

技術論文

열-음향학적 불안정 현상의 능동제어를 위한
동역학적 모델링에 관한 현황 분석

나선화* · 고상호**†

A Survey on Dynamical Modeling for Active Control
of Thermo-Acoustic Instabilities

Seonhwa Na* · Sangho Ko**†

ABSTRACT

This paper surveys the recent research activities regarding dynamical modeling of thermo-acoustic instabilities which are fundamental to actively control such phenomena in gas-turbine engines, rockets, and etc. For this, we introduce reduced-order modeling approaches, mainly conducted after 1990s. Particularly, we survey grey-box approaches, which determine the structure of the model based on physical rules and use system's input-output data for estimating parameters of the model. We also introduce black-box approaches using model structures without physics-based interpretation. Finally, we briefly discuss future directions and feasibilities of the research in this field.

초 록

본 논문에서는 가스터빈 엔진, 로켓 등과 같은 연소시스템에서 발생하는 열음향학적 불안정을 능동적으로 제어하는데 필수적인 동역학적 모델링에 대한 연구 동향을 소개한다. 이를 위하여 1990년대 이후에 진행되었던 관련 연구를 저차의 시스템 모델링 기법을 중심으로 조사하였다. 특히 물리적 원리로부터 모델의 구조를 결정하고 시스템의 입출력 데이터를 기반으로 모델 파라미터를 추정하는 그레이박스 접근방법과 물리적 원리의 적용 없이 시스템 특성을 추정하는 블랙박스 기법을 소개한다. 마지막으로 동 분야에 대한 향후 연구 가능성에 대하여 토의한다.

Key Words: Thermoacoustic Instability(열음향학적 불안정성), System Identification(시스템 식별), Limit Cycle(제한사이클), Heat Release(열방출)

1. 서 론

접수일 2011. 9. 15, 수정완료일 2011. 10. 22, 게재확정일 2011. 10. 27

* 학생회원, 한국항공대학교 대학원 항공우주 및 기계공학과

** 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학과

† 교신저자, E-mail: sanghoko@kau.ac.kr

열음향학적 불안정성은 가스터빈 엔진, 액체 및 고체 로켓, 램제트 엔진, 맥동 연소기 등과

같은 연소 시스템에서 압력과 열방출률의 비정상요소가 연동되어 위상(phase)이 동조함으로써 발생하는 이상 진동 현상이다. 이로 인해 연소 시스템에 구조적인 손상, 추력 감소 및 엔진 정지 등과 같은 문제점이 발생하기도 한다. 이 현상은 1930년대에 로켓개발 과정에서도 발견되었으며, 고체로켓보다 액체로켓에서 그 문제점이 크게 발생하였고, 이를 제어하기 위한 연구는 1940년대 초부터 시작되었다[1, 2].

산업용 가스터빈에서는 1970년대 에너지 절약의 중요성이 강조됨에 따라[3] 연소 형태가 확산 화염(diffusion combustion)에서 예혼합화염(pre-mixed combustion)으로 변화되었고, 이로 인해 이론 공연비 근처에서 NOx 등 배기 오염물 배출이라는 부작용이 야기되었다. 1980년대에는 환경 문제가 대두됨으로써, NOx를 줄이기 위한 저당량비(low equivalence ratio)를 사용하는 희박연소(lean combustion) 개념이 도입되었다. 하지만 희박가연한계(lean blow-out limit) 근처에서의 연소는 화염이 불안정해지면서 엔진 시스템에 이상 진동 현상이 발생하였다[3].

이러한 열음향학적 불안정 현상은 연소 과정에서 음향 압력(acoustic pressure)과 열방출률(heat-release rate) 사이의 양의 피드백 연동(positive feedback coupling)인 상호작용에 의해 발생된다는 사실이 Rayleigh에 의해 이론적으로 처음 규명되었으며, 다음의 Rayleigh 조건[4]

$$\int_0^T \int_0^V p' q' dv dt > \int_0^T \int_0^V \Phi dv dt \quad (1)$$

에 의해 설명될 수 있다. 즉, 연소 과정에서 압력 섭동(p')과 열방출률 섭동(q')이 동조하여 증가되는 에너지(Eq. 1의 좌측항)이 연소시스템 내부에 존재하는 감쇠성분에 의한 소산 에너지(Eq. 1의 우측항)보다 크게 되면 불안정성이 증가하게 되며, 이와 반대가 되면 불안정성이 감쇠된다.

연소 시스템에서 불안정 현상을 줄이기 위해 다양한 방법이 시도되어 왔다. 주로 연소기의 형태나 크기를 변경함으로써 연소기 내부의 음향학적 모드특성을 변화시키는 방법이 사용되었고,

연소기 내에 배플(baffle), 음향공(acoustic cavity) [5, 6]과 같은 물리적인 장애물을 도입함으로써 특정 진동 모드의 발생을 방지하는 수동적인 방법이 주로 적용되어 왔다. 하지만 최근에는 연소기의 구조적인 변화 없이 연소기 내부의 압력이나 열방출률 등을 측정하는 센서와 스피커나 연료분사변조기를 작동기로 이용하여 불안정 현상을 줄이거나 제거하는 능동적 방법에 대한 연구들이 진행되고 있다.

이와 관련한 연구로 가스터빈에서 발생하는 연소불안정에 대한 연구는 1990년대 이후 실험적·수치적 접근방법이 활발히 진행되었으며, 이를 제어하기 위한 방법들이 제안되었다[3, 7, 8]. 또한 로켓분야에서 선두적인 해외의 여러 국가에서는[9-11] 유인 달 탐사 계획 등을 통해 연소 불안정성에 대한 연구에 큰 동기를 부여하였다[3]. 이후 1980년대 열음향학적 불안정현상에 대한 연구가 진전되면서 신뢰할만한 안정화 기술이 확보되었다[2]. 국내[12-16]에서는 1990년대 후반부터 로켓엔진 개발과정에서 이러한 불안정성을 경험하였고, 이를 이론적으로 정립하려는 노력이 시도되고 있으나 해외에서 진행되는 연구에 비해 상대적으로 미진하다고 판단된다.

제어 이론을 적용하여 열음향학적 불안정성을 능동적으로 제어하기 위해서는 이 현상에 대한 동역학적 모델링이 필수적이지만, 열-유체역학과 연소공학으로부터 유도되는 방정식은 비선형 편미분 방정식들로서, 이와 같은 방정식을 이용하여 능동적으로 실시간 제어를 한다는 것은 거의 불가능하다. 따라서 능동적으로 제어를 수행하기 위해서는 실제 현상과 어느 정도 오차가 있으나 단순화된 연소 불안정성 현상에 대한 저차 상미분 방정식(reduced-order ordinary differential equation) 형태의 모델이 요구된다.

본 연구에서는 이와 같은 목적을 위해 1990년대 이후에 진행되고 있는 열음향학적 불안정성의 능동 제어를 위한 동역학적 모델링, 특히 시스템의 측정 데이터에 기반을 두는 시스템 식별에 대한 현황을 조사하고, 앞으로 이 현상의 능동적 제어를 위해 수행되어야 할 방향에 대해 기술한다.

다른 현황조사 연구에서와 같이 본 연구 목적과 관련된 기존 연구들을 모두 조사하여 본 논문에서 모두 언급한다는 것은 매우 어렵다. 따라서 본 조사연구에서는 열음향학적 불안정의 능동제어에 초점을 맞추고 관련된 실현 가능한 저차의 동역학적 모델을 중심으로 기술한다.

본 논문의 전반적 구조는 다음과 같다. 다음 2장에서는 동적 시스템에 대한 동역학적 모델링 기법에 대한 소개를 하고, 소개될 모델들의 이론적 배경을 설명하였으며, 1990년대 이후 열음향학적 불안정성에 대한 대표적인 저차의 동역학적 모델을 크게 그레이박스 모델링과 블랙박스 모델링을 한 경우로 나누어 소개하였다. 마지막으로 3장에서는 기존 연구의 한계와 앞으로의 연구 가능성에 대하여 기술한다.

2. 본 론

2.1 동역학적 모델링 기법

물리적 시스템의 동역학적 모델링 기법은 크게 세 가지로 나눌 수 있다. 즉, 물리적, 화학적 법칙 등의 1차적 원리를 이용하여 시스템을 모델링하는 화이트박스(white-box) 모델링 기법과 대상 시스템의 주요한 변수에 대한 측정 데이터를 기초로 하여 모델 구조를 결정하고 매개변수들의 값을 추정하는 블랙박스(black-box) 모델링 기법이 있으며 이는 물리적 모델을 얻기 어렵거나 복잡한 특성을 갖는 시스템에 유용하게 적용될 수 있다. 마지막으로 화이트박스 모델링과 블랙박스 모델링을 혼합한 기법으로서, 화이트박스 모델링을 통하여 시스템 모델 구조를 결정하고, 측정 데이터를 활용하여 미리 결정된 시스템 모델의 파라미터 값을 추정하는 그레이박스(grey-box) 모델링 기법이 있다[17].

앞에서 언급된 바와 같이 능동제어를 위한 열음향학적 불안정 현상의 모델링은 어느 정도 오차가 존재하지만 현상을 거시적(macroscopic)으로 보았을 때 불안정성과 관련된 주요한 특성을 가급적 저차로 표현하는 것이 요구된다. 따라서 모델의 단순화가 요구되는 본 연구에서는 화이

트박스 모델링보다는 그레이박스 모델과 블랙박스 모델링 기법을 중심으로 기술한다.

2.2 이론적 배경

본 연구에서 소개되는 열음향학적 불안정성 구동 및 감쇠 메커니즘에 대한 모델링들의 대부분은 열음향학적 시스템의 물리적 방정식인 연속방정식, 운동량 방정식, 에너지 방정식과 상태 방정식을 이용하여 파동 방정식에 진동의 감쇠 효과를 인위적으로 추가한 후 모드 확장(mode expansion) 및 저차화(reduction)를 통하여 얻어지며, 본 장에서는 이러한 과정에 대하여 기술한다.

2.2.1 지배방정식

연소 시스템의 수학적 모델링에 필요한 기초 방정식은 유동 및 연소 현상의 보존 법칙인 질량, 운동량, 에너지 방정식과 상태 방정식으로부터 얻어진다[18, 19].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right] + \nabla p = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \gamma p \nabla \cdot u + u \cdot \nabla p = (\gamma - 1) q \quad (4)$$

$$p = \rho R T \quad (5)$$

여기에서 ρ 는 유체의 밀도, u 는 유체의 속도, T 는 온도, γ 는 비열비, p 는 압력, q 는 열방출률을 나타낸다.

압력, 밀도, 그리고 속도를 평균값과 섭동 성분의 합으로 표시하고($p = \bar{p} + p'$, $\rho = \bar{\rho} + \rho'$, $u = \bar{u} + u'$) 위의 식들에 대입한 후 선형화 절차 등을 통하여 다음의 선형화된 파동 방정식(linearized wave equation)을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - (\bar{c})^2 \nabla^2 p' = (\gamma - 1) \frac{\partial q'}{\partial t} \quad (6)$$

여기에서 $\bar{c} = \sqrt{\gamma RT}$ 는 평균 음속, q' 는 열방출률의 변동성분이다.

2.2.2 모드 확장 방법

파동방정식인 Eq. 6의 해를 얻는 대표적 방법은 직교하는 음향 모드를 확장시키는 방법으로서 갤러킨 확장(Galerkin expansion) 방법과 그린 함수(Green's function)를 이용한 방법을 사용한다.

● 갤러킨 확장(Galerkin expansion)

갤러킨 확장 방법은 압력섭동 p' 를 급수형태로 Eq. 7과 같이 경계조건을 만족하는 직교기저함수 $\psi(x)$ (orthogonal basis function)로 표현하며, 이를 갤러킨 급수(Galerkin series)라고 한다.

$$p'(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \eta_m(t) \psi_m(x) \quad (7)$$

여기에서 η_m 은 압력의 m 번째 음향모드에서 시간에 따른 압력 진폭의 변화를 의미한다.

열방출이 연소기 내 한 지점에서만 발생한다고 가정하고, Eq. 7을 Eq. 6에 대입하면 다음과 같은 Eq. 8을 얻을 수 있다.

$$\sum_{m=1}^{\infty} (\ddot{\eta}_m + \omega_m^2 \eta_m) \psi_m = (\gamma - 1) \frac{\partial q'}{\partial t} \quad (8)$$

Equation 8에 직교조건을 사용하면, 갤러킨 급수 확장 계수에 대한 상미분 방정식을 다음과 같이 얻는다.

$$\ddot{\eta}_m + \omega_m^2 \eta_m = (\gamma - 1) \frac{\int_0^L \frac{\partial q'}{\partial t} \psi_m(x) dx}{\int_0^L \psi_m^2(x) dx} \quad (9)$$

기저함수의 일반적인 형태는 다음과 같고 이는 종방향(longitudinal) 모드에 적용된다.

$$\psi_m(x) = \cos(\omega_m x / \bar{c}) \quad (10)$$

즉, 제차 파동방정식의 해는 기저함수로 얻어지게 된다. 이 갤러킨 확장 방법으로 몇 개의 항으로 구성된 저차 방정식을 얻을 수 있고, 이 항들은 약간의 수정만으로 가장 중요한 물리적 양상을 표현할 수 있다는 장점이 있다. 이 방법은 Murray [19]등 외 여러 논문[20-23]에서 사용되었다.

● 그린 함수 기법(Green's function technique)

가해진 열의 입력성분이 조화함수라면 열방출률은 $q'(\vec{x}, t) = q(\vec{x}) e^{jkt}$ 이고, 압력은 $p'(\vec{x}, t) = p(\vec{x}) e^{jkt}$ 의 형태로 해를 얻을 수 있다. 여기에서 k 는 복소 파동수이고, Eq. 6을 다음과 같이 Eq. 11로 다시 표현할 수 있다.

$$\nabla^2 p + k^2 p = -j(\gamma - 1) k \frac{q}{c} \quad (11)$$

Equation 13으로 표현되는 벽 경계 조건을 만족하는 제차 부분의 해는 고유 음향 모드($p_n = \cos \eta_n x$)이다. 여기에서 $\eta_n = n\pi/L$ 이고, L 은 관의 길이이다.

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + k_N^2 g = \delta(x - b) \quad (12)$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x = 0, L \quad (13)$$

여기에서 b 는 열원의 위치이다. Eq. 12의 해인 그린 함수는 Eq. 14와 같은 무한급수로 표현되는고, 이 그린함수 또한 종방향(longitudinal) 모드에 적용된다. 파동방정식의 해인 압력은 Eq. 15와 같이 그린함수를 포함한 식을 얻을 수 있다.

$$g = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi b}{L} \cos \frac{n\pi x}{L}}{\frac{L}{2} (\eta_n^2 - k_N^2)} \quad (14)$$

$$p(x) = \int_0^L g(x, b) j(\gamma - 1) k \frac{q}{c} db \quad (15)$$

이 그린함수는 그 정의상 선형모델 해석에 많이 쓰이고 있다. 이 방법은 고유 함수와 고유값을 사용하지 않고도 해를 구할 수 있다는 장점이 있다. 하지만 그린함수만으로 비선형모델까지 해석하기는 어려워 최근 연구에서는 대부분 깰러킨 기법을 많이 사용하고 있다. 이 방법은 Dowling [22], Bloxidge 등 [23], Schuermans [24]이 사용하여 선형 모델을 표현하고 음향모델의 선형해석을 수행하였다.

23 열음향학적 불안정성의 모델링 기법

23.1 그레이박스 모델링 기법

1990년 이후에 수행된 열음향학적 불안정성에 대한 그레이박스 모델링 기법은 모델 형태와 모드 확장 기법에 따라 크게 2가지 계열로 나눌 수 있다. 그 모델 형태를 간단히 살펴보면 화염 운동학 계열과 Peracchio-Proscia 모델 계열은 모델을 열방출 섭동에 대한 미분방정식 형태로 나타내었고, 유동함수 계열과 네트워크 계열은 모델을 유동의 상, 하류로 나누어 함수로 표현하고, 비교적 쉬운 형태인 행렬로 나타내었다. 또한 모드 확장 기법은 화염운동학 계열과 Peracchio-Proscia 모델 계열은 깰러킨 기법을 사용하였고, 유동함수 계열과 네트워크 계열은 그린 함수를 이용한 기법을 사용하였다. 하지만 본 논문에서는 세부적으로 이 열음향학적 불안정성 연구가 진행되었던 연구기관에 따라 4가지 계열로 나누어질 수 있었다.

화염운동학 계열 : 화염운동학(flame dynamics)을 적용하여 화염 표면과 연소속도와와의 관계를 열방출 모델에 나타내었고, 깰러킨 근사화를 통한 선형 음향 모델을 해석하였다.

Peracchio-Proscia 모델 계열 : 과동방정식을 깰러킨 확장을 통해 열방출 모델을 단순화하고, 당량비와 유속의 관계를 고려한 비선형함수를 이용하여 나타내었다.

유동함수 계열 : 연소기 내 유동의 상, 하류에 대한 함수를 이용하여 압력과 유속을 나타냄으로써 그 관계를 단순화하였고, 이 해를 행렬형태로 표현하였다. UTRC/DARPA 노즐에 직접 실

험을 하고 압력과 열방출을 측정하여 매개변수들을 설정하였다.

Network 계열 : 연소시스템을 네트워크적인 연동 관계로 설명하였고, 열음향 불안정성에 대한 해석을 위해 버너의 유동 모델과 화염 모델을 나타내었다.

23.1.1 화염운동학 계열

● Annaswamy [25-30]

Annaswamy와 Ghoniem[25, 29] 외 여러 논문 [26-28, 30]에서 사용된 열방출 모델은 예혼합연소에서의 화염 운동학(flame dynamics)을 적용하여 나타낸 유한차원모델(finite dimensional model)이다. 이 모델은 음향모델, 열방출과 대류 지연의 영향을 고려하고 화염의 순간 축변위 함수인 $\xi(r, t)$ 를 이용하면 다음 Eq. 16과 같이 표현되며 당량비와 유속의 섭동은 다음 Eq. 17, Eq. 18과 같다.

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2\eta_i = \frac{\tilde{b}_i}{A_c} [d_0u' + d_1(u'_\tau(t)) + d_2(\phi'_\tau(t)) + d_3\phi' + d_\phi\dot{\phi}'] \quad (16)$$

$$\phi'(t) = \sum_{i=1}^n g_i \eta_i(t - \tau_c) \quad (17)$$

$$u'(t) = \sum_{i=1}^n \tilde{c}_i \dot{\eta}_i + \theta a_0 q' \quad (18)$$

여기에서 ζ 는 연소기 내 수동 감쇠율(passive damping), $d_0 = \bar{\kappa}R$, R 은 관의 반지름, $\kappa = 2\pi\rho_u \times S_u(\phi)\Delta h_r(\phi)$ 이고, S_u 는 연소 속도, Δh_r 은 혼합물의 단위 질량당 반응열이고, ρ_u 는 연소되지 않은 혼합물의 밀도, $d_1 = \bar{\kappa}\bar{S}_u$, $d_2 = -\bar{\kappa}\bar{S}_u \times \frac{\partial S_u(\bar{\phi})}{\partial \phi} \frac{\partial \xi(0)}{\partial r}$, $d_3 = -\bar{\kappa} \frac{\partial \bar{S}_u}{\partial \phi} \bar{\xi}(0)$, θ 는 화염 앞·뒤에서 유속의 조합효과이다. 변동 성분이 주로 속도에 의한 것이라면 Eq. 16과 에너지 보존 방정식을 결합시킬 수 있어 Eq. 16을 더 간단히

수정하여 다음 식으로 표현되고, 종방향(longitudinal) 모드에 적용된다.

$$\ddot{\eta} + 2\zeta\omega\dot{\eta} + (\omega^2 - k_1)\eta + k_2\eta(t - \tau) = 0 \quad (19)$$

여기에서 $\zeta_0, \omega, k_1, k_2, \tau$ 는 속도 섭동 u' 과 당량비 섭동 ϕ' 때문에 형성되는 불안정성에 기여하는 매개변수들로, 수치적 시뮬레이션을 통해 채택하였다.

Figure 1은 일반적인 연소시스템에서 일어날 수 있는 열음향 불안정성을 설명하는 블록선도로 화염과 음향과의 상관관계를 나타내었다.

2.3.1.2 Peracchio-Proscia 모델 계열

● Peracchio-Proscia [19, 21]

Peracchio와 Proscia[21]에서는 열음향 불안정성을 2차 상미분 방정식으로 표현하였고, 비선형 함수를 이용하여 감쇠 진동이 일어나는 열방출 메카니즘을 나타내었다. 이는 깎러킨 확장 기법을 사용하여 만든 음향 모델과 열방출 모델을 결합하여 다음 Eq. 20으로 표현한다.

$$\ddot{\eta} + 2\alpha\dot{\eta} + \omega^2\eta = N_1 \frac{dq}{dt} = N_2 \frac{d}{dt} [(1 + \tilde{m}) \hat{H}(t - \tau)] \quad (20)$$

여기에서 $\hat{H} = \frac{\Delta H_m}{\Delta H_s} = A(\phi - \phi_{LB})^P e^{-(1 - \phi + k_2)^2}$, ϕ_{LB}

는 희박가연 당량비이고, $\phi = \frac{\bar{\phi}}{1 + k_1 \tilde{u}}$, $\tilde{u} = \frac{u'}{u} = Y\eta$,

Y 는 연소기 내부에서 음향 어드미턴스이고, P 는 당량비와 열방출 관계 그래프 곡선의 모양을

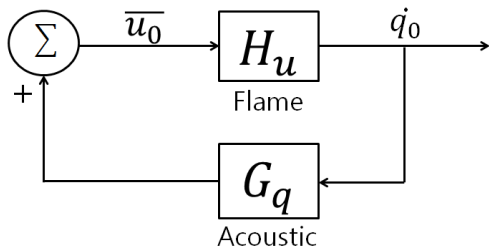


Fig. 1 Thermoacoustic instability in combustion system [25]

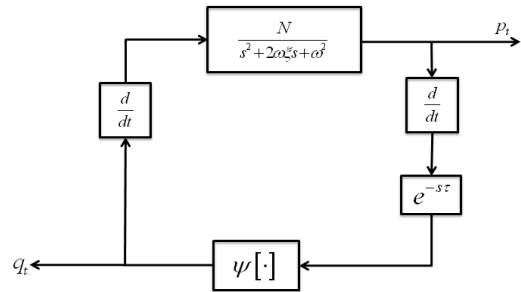


Fig. 2 Combustion model of Peracchio-Proscia [21]

제어할 수 있는 비례상수이고, $A = \frac{e^{k_2}}{(1 - \phi_{LB})^P}$,

$k_2 = -\frac{(P/2)}{1 - \phi_{LB}}$, $N_1 = \beta(\gamma - 1) \times \psi(x_f) / (\bar{p}E_i^2)$, β

는 N_1 을 정의하는데 필요한 척도인자(scaling factor)이고, $N_2 = \bar{m} \Delta H_s N_1$ 이다.

이 모델은 시뮬링크를 이용한 시뮬레이션과 SNR(single nozzle test rig)의 CFD를 수행하여 매개변수들을 비교분석하였다. 음향 속도와 열방출률의 관계를 식으로 나타내는 해석적 연구를 수행하였다. Fig. 2에는 이 모델의 선형시스템과 비선형성의 관계인 Eq. 20에 나타난 압력과 열방출률을 시간지연과 비선형함수를 사용하여 블록선도로 도시하였다.

● Dunstan [31]

Dunstan[31]은 Peracchio-Proscia[21]의 모델을 기본 모델로, 이를 선형 그레이박스 모델링에 적용하여 실험과 시뮬레이션을 통해 매개변수를 정하고, 시스템의 식별을 수행하였다. 또한 기술 함수(describing function), 위상 묘사(phase portrait), 분기 함수(bifurcation function)와 같은 비선형 분석 기법을 사용하여 모델에 적용하여 비선형성의 안정성을 확인하였다. 한 가지 모드만 적용한 Peracchio-Proscia 모델에 한 가지 모드를 더 고려하였고 여러 필터들을 덧붙여 만든 모델을 Fig. 3에 도시하였다.

2.3.1.3 유동함수 계열

● Dowling [22, 23, 32-37]

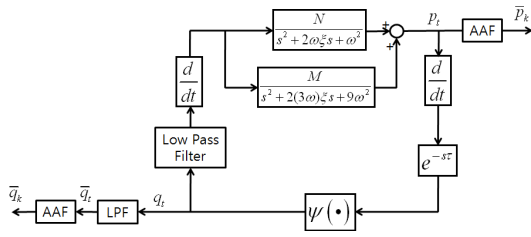


Fig. 3 Candidate model structure [31]

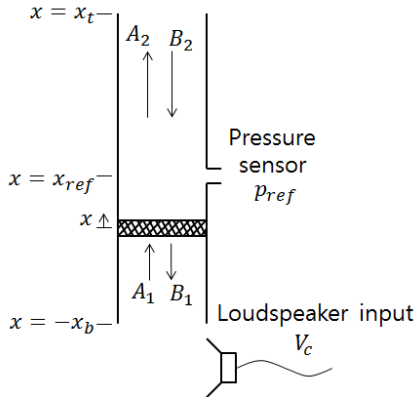


Fig. 4 Diagram of the Rijke tube model [35]

음향파의 선형 해석을 위하여 압력과 유속을 다음 Eq. 21과 같이 유동함수를 사용하여 표현하였고 종방향 모드에 적용된다. Rijke 튜브의 음향파 상·하 유동을 Fig. 4에 도시하였다.

$$\begin{aligned} p(x,t) &= A\left(t - \frac{x}{c}\right) + B\left(t + \frac{x}{c}\right) \\ u(x,t) &= \frac{A}{\rho c}\left(t - \frac{x}{c}\right) - \frac{B}{\rho c}\left(t + \frac{x}{c}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

열음향학적 불안정성의 비선형 해석을 위한 화염모델은 Bloxsidge 등[23]에서 다음 Eq. 22로 표현하였고, 이를 시간 영역에서 지연법칙(lag-law)을 사용하면 다음 Eq. 23과 같았다.

$$\frac{\hat{q}}{q} = \frac{1}{1 + i\omega\tau_1} \frac{\hat{u}_1}{u_1} e^{-i\omega\tau_2} \quad (22)$$

$$\tau_1 \frac{dq}{dt} + q(t) = q_{ss}(t - \tau_2) \quad (23)$$

여기에서 $\tau_1 = 2\pi r_b(1 - \alpha)/\bar{u}_1$, r_b 는 화염 홀더의 반지름, α 는 화염홀더의 차폐율, $\tau_2 \propto (l - b)/\bar{u}_1$, b 는 열원의 위치, $q_{ss}(t) = \eta \Delta H A \bar{\rho}_1 u_1(t)$, η 는 연소효율, ΔH 는 연소되지 않은 혼합물의 단위 질량당 열방출률, $A \bar{\rho}_1 u_1(t)$ 는 연소영역에서 질량유량률이다. 이 정상상태의 열방출률을 사용하여 열음향학적 불안정성의 비선형 해석을 수행하였다.

2.3.1.4 Network 계열

● Schuermans[24], Moeck[41]

Schuermans[24] 외 여러 논문[38-42]에서는 연소불안정 현상을 물리법칙에 기반을 둔 네트워크 모델(networks model)을 사용하였다. 네트워크 모델은 연소시스템을 입구, 버너, 출구, 덕트로 나누고 그 구성요소끼리의 연관성을 나타낸다. 여기에서 연구한 네트워크 모델은 버너에서의 연소 전과 후의 전달함수를 구하는데 초점을 맞추었다.

버너모델은 음향손실 요소 ζ 와 축소 길이 L_{red} 개념을 도입하여 유동의 상·하류 관계를 표현하였다. 여기에서 사용된 축소 길이 L_{red} 는 유효 길이 L_{eq} 에서 임의의 위치 1, 2 사이의 길이 $L_{1,2}$ 를 빼준 값으로 음향장에서 불연속성을 표현한 변수이다.

$$\begin{pmatrix} p'_u \\ u'_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho c \left(M(1 - \zeta) - \left(\frac{A_u}{A_d} \right)^2 \right) - i \frac{\omega}{c} L_{red} \\ 0 & \frac{A_u}{A_d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p'_d \\ u'_d \end{pmatrix} \quad (24)$$

여기에서 M 은 마하수, c 는 음속, $i^2 = -1$, A_u 와 A_d 는 상, 하류의 면적, p'_u 와 p'_d 는 상, 하류의 압력변화, u'_u 와 u'_d 는 상, 하류의 속도변화이다.

화염모델은 가해진 열 입력 요소 때문에 일어난 음향속도의 점프(jump)현상을 고려하여 연관지수(interaction index) n 과 시간지연 τ 를 이용하여 유동의 상·하류 관계를 다음과 같이 표현하였다.

$$\begin{pmatrix} p'_u \\ u'_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k + ne^{-i\omega\tau} e^{-\frac{1}{2}\omega^2\sigma_\tau^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p'_d \\ u'_d \end{pmatrix} \quad (25)$$

종방향(longitudinal) 모드에 적용되는 네트워크 모델인 버너모델과 화염모델은 열음향 시스템의 안정성을 행렬의 고유값 문제와 직결시켜 모델 식별을 수행하였다. 모델링을 하기 위해 음향해석을 수행하였고, 매개변수 $\zeta, L_{red}, n, \tau, k$ 를 구하기 위해 ALSTOM EV 스윙 연소기에 실험을 한 실험적 연구가 진행되었다. Fig. 5는 네트워크 모델의 블록선도로서, 압력과 유속의 관계인 전달함수(H), 비선형성을 나타내는 포화 함수(saturation function, Γ)와 버너, 화염 모델의 연계성을 도시하였다.

2.3.2 블랙박스 모델링 기법

2.1절에서 소개된 바와 같이 열음향학적 불안정성의 동역학적 모델링을 위하여 물리적 원리를 사용하지 않거나 최소로 적용한 블랙박스 접근방법이 최근에 2000년 대 이후에 조금씩 시도되고 있다.

Blonbou 등[43]은 리케튜브(Rijke tube)에서 일어나는 열음향학적 불안정성에 대해 물리법칙에

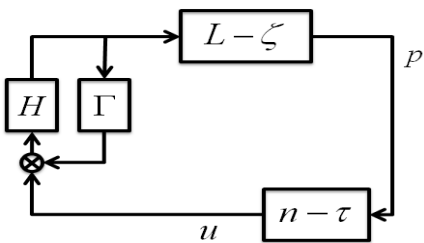


Fig. 5 Block diagram of Network model

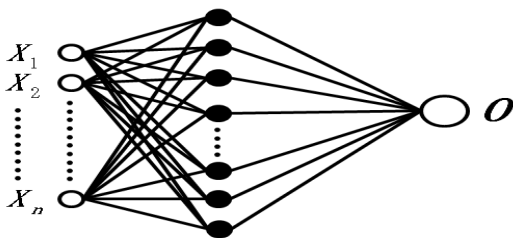


Fig. 6 Feed-forward neuron network [43]

근거한 모델을 세우지 않고 실험을 통해 얻어진 입력과 출력만을 이용하였다. 입·출력 데이터를 뉴런(neuron)이라는 개념을 도입한 인공 신경망 회로(artificial neural networks)를 사용하여 연소 시스템에 대한 동역학 모델을 얻어 능동제어를 수행하였다. 이러한 신경망 회로기법은 일반적으로 수행되는 고전적 회귀방식(classical regression method)과 비교할 때 소수의 매개변수로도 비선형함수를 근사화 할 수 있어 연소모델의 비선형 특성을 모델링하는데 용이하다. 이 신경망 회로의 개념을 Fig. 6에 도시하였다.

블랙박스 기법의 또 다른 시도는 Ko and Bitmead[44]에 의해 수행되었는데, 이 연구는 Fig. 7에 도시된 바와 같이 선형 전달함수 $G(q)$ 와 정적 비선형성 $N(\cdot)$ 이 폐루프로 연결되어 제한 사이클로 작동되는 일반적인 자기가진(self-excited) 시스템에 대하여 $G(q)$ 의 출력인 y_k 변수의 측정데이터만을 이용하여 두 요소를 추정하는 기법이다. 이를 위해 두 요소를 모두 직교기저함수(orthonormal basis function)로 나타내고, 조화균형법(harmonic balance methods)을 적용하였다. 이 연구는 열음향학적 불안정성의 모델링에 직접적으로 응용될 수 있다. 2장의 앞에서 언급된 다른 그레이박스 모델링 기법과 비교할 때 하나의 변수 데이터만 식별에 사용되므로 추정결과는 상대적으로 오차가 많이 발생되지만, 연소기를 사용하는 실제 공학시스템에서 가급적 적은 물리변수의 측정데이터를 사용하여 실시간으로 식별하고 능동제어를 하는데 적절한 개념이라고 판단된다.

2.4 모델 계열별 비교

앞에서 열거된 여러 열음향학적 모델을 계열

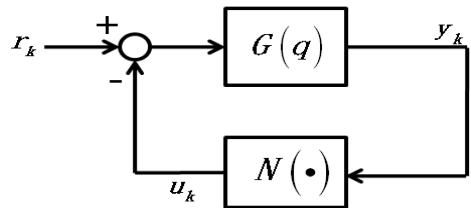


Fig. 7 Standard nonlinear feedback system [44]

Table 1. Grey-box modeling vs. Black-box modeling

모델링 기법	계열	연구 연도	연구 기관	물리적 특징	모델	추정치	매개변수	장/단점	
그레이 박스 모델링	화염 운동학	1995-	MIT	<ul style="list-style-type: none"> - 종방향모드 적용 - 화염의 순간 축변 위함수사용 - 당량비와 시간지연 관계이용 	$\ddot{\eta}_i + 2\zeta\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2\eta_i = \frac{\tilde{b}_i}{A_c} \times [d_0u' + d_1(u'_{\tau_1}(t)) + d_2(\phi'_{\tau_2}(t)) + d_3\phi' + d_4\phi']$	압력(p')	평균음속(\bar{c}), 모드 형상(η), 당량비(ϕ), 반응열(Q), 연소속도(S_u), 시간지연(τ)	<ul style="list-style-type: none"> - 물리법칙을 기반으로 모델링 - 물리적 의미 파악 가능 - 곡면에 대한 화염 분석 가능 - 화염반응에 대한 정적 모델링함 	
	Per acc-hio-Pro scia 모델	P.P. 모델	1998, 1999	UTRC	<ul style="list-style-type: none"> - 종방향모드 적용 - 음향모델(선형) - 열방출률 모델(비선형) 	$\ddot{\eta} + 2\alpha\dot{\eta} + \omega^2\eta = N_1 \frac{dq}{dt} = N_2 \frac{d}{dt} [(1 + \tilde{m})\hat{H}(t - \tau)]$	압력(p'), 열방출(CH)	반응열(\hat{H}), 시간지연(τ), 질량비(\tilde{m})	<ul style="list-style-type: none"> - 약화 비선형성이 나타날 경우에만 열방출 모델과 화염이 연동됨
		Dun stan 모델	2003	UCSD					<ul style="list-style-type: none"> - 측정데이터가 충분히 가진되지 않는다면 매개변수 추정이 어려움
	유동함수	1988-	Cambridge University	<ul style="list-style-type: none"> - 종방향모드 적용 - 선형화염모델 + 비선형 이론 사용 - 시간지연법칙 적용 	$\frac{\hat{q}}{q} = \frac{1}{1 + i\omega\tau_1} \frac{\hat{u}_1}{u_1} e^{-i\omega\tau_2}$	압력(p'), 열방출(CH, C ₂)	속도(u), 시간지연(τ)	<ul style="list-style-type: none"> - 화염연소에 대한 선형 안정성 분석 가능 - 낮은 마하수 실험 조건에서 매개변수 추정 	
Network	2003-2009	ALSTOM	<ul style="list-style-type: none"> - 종방향모드 적용 - n-τ모델과 Lζ 모델 사용 - 시간지연 - 버너면적불연속성 - 화염의 점프(jump)조건 	$\begin{pmatrix} p' \\ u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p'_d \\ u'_d \end{pmatrix}$	압력(p'), 열방출(OH)	유효감소길이(L_{red}), 감쇠율(ζ), 상수 k, n, 시간지연(τ)	<ul style="list-style-type: none"> - 물리적 이해도를 높임 - 화염모델만으로 화염속도와 시간지연분포를 추정하기 어려워 실험이 필요함 - 낮은 마하수에 제한없이 화염모양을 전산유체 해석과 음향이 전파되는 양상을 통해 알 수 있음 		
블랙 박스 모델링	인공신경망 회로	2000	Cambridge University	비선형 방정식 사용	$y_p = h(y(n-1), \dots, y(n-N_y), \dots, u(n-1), \dots, u(n-N_U)) + w_n$	압력	관길이(L), 유동속도, 당량비	<ul style="list-style-type: none"> - 모델이 간단함 - 실험적 모델 형성 - 오차가 많음 - 물리적 의미가 적음 	
	조화균형법	2006-	UCSD		$y_k = G(q)v_k = -G'(q)r_kN(y_k)$	압력			

별로 비교하면 다음과 같이 요약될 수 있다.

화염 운동학 계열은 화염의 순간 축변위 함수를 이용하여 화염표면과 연소속도의 관계를 열방출 모델에 반영한 반면 Peracchio-Proscia 모델 계열은 약한 비선형성(weak nonlinearity)을 보일 경우에만 화염과 열방출 모델을 연동할 수 있다. 따라서 화염 운동학 계열은 Peracchio-Proscia 모델 계열보다 화염표면과 열방출에 대한 모델링이 더 자세하고, 1차원적인 화염면이 아닌 일반적인 곡면을 갖는 화염을 모델링할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 화염 운동학 계열은 선형 모델로서 열음향학적 불안정성이 갖는 비선형성은 모델링되지 않는다.

Peracchio-Proscia 모델이 하나의 모드만 고려한 반면, Duntan 모델은 두 가지 모드를 고려하였기 때문에 시스템 식별시 측정데이터로 표현되는 실제 현상과의 차이가 좀 더 작을 수 있으나 만약 열방출률 또는 압력의 측정데이터가 충분히 가진되지 않는다면(not persistently exciting) 두 가지 모드의 매개변수를 실험데이터로 추정하기 어려울 수 있다.

유동함수 계열의 화염 모델은 화염연소에 대한 선형 안정성 분석이 가능하고 낮은 마하수 실험조건에서 매개변수의 추정이 가능하다.

Network 계열은 화염모델로 n - τ 모델을 사용하였고, 낮은 마하수의 제한없이 화염모양을 전산유체 해석과 음향이 전파되는 양상으로 알 수 있으며, 화염모델만으로 화염속도와 시간지연분포를 추정하기 어려워 실험을 통한 추정이 필수적이다.

블랙박스 모델링은 그레이박스 모델링과 비교해서 다소 모델이 간단하지만 시스템 자체의 모델이 없기 때문에 물리적 의미가 적고, 오차가 많은 단점이 있다.

이러한 모델링 별 특징의 비교와 분석 내용을 Table 1에 정리하였다.

3. 문제점 및 가능성

지금까지, 음향장과 열방출의 상호작용으로 발

생하는 열음향학적 불안정성을 능동적으로 제어하는데 필수적인 동역학적 모델링 기법에 대하여 1990년대 이후에 수행된 연구를 중심으로 기술하였으며, 특히 저차의 모델링을 위하여 시스템의 입출력데이터를 활용하여 시스템의 동역학적 특성을 추정하는 시스템 식별기법과 관련된 연구에 대해서도 소개하였다.

현재 국외 여러 학교와 UTRC, GE Global Research Center와 같은 기업 연구소를 중심으로 열음향학적 불안정성에 대한 연구가 진행되고 있다. 추후 동 분야에 대한 발전 방향성으로는 산업용 가스터빈, 램제트 엔진 및 로켓에서 실시간으로 불안정 현상을 탐지하고, 식별하며, 또한 능동적으로 제어할 수 있는 기법에 요구되리라 판단된다. 이를 위해서는 열음향학적 불안정성에 대하여 어느 정도 오차가 있더라도 가급적 단순한 동역학적 모델링이 요구되며, 또한 실시간 탐지 및 식별에는 적은 수의 물리적 측정변수로 가능하여야 한다.

본 현황조사 및 소개 연구[45]를 통하여 국내에서도 동 분야와 관련된 여러 세부 분야의 전문가들이 협력하여 활발한 연구가 이루어지는 기회가 되길 바란다.

후 기

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(331-2008-1-D00105).

참 고 문 헌

1. F. E. C. Culick, Unsteady motions in combustion chambers for propulsion system, RTO AGARDograph, AG-AVT-0396, 2006
2. 길태욱, 임지혁, 윤영빈, "액체로켓엔진의 연소불안정 현상," 한국추진공학회지, 제11권, 제1호, 2007, pp.71-84
3. 오정석, 윤영빈, "가스터빈에서의 연소불안정

- 현상," 한국추진공학회지, 제12권, 제4호, 2008, pp.63-77
4. Jean-Pierre Hathout, "Thermoacoustic instability," *Fundamentals and modeling in combustion*, 1999
 5. 성대현, 허환일, 손채훈, "액체 로켓엔진의 연소 불안정성 연구 동향," 한국항공우주학회지, 제32권, 제9호, 2004, pp.153-161
 6. A. Santana Jr., M. S. Silva, P. T. Lavaca, L. C. S. Goes, "Acoustic cavities design proced -ures," *Thermal engineering*, Vol. 6, No. 2, 2007, pp.27-33
 7. Hyun-Gull Yoon, John Peddieson, Kenneth R. Purdy, "Mathematical modeling of a generalized Rijke tube," *International Journal of Engineering Science*, 1998, pp.1235-1264
 8. Hyun-Gull Yoon, John Peddieson, Kenneth R. Purdy, "Non-linear response of a generalized Rijke tube," *International Journal of Engineering Science*, 2001, pp.1707-1723
 9. G. F. Carrirer, "The mechanics of the Rijke tube," *quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 12, No. 4, 1955, pp.383-395
 10. David T. Harrje, *Liquid propellant rocket combustion instability*, NASA SP-194, 1972
 11. F. E .C. Culick, Vigor Yang, *Liquid Rocket Engine Combustion Instability*, 1995, pp.3-37
 12. 권영필, 이주원, 임정빈, 이동훈, "표면 연소기의 연소 진동음에 관한 연구," 공기조화냉동공학회, 동계학술대회 논문집(1996-11), 1996, pp.329-334
 13. 이길용, 윤웅섭, 손채훈, 김영목, "고주파 연소불안정 예측을 위한 수치적 해석모델," 한국항공우주학회 추계학술대회, 2001, pp.559-568
 14. 홍정구, 이민철, 신현동, "열-음향에 의한 난류회박 예혼합연소의 불안정성에 관한 실험적 연구," 대한기계학회 추계학술대회, 2004, pp.1166-1171
 15. 김현준, 배수호, 신현동, "덤프 연소기에서의 열음향 불안정에 관한 수치적 연구," KOSCO SYMPOSIUM 논문집, 제31회, 2005, pp.294-301
 16. 김병선, 김동준, 김현성, 윤영빈, "연소불안정 저감을 위한 음향학적 감쇠기능성 스웰 인젝터," 한국항공우주학회 추계학술대회, 2006, pp.1007-1011
 17. O. Nelles, *Nonlinear system identification*, Springer, 2001, pp.1-19
 18. F. E. C. Culick, "combustion instabilities in liquid-fueled propulsion systems - an over-view," AGARD conference, No. 450, 1988
 19. R. M. Murray, C. A. Jacobson, R. Casas, A. I Khibnik, C. R. Johnson Jr., R. Bitmead, A. A. Peracchio, W. M. Proscia, "System identification for limit cycle in systems: a case study for combustion instabilities," *American Control Conference*, 1998, pp.2004-2008
 20. Neonidas G. Pappazizos, F. E. C. Culick, "The two-mode approximation to nonlinear acoustics in combustion chambers," *Combustion science and technology*, Vol. 65, 1989, pp.39-65
 21. A. A. Peracchio, W. M. Proscia, "Nonlinear heat-release/acoustic model for thermo-acoustic instability in lean premixed combustors," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 121, 1999, pp.415-421
 22. A. P. Dowling, "The calculation of thermo-acoustic oscillations," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 184, No. 4, 1995, pp.557-581
 23. G. J. Bloxsidge, A. P. Dowling, P. J. Langhorne, "Reheat buzz: an acoustically coupled combustion instability," *Journal of Fluid mechanics*, Vol. 193, 1988, pp.445-473
 24. Bruno Schuermans, "Modeling and control of thermoacoustic instabilities," *Thesis of*

- Ph.D in Delft University, 2003
25. A. M. Annaswamy, A. F. Ghoniem, "Active control in combustion systems," *IEEE Control System*, Vol. 15, No. 6, 1995, pp.49-63
 26. M. Fleifil, A. M. Annaswamy, Z. A. Ghoneim, A. F. Ghoniem, "Response of laminar premixed flame to flow oscillations : A kinematic model and thermo-acoustic instability results," *Combustion and flame*, Vol. 106, 1996, pp.487-510
 27. J. P. Hathout, A. M. Annaswamy, M. Fleifil, A. F. Ghoniem, "A model-based active control design for thermoacoustic instability," *Combustion science and technology*, Vol. 132, 1998, pp.99-138
 28. A. M. Annaswamy, M. Fleifil, Jennifer W. Rumsey, Ravi Prasanth, Jean-Pierre Hathout, A. F. Ghoniem, "Thermoacoustic instability: model-based optimal control designs and experimental validation," *IEEE Transactions on control systems technology*, Vol. 8, No. 6, 2000, pp.905-918
 29. A. M. Annaswamy, A. F. Ghoniem, "Active control of combustion instability: theory and practice," Vol. 22, No. 6, 2002, pp.37-54
 30. J. P. Hathout, M. Fleifil, A. M. Annaswamy, A. F. Ghoniem, "Combustion instability active control using periodic fuel injection," *Journal of propulsion and power*, Vol. 18, No. 2, 2002, pp.390-399
 31. Wayne J. Dunstan, "System identification of nonlinear resonant systems," Thesis of Ph.D in University of California, 2003
 32. A. P. Dowling, "Nonlinear acoustically coupled combustion oscillations," *AIAA and CEAS*, 1996, pp.1-12
 33. A. P. Dowling, "Nonlinear self-excited oscillations of a ducted flame," *Journal of fluid mechanics*, vol.346, 1997, pp.271-290
 34. A. P. Dowling, A. S. Morgans, "Feedback control on combustion oscillation," *Annual Review of Fluid mechanics*, Vol. 36 2005, pp.151-182,
 35. A. S. Morgans, A. P. Dowling, "Model-based control of combustion instabilities," *ASME Turbo EXPO 2005*, 2005
 36. S. Evesque, A. P. Dowling, A. M. Annaswamy, "Adaptive control for control of combustion," *RTO AVT Symposium*, 2000, pp.22-1~22-13
 37. A. S. Morgans, A. P. Dowling, "Model-based control of combustion instabilities," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 299, 2007, pp.261-282
 38. Valter Bellucci, Bruno Schuermans, Christian Oliver Paschereit, Peter Flohr, "Thermoacoustic simulation of lean premixed flames using an enhanced time-lag model," *31st AIAA Fluid dynamics Conference & Exhibits*, 2001, pp.1-7
 39. Andre S. P. Niederberger, Bruno B. H. Schuermans, Lino Guzzella, "Parameter identification for a low-order network model of combustion instabilities," *International journal of spray and combustion dynamics*, Vol. 1, 2009, pp.113-142
 40. Andre S. P. Niederberger, "Investigations of thermoacoustic oscillation modeling, identification and control," Thesis of Ph.D in Swiss federal institute of technology, 2006
 41. Jonas P. Moeck, "Analysis, modeling, and control of thermoacoustic instabilities," Thesis of Ph.D in Berlin University, 2010
 42. M. R. Bothien, J. P. Moeck, A. Lacarelle, C. O. Paschereit, "Time domain modelling and stability analysis of complex thermo-acoustic systems," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, vol. 221, 2007, pp.657-668
 43. R. Blonbou, A. Laverdant, S. Zaleski, P.

- Kuenmann, "Active control of combustion instabilities on a Rijke tube using Neural Networks," Proceedings of the Combustion Institute, vol. 28, 2000, pp.747-755
44. Sangho Ko, Robert R. Bitmead, "Identification for nonlinear feedback limit-cycle systems using harmonic balance methods," IEEE CDC, 2006, pp.2506-2511
45. 나선화, Rijke 튜브의 열음향학적 불안정성의 능동제어에 대한 연구:기초실험, 항공대 석사논문, 2011