논증 활동은 상대방의 추론에 내재된 주요 규칙의 타당성에 대하여 의심하거나 이의를 제기하는 것을 주요 동인으로 한다는 점을 확인하였다. 예를 들어, 문항 1에서의 창석이와 재철이의 논증활동과 문항 3과 4에서 민영과 석균이의 논증활동은 암묵적으로 가정된 추론 규칙을 찾고 그 정당성을 파악하려는 노력의 구체적인 모습을 보여준다. 추론규칙의 타당성을 지적하는 방식은 다양하게 발현되었다. 단순히 추론규칙의 부적절성을 지적하는 경우, 추론규칙과 결론 사이의 관계에 주목한 경우, 추론규칙의 기능과 적용 범위를 상황에 따라 지정하는 경우 등이 나타났다. 각각의 유형에 대한 자세한 특징에 대해서는 후속 연구를 통해 밝힐 필요가 있다.

셋째, 통계적 논증활동은 관점 전환 및 개념 확장을 촉진하는 도구가 될 수 있음을 확인하였다. 논증활동을 거친 후 학생들은 자신의 관점에 대한 약점을 파악하고 새로운 관점을 받아들이는 것으로 나타났다. 예를 들어, 문항 1을 해결하는 과정에서 많은 논증활동이 이루어진 후 재철은 편차를 고려한다는 것이 왜 필요하고, 어떻게 평균 개념에 반영되어야 하는지 인식하여, 자신의 초기 관점을 수정하였다. 관점

전환은 단지 자신의 초기 관점을 버리는 것으로 끝나지 않았으며, 필요에 따라 새로운 개념을 창출하는 단계로 이어졌다. 예를 들어, 학생들은 '편차표본평균'이라고 부르는 등 새로운 개념을 창출하여, 기존 평균 개념을 확장하였다.

넷째, 통계적 논증활동을 통해 의사소통의 기회가 풍부해지고, 비판적인 사고 능력을 향상시킬 수 있음을 확인하였다. 비록 자발적인 참여가 아니라 교사에 의해 유도된 참여에 의해 논증활동이 활성화되었지만, 일단 참여가 시작된 후에는 모든 학생들이 언어적, 비언어적 상호작용의 중요성을 인식하고, 적극적으로 의사소통하였다. 더욱이 다른 학생의 주장을 일방적으로 받아들이기보다 그 배경을 이해하고 재해석하려고 노력하였으며 논거의 적절성 여부를 비판적으로 논의하는 데 주저함이 없었다. 이는 논증활동에 의한 통계적 추론 또는 사고 교육의 가능성을 보여준다는 점에서 시사하는 바가 크다. 단순한 계산, 특히 정당화를 생략한 채 알고리즘의 암기에 의존한다는 비판을 받아온 통계교육을 개선하는 데 다소간 긍정적인 방향을 찾은 것이라고 할 수 있다(지은정, 이경화, 2005).

다섯째, 통계적 논증활동을 강조하는 수업의 성패는 교사가 학생들로 하여금 얼마나 논증의 필요성과 중요성을 인식시키는지 그리고 적절히 논증을 중재하여 지속적인 논증의 활성화에 기여하는가에 달려있다는 것을 확인하였다. 이 연구에서는 수학적 능력이 우수한 학생들이기에 교사가 논증 활성화에 큰 어려움을 겪지 않았다. 초기에 과제 자체가 제공하는 모호성을 인식하도록 하는 것에 주목하는 것으로 학생들의 참여를 이끌어낼 수 있었다. 그러나 일반 수학 수업에서는 학생들의 수준이 매우 다양하다는 점이 논증활동을 활성화하고 지속하는 데 어려움을 야기할 수 있다. 후속 연구를 통해 수학 수업에서의 규범이나 문화 형성과 통계적 논증활동 사이의 관계를 명확히 할 필요가 있다.

마지막으로 이 연구의 제한점을 다음과 같이 제시할 수 있다. 이 연구에 참여한 학생들은 소속 영재센터에서 검증을 통과한 학생들로 이미 1년간의 영재교육을 받으면서 새로운 형식의 수업에 많이 노출이 되었고 따라서 그만큼 수학적 사고가 유연하고 새로운 내용에 거부감이 없는 학생들이다. 그러므로 인지적 갈등을 유발하는 과제가 활발한 통계적 논증활동으로 이어졌다고 볼 수 있다. 그러나 일반학생들도 이러한 모습을 보여줄 것이라고 가정할 수는 없으므로, 제한된 해석이 필요하다. 앞서 살펴본 바와 같이, 일반학생들을 대상으로 해서도 통계적 소양 교육이 강조되고 통계적 논증활동은 통계적 소양 교육에서 매우 중요한 비중을 차지하는 만큼, 다양한 학교급의 학생들을 대상으로, 다양한 교수-학습 환경에서 유사한 연구가 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

박상복(2001), **토론을 통한 개념변화 수업에서 인지갈등의 효과**, 한국교원대학교 석사학위논문

우정호(2007), **학교수학의 기초**, 서울대학교 출판부

이미애(2001), 초등학교 2학년의 수학적 활동과 의사소통 활성화를 위한 교수-학습 자료 개발 연구. **청주대학교초등교육연구**, 11(1), 151-221

이정수, 강경희, 이선경(2005), 과학 소집단 토론에서 학생들의 상호작용적 논증과정과 이유 유발조건, **과학교육연구**, 26-1, pp.91-112

장영일(2003), **수학적 의사소통 활성화를 위한 활동자료 및 지도안 개발 연구**. 한국교원대학교 석사학위논문.

지은정, 이경화(2005), 표본 개념의 교육적 의의와 인식 특성 연구, **수학교육학연구**, vol 15-2, pp.177-196

최혜령, 백석윤(2005), 프로젝트형 문제 해결 과정에서 보이는 수학적 의사소통 활동과 수학적 태도 분석. **한국초등수학교육학회지, 10**(1), 77-89

Abelson, R. P. (1995). *Statistics as Principled Argument. Hillsdale*, NJ: Lawrence Erlbaum

Batanero (2002), Discussion: The role of models in Understanding and Improving Statistical Literacy, *International Statistical Review*, Vol. 70, No. 1

Biehler, R (1997), software for learning and for doing statistics. *International Statistical Review*, 65-2, pp.167-189

Bright & Friel (1998), *Graphical representations: Helping students interpret data*, Reflections on Statistics, pp.63-88

Hiebert, J et al (1997), Making Sense: teaching and learning mathematics with understanding, **어떻게 이해하지**, 김수환 외 3인 역(2007), 경문사

Gal, I (1998), Assessing Statistical Knowledge as it related to student's interpretation of data, *Reflections on Statistics*, pp.275-295

_____(2002), Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities, *International Statistical Review*, vol. 70, no. 1, pp.1-51

Garfield, J. B & Ben-zvi (2008), *Developing Students' statistical reasoning*, Springer

Garfield, J. B & Gal, I (1997), Curricular goals and assessment challenges in statistics education. In I. Gal & J. B. Garfield (eds.) *The assessment challenge in statistics education*. pp.1-13, Amsterdam, Netherlands: IOS Press

NCTM (2000), Principles and Standards for School Mathematics, **학교수학을 위한 원리와 규준**, 류희찬 외 5인 역(2007), 경문사.

Rumsey, D J (2002), Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses, *Journal of Statistics Education*, vol. 10, no.3

Steffe, L.P. (1990), Inconsistencies and cognitive conflict: A constructivist's view', *Focus on Learning Problems in Mathematics* 12(3&4), pp.99-109

Strike, K.A. & Posner, G.J. (1992), A revisionist theory of conceptual chang, In Duschl et al, *Philosophy of Science, Cognitive Psychology and Educational Theory and Practice*, State University of New York Press, Albany, NY, pp.147-176

Tirosh et al. (1990), Introduction to special issue, *Focus on Learning Problems in Mathematics* 12(3&4), pp.29-30

Toulmin, S. E (1958), *The uses of argument. Cambridge*, UK: Cambridge University Press

Watson, J. (2002), Discussion: Statistical Literacy before Adulthood, *International Statistical Review*, 70-1, pp.26-30

__________(2003), Statistical Literacy: a complex hierarchical construct, *Statistics Education Research Journal*, vol.2, no.2, pp.3-46

__________(2006), *Statistical Literacy at School*; Growth and Goals,

Wallman, K. K (1993), Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society, *Jounal of American Statistical Association*, vol. 88, no.421, pp.1-8

Weldon, K. L (2002), Discussion, *International Statistical Review*, 70-1, pp.43-44

A Case Study on Effect of Statistics Class focusing on Statistical Argumentation

Kang, Hyun-Young (Mokwon University)
Song, Eun-Young (Graduate School, Seoul National University)
Cho, Jin-Woo (Graduate School, Seoul National University)
Lee, Kyeong-Hwa (Seoul National University)

There has been an agreement on the necessity for each citizen is to be educated, so called, to develop quantitative literacy or statistical literacy, dealing with real world data. For this reason, it is highly demanded to improve traditional statistics education. In particular, critical thought and statistical communication competency cultivation is becoming more crucial in statistics classes. In line with this reform movement in statistics education, we developed tasks facilitating statistical debate among students through inducing cognitive conflict. The tasks employed for this study resulted in playing crucial role to activate statistical debate. Including aforementioned feature about the tasks for this study, we obtained several positive results such as promoting critical thought and conceptual extension by designed teaching experiment focusing on statistical debate.

* Key Words : statistical argumentation(통계적 논증활동), role of task(과제의 역할), critical evaluation(비판적 평가), communication(의사소통)

논문접수 : 2011. 10. 11
논문수정 : 2011. 11. 4
심사완료 : 2011. 11. 18

<부록> 제시한 과제[7)]

방과후학교의 수학수업이 5개 개설되었다. 이 학교는 학급당 평균인원이 8명으로 소수정예로 운영한다고 자랑하였다. 그런데 이 수업을 듣는 동수는 학교에서 과장광고를 했다고 생각하였다. 자신뿐만 아니라 대부분의 친구들에게 물어보더라도 그들이 듣는 수업의 학생 수는 10명을 넘는다고 하였다. 동수는 심야영화를 즐겨본다. 토요일 밤 마지막으로 상영하는 영화를 보기 위해 극장에 가려고 한다. 극장 홈페이지에 들어가서 토요일 마지막 상영작의 평균 관람객수를 살펴보았다. 평균 관람객수는 100명이었다. 그런데 자신이 보러간 날의 관람객수는 150명으로 거의 만원이었다. 다음날 그는 그 극장을 자주 가는 친구 몇 명에게 물어보았더니 그 친구들도 갈 때마다 빈자리가 없을 정도라고 하였다. 동수의 친구들은 매주 화요일 수영이 끝나면 셔틀버스를 타고 집에 간다. 60명의 사람들이 3대의 셔틀버스에 나누어 타고 다닌다. 그래서 동수는 친구에게 버스에 사람이 20명 정도 타냐고 물어봤더니 대다수의 친구들이 20명보다 많다고 대답하였다.

1. 위 세 가지 상황을 겪은 후, 동수는 평균값이 항상 자기가 기대했던 값보다 작다고 결론을 내렸다. 그래서 그 뒤로는 평균값보다 크게 예상하는 습관이 생겼다.
   동수 집 앞에 극장에는 상영관이 5개 있는데 1회 상영이 끝나고 1000명의 사람들이 밖으로 나왔다. 동수는 나오는 관람객에게 다가가서 상영관에 사람이 몇 명씩 있었냐고 물어보려고 한다. 동수는 이번에도 200명 이상이라는 대답을 예상하고 있다. 동수의 이러한 예상이 올바른가? 수학적으로 올바르다고 생각하는가?

2. 소녀시대가 겨울방학 동안 팬 사인회를 열기로 했다. 1월 초부터 2월말까지 매주 토요일 1시간 동안 팬 사인회를 가졌다. 8주 동안 총 80,000명의 팬들이 왔었다. 그래서 기획사는 매주 10,000명의 팬들이 왔었다고 방송에 발표했다. 그러자 팬들은 10,000명 보다 훨씬 많이 와서 너무 복잡했는데 기획사에서 이를 숨기기 위해 왜곡하고 있다며 항의하기 시작했다. 이 때 동수는 기획사에 가서 자신을 비롯한 대다수의 친구들의 증언을 토대로 12,000명이 왔었다고 발표하면 항의가 줄어들 것이라고 조언해주었다. 동수는 그 동안의 경험을 이야기하며 설득했지만 기획사는 수긍하지 않으려 했다. 여러분이 동수라면 기획사를 어떻게 설득하겠는가? 또는 여러분이 기획사라면 동수를 비롯한 팬들을 어떻게 설득하겠는가?

7) 소개된 과제에 이어서 자신의 주장에 대한 근거를 증명하여 입증하고 다른 사례를 제시하는 등의 6개의 문항이 있다. 이미 앞에서 언급한 대로 이후의 문항에 대해서는 답안으로 작성하게 하여 논증활동을 한 부분만을 제시하였다.

A학교에서 방과후학교 수학수업 5개를 5명의 선생님이 가르치고 있다. 5개 반의 수강생은 총 50명인데 각 반의 수강생은 20명, 10명, 10명, 5명, 5명으로 총 50명이다. A 학교는 학부모들에게 방과후학교 수학수업의 학급당 수강생 수를 알려주기 위해 평균을 다음과 같이 계산해서 $\frac{20+10+10+5+5}{5}=10$ 명이라고 발표하였다.

한 학부모는 이 수업을 듣고 있는 학생들에게 자신의 반 학생들이 몇 명인지를 물어보았다. 20명은 한 반의 정원이 20명이라고 대답했고, 10명이라고 대답한 학생은 20명, 5명이라고 대답한 학생은 10명이었다. 이 학부모는 학생들의 대답을 평균하여 다음과 같이 계산하였다.

$\frac{20\times20+10\times10+10\times10+5\times5+5\times5}{20+10+10+5+5}=13$. 이 학부모는 A학교의 방과후학교 수학수업의 학급당 수강생 수를 13명이라고 생각하였다.

3. 학교에서 발표한 평균과 학부모가 계산한 평균이 다르게 나왔다. 이 가운데 어떤 값이 올바르다고 생각하는가?

4. 학교에서 발표한 평균과 학부모가 계산한 평균의 차이를 설명해보아라.